

비등방 산란 매질에서의 복사전달 문제의 몬테카를로 해법<sup>1</sup>  
RADIATIVE TRANSFER IN ANISOTROPICALLY SCATTERING MEDIUM:  
A MONTE CARLO APPROACH

박찬, 홍승수  
서울대학교 천문학과

CHAN PARK AND SEUNG SOO HONG  
Department of Astronomy, Seoul National University  
Received Sept. 4, 1999; Accepted Sept. 10, 1999

ABSTRACT

We have developed a Monte Carlo code, which solves the problem of radiative transfer in anisotropically scattering atmosphere. The radiative code is flexible in handlings of the system geometry, the distribution of scattering particles, and the source-particle geometry. This code treats the case of highly forward throwing scattering. As performance tests, we have compared the result of Monte Carlo calculations with that of Quasi-Diffusion method for a spherically symmetric cloud model.

1. 서론

비등방 산란 매질에서의 복사전달 문제는, 특정 방향의 복사의 세기를 알기 위하여 전 방향의 복사의 세기를 계 내부 전역에 걸쳐 알아야 한다는 어려움 때문에, 일반적으로 해석해를 찾기가 매우 어렵다. 평행 평면 근사를 하거나 밀도가 균일한 구대칭의 기하학적 모형에 대해 준해석적인 방법이 연구되어 있으며(Flannery *et al* 1980), 위치에 따라 밀도가 변할 때에는 완전한 구 또는 원주 대칭일 때만 적용이 가능한 몇가지 수치 해법이 개발되어 있다(Mathis 1970, Egan *et al* 1988, Hong *et al* 1998). 그러나, 산란체나 광원의 분포가 대칭성을 조금만 잃게 되더라도 이와 같은 방법들은 활용될 수 없다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 많은 연구자들이 몬테카를로 방식의 복사전달 해법을 고안해 왔다(Mattila 1970, Witt 1977, Lee and Lee 1997). Mattila(1970)와 Witt(1977)는 각각 구대칭 모형과 원반형 모형에 적용되는 몬테카를로 알고리즘을 소개하고 있으나 이들은 모두 균일 밀도 분포를 가정하고 있다. 또한 Lee and Lee(1997)의 연구는 산란체가 특정한 형태의 밀도 분포를 이룰 때 적용될 수 있는 경우이므로 우리가 원하는 밀도 분포를 자유롭게 구현할 수 없다는 한계를 지닌다. 본 연구에서는 임의의 밀도 분포와 구대칭 및 반구형의 기하학적 모형에 두루 쓰일 수 있는 몬테카를로 방식의 복사전달 코드를 개발하였다. 우리가 개발한 코드는 특히 비대칭 산란 매질에서의 복사전달 문제를 해결하는데 유용하다.

본 연구에서 개발한 코드는 구체적으로 오리온 성운의

자외선 산란광 자료 분석에 적용시킬 것을 염두에 두고 있다. 이 경우, 성운 중심부에 위치한 사다리꼴 성단의 수백 개의 별들이 자외선 광원이 될 것이다. 그러나 사다리꼴 성단 내의 별들을 살펴보면,  $\theta^1$  Ori C가 가장 밝은 별로서 안시 등급이 약 5.03 등급의 O6형이며,  $\theta^1$  Ori A와 D가 각각 6.61, 6.63 등급의 B1, B0.5형인 별들이다(Anderson 1970). 그리고 이 별들은  $\theta^1$  Ori C를 기준으로 약 20"이 내에 위치한다. 대부분의 자외선 광자는 가장 밝은 몇 개의 OB형 별들에서 방출된 것이므로, 오리온 성운 산란광의 광원으로 반경  $\sim 10''$ 의 "유효 광구"를 도입하여 모형 계산을 수행한다.

제 2절에서는 전체적인 몬테카를로 알고리즘을 기술하는데, 특히 밀도 분포가 임의의 함수 꼴을 가질때 광자가 진행중에 겪게 될 광학적 깊이를 어떻게 다룰 것인가에 설명의 초점을 둔다. 제 3절에서는 몬테카를로 계산을 통해 얻어낸 광자의 '개수'를 성운의 표면밝기 등의 물리량으로 변환해 주는 눈금조정 과정을 설명한다. 계산 결과를 관측값이나 다른 계산의 결과와 비교하기 위해서는 엄밀한 눈금조정이 필수적이다. 또한 적용된 모형에 따라 눈금 조정의 방식이 크게 다르기 때문에 각각의 성운 모형에 대하여 상세한 눈금조정 과정을 밝혀 둔다. 제 4절에서는 우리의 몬테카를로 코드의 계산 능력을 시험하기 위해 수행한 두 가지 비교 결과를 싣고, 마지막 절에서는 이 코드가 앞으로 발전해 나가야 할 방향에 관하여 논의할 것이다.

2. 몬테카를로 알고리즘

서론에서 밝혔듯이 우리가 적용하려는 오리온 성운 내부 티끌의 경우, 티끌 자체는 자외선 복사원이 되지 못한다.

<sup>1</sup>본 연구(BSRI-98-5411)는 1998년도 교육부 기초과학육성 연구비의 지원에 의한 것임.

다만 광원에서 나온 광자가 티끌에 의해 산란된 성분만이 매질 내부에서의 유일한 자외선 방출원이다. 이러한 복사 전달 현상은 다음 방정식으로 기술된다.

$$\frac{dI_\lambda(r, \Omega)}{ds} = -\kappa_\lambda(r)I_\lambda(r, \Omega) + j_\lambda(r, \Omega), \quad (1)$$

$$j_\lambda(r, \Omega) = \kappa_\lambda^{sca}(r) \oint I_\lambda(r, \Omega') \Phi_\lambda(\Omega', \Omega) d\Omega'. \quad (2)$$

여기서  $j_\lambda(r, \Omega)$ 는 매질의 단위 체적당 방출계수이며, 소광 특성은 모두 단위 체적당 소광 단면적  $\kappa_\lambda(r)$  속에 포함되어 있다. 그리고 매질의 산란 특성은 산란계수  $\kappa_\lambda^{sca}(r)$ 로 서술되었는데, 이는 티끌의 반사도와 소광계수  $\kappa_\lambda(r)$ 의 곱으로 주어진다. 산란의 방향성은 산란 위상함수  $\Phi_\lambda(\Omega', \Omega)$ 가 기술하며,  $\Omega'$ 는 광자의 입사 방향,  $\Omega$ 는 산란 후의 진행 방향을 나타낸다. 복사전달 방정식은 미소 길이  $ds$ 를 진행하는 동안 복사강도  $I_\lambda(r, \Omega)$ 가 겪는 변화량을 표현한 것인데, 방출계수  $j_\lambda(r, \Omega)$  속에 다시  $I_\lambda(r, \Omega)$ 의 정보가 필요한 미적분 방정식의 구조이다.

별의 광구로부터 출발한 가시광 또는 자외선 광자가 얼마만한 광학적 깊이를 지난 다음 티끌에 포획될 것인지는 확률적으로 결정될 수 있다. 때로는 한 번도 산란을 겪지 않고 곧바로 성운을 빠져나갈 수도 있을 것이며 그렇지 않다면 성운 내부에서 흡수되거나 산란의 과정을 겪게 될 것이다. 성운을 빠져 나가지 못한 광자는 다음 산란체를 만날 때까지 산란된 방향으로 다시 진행해 나갈 것이다. 몬테카를로 코드에서 하는 일은 결국 확률적으로 부여된 광자의 위치와 방향을 지속적으로 추적해 나가는 것이라 할 수 있겠다. 계산 진행 과정의 개략적인 흐름을 그림 1에 담아 놓았다.

### 2.1. 광학적 깊이 계산

티끌의 밀도 분포  $n_d(r)$ 가 성운 중심에서의 거리  $r$ 에 따라  $n_d(r) = n_0 f(r)$ 와 같은 분포를 하고, 티끌 알갱이들의 소광 단면적  $\sigma_{ext}$ 가 일정할 때, 성운 내의 임의의 위치 1에서 2까지의 광학적 소광 깊이  $\tau_{12}$ 는

$$\tau_{12} = \int_1^2 n_0 \sigma_{ext} f(r) ds \quad (3)$$

로 계산된다. 여기서  $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ,  $ds = dr/\mu$ 의 관계가 성립하며,  $\mu$ 는  $\vec{r}$ 과  $\vec{s}$  사잇각의 여현값이다. 성운의 바깥 경계까지의 반경을  $R$ 로 놓고, 임의 위치의 반경  $r$ 과 투영 거리  $p$ 를  $\rho = r/R$ ,  $b = p/R$ 와 같이 정의된 규격화 변수  $\rho$ 와  $b$ 로 대체한다. 이제  $\mu$ 를  $\rho$ 와  $b$ 로 나타내면  $\mu = \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = \sqrt{\rho^2 - b^2}/\rho$ 와 같다. 이때  $\mu$ 의 부호를  $\pm$  중 +만 택했음에 유의해야 한다. 우리는  $\tau_c = n_0 \sigma_{ext} R$ 을 다루고자 하는 성운의 총 광학적 깊이의 한 가지 척도가 되는 양으로 택한다. 그러면 3번 식을

$$\tau_{12} = \tau_c \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\rho f(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - b^2}} d\rho \quad (4)$$

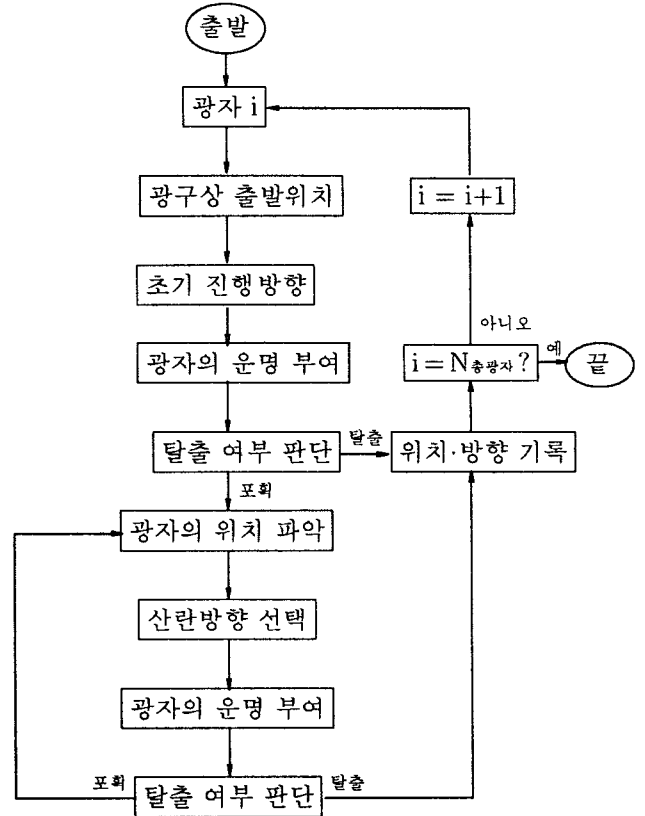


그림 1.— 몬테카를로 알고리즘의 흐름도

와 같이 규격화된 변수들로 고쳐 적을 수 있다. 여기서 우리는  $G(x)$ 를

$$G(x) \equiv \int_b^x \frac{\rho f(\rho)}{\sqrt{\rho^2 - b^2}} d\rho \quad (5)$$

와 같이 정의하고 이를 “타우적분”이라고 부르기로 한다. 일단 이렇게 함수  $G(x)$ 를 정의하고 나면,  $\tau_{12}$ 는 간략하게 표현된다. 즉,

$$\tau_{12} = \tau_c [ G(\rho_2) - G(\rho_1) ]. \quad (6)$$

$r = R/2$ 에서 가장 밀도가 높고  $R/6$ 의 폭을 갖는 가우스 함수의 밀도 분포를 가정했을 때,  $G(x)$  함수의 모양을 그림 2에 그려 놓았다. 여기서  $x$ 는  $\rho$ 를 대표하는 변수이며, 광로를 따라  $\rho = b$ 에서  $\rho = 1$ 까지 변한다.

### 2.2. 광자의 운명 결정

광구를 빠져나온 광자의 행로를 몬테카를로 방식으로 따라가 보자(그림 1의 흐름도 참조). 광구 표면에서 광자의 출발 위치와 방향이 정해지면, 이 광자는 두 가지 운명의 갈림길에 들어선다. 즉, 곧바로 성운을 빠져 나갈 것이냐 아니면 성운 내부의 티끌 입자와 부딪힐 것이냐, 양자택일할 수밖에 없다. 티끌과 부딪힐 경우 광자는 ‘흡수’되어 티끌

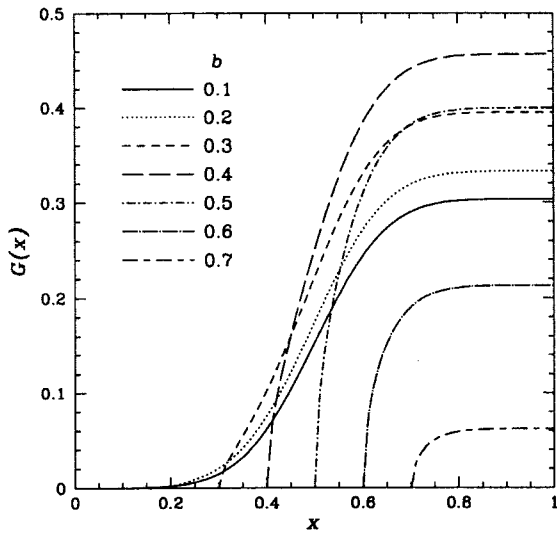


그림 2.— 타우적분  $G(x)$ . 가우스 함수의 밀도 분포를 가정했을 때 얻는 결과이다.

의 내부 에너지로 전환되거나 ‘산란’되어 진행 방향이 달라질 수도 있다. 두 경우 모두 멀리 있는 관측자의 입장에서 보면 시선 방향에서 광자를 잃어 버린다는 것은 마찬가지로 이므로, 통틀어서 우리는 “소광”이라고 부른다.

광구를 떠난 광자가 성운 내부에서 소광될지 아니면 곧바로 빠져 나갈지는 확률적으로 결정한다. 광구를 빠져 나온 광자가 거침없이 진행하다가  $\tau$ 만큼의 광학적 깊이에 이르렀을 때, 그 지점에서 소광될 확률  $P(\tau)$ 는  $\exp[-\tau]$ 이다. 한편,  $\exp[-\tau]$ 는 광자가  $\tau$ 만큼 진행한 후에도 소광되지 않고 살아 남아 있을 확률이기도 하다. 얼핏 보면 소광될 확률과 소광되지 않을 확률이 같다는 것처럼 들리지만 사실은 그렇지 않다. 어떤 사람이 100 살에 죽을 확률은 그 사람이 100 살까지 살아 있을 확률과 동일한 것이다. 이 비유에서 ‘사람’을 ‘광자’로, ‘100 살’을 ‘ $\tau$ ’로 대체해 보면 쉽게 이해할 수 있다.

몬테카를로 계산에서는 모든 종류의 확률 분포를 난수를 써서 구현한다. 난수 발생기로부터 0 ~ 1 사이의 수를 하나 얻었을 때 이 수가  $\xi \sim \xi + \Delta\xi$  사이에 존재할 확률은  $\xi$ 에 관계없이 항상 일정하다. 즉,  $P(\xi) = \text{const}$ . 그런데,  $\int_0^1 P(\xi)d\xi = 1$ 이므로  $\text{const} = 1$ 이다. 따라서,  $P(\xi) = 1$ 이다.  $P(\tau)$ 의 확률을 갖는 변수  $\tau$ 를  $P(\xi)$ 의 확률을 갖는  $\xi$ 로 변수 변환할 때

$$\int_0^\tau P(\tau)d\tau = \int_0^\xi P(\xi)d\xi \quad (7)$$

의 관계를 이용할 수 있다(김재삼 1995). 이로부터 우리는

$$\tau = -\ln(1 - \xi) \quad (8)$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다. 이 식이 몬테카를로 기법의 기본 개념을 담고 있다.

### 2.3. 광자의 탈출 조건

광자의 현재 위치  $\rho$ 와 진행 방향  $\mu$ 와  $\phi$ 가 결정되면 이 광자가 성운을 빠져 나갈 때까지 거쳐가야 할 광학적 깊이  $\tau_{\text{esc}}$ 는  $(\mu, \phi)$  방향으로 널려 있는 성운 내부 티끌의 기둥 밀도에 의해 결정되는 최대 광학적 깊이  $\tau_{\text{max}}$ 와 같다. 즉,  $\tau_{\text{esc}} = \tau_{\text{max}}(\rho, \mu, \phi)$ . 일반적으로 방향각  $\phi$ 에 따라  $\tau_{\text{max}}$ 가 달라질 수 있겠으나 본 연구에서 다루는 구대칭 모형이나 반구 모형에서는  $\tau_{\text{max}}$ 의  $\phi$  의존성은 고려하지 않아도 좋으므로 하나의 변수  $\mu$ (또는  $\theta$ )에 방향 정보를 모두 담을 수 있다.

먼저  $\mu \geq 0$ 인 경우를 살펴보면, 이런 방향을 따라서는 성운의 끝까지 진행하더라도 항상  $\rho$ 가 증가하기만 한다. 그러므로 우리는 2.1 절에서 도입한 6번 식으로부터  $\tau_{\text{max}} = \tau_c [G(1) - G(\rho)]$ 임을 알 수 있다.

한편,  $\mu < 0$ 일 때는 각별한 주의를 기울여야 한다.  $G(x)$ 를 정의할 때  $\mu$ 의 부호를 +인 경우만 선택했다는 사실을 잊어서는 안된다. 이는 곧,  $\rho$ 가 증가하는 방향으로만 적분을 수행하겠다는 의도가 내포되어 있다. 따라서 우리는 두 단계로 나누어서  $\tau_{\text{max}}$ 을 구해야 한다.  $\rho$ 가 감소하다가  $\rho = b$ 가 되는 지점까지의 광학적 깊이를  $\tau_b$ 라 놓고,  $\rho = b$ 에서부터 성운의 외부 경계까지의 나머지 광학적 깊이를  $\tau_r$ 이라 부르자. 그러면  $G(x)$  함수를 이용하여  $\rho = b$ 에서  $\rho = \rho$ 까지 적분하여 광학적 깊이  $\tau_b$ 를  $\tau_b = \tau_c [G(\rho) - G(b)]$ 와 같이 구하는 동시에,  $\rho = b$ 에서 끝( $\rho = 1$ )까지 적분하여  $\tau_r = \tau_c [G(1) - G(b)]$ 마저 얻을 수 있다. 그러므로 나누었던 두 과정을 합하며,  $G(b) = 0$ 을 적용하면  $\tau_{\text{max}} = \tau_c [G(1) + G(\rho)]$ 이 성립한다. 한편  $\tau_{\text{esc}} = \tau_{\text{max}}$ 이므로, 결국

$$\begin{aligned} \tau_{\text{esc}} &= \tau_c [G(1) - G(\rho)], & \mu \geq 0 \\ \tau_{\text{esc}} &= \tau_c [G(1) + G(\rho)], & \mu < 0 \end{aligned}$$

와 같이 정리된다. 우리는 이미 8번 식으로 광자의 운명  $\tau$ 를 결정했으므로  $\tau_{\text{esc}}$ 와 비교하여

$$\begin{aligned} \tau \geq \tau_{\text{esc}} &\text{이면, 탈출,} \\ \tau < \tau_{\text{esc}} &\text{이면, 포획} \end{aligned}$$

과 같이 광자의 탈출 여부를 판별할 수 있다.

### 2.4. 포획된 광자의 위치 알아내기

$\vec{\rho}_1$  위치에 있던 광자가  $\mu$ 의 방향으로 광학적 깊이  $\tau$ 만큼 진행한 후  $\vec{\rho}_2$  위치에서 포획되었다면,  $\vec{\rho}_2$ 를  $\vec{\rho}_1$ 과  $\mu$ 와  $\tau$ 의 함수로 알아내는 일이 곧 광자의 행로를 추적하는 일이다.  $\vec{s}_{12} = \vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_1$ 이므로  $\vec{s}_{12}$ 를 알아내면 결국  $\vec{\rho}_2$ 를 아는 것과 마찬가지로이다. 광자가 진행한 공간적 거리에 해당하는

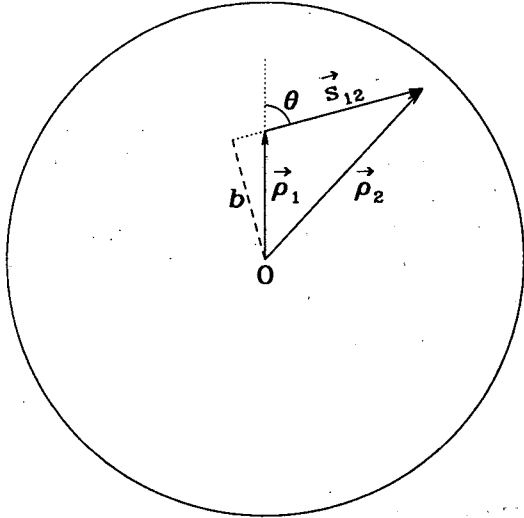


그림 3.—  $\mu \geq 0$ 일 때  $\rho_2$ 는 항상  $\rho_1$ 보다 크다.

벡터  $\vec{s}_{12}$ 의 크기를  $\rho_1$ 과  $\mu$ 와  $\tau$ 로 표현해 보자. 2.3 절에서  $\tau_{esc}$ 를 구할 때와 마찬가지로  $\mu$ 의 부호에 따라 서로 다른 상황을 고려해 주어야 한다.

$\mu \geq 0$ 일 때, 6번 식으로부터

$$\tau_{12} = \tau_c [ G(\rho_2) - G(\rho_1) ] \quad (9)$$

임을 알 수 있으며, 여기서 타우적분  $G(x)$ 의 역함수  $G^{-1}(x)$ 를 이용하면,  $\rho_2$ 는

$$\rho_2 = G^{-1} \left[ G(\rho_1) + \frac{\tau_{12}}{\tau_c} \right] \quad (10)$$

와 같이 주어 진다. 그리고 그림 3의 기하학적 관계를 참고하면  $s_{12}$ 는,

$$s_{12} = \sqrt{\rho_2^2 - b^2} - \sqrt{\rho_1^2 - b^2} \quad (11)$$

임을 쉽게 알 수 있다.

한편,  $\mu < 0$ 인 경우에는 상황이 좀 더 복잡하다.  $\rho = \rho_1$ 에서  $\rho = b$ 까지의 광학적 깊이를  $\tau_b$ 라 했을 때, 광자에 부여된  $\tau$ 가  $\tau_b$ 보다 작을 때와 클 때를 구분해야 한다. 첫째,  $\tau \leq \tau_b$ 일 때  $\rho_2 \leq \rho_1$ 이므로 2.1 절의 6번 식은  $\tau_{12} = \tau_c [ G(\rho_1) - G(\rho_2) ]$ 로,  $\rho_1$ 과  $\rho_2$ 의 위치가 바뀌어야 한다. 따라서  $\rho_2 = G^{-1} [ G(\rho_1) - \tau_{12}/\tau_c ]$ 이며, 그림 4를 참고하면  $s_{12}$ 가

$$s_{12} = \sqrt{\rho_1^2 - b^2} - \sqrt{\rho_2^2 - b^2} \quad (12)$$

와 같이 주어짐을 알 수 있다. 둘째,  $\tau > \tau_b$ 일 때는  $\tau$ 를 둘로 쪼개어서 생각할 수 있다.  $\tau_r$ 을  $\tau_r \equiv \tau - \tau_b$ 로 정의하

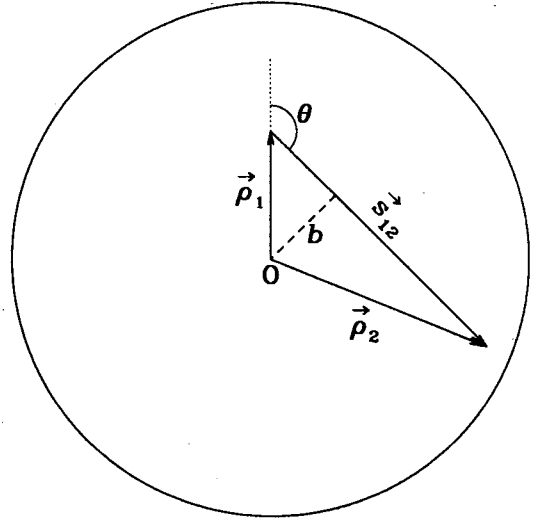


그림 4.—  $\mu < 0$ 일 때  $\rho = b$ 를 경계로  $s_{12}$ 를 찾아가는 방식이 달라진다.

면,  $\tau_r$ 에 대응되는  $s_r$ 은  $\rho = b$ 에서  $\rho = \rho_2$ 까지의 공간적 거리이므로  $\tau_r = \tau_c [ G(\rho_2) - G(b) ]$ ,  $\rho_2 = G^{-1} [ G(b) + \tau_r/\tau_c ]$ ,  $s_r = \sqrt{\rho_2^2 - b^2}$ 의 관계가 성립한다. 또한  $\rho = \rho_1$ 에서  $\rho = b$ 까지의 거리  $s_b$ 는  $s_b = \sqrt{\rho_1^2 - b^2}$ 이므로, 결국 우리가 알고자 하는  $\rho_1$ 과  $\rho_2$  사이의 거리  $s_{12}$ 는,

$$s_{12} = \sqrt{\rho_2^2 - b^2} + \sqrt{\rho_1^2 - b^2} \quad (13)$$

이 된다.

지금까지 11, 12, 13번 식을 통해 우리는 광자의 위치 이동을 나타내는 변위벡터  $\vec{s}_{12}$ 의 크기인  $s_{12}$ 를  $\rho_1$ ,  $\mu$ ,  $\tau$ 의 함수로 표현할 수 있었다. 이제  $\vec{s}_{12}$ 의 방향을 결정하기 위해 단위벡터  $\hat{e}_s$ 를 찾아야 한다.

산란되기 직전의 광자의 진행 방향을  $\hat{e}_r$ 이라 놓으면, 통상적인 구면좌표계  $(r, \theta, \phi)$ 의 정규직교 기저 세트  $\{\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\phi\}$ 는

$$\hat{e}_r = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta),$$

$$\hat{e}_\theta = \frac{\partial \hat{e}_r}{\partial \theta} / \left| \frac{\partial \hat{e}_r}{\partial \theta} \right|,$$

$$\hat{e}_\phi = \frac{\partial \hat{e}_r}{\partial \phi} / \left| \frac{\partial \hat{e}_r}{\partial \phi} \right|$$

로 주어진다(그림 5). 입사된 광자가  $(\Theta, \Phi)$  방향으로 산란된 후 진행하는 방향  $\hat{e}_s$ 는 기저벡터들과

$$\hat{e}_s = \cos \Theta \hat{e}_r + \sin \Theta \cos \Phi \hat{e}_\theta + \sin \Theta \sin \Phi \hat{e}_\phi$$

의 관계를 갖는다. 여기에  $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\phi$ 의 각각의 성분을 대입하여  $\hat{e}_s$ 를  $(x, y, z)$  성분으로 분해하면 다음과 같다.

$$e_{s,x} = \cos \Theta \sin \theta \cos \phi + \sin \Theta \cos \Phi \cos \theta \cos \phi$$

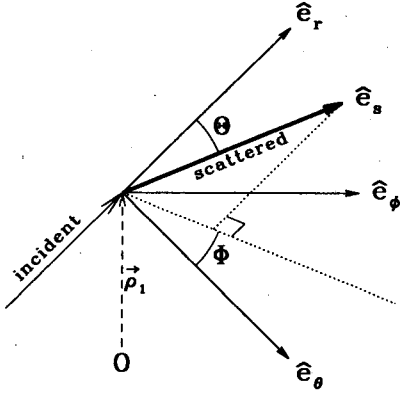


그림 5.— 광자의 입사 방향  $\hat{e}_r$ 과 산란 후 진행 방향  $\hat{e}_s$  사이의 관계

$$-\sin \Theta \sin \Phi \sin \phi, \quad (14)$$

$$e_{sy} = \cos \Theta \sin \theta \sin \phi + \sin \Theta \cos \Phi \cos \theta \sin \phi + \sin \Theta \sin \Phi \cos \phi, \quad (15)$$

$$e_{sz} = \cos \Theta \cos \theta - \sin \Theta \cos \Phi \sin \theta. \quad (16)$$

이제 우리는  $s_{12}$ 와  $\hat{e}_s$ 를 알게 되었으므로  $\vec{s}_{12}$ 와  $\vec{\rho}_2$ 를 잇따라 구하게 된 셈이다. 그림 6은, 그림 2와 마찬가지로  $r = R/2$ 에서 가장 밀도가 높고  $R/6$ 의 폭을 갖는 가우시 함수의 밀도 분포를 가정했을 때  $s_{12}$ 의 함수 꼴을 보여 준다(그림 4 참조).

### 2.5. 산란 위상함수 가중치

광자가 산란될 때 방향을 결정해 주는 산란 위상함수  $\Phi(\Theta)$ 는 일종의 확률 분포 함수이다. 즉, 광자의 입사 방향과 산란 방향의 사잇각이  $\Theta$ 가 될 확률이 얼마인지를 알려준다. 이는 2.2 절에서 광자의 수명  $\tau$ 를 정할 때와 마찬가지로 균일 확률 분포를 갖는 난수  $\xi$ 를 써서  $\Phi(\Theta)$ 를 구현할 수 있다. 산란각의 여현  $\cos \Theta$ 를  $\mu$ 라 할 때,  $\Phi(\mu)$ 의 확률을 갖는 변수  $\mu$ 를  $P(\xi)$ 의 확률을 갖는  $\xi$ 로 변수 변환하는 과정은 7번 식과 동일하다. 단지 다른 점이 있다면  $\tau$ 의 범위가  $0 \sim \infty$ 인 데 비해  $\mu$ 의 범위는  $-1 \sim 1$  사이이다. 본 연구에서 성간 티끌의 산란 위상함수로 널리 사용되는 Henyey-Greenstein 함수(Henyey and Greenstein 1941),

$$\Phi_\lambda(\Theta) = \frac{1 - g_\lambda^2}{4\pi[1 + g_\lambda^2 - 2g_\lambda \cos \Theta]^{3/2}} \quad (17)$$

를 도입한다. 여기서  $g_\lambda$ 는 비등방 산란계수로서 파장에 의존하는 양이다.  $g_\lambda = 0$ 은 등방 산란,  $g_\lambda = 1$ 은 완전 전방

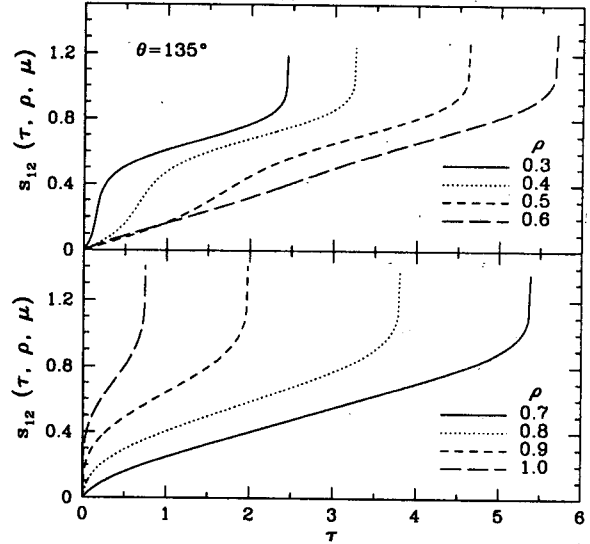


그림 6.— 광자의 이동거리  $s_{12}$ . 그림 4의  $\theta = 135^\circ$ 인 경우에 대한 결과이다.

산란,  $g_\lambda = -1$ 은 완전 후방 산란을 각각 의미한다. 이를 이용하여 우리는  $\int_{-1}^{\mu} \Phi(\mu) d\mu = \int_0^{\xi} P(\xi) d\xi$ 의 관계로부터 산란각  $\mu$ 와 난수  $\xi$  사이에

$$\mu = \frac{1}{2g_\lambda} \left[ (1 + g_\lambda^2) - \left\{ \frac{1 - g_\lambda^2}{1 - g_\lambda + 2g_\lambda \xi} \right\}^2 \right] \quad (18)$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다. 난수 발생기로부터 얻은 하나의 난수  $\xi$ 를 통해 하나의  $\mu$ 를 얻으면, 이  $\mu$ 의 값이  $\mu \sim \mu + \Delta\mu$  사이에 있을 확률이  $\Phi(\mu)\Delta\mu$ 가 되도록 조절하는 역할을 한다. 만약  $g_\lambda = 0$ 이면, 등방 산란을 의미하는 것이므로  $\mu = 2\xi - 1$ 로 모든 방향에 대해 동일한 확률을 갖는다.

한편, 광자가 티끌에 의해 산란될 당시 우리가 고려해야 할 또 한가지 중요한 요소가 있다. 티끌의 반사도가  $\bar{\omega}_\lambda$ 일 때 광자는  $(1 - \bar{\omega}_\lambda)$  만큼의 흡수당할 확률이 있다는 것이다. 이러한 현상을 코드에 구현하기 위해 우리는 광자의 개수가 가중치를 매기는 방법을 이용하였다(Mattila 1970, Witt 1977). 즉, 한번 산란될 때 마다 광자의 개수(출발 당시에는 1)에  $\bar{\omega}_\lambda$ 를 곱해줌으로써 결국  $(1 - \bar{\omega}_\lambda)$  만큼은 티끌에 흡수되었다는 사건을 기술하도록 하였다.

### 3. 몬테카를로 계산의 눈금조정

몬테카를로 계산에서 얻는 일차 정보는 광자의 “개수”이다. 관측으로부터 알려지는 성운의 표면 밝기나 플럭스는 광자의 개수와 특정한 비례 관계에 있다. 따라서 그 비례 상수를 알아야 우리의 계산 결과를 해석할 수 있는데, 이 과정이 바로 “눈금조정(calibration)”이다.

도입한 성운 모형의 특성에 따라 눈금조정의 내용이 달라진다. 대칭성이 많은 모형일수록 구별하지 않아도 될 변수가 많다. 고려해야 할 변수의 수가 적다는 것은, 적은 개수의 광자만으로 양질의 결과를 얻을 수 있다는 의미가 된다.

우선 관측 자료와 비교 대상이 될 몬테카를로 계산 결과의 형태를 결정하고, 성운 내부 티끌의 분포 모형으로 우리가 채택할 구대칭 모형과 반구 모형에 대하여, 구체적인 눈금조정 방법을 각각 소개한다.

### 3.1. 관측 자료와 비교할 대상

몬테카를로 알고리즘을 모형 성운에 적용하여 얻어낸 한 가지 결과  $f_{MC}(\mu, \tau_\lambda^R, g_\lambda, \tilde{\omega}_\lambda; R)$ 를 “몬테카를로 함수”라 명명하고

$$I_\lambda(\mu; R) \equiv L_\lambda^* \cdot f_{MC}(\mu, \tau_\lambda^R, g_\lambda, \tilde{\omega}_\lambda; R) \quad (19)$$

와 같이 정의한다. 여기서  $I_\lambda(\mu; R)$ 는 성운의 반경이  $R$ 인 곳 즉, 성운의 표면에서 법선 방향에 대해  $\mu$  방향으로 향하는 복사강도이며,  $L_\lambda^*$ 는 광원의 파장  $\lambda$ 에서의 광도이다. 이는  $\mu$ 의 함수로서, 성운의 중심에서  $R$ 까지의 광학적 깊이  $\tau_\lambda^R$ 과 성운 내부 티끌의 특성을 기술하는  $g_\lambda$ 와  $\tilde{\omega}_\lambda$ 에 의존하는 양이다.

투영 각거리  $p$ 에 따른 파장  $\lambda$ 에서의 규격화된 성운의 표면 밝기  $S_\lambda(p)$ 를

$$S_\lambda(\mu) \equiv \frac{I_\lambda^{OBS}(\mu; R)}{10^5 F_\lambda^{*OBS}} \quad (20)$$

로 정의하고(Mathis *et al* 1981), 위에서 정의한 몬테카를로 함수  $f_{MC}(\mu; R)$ 와의 관계를 알아보고자 한다. 여기서 산란광의 복사강도를 지구에서 관측한 값이라는 뜻을 부각시키기 위해  $I_\lambda^{OBS}$ 라 쓰고,  $F_\lambda^{*OBS}$ 는 지구에서 관측한 중심별의 플럭스를 의미한다. 그리고  $10^5$ 는 단순한 규격화 상수이다.

산란광  $I_\lambda^{OBS}$ 는 성운 표면에서 출발한 빛이고 별의 플럭스  $F_\lambda^{*OBS}$  또는 광도  $L_\lambda^{*OBS}$ 는 성운 중심부에서 출발한 빛이라는 점을 고려하면

$$S_\lambda(\mu) = \left[ \frac{I_\lambda(\mu; R)}{L_\lambda^*} \right] \cdot 10^{-5} 4\pi d^2 \cdot e^{\tau_\lambda^R}$$

임을 알 수 있다. 여기서 “눈금조정 계수”  $C_\lambda$ 를 아래와 같이 놓고,

$$C_\lambda \equiv 10^{-5} 4\pi d^2 \cdot e^{\tau_\lambda^R}, \quad (21)$$

19번 식을 활용하면  $S_\lambda(\mu)$ 와  $f_{MC}(\mu; R)$ 의 관계를 얻을 수 있다. 즉,

$$S_\lambda(\mu) = f_{MC}(\mu, \tau_\lambda^R, g_\lambda, \tilde{\omega}_\lambda; R) \cdot C_\lambda \quad (22)$$

의 관계가 성립한다.

### 3.2. 구대칭 모형의 눈금조정

몬테카를로 수치실험에 사용된 광자의 총 개수를  $N_\lambda$ 라 하고 성운 표면에서의 천정각  $\mu \sim \mu + \Delta\mu$  사이로 탈출하는 광자를 수집하여 이를  $n_\lambda(\mu; R) \Delta\mu$ 라 하자. 그러면,  $n_\lambda(\mu; R)$ 을 총 광자수로 나눈 양  $[n_\lambda(\mu; R)/N_\lambda]$ 는 별의 광구에서 출발한  $N_\lambda$ 개의 광자들을 성운 내부의 티끌들이 자신의 산란 특성에 맞게  $\mu$ 에 따라 적절히 분포시켜 놓은 결과이다. 광구에서 빠져나온 총 광자수  $N_\lambda$ 를 별의 총 광도  $L_\lambda^*$ 에 대응되는 양이라고 보면, 에너지 보존의 관점에서

$$\int_0^1 \frac{n_\lambda(\mu; R)}{N_\lambda} d\mu = \frac{L_\lambda^R}{L_\lambda^*} \quad (23)$$

의 관계가 성립해야 한다. 우변의  $L_\lambda^R$ 은 중심별의 광도  $L_\lambda^*$  중에서 성운 내부에서 흡수되지 않고 성운 밖으로 빠져나간 광도를 뜻하는 물리량으로서 성운의  $\tau_\lambda^R, g_\lambda, \tilde{\omega}_\lambda$ 와 티끌의 밀도 분포에 따라 결정된다. 한편, 성운 표면에서의  $\mu$ 에 따른 복사강도  $I_\lambda(\mu; R)$ 은

$$L_\lambda^R = \iiint I_\lambda(\mu; R) \mu d\Omega da$$

로 정의된다. 그런데, 구대칭이 성립하는 복사장이려면 방향각  $\phi$ 에 대한 의존도는 없으므로 우변의  $\iint d\Omega$  적분 중  $\int d\phi = 2\pi$ 를 따로 분리할 수 있다. 또한 “구대칭”이라는 의미는 구면의 모든 위치에서 복사강도가 동일한  $\mu$  의존성을 갖는다는 뜻이므로  $\int da = 4\pi R^2$ 이 빠져나올 수 있다. 정리하면,

$$L_\lambda^R = 2\pi \cdot 4\pi R^2 \int_0^1 I_\lambda(\mu; R) \mu d\mu \quad (24)$$

가 된다. 23번과 24번 식에서  $L_\lambda^R$ 을 소거하면,

$$\int_0^1 I_\lambda(\mu; R) \mu d\mu = L_\lambda^* \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^1 \frac{n_\lambda(\mu; R)}{N_\lambda} d\mu \quad (25)$$

가 된다.

우리는 에너지 보존의 관계로부터 눈금조정 과정을 여기까지 끌어왔다. 그러나 아직 우리가 원하는  $I_\lambda(\mu; R)$ 와  $[n_\lambda(\mu; R)/N_\lambda]$  사이의 직접적인 관계를 맺어준 것은 아니다. 실제 성운 내에서 광자가 티끌 입자들 사이를 진행해 나가는 물리적 과정과 우리가 수행한 몬테카를로 방식의 모의실험 과정이 같은 절차를 밟는 것이라고 가정한다면, 실제 광자의 진행 과정에서 만들어진 복사강도의  $\mu$  의존성과 몬테카를로 실험에서 얻어진 광자 개수의  $\mu$ 에 따른 분포를 같은 것이라고 판단할 수 있다. 따라서 위 식의 양변에서 적분기호를 떼어버릴 수 있으므로

$$I_\lambda(\mu; R) = L_\lambda^* \left[ \frac{n_\lambda(\mu; R)}{N_\lambda} \right] \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \quad (26)$$

의 관계를 얻는다. 이것으로 우리는 19번 식에서 정의한, 몬테카를로 함수  $f_{MC}(\mu; R)$ 를 구대칭 모형에 대하여 구체적으로 표현할 수 있게 되었다. 즉,

$$f_{MC}(\mu; R) = \left[ \frac{n_\lambda(\mu; R)}{N_\lambda} \right] \cdot \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} \quad (27)$$

실제 코드에서  $n_\lambda(\mu)$ 를 얻기 위하여 우리는 두 가지 방법을 선택할 수 있다. 첫째는 광자가 탈출하는 순간에 탈출 방향이 표면의 법선 방향과 이루는 각을 조사하여 직접  $\mu$ 에 따른 분포를 구하는 방법이고, 둘째로는 탈출 순간에 광자의 진행 방향이 지니고 있는  $b$ 를 조사하는 방법이다.  $b \sim b + \Delta b$  사이의 광자 개수를 모으고 이를  $n_\lambda(b) \Delta b$ 라 두면,  $n_\lambda(\mu) = n_\lambda(b) |db/d\mu|$ 의 관계가 성립하므로  $n_\lambda(b)$ 를  $n_\lambda(\mu)$ 로 환산할 수 있다. 이 두 가지 방법을 코드에 시험해 본 결과는 동일하였다. 그러나 투영 각거리  $p$ 로 조사되어 있는 관측 자료와 비교한다는 측면에서 볼 때  $b$ 로 일하는 것이 더 편리할 것이다.

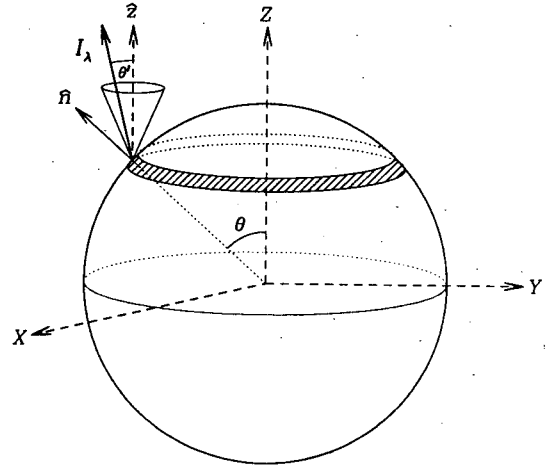


그림 7.—  $Z > 0$ 인 영역에서만 산란이 이루어지는 반구 모형의 경우 완전 구대칭이 성립하지 않고 그림의 빗금친 부분에서만 복사의 세기가 일정하다. 관측자의 방향을  $Z$ 축으로 설정하였으므로, 계산과정에서  $Z$ 축을 향하는 광자들만 수집해야 한다.

### 3.3. 반구 모형의 눈금조정

반구의 꼭대기에서 보면 구대칭 모형과 반구 모형이 기하학적으로 크게 다르지 않을 것 같은 느낌이 든다. 그러나 복사장의 입장에서 보면 대단한 차이가 존재한다. 대표적으로 표면에서의 방향각  $\phi$ 에 따라 일정한 복사강도를 갖지 않는다는 점이다(그림 7 참조). 따라서 몬테카를로 수치실험을 수행하고 그 결과를 해석하기 위한 눈금조정에 매우 다른 해석이 필요하다. 그러나 반구 모형의 경우 구대칭성이 깨어졌다 하더라도 우리가 활용할 수 있는 기하학적 인점이 전혀 없는 것은 아니다. 우리가 도입하려는 반구 모형은  $Z$ 축에 관측자가 있고  $Z < 0$ 인 공간은 고밀도 분자운이 자리잡고 있어서 광자들이 흡수되어 버리고 떠돌아 다니지 못하는 상황이라고 보는 것이다. 따라서  $Z \geq 0$ 인 영역에서는 아직 구대칭성의 일부를 지니고 있다. 그림 7에서 볼 수 있듯이  $Z$ 축 방향에서 바라보는 관측자에게는 빗금친 면적 내의 모든 점이 동일한 성격을 띠게 된다. 이것이 우리가 활용할 수 있는 유일한 대칭성이다.

그림 7에서, 표면에서의  $\mu$  위치에서  $\Delta\mu$ 의 간격을 갖는 빗금친 띠의 면적  $\Delta A$ 를 통해  $Z$ 축 방향으로  $\Delta\Omega$ 의 입체각 범위로 방출되는 파장  $\lambda$ 에서의 광도를  $\Delta L_\lambda^R$ 이라 하자. 여기서  $\Delta L_\lambda^R$ 의 단위를 살펴보면 일반적인 광도의 단위인  $[\text{ergs s}^{-1}]$ 이다.  $\Delta\mu$ 의 간격을 갖는 띠에서 정의된 양이라고 해서  $\mu$ 의 단위 [radian]을 갖는 것은 아니라는 점에 유의해야 한다. 그림 7에서처럼 이 띠 위의 한 점에서  $\hat{z}$  방향으로 그려진 깔때기 모양의 입체각 내부로 진행되는 복사 강도를  $I_\lambda^R(\mu; \mu', \phi')$ 로 표현하자. 엄밀히 보면,  $\mu$ 는 복사의 방향을 나타내는 변수가 아니라 복사강도가 정의된 위치를 지시한다. 그래서 복사의 방향을 주는 변수는  $\mu'$ 와  $\phi'$ 로 표시했다. 그림 7에서는 복잡함을 피하기 위해  $\phi'$ 는 표현하지 않았으나  $\hat{z}$ 을 중심으로 한 바퀴 회전할 수 있는

변수  $\phi'$ 가 존재한다.  $I_\lambda^R(\mu; \mu', \phi')$ 와  $\Delta L_\lambda^R$ 의 각각의 정의에 따라 두 물리량 간의 관계를 맺어보면,

$$\Delta L_\lambda^R(\mu) = \iiint I_\lambda^R(\mu; \mu', \phi') \cos(\theta - \theta') d\Omega' da \quad (28)$$

로 표현된다. 여기서 적분  $\iint da$ 는 빗금친 띠의 면적인  $\Delta A$ 에서 수행되며,  $\iint d\Omega'$ 는 적당히 잡은 깔때기 크기인  $\Delta\Omega$ 의 입체각 내에서 이루어진다.

가운데 끼워넣은  $\cos(\theta - \theta')$ 는 복사의 진행 방향이 떠상의 법선 벡터  $\hat{n}$ 에 대해  $(\theta - \theta')$ 만큼 기울어진 효과를 플럭스 계산에 고려되도록 곱해준 양이다. 그러나 우리가 깔때기의 크기를 적당히 작게 잡으면,  $\cos(\theta - \theta') \approx \cos\theta$ 로 써도 좋다. 수학적으로 면적  $\Delta A$ 와 입체각  $\Delta\Omega$ 를 무한소로 잡으면 이것이 곧 복사강도의 엄밀한 정의가 된다. 즉,

$$\lim_{\substack{\Delta A \rightarrow 0 \\ \Delta\Omega \rightarrow 0}} \left[ \frac{\Delta L_\lambda^R(\mu)}{\Delta A \cdot \Delta\Omega} \right] = I_\lambda(\mu; R).$$

그러나 실제적으로 우리가 다루는 복사강도란 적당히 잡은 면적  $\Delta A$ 와 적당히 좁은 입체각  $\Delta\Omega$ 에서 정의된 평균값을 의미한다. 산란광 관측에서 우리가 얻게 되는 표면 밝기 역시 이런 의미의 복사강도이다. 따라서 우리는 28번 식의 적분을 수행하기 위해 그림 7에서 표현된 것과 같이 성운 표면의  $\mu$  위치에서  $\Delta\mu$ 의 폭을 갖는 띠의 면적  $\Delta A$ 와 입체

각  $\Delta\Omega$  내에서의 평균 복사강도를  $I_{\lambda}^{\text{avg}}(\mu; R)$ 로 정의한다. 그러면 28번 식은 다음과 같이 가벼운 꼴로 줄어든다.

$$\Delta L_{\lambda}^R(\mu) = I_{\lambda}^{\text{avg}}(\mu; R) \cdot \Delta\Omega \cdot \Delta A \cdot \mu. \quad (29)$$

한편, 몬테카를로 계산에서 우리는 성운 표면의  $\mu$  위치에서  $\mu \sim \mu + \Delta\mu$  사이에 해당하는 면적  $\Delta A$ 를 거쳐나가는 광자들 중,  $\hat{\varepsilon}$  방향을 기준으로 적당히 좁게 잡은 입체각  $\Delta\Omega$  내로 탈출하는 광자들을 따로 검출해서  $n_{\lambda}(\mu; R)$  안에 기록해 둔다. 이제부터 전개될 줄거리는 바로 앞 절에서 다루었던 구대칭 모형에서와 유사하다. 즉, 광자의 비등방 산란 과정과 몬테카를로 방식의 수치실험 과정의 유사성을 근거로 다음의 등식을 성립시키면,

$$\int_{\mu}^{\mu+\Delta\mu} \frac{n_{\lambda}(\mu; R)}{N_{\lambda}} d\mu = \frac{\Delta L_{\lambda}^R(\mu)}{L_{\lambda}^*},$$

여기에서 우리는

$$\Delta L_{\lambda}^R(\mu) = L_{\lambda}^* \left[ \frac{n_{\lambda}(\mu; R)}{N_{\lambda}} \right] \cdot \Delta\mu \quad (30)$$

를 얻을 수 있다. 이를 29번 식과 결합하면 아래와 같이, 몬테카를로 계산에서 헤아려 놓은 광자의 개수를 물리적 의미를 지니는 복사강도로 변환할 수 있다.

$$I_{\lambda}^{\text{avg}}(\mu; R) = L_{\lambda}^* \left[ \frac{n_{\lambda}(\mu; R)}{N_{\lambda}} \right] \cdot \frac{\Delta\mu}{\Delta\Omega} \cdot \frac{1}{\Delta A} \cdot \frac{1}{\mu} \quad (31)$$

이제 이를 19번 식에서 정의한  $I_{\lambda}(\mu; R)$ 와 비교하면, 최종적으로 반구 모형에 대한 다음과 같은 몬테카를로 함수를 유도할 수 있다.

$$f_{\text{MC}}(\mu; R) = \left[ \frac{n_{\lambda}(\mu; R)}{N_{\lambda}} \right] \cdot \frac{\Delta\mu}{\Delta\Omega} \cdot \frac{1}{\Delta A} \cdot \frac{1}{\mu}. \quad (32)$$

위에서 우리는 평균 복사강도  $I_{\lambda}^{\text{avg}}(\mu; R)$ 를 19번 식의 엄밀하게 정의된 복사강도와 같게 놓았다. 이렇게 놓은 것 자체는 옳지 못한 방법이나 19번 식의 복사강도는 결국 관측 자료가 주는 성운의 표면 밝기로 대치될 것이며, 그것 역시 적당히 취한 평균값이므로 우리가  $\Delta A$ 와  $\Delta\Omega$ 를 적당히 좁게만 잡으면 32번 식을 얻기 위해 우리가 행한 처사에 아무런 손색이 없다.

광자를 수집할 범위의 입체각  $\Delta\Omega$ 를 고려해 주기 위해 우리는 갈때기 폭의 반각을  $\theta_c$ 로 놓았다. 그러면  $\Delta\Omega$ 는  $\Delta\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta_c)$ 로 표현된다. 한편, 띠의 면적  $\Delta A$ 는  $\mu$ 의 간격  $\Delta\mu$ 와 다음의 관계가 있다.  $\Delta A \cdot \mu = 2\pi R^2 \cdot \Delta\mu$ . 그리고 상황의 편리에 따라  $\mu \cdot \Delta\mu$ 를 구현하기 위해  $b \cdot \Delta b$ 를 써도 마찬가지이다.

한가지 더 확인해 볼 사실은, 반구 모형에서 얻은 몬테카를로 함수에서  $\Delta\Omega_{\text{max}} = 4\pi$ ,  $\Delta A_{\text{max}} = 4\pi R^2$ ,  $\Delta\mu_{\text{max}} = 2$ 로 극단적인 상황까지 몰고갔을 때, 앞 절의 27번 식에서 얻은 완전 구대칭 모형에서의 몬테카를로 함수를 재현할 수 있는지의 여부이다. 대입해 보면, 32번 식은 이러한 조건을 잘 만족시킨다.

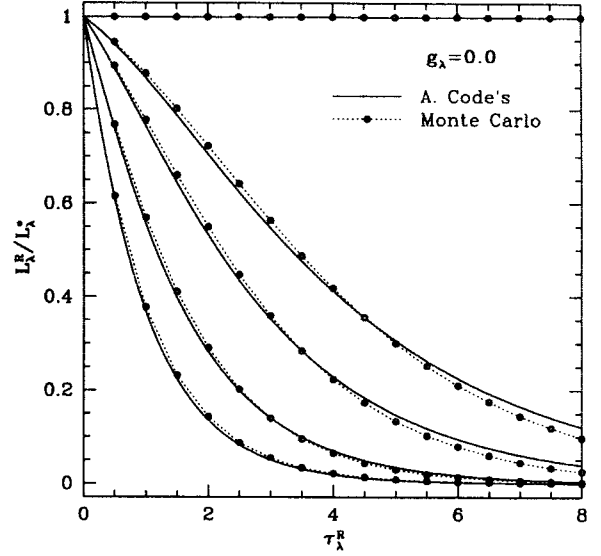


그림 8.— 표면에서 중심까지의 광학적 깊이가  $\tau_{\lambda}^R$ 인 구형의 성운 표면으로 방출되는 광도.  $g_{\lambda} = 0.0$ 인 경우. 중심별의 광도  $L_{\lambda}^*$ 로 규격화했다. 4쌍의 곡선들은 아래에서부터 순서대로  $\bar{\omega}_{\lambda} = 0, 0.5, 0.8, 0.9$ 의 경우에 해당된다. 그리고 윗변 바로 아래 위치한, 점이 찍힌 수평선은  $\bar{\omega}_{\lambda} = 1$ 인 경우로서 중심별에서 방출된 모든 에너지가 성운 표면까지 전달되었음을 나타낸다.

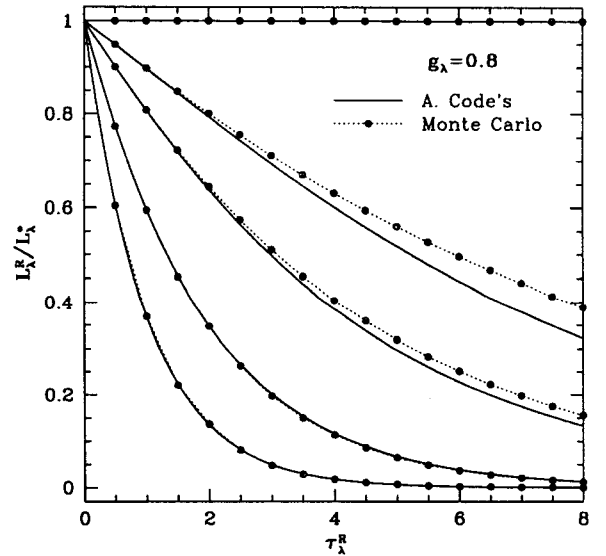


그림 9.— 표면에서 중심까지의 광학적 깊이가  $\tau_{\lambda}^R$ 인 구형의 성운 표면으로 방출되는 광도.  $g_{\lambda} = 0.8$ 인 경우. 중심별의 광도  $L_{\lambda}^*$ 로 규격화했다. 4쌍의 곡선들은 아래에서부터 순서대로  $\bar{\omega}_{\lambda} = 0, 0.5, 0.8, 0.9$ 의 경우에 해당된다.



4. 몬테카를로 계산의 검증

완성된 코드의 성능을 검증하기 위하여 몇 가지 시험을 수행하였다. 첫째로, 별을 둘러싸고 있는 티끌 구각에 의한 에너지 흡수 효과를 계산해 보았다. 광원에서 방출되는 파장  $\lambda$ 에서의 총광도를  $L_\lambda^*$ 라 하면, 이 별빛이 주위의 티끌 층을 통과하는 동안 일부는 흡수되고 일부만 빠져나갈 수 있다. 이때 빠져나가는 비율  $L_\lambda^R/L_\lambda^*$ 은 완전히 티끌의 특성과 광학적 깊이  $\tau_\lambda^R$ 에 의존하게 된다. Code(1973)는 빛의 흐름이 전진과 후진으로 두 방향만 있다는 가정 아래 다음과 같은 해석적인 근사식을 제시했다.

$$\frac{L_\lambda^R}{L_\lambda^*} = \frac{2}{(1+A)e^{B\tau_\lambda^R} + (1-A)e^{-B\tau_\lambda^R}}, \quad (33)$$

$$A = \sqrt{(1-\tilde{\omega}_\lambda)/(1-\tilde{\omega}_\lambda g_\lambda)},$$

$$B = \sqrt{(1-\tilde{\omega}_\lambda)(1-\tilde{\omega}_\lambda g_\lambda)}.$$

몬테카를로 코드에서는 광원에서 내보낸 총 광자 수와 최종적으로 티끌 매질을 빠져나간 광자 수의 비를 헤아리면 이것이 결국  $L_\lambda^R/L_\lambda^*$ 에 대응되는 양이 된다. 그림 8은  $g_\lambda = 0$ 일 때, 각각의 티끌 반사도에 따라 몬테카를로 계산과 33번 식을  $\tau_\lambda^R$ 의 함수로 비교한 것이다. 대부분의 구간에서 몇 퍼센트 이내로 잘 일치함을 알 수 있다. 그러나  $g_\lambda = 0.8$ 인 경우를 비교한 그림 9에서는  $\tilde{\omega}_\lambda$ 값이 커질수록 Code(1973)의 근사식과 몬테카를로 계산의 결과의 차이가 점점 벌어짐을 볼 수 있다. 33번의 근사식을 구하기 위하여 복사의 흐름이 전진과 후진의 두 방향밖에 존재하지 않는다고 가정했기 때문에 등방산란( $g_\lambda = 0$ )의 경우에는 잘 적용될 수 있겠지만 그림 9와 같이 매우 강하게 전방산란을 일으키는( $g_\lambda = 0.8$ ) 매질에서는 적절한 근사가 되지 못할 것이다. 그림 9의 두 결과의 차이에서 우리는 이러한 사실을 확인할 수 있다.

둘째로, 계산된 결과를 관측 자료와 비교하기 위해서는 성운 바깥 쪽에서 본 투영 거리에 따른 표면 밝기의 분포를 알아야 한다. 이를 위해서 우리는 구대칭 모형에 대하여 준확산 방법(QDM; Leung 1975, Hong *et al* 1998)을 이용한 계산과 비교하였다. QDM 계산은 복사장의 방향성을 알기 위해 계의 대칭성을 교묘하게 활용한 방법으로, 광원과 산란체의 분포가 구대칭을 갖는다는 조건을 만족해 주지만 하면 매우 빠르고 효율적으로 복사장의 세기를 계산해 낼 수 있다. QDM과 몬테카를로 계산의 결과를 비교하기 위하여 광원과 티끌을 동일하게 구대칭 모형으로 설정하고, 얻은 계산 결과를 그림 10에 비교해 놓았다. 그림의 아래 위 두 부분은 각각 비등방 산란계수  $g$ 를 0.8, 0.5로 달리한 경우이다.  $g = 0.8$ 일 때에는 대부분의 구간에서 잘 일치하는 반면,  $g = 0.5$ 인 경우에는 중심부 쪽에서 차이가 벌어지는 것을 볼 수 있다. 이는 준확산 방법이 갖는 계산 기법상의 문제인 것으로 추정된다. 왜냐하면, 준확산 방법에서는 미분 방정식의 해를 찾기 위해 ‘반

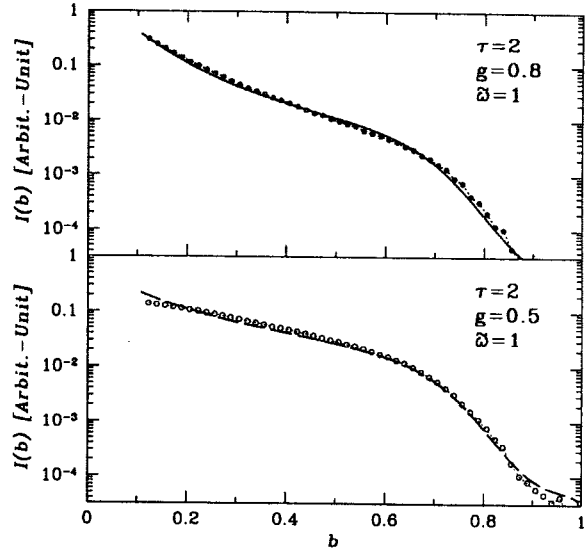


그림 10.— 구대칭 모형에 대한 QDM 계산 결과와 몬테카를로 결과의 비교. 두 그림에서 원으로 표현한 쪽이 몬테카를로 결과이고 선으로 그린 쪽이 QDM이다.

복’의 과정을 여러 차례 거치게 되는데, 이 과정에서 인접 지점의 값과 평탄화(smoothing) 효과가 나타나게 된다. 그림 10에서  $b \leq 0.1$  영역은 중심부의 광구를 직접 접하는 시선 방향이므로  $b = 0.1$ 을 경계로 밝기가 비약적으로 증가한다. 이로 인해  $b \sim 0.1$  부근에서 QDM 계산이 실제보다 더 큰 값을 산출해 내게 된다. 이에 비해 강한 전방 산란의 경우인  $g = 0.8$ 일 때에는  $b \sim 0.1$  부근에서 본래의 복사장의 세기가 커지기 때문에 평탄화 효과가 계산 결과에 크게 영향을 미치지 못한다.

종합적으로 평가해 볼 때, 전반적인 영역에서 몬테카를로 계산 결과와 QDM의 결과가 잘 일치함을 알 수 있으며, 부분적으로 QDM 계산이 극복하기 어려운 문제에서도 몬테카를로 코드는 무리없이 계산되는 것으로 판단된다.

본 연구의 계산은 주로 서울대학교 공동기기원의 ‘Ultra 60’ 컴퓨터에서 이루어 졌다. 그림 10의 계산을 위해 몬테카를로에서는 50만 개의 광자를 써서 약 10초 만에 결과를 얻을 수 있었으며, QDM의 경우 대기 층을 200 등분하여 약 50초의 시간을 들여 결과를 얻었다. 이러한 종류의 계산에서는 결과의 신빙성 뿐만아니라 소요 시간에 있어서도 몬테카를로 코드가 QDM 코드에 비해 훨씬 더 경제적인을 알 수 있다.

5. 토의 및 결론

본 연구에서 개발한 몬테카를로 코드는 처음부터 오리는 성운의 자외선 산란광 분석을 목적으로 만들어졌기 때문에 현재로서는 특정한 기하학적 모형 즉, 구대칭 모형과 반구

형의 밀도 분포 모형에만 적용할 수 있도록 설정되어 있다. 따라서 앞으로 외부에 광원이 존재하는 반사성운이나 암흑성운 내부로 침투해 들어가는 성간 복사장 등을 기술하기 위해서는 약간의 수정이 필요하다. 특히 광학적 깊이를 계산하기 위한 적분 수행 부분과 관측값과 비교를 위한 눈금 조정의 과정이 완전히 새로 구성되어야 할 것이다. 현재 우리의 몬테카를로 코드에서는 성운의 가장자리에서의 복사의 세기만을 얻어 낼 수 있다. 그러나 성간운 내부에서의 물리적, 화학적 환경을 조사하기 위해서는 깊이에 따른 복사장의 세기에 대한 정보가 필수적이다. 이는 우리가 해결해야 할 중대한 문제 중에 하나이다. 또한 우리의 코드는 연속 복사 전달에만 적용될 수 있도록 구성되어 있다. 앞으로는 기능을 확장하여 성간 분자선들의 복사 전달에도 활용될 수 있기를 기대한다.

현재 상태로 우리의 몬테카를로 복사전달 코드는, 선행 연구를 통해 신뢰성이 입증된 QDM 수치 코드와 근사적이긴 하나 부분적으로 옳은 결과를 주는 해석해(Code 1973)와의 비교 시험에서 합리적인 결과를 제시한다. 따라서 우리는 이를, HII 영역이나 암흑 성간운 내부의 비등방 산란 매질에서의 복사전달의 문제를 해결하는 데에 유용한 도구로 활용할 수 있으리라 확신한다.

이 연구의 계산과 화상처리의 일부는 한국과학재단 특성화장려사업의 지원을 받는 서울대학교 기초과학교육연구 공동기기원의 시설을 사용하여 수행되었음.

### 참고문헌

- 김재삼 1995, 몬테카를로 방법의 물리학적 응용, 대우학술총서
- Anderson C. M. 1970, ApJ, 160, 507
- Code A. D. 1973, in Proc. of IAU Symposium # 52, *Interstellar Dust and Related Topics*(Dordrecht:Reidel) ed. by J. M. Greenberg and H. C. van de Hulst, p.505
- Egan M. P., Leung C. M. and Spagna G. F., Jr. 1988, *Comp. Phys. Comm.*, 48, 271
- Flannery B. P., Roberge W. and Rybicki G. B. 1980, ApJ, 236, 598
- Heney L. G. and Greenstein J. L. 1941, ApJ, 93, 70
- Hong S. S., Kwon S. M., Park Y.-S. and Park C. 1998, *Earth Planets Space*, 50, 487
- Lee K. W. and Lee H. W. 1997, MNRAS, 292, 573
- Leung C. M. 1975, ApJ, 199, 340
- Mathis J. S. 1970, ApJ, 159, 263
- Mathis J. S., Perinotto M., Patriarchi P. and Schiffer III F. H. 1981, ApJ, 249, 99
- Mattila K. 1970, A&A, 9, 53
- Witt A. N. 1977, ApJ, 35, 1