

비선형 유한요소법을 이용한 메탈 플레이트 접합부의 거동해석^{*1}

玄在熾^{*2} · 金光喆^{*2} · 李銓濟^{*2}

Analysis of Behavior of Metal Plate Connection by Nonlinear Finite Element Method^{*1}

Jae-Hyuk Hyun^{*2} · Gwang-Chul Kim^{*2} · Jun-Jae Lee^{*2}

ABSTRACT

have been many studies to analyze the behavior of metal plate connector that most widely used to connect light frame wood trusses. Finite element method(FEM) was one of the methods for those studies. FEM using linear model may well be applicable to predict the initial slope of load-displacement curve for metal plate connection. However, displacement may be overestimated above experimental results with the increase of load. Therefore, linear model cannot be used for the nonlinear behavior part.

To predict real behavior more exactly, nonlinear term was included to FEM model in this study.

It was found out that EA and AA mode showed the high agreement between predicted results and experimental ones. However, EE and AE mode showed a little difference between predicted results and experimental ones in nonlinear part. This results might be caused by insufficient reflection of the slip effect. Consequently, the effect of slip shall be considered to approve the accuracy of nonlinear analysis for the behavior of metal plate connection.

Keywords : metal plate connector, finite element method, nonlinear model, load-displacement

- 요약 -

경골 목조 트러스를 접합하는데 가장 널리 사용되는 메탈 플레이트 접합부의 거동을 해석하기 위한 연구가 많이 수행되어왔다. 유한요소법을 사용한 해석은 그 연구들중의 하나이다. 선형 모델을 사용한 유한요소법은 하중-변위 곡선의 초기 경사를 예측하는데는 유효하게 사용될 수 있다. 하지만, 하중이 증가할수록 예측된 변위는 실험치에 비해 과예측이 된다. 따라서 선형 모델을 비선형부분을 예측하는데는 사용할 수 없다.

실제 거동을 더욱 정확하게 예측하기 위해, 본 연구에서는 비선형 항을 유한요소 모델에 첨가시켰다.

EA와 AA 형태에서는 예측치와 실험치간에 고도의 유사성을 보여주었다. 하지만, EE와 AE 형태에서는 곡선의 비선형 부분에서 실험치와 예측치가 약간의 차이를 보여주었다. 이러한 결과는 슬립의 효과를 충분히 반영하지 못한 것에 기인한 것으로 추측된다. 결과적으로 메탈플레이트 접합부의 거동에 있어서 비선형 해석의 정확도를 증진시키기 위해서는 반드시 슬립의 효과가 고려되어야 할 것이다.

^{*1} 접수 1999년 5월 29일, Received May. 29, 1999

^{*2} 서울대학교 농업생명과학대학 College of Agriculture & Life Sciences, Seoul National University, Suwon 441-744, Korea

1. 서 론

목조주택등의 다양한 구조물의 접합부를 시공하기 위해서 과거로부터 지금까지 볼트나 못 등 여러 가지의 접합철물(connector)을 사용하여왔다. 하지만, 철물의 종류가 워낙 다양하고 사용되는 목재 및 목질 재료 역시 종류가 다양하기 때문에 목재 접합부의 모델화는 일반화시키기가 어려웠다. 따라서, 모든 결합철물에 대한 또는 모든 형태의 접합철물에 대한 일반적인 모델링은 불가능한 것이었으며 이로 인해 각 접합철물마다의 모델링이 필요하고 이를 이용한 거동해석과 구조설계를 실시하여 왔다(Triche & Suddarth, 1988; Lau, 1987). 최근에 이르러 목구조물이 널리 사용되는 국가들에서 목재 트러스의 사용이 증대되고 있으며, 이러한 트러스의 부재간 접합철물로서 널리 사용되고 있는 것이 메탈 플레이트 철물(metal plate connector, MPC)이다(Suddarth, 1979; Gupta & Gebremedhin, 1992).

이러한 MPC를 이용하여 제조한 목조 트러스의 사용에 있어 가장 중요한 것은 트러스의 안전성과 경제성을 향상시키는 것이었다. 통상적인 접합부가 그런 것처럼 목재트러스에 사용되는 접합부 역시 목재보다 낮은 강도를 갖고 있어 트러스의 가장 약한 부분이 될 수 있으므로, 트러스의 정확한 해석을 위해서는 목재부재를 연결하는데 사용된 MPC의 거동을 정확히 이해하고 예측하는 것이 반드시 필요하였다. 하지만 MPC는 모양과 크기에 있어 매우 다양하기 때문에 모든 종류에 대해 실제로 실험을 통한 거동 해석을 실시하기는 어려운 일이었다(Wolfe,

1990; McAlister & Faust, 1992). 따라서, 수학적 으로 계산하여 만든 이론적인 모델을 통해 접합부의 거동을 예측하고자 하는 노력이 많이 진행되어왔다. 이러한 이론적인 모델들을 통해 MPC의 응력과 강성, 변형 등을 정확히 예측할 수 있다면 시간과 비용이 많이 드는 실험을 지양하고 경제적이며 안전한 접합부의 설계가 가능할 것이다.

기존의 MPC에 관련된 이론적인 모델들로는, 크게 해석적인 방법과 수치해석적 방법으로 나뉘며 구체적으로 구분하면 실제의 실험에서 구한 하중-변위 곡선에서 이에 근사하는 함수식을 유도하여 근사식을 사용하는 방법, 탄성학적 이론을 바탕으로 만든 모델, 그리고 실제 거동과 가장 유사하게 해석할 수 있다는 유한요소모델 등이 있었다.

하지만, 이전에 사용되었던 유한요소모델들은, 주로 2차원 선형의 모델로 초기는 비교적 일치하지만 변형이 증가할수록 실제 실험값보다 강성이 더 크게 예측되는 것이 단점으로 지적되어 왔었다(Monforton & Wu, 1963; Smith et al, 1988). 따라서 본 연구에서는 이러한 유한요소모델에 비선형의 부분을 포함시켜 접합부의 거동을 더욱 정확하게 예측하고자 하였다.

2. 재료 및 방법

2.1 재료

공시수종으로는 낙엽송(*Larix leptolepis*)을 사용하였으며, 단면의 크기는 38×89mm이었다.

Fig. 1. 20 gage galvanized steel plate connectors for joints.

Table 1. Mechanical properties of the sheet plate of the connector

Plate thickness (mm)	MOE(Average) (10^3kgf/cm^2)	Yield stress(Average) (kgf/cm^2)	Tooth length (mm)	Tooth width (mm)
0.88	1,780	1,706	7.6	3.5

메탈 플레이트는 Gang-nail GN20으로 아연도금이 되어 있는 것으로 사용하였다. 메탈 플레이트의 형상은 그림 1과 같으며 유한요소해석을 위해서 크기를 측정하여, 그 특성을 표 1에 나타내었다.

접합부 시험을 위하여 그림 2에 나타낸 바와 같이 EA, AA, AE, EE 4가지 종류의 접합형태를 구성하였다. 접합부 형태에 관한 자세한 사항은 그림 2에 나타내었다. 접합부 형태를 나타내는 기호 중 첫 번째 문자는 목리 방향에 대한 메탈 플레이트 축의 방향을 나타내고, 두 번째 문자는 목리 방향에 대한 하중방향을 나타내며, 여기서 A는 평행을, E는 수직함을 의미한다. 접합부에 사용된 제재목의 성능을 표 2에 나타내었다.

2.2 실험방법

만능강도시험기로 MPC에 대한 인장실험을 수행하였으며, 하중은 볼트와 쉬어 플레이트 철물(shear plate connector)로 전달되도록 하였다. Crosshead speed는 1.0mm/min, 그리고 5분에서 20분 사이에 최대하중에 도달하도록 하였다(ASTM E 489, 1981; ASTM E 8, 1990). 변위는 LVDT로 측정하였다.

2.3 비선형 유한요소모델

접합요소는 PGMF(Plane Group of Mechanical Fasteners)요소로 간략하게 표시하였다.

접합요소는 각각의 자유도가 3개인 두 개의 절점 i, j 로 구성되어있다고 가정하였다. 비선형 접합부의 거동을 고려하였으며 접선강성법(tangent stiffness approach)이 사용되었다.

요소의 절점 변위와 힘 벡터는 각각 \bar{u} 와 \bar{q} 로 표시하며, 요소의 접선강성(tangent stiffness)행렬은 \bar{k}_T 로 표시하였다.(이후, 표현의 혼동을 줄이고자 벡터는 \bar{a} 등으로 표시한다)

Fig. 2. Types of joint configurations.

- *EA: Perpendicular to plate principal axis and parallel to the grain direction
- **AA: Parallel to plate principal axis and parallel to the grain direction
- ***EE: Perpendicular to plate principal axis and perpendicular to the grain direction
- ****AE: Parallel to plate principal axis and perpendicular to the grain direction

시편의 함수율이 12%가 되도록 건조하였으며, 시편재의 비중은 0.45~0.59(평균0.52)이며, 종압축강도는 $64 \times 10^3 \text{kgf/cm}^2$, 횡압축강도는 $40 \times 10^3 \text{kgf/cm}^2$ 이었다.

Table 2. Characteristics of lumber for the connections (M.C. 12%)

Joint configuration	No. of specimen	MOE (10 ³ kgf/cm ²)
EA	10	101.58
AA	10	125.36
EE	10	90.94
AE	10	94.38

Fig. 3. Deformation of joint.

$$\bar{v} = \begin{pmatrix} \bar{v}_i \\ \bar{v}_j \end{pmatrix}, \quad \bar{q}(\bar{v}) = \begin{pmatrix} \bar{q}_i(\bar{v}) \\ \bar{q}_j(\bar{v}) \end{pmatrix},$$

$$d \bar{q}(\bar{v}) = \bar{k}_T(\bar{v}) \cdot d \bar{v} \dots\dots\dots(1)$$

그림 3에 변형전의 상태와 변형후의 접합부의 변형 상태를 개략적으로 표시하였다.

절점 i는 목재보에 부착되어 있고 절점 j는 메탈 플레이트에 부착되어 있다고 생각한다. 하중이 가해 지지 않은 초기상태에서는 두 절점이 일치해 있다고 가정한다. 축(tooth)의 좌표축과 절점변위, 그리고 힘은 해석의 일관성을 위해 보의 축에 평행(목리방향)한 것을 X축으로 하는 초기의 X,Y축요소에 대하여 표시하였다. 번호 s로 표시된 축은 병진운동 스프링(translational spring)으로 나타내며, 이것은 보상의 s_i 그리고 메탈플레이트상의 s_j점과 일치한다. 축의 변위, \bar{u}_s 는 점 s_i부터 s_j까지의 벡터로 정의된다.

기본적인 운동학적 가정은 메탈 플레이트와 보의

결합된 영역이 강체(rigid body)라고 하는 것이다. 만일 작은 양의 절점 변위가 고려된다면 축의 변위는 절점 변위에 대해 선형의 함수가 될 것이다.

$$\bar{u}_s(\bar{v}) = \begin{pmatrix} u_{s,0}(\bar{v}) \\ u_{s,90}(\bar{v}) \end{pmatrix} = \bar{N}_s \cdot \bar{v},$$

$$\bar{N}_s = \begin{pmatrix} -1 & 0 & y_s & 1 & 0 & -y_s \\ 0 & -1 & -x_s & 0 & 1 & x_s \end{pmatrix}$$

\dots\dots\dots(2)

u_{s,0} u_{s,90}은 각각 목리에 평행한 것과 수직한 성분의 변위를 나타낸다. 그리고 x_s와 y_s는 각 축의 좌표축을 나타낸다. 보는 직교이방성이라 가정하고 메탈 플레이트는 등방성이라고 가정한다. 직교이방성 때문에 축에 걸리는 하중 \bar{p}_s 는 일반적으로 변위에 대해 평행하지 않다.

축의 하중은 일반적으로 경로에 의존적(path-

dependent)이지만, 여기에서는 하중 \overline{p}_s 가 \overline{u}_s 하나만의 함수로 표현된다고 가정한다(Jensen, 1998). 평행한 하중과 변위를 가정하면 \overline{p}_s 는 다음의 식(3)으로 표현되며 여기서 α_s 는 목리방향으로부터 \overline{u}_s 까지의 각도이며 p_s 와 u_s 는 \overline{p}_s 와 \overline{u}_s 의 길이가 된다.

$$\overline{p}_s(\overline{u}_s) = \begin{pmatrix} p_{s,0}(\overline{u}_s) \\ p_{s,90}(\overline{u}_s) \end{pmatrix} = p_s(u_s, \alpha_s) \begin{pmatrix} \cos \alpha_s \\ \sin \alpha_s \end{pmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

식 (4)에 직교이방성 선형 탄성 하중-변위 관계를 나타내었다. 여기서의 하중과 변위는 평행하지 않다.

$$\overline{p}_s(\overline{u}_s) = \begin{pmatrix} p_{s,0}(\overline{u}_s) \\ p_{s,90}(\overline{u}_s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_0 & 0 \\ 0 & k_{90} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{s,0} \\ u_{s,90} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(4)$$

여기서, k_0 는 목리에 평행한 변위에 대한 강성행렬을, k_{90} 는 목리에 수직한 변위에 대한 강성행렬을 의미한다.

절점의 힘성분은 절점변위의 함수로서 가상일의 원리를 이용하여 유도할 수 있다. 또한 접선강성(tangent stiffness)행렬은 유한요소법에서 사용되는 통상적인 수렴을 얻기 위한 방법으로 쉽게 사용할 수 있다.

$$\overline{q}(\overline{v}) = \sum_{s=1}^n \overline{N}_s^T \cdot \overline{p}_s(\overline{v}) \dots\dots\dots(5)$$

$$\overline{k}_T(\overline{v}) = \sum_{s=1}^n \overline{N}_s^T \cdot D_{s,T}(\overline{v}) \cdot \overline{N}_s,$$

$$D_{s,T}(\overline{v}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial p_{s,0}}{\partial u_{s,0}}(\overline{v}) & \frac{\partial p_{s,0}}{\partial u_{s,90}}(\overline{v}) \\ \frac{\partial p_{s,90}}{\partial u_{s,0}}(\overline{v}) & \frac{\partial p_{s,90}}{\partial u_{s,90}}(\overline{v}) \end{pmatrix} \dots\dots\dots(6-1)$$

여기서, 윗첨자에 사용된 T는 변환행렬(transpose matrix)을 의미하며, 아래첨자에 사용된 T는 접선행렬법중의 접선행렬을 의미한다.

n은 접합부내의 이빨의 개수이며 식 (4)을 이용하면 식 6-2와 같다.

$$\overline{q}(\overline{v}) = \overline{k} \cdot \overline{v}, \quad \overline{k} = \begin{pmatrix} \overline{k}_{subx} & -\overline{k}_{subx} \\ -\overline{k}_{subx} & \overline{k}_{subx} \end{pmatrix}$$

$$\overline{k}_{subx} = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} \\ 0 & k_{22} & k_{23} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} \end{pmatrix} \dots\dots\dots(6-2)$$

$$k_{11} = n k_0 \quad k_{22} = n k_{90} \quad k_{13} = -k_0 \sum_{s=1}^n y_s$$

$$k_{23} = k_{90} \sum_{s=1}^n x_s \quad k_{33} = k_0 \sum_{s=1}^n y_s^2 + k_{90}$$

$$\sum_{s=1}^n x_s^2 \dots\dots\dots(7)$$

본 연구에서 일반적인 접합부의 모델링과의 다른 점은 PGMF-요소자체에서 찾을 수 있다. 선형의 경우에는 비대각선 요소 성분들인 k_{13} 과 k_{23} 이 초기상태에서 요소의 절점들이 접합부의 기하학적 중심에 위치하기 때문에 0이 된다.

접선강성(tangential stiffness)행렬의 대칭성은

$\overline{D}_{s,T}$ 에 따라 결정되지만 이것은 일반적으로는 대칭이 아니다. 이는 많은 개수의 대수방정식을 효율적으로 풀기위해서는 대칭성을 요구하는 점을 고려한다면 아주 어려운 일이 된다. 하지만, 이러한 문제점은 비대각선 성분들의 평균값을 사용함으로써

$\overline{D}_{s,T}$ 를 강제적으로 대칭이 되게 하므로써 해결할 수 있다. 이러한 강제적인 대칭성은 비선형인 전체 평형 방정식을 풀기 위해 반복법을 사용하게 되면 접선강성(tangent stiffness)행렬이 연산과정중에서 실제로 의미가 부여되지 않는 오로지 촉매 작용만 하게 되므로 손쉽게 얻어질 수 있다. 만일 반복법이 수렴하게 되어 해가 얻어진다면 해의 정확도는 접선강성(tangent stiffness)행렬에 전혀 영향받지 않는다. 하지만, 기존의 단순한 증분법을 사용하게 되면 이러한 경우는 아주 복잡해질 수 있다. 기존의 비선형 방정식을 풀기 위한 arc-length법은 단순히 증분법과 반복법의 혼합법으로서 이 경우에는 반드시 하중이 단계적으로 증가되고 또한 각 하중단계에서 평형을 보증하기 위해 반복법이 사용되어야 한다는 문제점이 있다. 하지만, PGMF-요소와 접선강성(tangent stiffness)행렬을 사용함으로써 이러한 문제를 피할

수 있다.

본 연구에서는 윈도우 언어인 Matlab Ver. 5.1을 사용하여 유한요소 프로그램을 직접 제작하여 해석에 사용하였다. 본 연구에서 제작한 프로그램의 알고리즘은 그림 4와 같다.

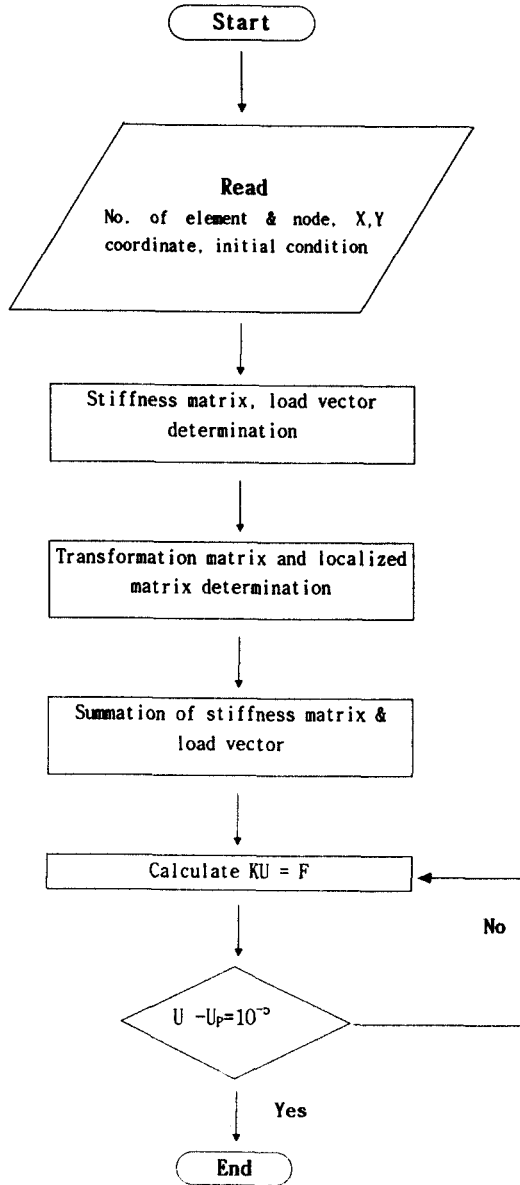


Fig. 4. Algorithm for finite element method.

3. 결과 및 고찰

3.1 하중-변형 관계

Fig. 5, 6, 7, 8에 각 형태에 있어서의 하중-변형 관계를 나타내었다. 그림에 의하면 메탈 플레이트의 길이방향에 대해 하중이 수직으로 작용하는 EA 형태는, 다른 형태에서보다 변형이 가장 크고 파괴되는 데 걸리는 시간이 가장 길었다.

메탈 플레이트의 길이방향으로 하중이 평행하게 작용하는 AA 형태는, 하중-변형곡선의 초기기울기는 EA 형태와 거의 유사하지만 EA 형태보다 낮은 하중단계에서 항복이 일어나고 곧 파괴되었다. 이로 미루어 볼 때 메탈 플레이트 축의 방향과 하중이 가해지는 방향은 초기경사에는 거의 영향이 없고, 접합부의 파괴에 관련된 하중-변형곡선의 비선형부분에 크게 영향을 미치는 것으로 생각된다.

EE 형태는 AA나 EA 형태와 비교해서 초기경사가 완만하고 낮은 하중단계에서 파괴가 일어났다. 이것은 수직으로 결합된 두 부재중에서 아래에 있는 목재의 목리방향에 수직으로 하중이 가해지기 때문인 것이다.

AE 형태 또한 EA와 AA 형태처럼 초기경사는 거의 일치하는 것을 볼 수 있고 EE 형태에 비해 상대적으로 낮은 하중단계에서 항복과 파괴가 일어났음을 알 수 있다.

이러한 결과로 볼 때 하중-변위곡선의 초기경사는 목재자체의 특성 즉, 하중방향에 대한 목재의 탄성계수 등의 영향이 크고 메탈 플레이트 축의 방향은 초기경사보다는 비례한계하중이나 비선형부분에 영향을 미치는 것을 알 수 있었다.

전체적으로는 EA 형태에서 접합부의 거동이 가장 우수한 결과를 나타내었고, AE 형태에서는 아주 낮은 하중에서 항복이 일어나고 변형이 많이 일어났다.

3.2 유한요소 모델에 의한 하중-변형곡선

그림 5, 6, 7, 8에 비선형 유한요소모델에 의한 하중-변형 곡선을 나타내었다. 또한 비교를 위해 선형 모델에 의한 예측 결과도 함께 나타내었다. 선형모델은 곡선의 초기에는 적용이 가능하지만, 재료의 비선형 거동부분에 있어서는 실험값에 비해 매우 큰값이 예상되는 것이 이제까지의 연구에서 단점으로 지적되어 온 부분이었으며, 본 연구에서도 이와 유사한 결과가 얻어졌다(Foschi, 1974).

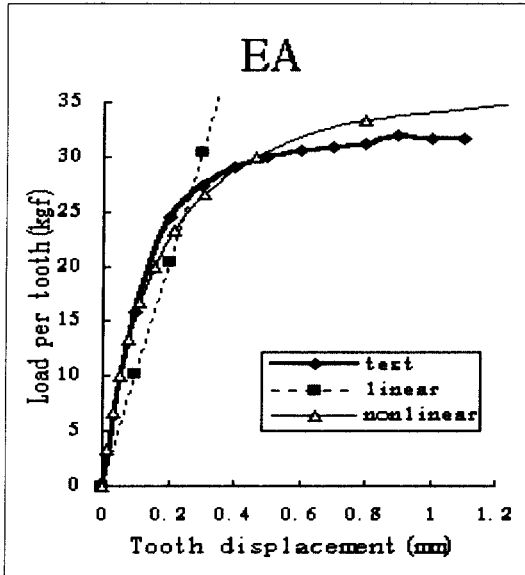


Fig. 5. Load-displacement relationship(EA).

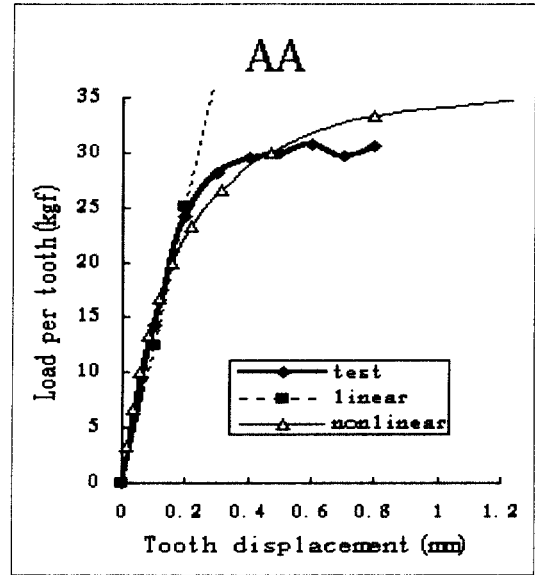


Fig. 6. Load-displacement relationship(AA).

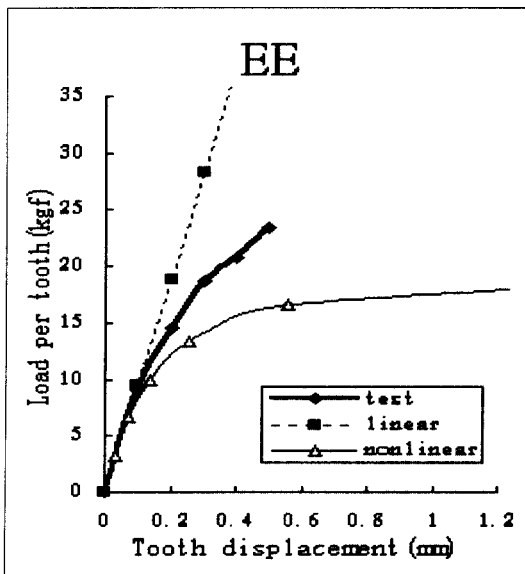


Fig. 7. Load-displacement relationship(EE).

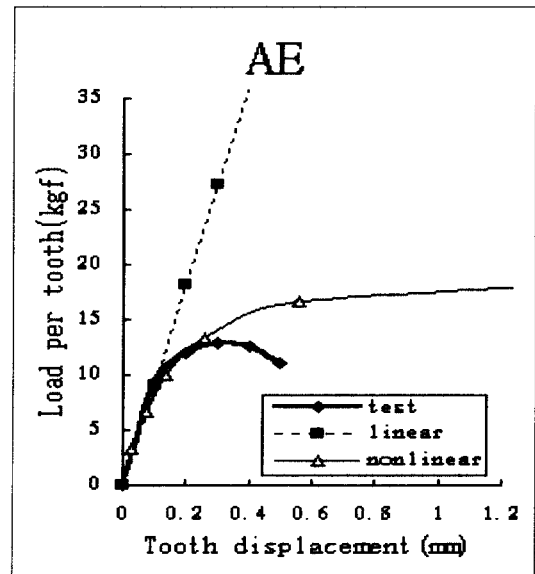


Fig. 8. Load-displacement relationship(AE).

접합부의 하중-변형 곡선에서 기울기의 감소경향을 반영하여 분석한 비선형 모델은 곡선 후반부에서 실험값에 비해 더 빨리 감소하는 경향을 나타냈다. 즉, 곡선이 탄성영역을 벗어나면서부터 동일한 하중

에 대해 예측치보다 실험값의 변형량이 더 큰 것으로 볼수 있으며, 이것은 접합부의 모델개발에서 충분히 고려하지 않았던 슬립이 발생한 영향에 의한 것으로 생각된다. EA와 AA모드에서는 하중 28kgf 근처

에서 슬립이 발생하였고, EE모드는 다른 모드에 비해 비교적 선형탄성에 따른 거동을 보이고 있으며, 변형량도 작고 슬립이 발생하기 전에 파괴에 이른 것으로 생각할 수 있었다. 즉, EA, AA모드에 있어서는 예측 모델과 비교적 일치하였으나, AE, EE 모드에 있어서는 비선형 부분에서 차이가 크게 나타났다. 그 이유는 역시 슬립에 의한 영향을 정확히 모델링에 반영하지 못한것에 있다고 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서 MPC의 거동을 해석하기 위한 비선형 유한요소 모델을 적용하여 실험치와 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

하중-변형 곡선에 의하면, EA, AA 모드에서는 비선형 모델이 실험치와 고도의 유사성을 보여주었다. 하지만, AE, EE 모드에서는 비선형 모델과 차이가 상당히 존재하였다.

따라서, 슬립에 대한 영향을 충분히 반영할 수 있는 새로운 기법의 개발이 요구된다고 판단된다.

참 고 문 헌

1. American Society for Testing and Materials. 1981. Standard test methods for tensile strength properties of steel truss plates. ASTM E 489, ASTM, Philadelphia, Pa.
2. American Society for Testing and Materials. 1990. Standard test methods for tension testing of metallic materials. ASTM E 8, ASTM, Philadelphia, Pa.
3. Foschi, R.O. 1974. Load-slip characteristics of nails. *Forest Prod. J.* 7(4): 69~76
4. Gupta, R. and K.G. Gebremedhin. 1992. Resistance distributions of a metal-plate-connected wood truss. *Forest Prod. J.* 42(7/8): 11~16
5. Jensen, J.L. and H. J. Larsen. 1998. Modelling of semi-rigid joints and their influence on the behavior of structures. Proceedings of the 5th world conference on timber engineering. Montreux (Switzerland). Vol.2: 305~312
6. Lau, P. W. C. 1987. Factors affecting the behavior and modeling of toothed metal-plate joints. *Can. J Civ. Eng.* 14(2): 183~195
7. McAlister, R. H. and T. D. Faust. 1992. Load/deflection parameters for metal-plate connectors in yellow-poplar and sweetgum structural lumber. *Forest Prod. J.* 42(3): 60~64
8. Monforton, G.R., and T.S. Wu. 1963. Matrix analysis of semi-rigidity connected frames. *J. of Structural Division, ASCE.* 89(6): 1297~1309
9. Smith, I., R.J. Luke and O. H. Barry. 1988. An integrated approach to modelling load-slip behavior of timber joints with dowel type fasteners. Proceedings of the International Conference on Timber Engineering. Seattle(USA). Vol. 2: 285~293
10. Suddarth, S.K., D.H. Percival and Q.B. Comus. 1979. Variability in tension performance of metal plate connections. Metal Plate Wood Truss Conference: 98~104
11. Triche, M.H. and S. K. Suddarth. 1988. Advanced design of metal plate connector joints. *Forest Prod. J.* 38(9): 7~12
12. Wolfe, R. W. 1990. Metal-plate connections loaded in combined bending and tension. *Forest Prod. J.* 40(9): 17~23