

## 경계요소법을 이용한 다중결합의 SH형 초음파 산란장 해석에 관한 연구

이 준 현\* · 이 서 일\*\*  
(1998년 6월 26일 접수)

### A Study on Scattered Fields Analysis of Ultrasonic SH-Wave from Multi-Defects by Boundary Element Method

Joon-Hyun Lee and Seo-Il Lee

**Key Words:** Nondestructive Evaluation(비파괴평가), SH-Wave(수평횡파), Defect(결합), Inclusion(개재물), Multi-Scattering(다중산란), Boundary Element Method(경계요소법)

#### Abstract

Ultrasonic technique which is one of the most common nondestructive evaluation techniques has been applied to evaluate the integrity of structures by analyzing the characteristic of scattering signal from internal defects. Therefore, a numerical analysis of ultrasonic scattering field due to defect profiles is absolutely needed for the accurate, quantitative estimation of internal defects. In this paper, the SH-wave scattering by multi-cavity defects and inclusion using Elastodynamic Boundary Element Method is studied. The effects of shape and distance of defects on transmitted and reflected fields are considered. The interaction of multi-cavity defects in SH-wave scattering is also investigated. Numerical calculations by the BEM have been carried out to predict near field solution of scattered fields of ultrasonic SH-wave. The presented results can be used to improve the detection sensitivity and pursue quantitative nondestructive evaluation for inverse problem.

#### 1. 서론

구조물 혹은 기계부품에 있어서의 각종 내부결합들의 존재는 초기의 설계수명에 대한 수명단축을 가져오는 주요한 원인이 된다. 특히 최근 발생한 성수대교 붕괴사고 등의 실례에서 보여주는 바와 같이 구조물의 건전성 확보를 위하여 비파괴 검사 기술의 중요성이 크게 대두되고 있고 최근 국내에서도 비파괴 평가 기술과 관련된 다수의 연구결과가 보고되고 있다.<sup>(1~3)</sup>

한편 각종 구조물들의 안전성 확보를 위한 비파괴 검사 기술에는 비교적 다양한 각종 검사 방

법들이 이용되고 있으나 특히, 초음파 응용 기술은 이중에서도 가장 일반적으로 널리 이용되고 있는 대표적인 비파괴 검사 기술이다. 일반적으로 초음파를 이용한 비파괴 평가 기술은 결합에 의한 산란(scattering) 신호를 통해 재료의 건전성을 평가하는 것이므로 보다 정량적인 평가를 위한 주파수, 탐촉자 위치와 같은 측정조건 개선 및 산란신호에 대한 수치해석 연구가 필수적이다. 재료내부에 존재하는 임의 결합에 의한 초음파 산란장 해석에는, 무한체내에서 해석의 용이함에 기인하여 동탄성 경계요소법(Elastodynamic Boundary Element Method)<sup>(4)</sup>이 사용되고 있다. 경계요소법은 수치해석에 의해서 탄성과 산란문제를 다룰 때, 경계 변위값과 응력값에 대한 정확한 결과를 가져다주고, 경계 부분만을 가지고 모델링하기 때문에 복잡한 구조물을 적은 수의 질점과 요소로서 간단히 모델링할 수 있으며, 비균

\* 회원, 부산대학교 기계공학부

\*\* 부산대학교 대학원

질 재료에 대해서도 해석할 수 있다는 장점을 갖는다.

실제 비파괴 실험은 다중 산란체에 대한 경우가 지배적임에도 불구하고, 초음파 산란장에 대한 대부분의 수치연구는 단일 산란체(single scatterer)<sup>(4,5)</sup> 문제에 대하여 수행되어 왔다. 또한 수평회파나 종파의 다중산란 문제<sup>(6)</sup>에 비해 수평회파의 다중산란 연구는 아직 활발히 발표되지 않은 것으로 판단된다.

따라서 본 연구에서는 보다 정량적인 산란신호 특성을 평가하고 예측하기 위하여 기존에 저자들에 의해 수행된 다중기공 결합이 존재하는 재료에 대한 결합 주위의 수평회파(SH-wave) 근거리 산란장 해석<sup>(7)</sup>에 있어서 보다 다양한 해석 모델을 설정 즉, 다중 원형 기공결합 해석시 원형 기공결합간 간격을 변화시키거나 타원형 기공결합 해석시 단축의 반경을 변화시켜 근거리 산란장을 해석하였고, 기공결합과 비교하여 재료내부에 개재물(inclusion)이 존재하는 경우의 근거리 산란장을 해석하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 동탄성 경계요소법

동탄성 문제에 대한 기본식들<sup>(8)</sup>은 다음 식 (1), (2), (3)과 같은 파동방정식, 구성방정식 및 운동방정식으로 각각 표현할 수 있다.

$$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \ddot{u}_i \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{mm} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

여기서,  $\sigma_{ij}(X, t)$ ,  $\varepsilon_{ij}(X, t)$ 와  $\delta_{ij}$ 는 각각 응력, 변형률 그리고 크로네커 델타(Kronecker delta)이며,  $u_i(X, t)$ ,  $b_i(X, t)$ 는 각각 변위 벡터, 체적력 벡터이다. 또 위의 식에서  $\rho$ 는 밀도이고,  $\mu$ 와  $\lambda$ 는 Lamé 상수,  $\varepsilon_{mm}$ 는 체적 변형률이며, X와 t는 각각 공간과 시간의 위치를 나타낸다. 식 (2)와 식 (3)을 식 (1)에 대입하면, 다음 식 (4)와 같은 Navier-Cauchy 방정식을 얻을 수 있다.

$$\lambda u_{m,mj} + \mu u_{i,ij} + \mu u_{j,ij} + b_i = \rho \ddot{u}_i \quad (4)$$

만약 체적력이 각주파수(angular frequency)  $\omega$ 를 가진 시간조화(time harmonic) 함수라면, 식 (5)처럼 나타낼 수 있다.

여기서 X는 재료내의 위치벡터,  $\omega$ 는 각주파수를 나타낸다. 수평회파에 의한 변위장은 파동이 진행하는 평면을 X1-X2평면으로 정의할 때 X3방향으로의 변위 성분만을 갖게된다.

$$b_i(X, t) = b_i(X) e^{-i\omega t} \quad (5)$$

그때 상응하는 변위장<sup>(9)</sup>은 다음의 식 (6)과 같은 각주파수를 가지는 시간조화함수이다.

$$u_i(X, t) = u_i(X) e^{-i\omega t} \quad (6)$$

본 연구에서 이용되어진 동탄성 경계 적분식은 식 (1)에 가중잔차법(weighted residual method)을 적용하여 다음 식 (7)처럼 나타낼 수 있다.

$$\frac{1}{2} u^i + u^I + \sum_{j=1}^n u_j \int_{\Gamma_j} t^* d\Gamma = \sum_{j=1}^n t_j \int_{\Gamma_j} u^* d\Gamma \quad (7)$$

식 (7)에서  $u^I$ 는 입사파동장,  $i$ 는 수평회파에 의한 단위 점하중이 작용된 절점을 나타낸다. 식 (7)에서 변위 기본해와 트랙션 기본해는 식 (8)과 식 (9)로 주어진다.

$$U_{33}(x, y, \omega) = \frac{i}{4\mu} H_0^{(1)}(k_T r) \quad (8)$$

$$T_{33}(x, y, \omega) = -\frac{ik_T}{4} H_1^{(1)}(k_T r) \frac{\partial r}{\partial n} \quad (9)$$

여기서,  $H_n^{(1)}$ 는  $n$ 차의 Hankel 함수이며,  $k_T$ 는 수평회파의 파수(wave number)로서 다음의 식 (10)과 같은 관계를 가진다.

$$k_T = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c_T} \quad (10)$$

여기서,  $\lambda$ 는 파장,  $f$ 는 주파수 그리고  $c_T$ 는 횡파의 전달속도를 나타낸다. 모든 경계 절점에 대해서 기본해의 단위 점하중을 이동시키면서 전 경계에 대한 전체 행렬식(matrix)을 다음 식 (11)처럼 표현할 수 있다.

$$CU + U^I + HU = GT \quad (11)$$

여기서, 완만한 경계면의 경우에  $C=1/2$ 이고,  $U^I$ 는 입사파동장에 의한 각 절점의 변위 벡터, U는 경계변위에 대한 벡터이고, T는 경계 트랙션에 대한 벡터이다. G, H는 각각 변위 기본해의 적분을 포함하는 행렬식, 트랙션 기본해의 적분을 포함하는 행렬식이다.

본 연구에서는 다음과 같은 두 가지 결합형태에 대한 해석을 실시하였다.

(i) 다중 기공(cavity) 결합이 존재하는 경우의

산란장 해석

식 (11)에 결합들 표면에서의 자유표면 경계조건을 대입하고 선형 방정식계를 풀게되면 결합주위의 근거리 산란장을 얻게된다.<sup>(7)</sup>

(ii) 단일 개재물(inclusion)이 존재하는 경우의 산란장 해석

개재물에 대한 전체 행렬식을 표현하면 다음 식 (12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$CU^{in} + H^{in}U^{in} = G^{in}T^{in} \quad (12)$$

개재물이 존재하는 경우에 해를 구하기 위해서는 식 (11)과 식 (12)에서 다음의 두 조건<sup>(10)</sup>을 만족시켜야 한다.

적합성(compatibility) :  $U = U^{in}$

평형조건(Equilibrium) :  $T = -T^{in}$

위의 두 조건을 식 (11)과 식 (12)에 대입하고 선형 방정식계를 풀게되면 개재물 주위의 근거리 산란장을 구할 수 있다.

3. 모델링 및 경계요소해석 결과

본 연구에서 사용된 입사파는 수평횡파이며, 경계요소 모델링에서 경계요소는 일정요소(constant element)를 사용하여 총 요소수와 총 절점수는 같다. 시간조화 수평횡파가 입사시 무한체 내부의 원형 혹은 타원형 기공결합과 개재물에 의한 산란장을 해석하였다.

본 연구의 결과에서 사용된 반사계수(reflection factor)는 입사파동 변위와 산란파동 변위들에 대한 진폭비 즉,  $u_{x3}/u^i$ 로서 정의되고, 이때 주파수 파라미터는 무차원 횡파 파수,  $k_T r$ ( $k_T a$ )로서 정의된다. 여기서  $k_T$ 는 횡파 파수이고,  $r$ 는 원형 결함의 반경,  $a$ 는 타원형 결함의 장축의 반경이다.

3.1 다중 원형 기공결합에서 거리 변화에 따른 수평횡파 산란

본 연구에서는 두 원형 기공결합에서 거리 변화에 따른 수평횡파 산란장을 해석하기 위해서 Fig. 1과 Fig. 2에 나타난 것처럼, 두 원형 기공결합 둘레의 경계를 각각 64개씩 총 128개의 일정 경계요소로 나누었고, 거리 d의 변화에 따른 수평횡파 산란장을 해석하였다. 기공결합 표면에서

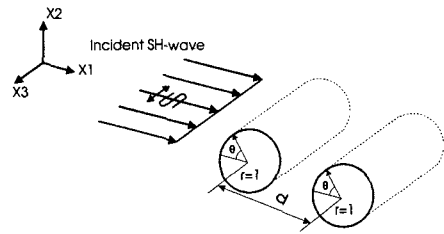


Fig. 1 Problem statement for two circular defects subjected to a time harmonic SH-wave.

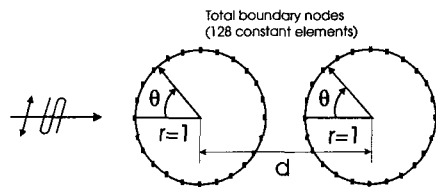


Fig. 2 BEM mesh discretization for two circular defects subjected to a time harmonic SH-wave.

경계조건은 자유표면(free surface) 경계조건으로 하였고, 입사 초음파에 대해서는 앞의 식 (6)에서 나타낸  $u_i(X, t)$ 의 진폭 크기를 1로 표준화시켜 SH 입사파가  $\theta=0^\circ$  방향에서 무한대로부터 입사된다고 가정하였다. 그때 단위 반경( $r=1$ )의 두 원형 기공결합 표면에 대해서 산란된다.

3.1.1 두 기공결합이 근접해 있는 경우( $d=3$ )

Fig. 3은 무차원 횡파 파수  $k_T r$ 이 4.0일 때, 두 결함 표면에서  $\theta$ 의 변화에 대한 반사계수 변화를 극좌표계로 나타낸 것으로 두 번째 결함에 대한 반사계수 변화는 첫 번째 결함의 산란 영향으로 수평횡파 입사방향인  $\theta=0^\circ$  방향의 후방산란장에만 반사계수의 증가가 조금 있을 뿐 전체적으로 반사계수의 감소를 가져왔다.

Fig. 4는 무차원 횡파 파수  $k_T r$ 이 7.0일 때, 두 결함 표면에서  $\theta$ 의 변화에 대한 반사계수 변화를 극좌표계로 나타낸 것으로 Fig. 3의  $k_T r=4.0$ 인 경우보다 결함의 원주방향을 따라서 더 많은 수의 파동이 있음을 알 수 있으며, 두 번째 결함에 대해서는 수평횡파 입사 방향으로  $k_T r$ 이 4.0인 경우인 Fig. 3의 결과에 비해서 반사계수의 감

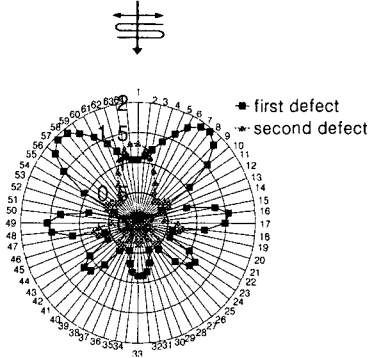


Fig. 3 Scattered displacement profiles of two circular defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_T r = 4.0$ )

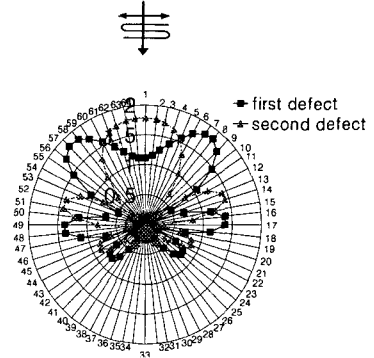


Fig. 5 Scattered displacement profiles of two circular defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_T r = 4.0, d = 100$ )

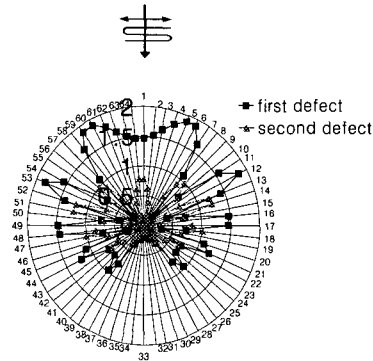


Fig. 4 Scattered displacement profiles of two circular defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_T r = 7.0$ )

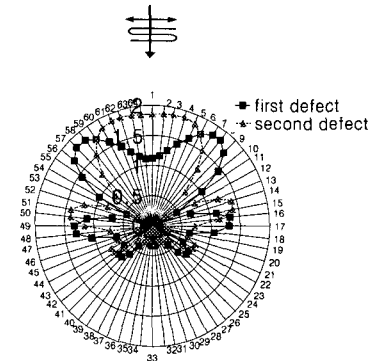


Fig. 6 Scattered displacement profiles of two circular defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_T r = 4.0, d = 1,000$ )

소가 두드러지게 나타났다. 이는 입사파장이 Fig. 3의  $k_T r$ 이 4.0인 경우에 비해 감소하여, 첫 번째 결합에 의한 후방산란 에너지가 증가하였음에 기인한다.

3.1.2 두 기공결합이 멀리 떨어져 있는 경우 ( $d = 100, 1,000, 100,000$ )

Fig. 5, 6, 7은 무차원 횡파 파수  $k_T r$ 이 4.0일 때, 결합간 간격  $d$ 가 각각 100, 1,000, 100,000인 경우 두 원형 결합 표면에서  $\theta$ 의 변화에 대한 반사계수 변화를 극좌표계로 나타낸 것이다. 결

합간 간격  $d$ 가 3인 Fig. 3과  $d$ 가 각각 100, 1,000, 100,000인 Fig. 5, 6, 7을 비교해 보면 두 번째 결합에 대한 산란특성이 현저히 변화함을 알 수 있다. 즉 결합간 간격  $d$ 가 3인 경우인 Fig. 3에서 첫 번째 결합의 산란 영향으로 수평회파 입사방향으로 집중되었던 에너지가 두 번째 결합과의 간격  $d$ 가 멀어질수록 에너지 집중도가 점점 퍼져서 결국에는 첫 번째 결합의 산란특성과 거의 같은 산란특성을 보임을 알 수 있다. 이는 두 번째 결합과의 간격이 멀어질수록 두 결합간 상호작용의 영향이 점점 사라지기 때문이다.

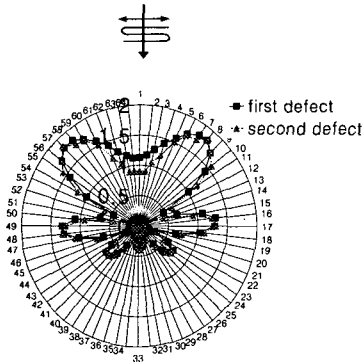


Fig. 7 Scattered displacement profiles of two circular defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_1 r = 4.0$ ,  $d = 100,000$ )

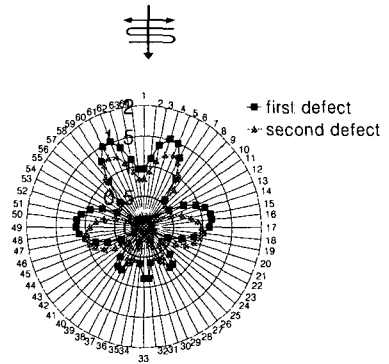


Fig. 9 Scattered displacement profiles of two elliptical defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_1 a = 4.0$ ,  $a = 1$ ,  $b = 0.5$ )

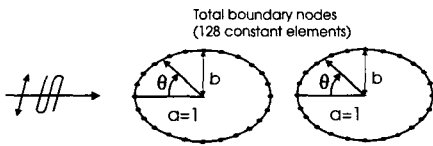


Fig. 8 BEM mesh discretization for two elliptical defects subjected to a time harmonic SH-wave.

3.2 다중 타원형 기공결합에서 단축 길이의 변화에 따른 수평회파 산란

Fig. 8에 나타난 것처럼, 무한체 내부에 존재하는 두 타원형 결합 둘레의 경계를 각각 64개씩 총 128개의 일정경계요소로 나누었다. 단위 변위 진폭의 SH 입사파는  $\theta = 0^\circ$  방향에서 무한대로부터 입사되고, 그 때 두 타원형 결합 표면에 대해서 산란된다. 그리고 단축 반경  $b$ 를 변화시켰을 때의 수평회파 산란특성을 해석하였다.

Fig. 9와 Fig. 10은 각각 무차원 회파 파수  $k_1 a$ 가 각각 4.0, 7.0일 때, 두 타원형( $a = 1$ ,  $b = 0.5$ ) 결합 표면에서  $\theta$ 의 변화에 대한 반사계수 변화를 극좌표계로 나타낸 것이다.

앞의 Fig. 3과 Fig. 4의 두 원형 결합일 때와 마찬가지로, Fig. 9와 Fig. 10의 두 타원형 결합에 대한 결과로부터  $k_1 a$ 가 4.0일 때보다 7.0일 때가 결합의 원주방향을 따라서 더 많은 수의 파동이 있음을 알 수 있으며, 두 번째 결합에 대해서는

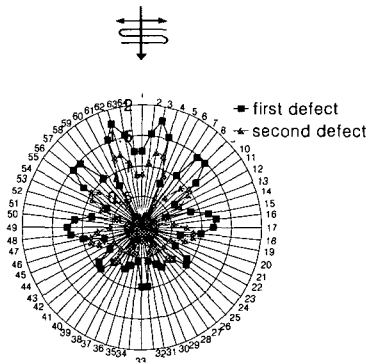


Fig. 10 Scattered displacement profiles of two elliptical defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_1 a = 7.0$ ,  $a = 1$ ,  $b = 0.5$ )

첫 번째 결합과 유사한 형태의 반사계수를 보이지만 다소 반사계수의 감소를 나타낸다. 이는 첫 번째 결합주위의 산란에 의한 감소 영향이다.

Fig. 11과 Fig. 12는  $k_1 a$ 가 4.0일 때, 단축 반경  $b$ 가 각각 0.3, 0.1인 경우 두 타원형 결합 표면에서  $\theta$ 의 변화에 대한 반사계수 변화를 극좌표계로 나타낸 것이다. 타원형 결합의 단축 반경  $b$ 가 0.5인 Fig. 9와 비교해보면 단축 반경  $b$ 가 작아질수록 전방산란 방향 및 후방산란 방향의 반사계수가 급격히 작아지고 측면산란 방향으로 에너지가 광범위하게 분포함을 알 수 있다. 이를 통해 수평회파 산란특성이 결합 형상에 크게 좌우됨을 알 수 있다.

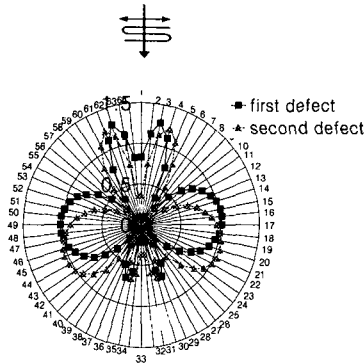


Fig. 11 Scattered displacement profiles of two elliptical defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_1a=4.0, a=1, b=0.3$ )

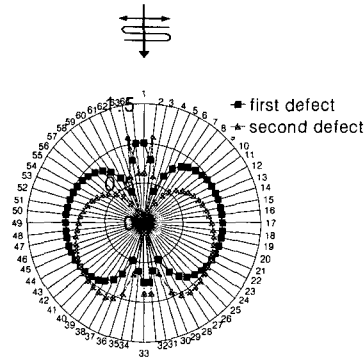


Fig. 12 Scattered displacement profiles of two elliptical defects subjected to SH-wave incidence in the polar coordinates. ( $k_1a=4.0, a=1, b=0.1$ )

3.3 단일 원형 개재물이 재료내부에 존재하는 경우의 수평형파 산란

Fig. 13과 Fig. 14에 나타난 것처럼, 무한체 내부에 존재하는 단일 개재물 표면의 경계를 재료 1에 대해서 오른쪽으로 64개, 재료 2에 대해서 왼쪽으로 64개 총 128개의 일정경계요소로 나누었다. 단위 변위 진폭의 SH 입사파는  $\theta=0^\circ$  방향으로 무한대로부터 입사되고, 그때 단위 반경 ( $r=1$ )의 원형 개재물 표면에 대해서 산란된다.

Fig. 15는 재료 1 즉, 무한체내부의 무차원 횡파 파수  $k_{T1}r$ 이 7.0이고 재료 2 즉, 개재물의 무차원 횡파 파수  $k_{T2}r$ 이 4.0일 때, 개재물 표면에

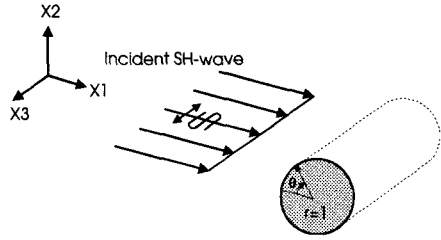


Fig. 13 Problem statement for a circular inclusion subjected to a time harmonic SH-wave.

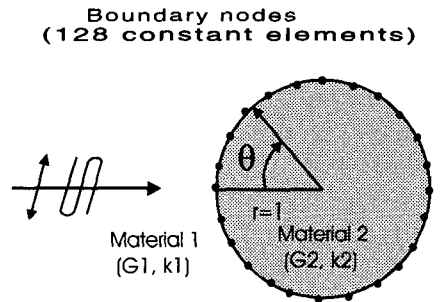


Fig. 14 BEM mesh discretization for a circular inclusion subjected to a time harmonic SH-wave.

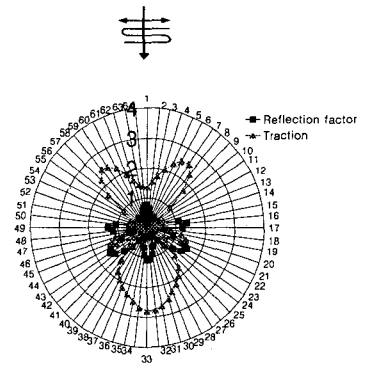


Fig. 15 Reflection factor(displacement) and traction profiles of a inhomogeneous material subjected to a time harmonic SH-wave. ( $k_{T1}r=7.0, k_{T2}r=4.0$ )

서 반사계수와 트렉션을 나타낸 것이고, Fig.16은 재료 1의 무차원 횡파 파수  $k_{T1}r$ 이 4.0이고 재료 2의 무차원 횡파 파수  $k_{T2}r$ 이 7.0일 때, 개재물 표면에서 반사계수와 트렉션을 나타낸 것이다.

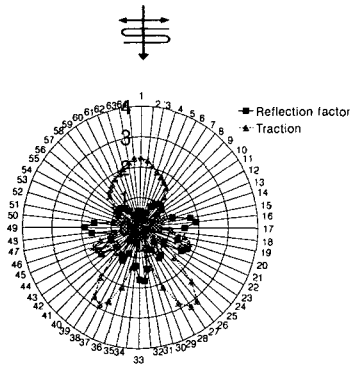


Fig. 16 Reflection factor(displacement) and traction profiles of a inhomogeneous material subjected to a time harmonic SH-wave. ( $k_{1r} = 4.0$ ,  $k_{2r}=7.0$ )

Fig. 15는  $k_{1r}$ 이 7.0이고  $k_{2r}$ 이 4.0인 경우 즉, 동일주파수일 때 개재물내부의 횡파전달 속도가 무한체 내부의 횡파전달 속도보다 더 큰 경우로서, 변위의 관점에서 볼 때 후방산란보다 전방산란에서 반사계수가 조금 더 크고, 입사방향에서  $135^\circ$  (노드점 22번)와  $225^\circ$  (노드점 43번) 부근에서 최대 반사계수가 나타남을 알 수 있다. 그리고 트랙션의 관점에서 볼 때, 후방산란 방향으로 두 방향성의 트랙션 분포를 나타내고, 전방산란 방향으로 한 방향성의 최대트랙션 분포를 나타냄을 알 수 있다.

Fig. 16은 Fig. 15와는 반대 경우인  $k_{1r}$ 이 4.0이고  $k_{2r}$ 이 7.0인 경우 즉, 동일주파수일 때 개재물내부의 횡파전달 속도가 무한체내부의 횡파전달 속도보다 더 작은 경우로서, 변위의 관점에서 볼 때 후방산란보다 전방산란에서 반사계수가 훨씬 더 크게 나타남을 알 수 있고, 입사방향에서  $90^\circ$ 와  $270^\circ$  부근에서 최대 반사계수가 나타남을 알 수 있다. 그리고 트랙션의 관점에서 볼 때, Fig. 15와는 반대 현상으로 후방산란 방향으로 한 방향성의 트랙션 분포를 나타내고 전방산란 방향으로 두 방향성의 최대 트랙션 분포를 나타냄을 알 수 있다. 이를 통해 산란특성이 무한체 내부에 존재하는 개재물 내부의 횡파전달 속도에 크게 영향을 받음을 알 수 있다.

### 3. 결론

본 연구에서는 경계요소법을 이용하여 무한체 내부에 존재하는 원형 혹은 타원형상의 기공(cavity) 결함에 대하여, 그리고 단일 개재물이 존재하는 경우에 대하여 수평횡파가 입사될 때의 산란특성을 몇몇 경우에 대하여 수행해 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 수평횡파의 무차원 횡파 파수  $k_{1r}$ ( $k_{1r}$ )이 4.0일 때보다 7.0일 때가 결함표면의 반사계수가 전반적으로 증가함을 알 수 있었다. 즉, 결함 탐상시 더 나은 결함 탐지 해상도를 나타냄이 확인되었다.

(2) 원형 기공결함간 간격  $d$ 를 점점 크게 했을 때, 첫 번째 결함의 산란 영향으로 수평횡파 입사방향으로 집중되었던 에너지가 두 결함간 상호작용이 거의 없어져 결국에는 첫 번째 결함의 산란특성과 거의 같은 산란특성을 나타냄을 알 수 있었다.

(3) 두 타원형 기공결함에서 단축 길이  $b$ 가 작아질수록 SH 입사파에 대한 반사면적이 감소해 측면산란 방향으로 에너지가 광범위하게 분포함을 알 수 있었고, 무한 탄성체내부에 단일 원형 개재물이 존재하는 경우에 수평횡파 산란특성이 개재물내부의 횡파전달 속도에 크게 영향을 받음을 알 수 있었다.

(4) 이들 다중결함 및 개재물에 대한 산란특성의 수치해석 결과는 실제 다중결함 및 개재물이 존재하는 구조물의 초음파 탐상시, 탐촉자의 최적 주파수 및 위치 등을 결정하는 데 활용될 수 있을 것으로 판단된다.

### 후기

본 연구는 1998년도 한국학술진흥재단의 학술연구 조성비(국제협력공동연구과제) 및 한국과학기술연구원 산하. 성균관대학교 산업설비 안전성 평가 연구센터의 부분 지원하에 이루어졌으며 이에 감사드립니다.

### 참고문헌

- (1) 이준현, 1993, "초음파를 이용한 입자강화 금

- 속복합재료의 계면특성에 관한 이론적 연구,” 한국비파괴검사학회지, Vol. 13, No. 4, pp. 9~17.
- (2) Lee, J. H. and Ahn, B. S., 1997, “Development of Measuring Technique for Micro-Crack in Ceramic by High Frequency Acoustic Microscopy,” *J. Japan Soc. Str. Fracture Mats*, Vol. 31, No. 2, pp. 43~54.
- (3) 이준현, 이진경, 조윤희, 1998, “세라믹의 열충격 손상거동 및 초음파 Lamb파를 이용한 비파괴적 손상평가,” 대한기계학회논문집 A권, 제22권 제12호, pp. 2278~2285.
- (4) Beskos, Dimitri E., 1987, *Boundary Element Methods in Mechanics*, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 191~255.
- (5) Mow, Chao-Chow and Pao, Yih-Hsing, 1971, *The Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations*, The Rand Corporation, pp. 111~140.
- (6) Zhang, C. H. and Achenbach, J. D., 1989, “Effect of an Adjacent Cavity on the Interaction of Elastic Waves with a Crack,” *Int. J. Engng*, Vol. 27, pp. 711~722.
- (7) 이준현, 이서일, 조윤희, 1998, “재료내 다중결합에 의한 SH형 초음파 산란장의 수치해석,” 한국비파괴검사학회지, Vol. 18, No. 4, pp. 304~312.
- (8) Kitahara, Michihiro, 1985, *Boundary Integral Equation Methods in Eigenvalue Problems*, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 11~28.
- (9) Achenbach, J. D., 1991, *Wave Propagation in Elastic Solids*, Elsevier Science Publishers B.V., pp. 165~187.
- (10) Brebbia, C. A., 1980, *The Boundary Element Method for Engineers*, Pentech press, pp. 46~103.