

화학 공정의 제어성의 구조적 분석에 관한 연구

이 병 우 · 김 윤 식 · 윤 인 섭

서울대학교 공과대학 응용화학부
(1999년 4월 28일 접수, 1999년 5월 11일 채택)

A Study on the Structural Analysis of Controllability in Chemical Processes

Byung Woo Lee, Yoon Sik Kim and En Sup Yoon

Division of Chemical Engineering, Seoul National University
(Received 28 April 1999 ; Accepted 11 May 1999)

요 약

화학 공정은 그 특성상 비선형성이 크고, 다변수 시스템이며, 그 구조가 복잡하다. 그러나 현재까지 개발된 제어성 평가 방법들은 제어성의 평가 방법이 복잡하고, 평가에 필요한 정보가 설계의 초기 단계에서는 알 수 없는 경우가 많다. 따라서 공정 및 공장 설계 과정에서 제어성의 평가 및 향상 단계를 적절하게 도입하기 위해서는 이를 위한 절차에 대한 연구가 필요하다. 초기 설계 단계에서의 정보를 이용하여 제어성을 평가하기 위해서는 공정 구조를 분석하는 것이 가장 효율적이다. 입력 변수와 출력 변수가 얼마나 직접적으로 영향을 주는가를 나타내는 척도로는 상대 차수가 있다. 열교환망 합성에서 상대 차수를 이용한 구조적 제어성 분석 방법이 설계 초기 단계에서 효율적임을 알 수 있었다.

Abstract - Chemical processes are highly nonlinear, multivariable systems and have complex structures. However, the controllability evaluation procedures are complicated, and the required information is very often unknown at the early design stage. Therefore, it is necessary to develop a procedure to evaluate and enhance controllability while designing processes and plants. To evaluate controllability in the design stage, it is most efficient to analyze process structure. Relative order can be used as a measure of 'physical closeness' between input and output variable. Structural controllability analysis using relative order is shown to be effective in a case study of heat exchanger network synthesis.

Key words : structural controllability, relative order, heat exchanger network

1. 서 론

공정은 수요, 운전 조건, 원료 등의 변화에 따라서 경제적이며 동시에 안전하게 운전하도록 설계되어야 한다. 이러한 변화 사항은 공정의 운전 중에는 조정 제어(regulatory control) 또는 감독 제어(supervisory control)에 의해서 제어된다. 그러나 제어 시스템의 성능은 제어기뿐만 아니라 공정 자체에도 의존하게 된다. 즉, 설계 단계에서 제어에 필요한 조건이 만족되지 않은 상태에서 제한된 제어기의 성능으로는 원하는 제어 능력을 가진다고 확신하기 어렵다.

제어 능력은 두 종류로 구별할 수 있다. 하나는 유연성(flexibility)으로서, 이것은 정상 상태(steady state)에서 새로운 상황을 처리할 수 있는 능력이다. 다른 하나는 제어성(controllability)으로서, 조업 상태간의 동적인 상태 전환을 허용 가능한 방법으로 할 수 있는 능력이다. 제어성은 공정이 다양한 운전 조건 사이를 허용 가능한 거동을 통하여 동적으로 전이할 수 있는 능력을 뜻한다. 정의에 따르면, 이 제어성은 제어기에 상관없이 공정 자체에 따라 결정된다. 제어성과 관련된 단어로는 전환성(switchability)라는 용어가 있으며, 이것은 원하

는 두 상태 사이의 이동이 얼마나 용이한지를 나타낸다.

화학 공정은 그 특성상 비선형성이 크고, 다변수 시스템이며, 그 구조가 복잡하다. 그러나 현재까지 개발된 방법들은 제어성의 평가 방법이 복잡하고, 평가에 필요한 정보가 설계의 초기 단계에서는 알 수 없는 경우가 많다. 이런 이유로 해서 제어성 평가가 전체적인 공정의 설계 과정에서 적절하게 이용되지 못하고 있다. 따라서 공정 및 공장의 설계시에 제어성의 평가 및 향상을 도입하기 위해서는 이를 위한 절차에 대한 연구가 필요하다.

2. 현재 사용되고 있는 제어성 평가 방법

2.1. 정상 상태에 기반한 제어성 평가

Fisher 등은 설계 단계의 초기 단계에서 공정의 제어성을 평가하는 체계적인 방법을 연구하였다. 이 연구에서는 대안을 선택하기 위해서 경제적인 불리함(penalty)을 준다. 또, 제어성을 향상시키는 방안으로는 조작 변수를 추가하기 위해서 공정을 개선하거나, 제약 조건이 공정에서 발생하는 외란에 의해서 적용되지 않도록 장치를 초과 설계(overdesign)하거나, 중요도가 가장 낮은 변수의 최적화를 하지 않는 방법을 제안했다. 이들의 제어성 분석의 목적은 설계 대안 중에서 가장 경제적 불리함이 낮은 것을 결정하는 것이다.

열 교환기 네트워크에 대한 제어성 문제는 Marsell 등에 의해서 처음으로 정의되었다. 여기에서는 스트림의 유량과 온도 변화를 최대 에너지 효율을 가지도록 처리하는 설계 절차가 제안되었다. Georgiou와 Floudas는 비용을 낮추면서 외란을 완전히 제거할 수 있는 열교환망 합성에서 총괄구조(superstructure)를 이용하는 접근 방식을 통한 절차를 제안하였다. 외란을 완전히 제거할 수 없는 경우에는 외란의 전파를 최소화한다. Shinnar는 제어성의 개념에 모델의 부정확성과 많은 중요한 공정 변수들이 실제로는 측정되지 않을 수 있다는 점을 고려하였다.

2.2. 선형 동적 모델에 기반한 제어성 평가

제어성 평가의 목적은 여러 종류의 설계에서 최적의 제어기 변수와 도달한 최적 성능을 비교하기 위해서 제어성의 척도를 찾는 것이다. 이를 위해서는 공정의 선형 동적 모델, 원하는 페루프 성능(closed-loop performance)에 관련된 몇 가지 성능 목표, 제어기 구조의 몇 가지 조건이 필요하다. 최적 제어에서 전통적으로 사용되어 온 목적 함수는 적분자승오차(integral

square error(ISE))다. ISE 자체는 실제 그다지 중요하게 사용되지 않는다. Lee 등은 ISE, 출구 응답의 최대 변위, 제어 변수의 최대 크기, 포화 크기의 여러 평가 기준을 사용했다. 그러나 평가 방법은 다변수 계에서는 매우 복잡하게 된다. 제약 조건이 있는 최적 제어에서는 여러 개의 국부 최적점(local optimum)들이 존재하게 되므로 다루기가 더욱 어렵다.

이러한 단점들은 제어 목표를 성능의 강건함으로 놓고 제어기 구조에 대한 제약을 제거하면 크게 감소시킬 수 있다. H_{∞} 의 관점에서 보면 목적 함수가 스칼라(scalar)이지만, 이것은 모델의 부정확성, 다양한 출력 값과 조작 변수에 대한 주파수 의존(frequency-dependent) 제약 조건을 표현하도록 쉽게 나타낼 수 있다. 일반적으로 표준화(normalize)한 지표로 구조적 특성치(structured singular value) μ 가 사용되며, 이 값이 1보다 작은 경우는 모델의 부정확성에 의한 영향하에서 만족할 만한 성능을 나타냄을 의미한다.

Skogestad 등은 고순도의 증류탑에 대한 다양한 제어 구조를 구별하기 위한 μ 최적 제어를 사용했으며, Jacobsen 등은 단상 비등점 증류탑의 다양한 설계를 평가하기 위해서 μ 최적 PID 제어를 사용했다. 그러나 의미가 있는 강건한 제어 문제를 만드는 것과 최적 강건 제어를 결정하는 것이 간단하지는 않다. 따라서 μ 분석에서 구할 수 있는 결과와 일치하면서도 간단한 기준을 통해서 설계 대안을 선정하는 연구가 계속되고 있다. 이러한 기준에는 0(zero) 및 시간 지연 분석, 특성치(singular value), 조건수(condition number), RGA(relative gain array) 등이 있다.

Morari[9]는 제어기 설계에 관계없이 가능한 제어 성능을 제한하는 공정의 특성을 알아냈다. 이들은 시간 지연과 우반평면 0(right-half-plane zero)과 같은 비최소상 행동(non-minimum-phase behavior), 작동기(actuator) 한계, 모델 부정확성이다. 경우에 따라서 측정치에서의 잡음(noise)이 가장 강력한 영향을 주기도 한다.

페루프에서 모델 오차에 대한 민감도를 나타내는 지표로서 주파수의 함수로 된 전달 행렬(transfer matrix)의 조건수(condition number)가 Psarris와 Floudas에 의해서 제안되었다. 그러나 이것을 제어성 평가에 사용하기에는 몇 가지 문제가 있다. 가장 큰 문제는 조건수(condition number)와 페루프의 안정성 및 성능에 관련된 모든 조건들이 충분 조건이기는 하지만 필요 조건은 아니라는 것이다. 조건수가 적은 공정의

폐루프 성능(closed loop performance)이 모델의 오차에 민감하지 않은 경향을 보이는 것은 확실하지만, 조건수가 큰 공정이라고 해서 이 공정의 성능이 나쁘다고 확신할 수는 없다.

Skogestad 등은 여러 공정 대안에 대한 상대적인 제어성을 평가하기 위해서 주파수 의존 RGA와 폐루프 외란 이득(closed-loop disturbance gain (CLDG))을 혼합하여 사용하는 것을 제안했다. 이 방법은 여러 사례 연구에 적용되었다. 이 결과는 μ 최적 제어 시스템에서 얻은 폐루프 성능과 잘 일치하는 경향을 보인다. 정상 상태에서의 RGA는 Bristol에 의해서 도입되었으며, 제어성의 지표로 산업계에서 널리 이용되고 있다. 정상 상태에서의 RGA는 다변수 제어 시스템의 오차 한도(fault tolerance)를 나타내지만, 제어성의 지표로는 잘못 인식될 수 있다. CLDG는 Stanley 등에 의해 정의된 상대 외란 이득(relative disturbance gain)에 기초하여 Hovd와 Skogestad가 도입했다. CLDG는 제어 오류와 외란의 관계에 관련이 있으며, RGA는 제어 오류와 목표치(set point) 변화의 관계에 관련이 있다. 많은 경우에 주파수 의존 RGA와 CLDG의 행동을 물리적 관점에서 해석할 수 있다. 이 물리적 해석과 이론적 배경으로 인하여 RGA와 CLDG가 제어성 평가에서 매우 매력적이고 사용하기 용이한 방법으로 사용된다.

Weitz와 Lewin은 근사한 선형 동적 모델을 정상 상태 모사함으로써 제어성과 회복력을 구하였다. 권[1]은 선형화된 공정 모델을 기반으로 조건수(condition number)와 RGA를 이용한 정량적 제어성과 함께 상대 차수를 이용한 구조적 제어성을 동시에 고려하여 화학 공정의 동적 조업성 향상을 위한 절차를 제시했다. Chang[4]은 시간 지연을 고려한 선형 동적 모델을 증류 공정에 적용하여 동적 모사를 수행하지 않고 제어성을 평가하였다.

2.3. 비선형 동적 모델에 기반한 제어성 평가

많은 경우에는 앞에서 언급한 바와 같은, 선형 모델에 기반한 제어성 평가 방법이 매우 비선형적인 시스템이나 선형 제어 시스템이 부족한 경우에도 잘 적용될 수 있다. 일반적으로 공정의 비선형성을 대부분 제거할 수 있는 간단한 정적 비선형 보상기(static nonlinear compensator)를 설계하는 것은 상당히 용이하다. 이렇게 처리한 시스템은 선형 방법으로 분석할 수 있다. 예를 들면 고순도 증류탑은 비선형적인 거동을 보인다. 그러나 상대 조성 편차(relative composition deviation)나 조성의 로그

값(logarithm)을 제어하면, 시스템은 선형 제어 시스템으로도 적절한 성능을 보인다. 이것은 Skogestad와 Morari에 의한 고순도 증류탑에서의 LV 제어에서 알 수 있다.

드문 경우지만, 시스템이 간단한 비선형 변환(transformation)으로 쉽게 수정할 수 없는 비선형 거동을 보일 수도 있다. 예를 들어, 반응기가 변수에 대해서 매우 높은 민감도를 보이거나 약간의 온도 변화에도 매우 높은 온도로 이동할 수 있다. 이 이외에도 시스템이 다중 정상 상태, 한계 사이클(limit cycle), 혼돈 행동(chaotic behavior)을 보일 수도 있다. 비선형적인 특성들을 설계 단계에서 검토하기 위해서는 분기점 분석(bifurcation analysis)과 특성 이론(singular theory)과 같은 비선형 분석 방법이 공정 설계에서 더 많이 사용되어야 한다.

비균등 공비 증류탑(heterogeneous azeotropic distillation column)이 다중 정상 상태를 보이는 것은 잘 알려져 있다. Rovaglio 등은 이러한 다중성(multiplicity)과 변수 민감도(parametric sensitivity)와 관련된 제어 문제를 연구했다. Laroche 등은 이런 현상이 없다고 생각되었던 균등 공비 증류탑(homogeneous azeotropic distillation column)에서의 다중 정상 상태를 발견했다. 시스템이 다중 정상 상태, 한계 사이클, 또는 다른 특이한 동적 거동을 보이지 않는 경우에도 외란이나 조업 변수에서의 조그만 변화에도 매우 민감할 수 있다.

비선형 시스템의 구조적 제어성(structural state controllability)은 시스템의 역변환성(invertibility)과 밀접한 관계가 있다. 일반적인 다중 입출력(MIMO) 비선형 시스템에 대한 역변환에 대한 연구는 Hirschorn에 의해서 이루어졌다. 이 연구에서는 시스템의 역변환을 구하는 알고리즘이 구성되었다. Singh은 다중 입출력 비선형 시스템의 구조적 재현에 대하여 연구하였다. Daoutidis와 Kravaris[5]는 상대 차수(relative order)를 이용한 구조적 제어성 평가 방법을 제안했으나, 여러 공정 대안들의 우열을 판별하기에는 어려움이 많으며 체계적인 평가 절차를 제시하지 못했다. 김[2]은 대수 미분 방정식으로 표현된 비선형 공정의 구조적 제어성을 평가하는 방법을 연구하였다.

3. 구조적 제어성

만일 공정 내에 존재하는 각각의 흐름이 전혀 연결되지 않고 각각 독립적이라면, 한 흐름에 가해진 외란은 공정의 다른 부분으로 전파되지 않아 영향을 주지 않게 되며, 이러한 공정은 제

어가 가능하게 된다. 그러나, 이러한 공정은 경제적인 측면으로 볼 때 매우 불리하며 실제로는 존재하지 않는다. 특히 최근 공정 설계의 방향은 에너지의 효율적인 이용 등을 위해서 단위 공정들 간의 열병합이 많아지는 등, 복잡한 구조를 가지게 되었다. 이에 따라서 설계 초기 단계에서 직관적인 방법으로는 제어성을 평가하기가 어렵게 되었고, 설계가 끝난 후에 제어가 불가능한 공정으로 판명이 나는 경우도 있다.

이러한 복잡한 구조를 가지는 공정에서는 열병합 흐름을 포함해서 단위 공정들 간의 수많은 흐름들 사이에서 상호 연결이 일어나게 된다. 즉, 이는 공정의 일부에서 발생한 외란이 흐름을 따라서 하류 방향으로 넓은 범위로 전파될 수 있는 경로가 매우 많이 존재하게 됨을 의미한다. 이러한 경로를 통해 전파되는 외란에 의해서 공정의 제어성이 심각한 영향을 받는 경우가 있으므로 이에 대한 주의가 필요하다. 이것은 또한 공정의 제어성을 그 공정에서 외란이 전파되어 가는 경로 또는 구조를 조사함으로써 해석이 가능함을 의미하기도 한다. 제어성의 여러 측면 중에서 공정의 구조에 따른 제어성을 구조적 제어성(structural controllability)이라고 한다. Lin 등[8]은 구조적 제어성에 대해서 다음과 같이 정리했다.

- ① 외란이 공정의 다른 부분으로 전파되지 않으면 공정은 구조적으로 완전히 제어 가능하다.
- ② 원하지 않는 심한 외란이 전파되지 않는다면, 공정의 구조적 제어성은 좋다.

이와 같은 구조적 제어성은 다음 면에서 편리하다. 먼저 구조적 제어성의 분석에서는 정량적 제어성 분석에서 필요한 조업 조건, 공정 변수, 또는 수학적 모델이 필요하지 않다. 따라서 공정의 설계 초기 단계에서 완전한 공정의 구조나 모델을 얻기 어려울 때 유용하게 적용될 수 있다. 또한 구조적 제어성의 분석에서는 외란의 전파 경로만 대상으로 삼기 때문에 필요한 정보의 양이 작다. 즉 초기 단계에서의 제어성 분석은 최종적으로 정해진 공정의 구조가 제어 불가능하게 되는 상황을 미리 예방할 수 있으며, 여러 설계 대안 중에서 우선 순위를 미리 정할 수 있으므로 다음 설계 단계에서 고려해야 하는 설계 대안의 수를 줄일 수도 있다.

4. 상대 차수와 유향 그래프

공정의 상태 공간 모델은 유향 그래프(digraph)로 나타낼 수 있다(Lin[7]). 유향 그래프는 일단의 정점(vertex)과 변(edge)으로 정의

된다. 유향 그래프의 경로(path)는 이후에 오는 변의 시작 정점이 이전에 오는 변의 최종 정점이 되도록 구성되는 일단의 변들의 특정 방향 순서이다. 경로에 포함된 변의 수는 그 경로의 길이(length)라고 한다.

유향 그래프의 표현 방법은 공정 변수 간의 상호 의존성만을 나타낸다. 다음 그림은 아래와 같은 구조적 모델을 갖는 동적 시스템에 대한 유향 그래프이다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3) + g_1(x)u \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) \\ \dot{x}_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3) + w_3(x)d \\ y &= h(x_2) \end{aligned}$$

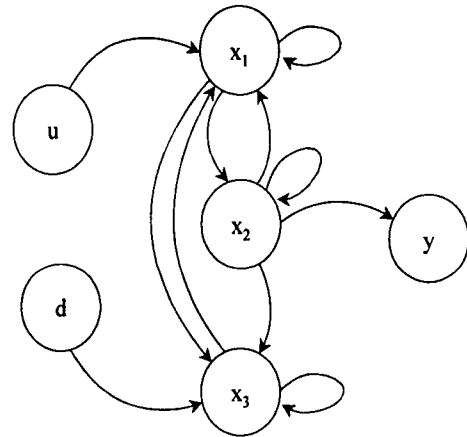


Fig. 1. A Typical Digraph

위의 유향 그래프에서 u 와 y 사이의 가장 짧은 경로를 찾아보면 그 길이가 3이며, d 와 y 사이의 가장 짧은 경로의 길이는 4이다. 상대 차수는 경로의 길이보다 1이 작다. 즉 이들 간의 상대 차수는 각각 2와 3이다. 이러한 상대 차수는 입력 변수의 영향이 출력 변수에 얼마나 직접적인지를 나타낸다. 즉 향상된 제어 수준을 기대하려면 제어하는 출력 변수에 대해서 최소의 상대 차수를 갖는 조작 변수를 선택하는 것이 바람직하다.

5. 열교환망의 제어성 분석

다음은 열교환망 예제이다. 이 공정의 형태는 다음과 같다.

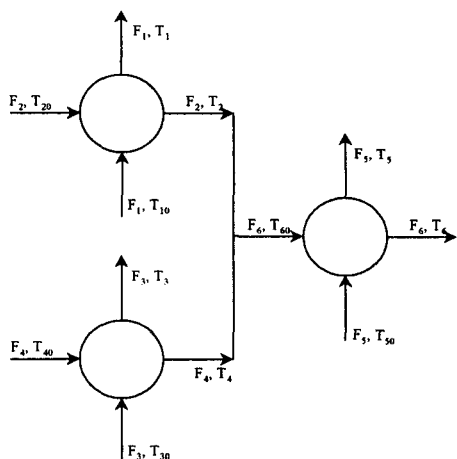


Fig. 2. An Example: Heat Exchanger Network

이 공정은 다음과 같이 동특성을 나타내는 구조적 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{dT_1}{dt} = \phi_1(T_1, T_2, T_{10}, F_1)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \phi_2(T_1, T_2, T_{20}, F_2)$$

$$\frac{dT_3}{dt} = \phi_3(T_3, T_4, T_{30}, F_3)$$

$$\frac{dT_4}{dt} = \phi_4(T_3, T_4, T_{40}, F_4)$$

$$\frac{dT_5}{dt} = \phi_5(T_5, T_6, T_{50}, F_5)$$

$$\frac{dT_6}{dt} = \phi_6(T_5, T_6, T_{60}, F_6)$$

혼합 부분에 정상 상태 조건을 도입한다면 다음과 같다.

$$F_6 = \phi_7(F_2, F_4)$$

$$T_{60} = \phi_8(T_2, T_4, F_2, F_4)$$

따라서 T_6 에 대한 식을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\frac{dT_6}{dt} = \phi_9(T_2, T_4, T_5, T_6, F_2, F_4)$$

이 공정의 제어 목표는 온도 T_1 과 T_6 를 일 정하게 유지하는 것이다. 주 외란은 T_{30} 과 T_{50}

으로 본다. 표기의 편의를 위해서 다음과 같이 정의한다.

$$d_1 = T_{30}, d_2 = T_{50}$$

$$y_1 = T_1, y_2 = T_6$$

사용할 수 있는 조작 변수는 F_1, F_2, F_4 이다. 따라서 조작 입력 변수의 쌍인 $(F_1, F_2), (F_2, F_4), (F_1, F_4)$ 의 세 개의 제어 구조가 가능하다.

대상 공정을 유향 그래프로 표현하면 다음과 같다. 간단하게 만들기 위해서 가능한 조작 입력 변수와 외란에 해당하는 입력 노드(node)만 표시하였다.

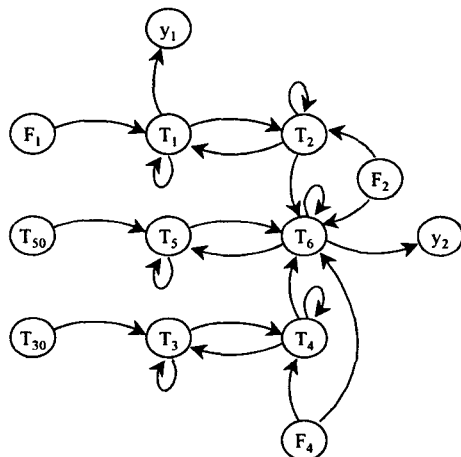


Fig. 3. The Digraph of Heat Exchanger Network Example

세 가지의 제어 구조 대안에 대한 상대 차수는 유향 그래프에 의해 간단히 구할 수 있다.

① 구조 1: $u_1 = F_1, u_2 = F_2$

이때의 상대 차수 행렬은 다음과 같다.

$$M_r = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

② 구조 2: $u_1 = F_2, u_2 = F_4$

$$M_r = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \infty \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

③ 구조 3: $u_1 = F_1, u_2 = F_4$

$$M_r = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \infty \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

외란 입력에 대한 상대 차수를 구하면 다음과 같다.

$$\rho_{11} = \infty, \rho_{12} = \infty \\ \rho_{21} = 3, \rho_{22} = 2$$

조작 입력 벡터에 대한 상대 차수는 다음과 같다.

- ① 구조 1: $r_1 = 1, r_2 = 1$
- ② 구조 2: $r_1 = 2, r_2 = 1$
- ③ 구조 3: $r_1 = 1, r_2 = 1$

세 구조 모두 $r_i < \rho_{ix}$ 이므로 구조적인 관점에서 볼 때 좋은 제어 특성을 가진다. 전체 구조 특성은 구조 2에서 $r_1 = 2$ 이므로, $r_1 = r_2 = 1$ 인 구조 1과 구조 3이 상대적으로 좋다. 상대 차수 행렬은 재배열이 필요없으므로 최적의 입력 출력 쌍을 나타낸다. 구조 2의 경우에 r_{11} 보다 r_{21} 이 작으므로 바람직하지 않은 구조적 결합(coupling)을 보인다. 구조 2와 구조 3의 구조적 결합을 비교하면 구조 3이 약한 구조적 결합을 보인다. 그러므로 다중 루프(multi-loop) 구조에서 구조적으로 가장 좋은 입출력 쌍은 $(F_1/T_1), (F_4/T_6)$ 이다.

6. 결 론

이러한 많은 연구에도 불구하고 화학 공정의 제어성의 평가 및 향상에 관한 연구는 미진하다. 이것은 화학 공정의 특성인 비선형성과 복잡성이 문제가 되기 때문이다. 제어성의 평가 및 향상을 가장 확실하게 수행하는 방법은 대상 공정의 동적 모사를 수행하는 것이다. 그러나 이것은 여러 조업 조건 및 변수들을 필요로 하므로, 설계 초기 단계에서 수행하기는 사실상 불가능하다. 따라서 제어성 평가 및 향상을 설계 단계에서부터 고려하기 위해서는 설계 초기 단계에서 사용할 수 있는 구조적 정보를 분석함으로써 화학 공정의 제어성을 평가하고 이를 향상시키는 절차를 개발하는 것이 필요하다. 이러

한 구조적 분석을 통한 제어성 분석 방법은 열교환망 합성을 통하여 보였다.

감사의 글

본 연구는 포항공과대학교 공정산업의 지능자동화연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금 및 과학기술정책관리소의 지원에 의한 것입니다.

Nomenclature

- d_x : 외란 입력(disturbance input)
- F_i : stream i의 유량(flow rate)
- M_r : 상대 차수 행렬(relative-order matrix)
- r_i : 조작 입력 벡터에 대한 출력 y_i 의 상대 차수
- r_{ij} : 조작 입력 변수 u_j 에 대한 출력 y_i 의 상대 차수
- T_i : stream i의 출구 온도
- T_{in} : stream i의 입구 온도
- t : 시간
- u_j : 조작 입력 변수
- y_i : 출력
- ρ_{ix} : 외란 d_x 에 대한 출력 y_i 의 상대 차수

참 고 문 헌

1. 권 영운: 박사학위논문, 서울대학교, 서울, 대한민국 (1995).
2. 김 윤식: 석사학위논문, 서울대학교, 서울, 대한민국 (1997).
3. 이 병우, 윤 인섭, 김 윤식: '98 추계학술발표회 논문집, 한국가스학회, 31 (1998).
4. Chang T. S.: Ma. Thesis, Seoul National University, Seoul, Korea (1996).
5. Daoutidis, P. and Kravaris, C.: Chem. Eng. Sci., 47, 1091 (1992).
6. Daoutidis, P. and Kumar, A.: AIChE J., 40, 647 (1994).
7. Lin, C.-T.: IEEE Trans. Auto. Control, AC-19, 201-208 (1974).
8. Lin, X. G., Tade, M. O. and Newell, R. B.: Trans. IChemE, 72, 26 (1994).
9. Morari, M.: Chem. Eng. Sci., 38, 1881(1983).