

음함수 곡면을 이용한 모델링

Modeling with Implicit Surface

박미경(M.K. Park)
이의택(E.T. Lee)

컴퓨터·소프트웨어기술연구소 시스템S/W연구부 박사후연수연구원
컴퓨터·소프트웨어기술연구소 시스템S/W연구부 책임연구원

이 논문은 음함수 곡면을 이용한 모델링의 역사와 그 응용 그리고 모델링의 여러 가지 접근 방법과 렌더링 방법을 분류, 비교하였다. 혁신하는 문제점과 유효한 해결 방법 등을 평가하였고, 이 분야의 최첨단 기술에 대해서 논의하였다.

I. 서 론

어떤 물체의 곡면을 모델링할 때, 그 곡면을 다면체의 집합이나 매개 변수의 조각(parametric patch)으로 나타내는 방법을 가장 많이 쓴다. 그러나 위의 방법으로는 부드럽고 변형 가능한 물체의 모델링과 애니메이션을 하는데 한계점이 있어, 최근 몇 년 동안 음함수 곡면(implicit surface)을 이용한 모델링이 큰 관심을 끌고 있다. 여기서 말하는 음함수 곡면이란 3차원 공간상에 존재하는 2차의 기하학적 모양을 말하는데, 특정한 함수에 의해 정의되어진다. 최근에는 컴퓨터 그래픽스와 오락, 의학, 공학 등의 관련분야에 새로운 관심을 끌고 있다. 구멍이나 나무 가지 모양과 같이 어떠한 위상(topology)이나 기하학적인 모양의 부드러운 물체를 모델링하는 데에 편리하며[4], 특히 음함수 곡면을 이용한 모델링은 애니메이션과 warping 등이

용이하다.

원의 방정식:

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0$$

은 2차원의 수직 좌표계에서 원점 $(0, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름이 r 인 원의 원주상의 모든 점을 나타내는 음함수(implicit function)이다. 이 때 원주는 이 음함수에 의해 정의된 곡선(곡면의 특수한 경우)이라고 할 수 있다.

3차원의 경우도 같이 생각할 수 있다:

$$x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$$

이 음함수를 만족하는 모든 3차원 공간의 점들의 집합은 구(sphere)의 표면인 곡면을 나타낸다. 이 곡면을 위의 ‘음함수(implicit function)’에 의해 정의된 음함수 곡면(implicit surface)’이라고 한다. 구의 표면이 아닌 3차의 점 (x, y, z) 을 위의 함수에

대입하면 0이 아닌 값을 얻게 된다. 이 값의 부호로 3차의 점 (x, y, z) 이 음함수 곡면의 안쪽인지 바깥쪽인지를 결정할 수 있다.

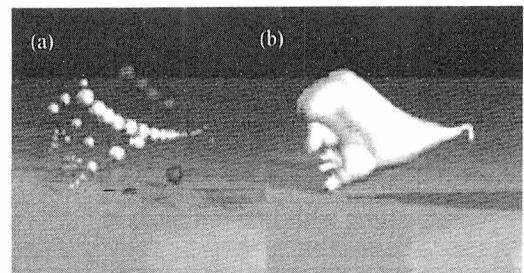
일반적인 음함수 곡면의 방정식은

$$F(x, y, z) - C = 0 \quad (1)$$

으로 쓸 수 있다. 여기서 F 는 $F : R^3 \rightarrow R$ 인 (3차원의 실수 공간에서 실수 공간으로의) 함수를 나타내고, C 는 실수인 상수값을 나타낸다. 각 다른 C 값에 대해 (1)을 만족하는 점들을 모으면, (함수 F 에 의존하는) 서로 다른 곡면을 가시화시킬 수 있다. 이 각 곡면을 등가 곡면(iso-surface)라고 하고, 각 점 (x, y, z) 에 대해 스칼라 값을 주므로 함수 F 를 스칼라 필드 함수(scalar field function)라고 한다. 한 점 주변의 필드를 나타내기 위해 다른 함수를 쓰기도 하고, 또 한 점을 둘러싸는 간단한 곡면 들을 섞어(blend) 만들어지는 곡면으로 두 가지 이상의 점을 나타내기도 한다. 몇 개 되지 않는 점으로 복잡한 곡면을 나타낼 수도 있다. (그림 1)은 66개의 구를 이용하여 화가 살바도르 달리의 “꿈”에서 받은 인상으로 음함수 곡면을 모델링한 것이다[15]. 밝은 색의 구는 더하는 효과를 짙은 색의 구는 빼는 효과를 주었다.

II. 역사와 그 응용

1982년 Jim Blinn이 “Blobby Molecule”을 이용하여 전자 밀도장(electron density field)을 가시화하기 위하여 implicit surface를 컴퓨터 그래픽스에 도입하였다[2]. 비슷한 시기에 일본의 Omura와 그 컴퓨터 그래픽스 그룹이 “Metaballs”을 개발



(그림 1) (a)의 66개의 구를 이용한 (b)의 모델링[15]

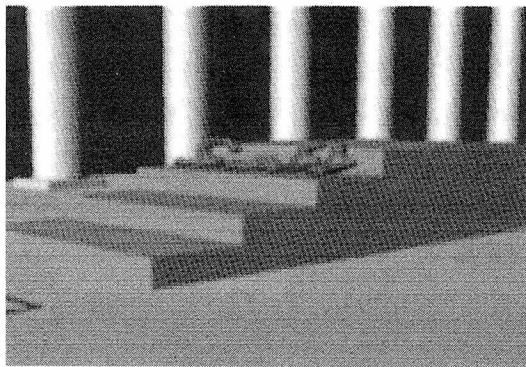
하였다[14]. 이 기술의 원리는 3차원의 점 전하(point charge) 주변의 등전위(iso-potential) 곡면을 모델링한 것이다. 또 캐나다에서 “Soft Object”가 소개되었다[20, 21]. Soft Object는 요소점(keypoint)과 그 주변의 스칼라 필드로 정의된다. 구뿐만 아니라 타원체나 빼는 효과(negative primitive)를 주는 등 좀더 복잡한 필드 함수를 사용할 수도 있다. 뒤에 Bloomenthal이 위 기술로 곡선이나 다각형 등 임의의 골격 원소(skeletal element)를 이용한 모델링[4, 5]을 하여 학문적으로나 상업적으로 널리 응용이 되게 하였다.

음함수 곡면을 이용한 모델링의 학문적 응용 분야는 아주 다양하다. 메타볼을 이용하여 대구의 간의 특정 세포[18]나, 물이 튀는 모습[10]을 모델링하고, Blobby Molecule을 이용하여 사람의 얼굴을 모델링하는 것과 같이 입체의 모양을 표현하였다[12]. Soft Object를 이용하여 산호초를 웹더링하거나[13] 쥐의 뇌를 모델링[16]하고 또 번개를 가시화[17]할 수도 있다.

음함수 곡면을 이용한 모델링은 컴퓨터 시뮬레이션이나 물리적인 법칙에 기반을 둔 애니메이션에도 널리 쓰인다. 입자로 모델링된 변형 가능한 물질의 가시화[19]나 물리적인 법칙에 기반을 둔 환

경에서 충돌 측정(collision detection)과 정확한 접촉면의 계산[11], 일정한 부피를 유지하며 분리와 융합이 가능한 비정형의 물질을 사실적으로 시뮬레이션[7, 15]하는 등에 이용된다.

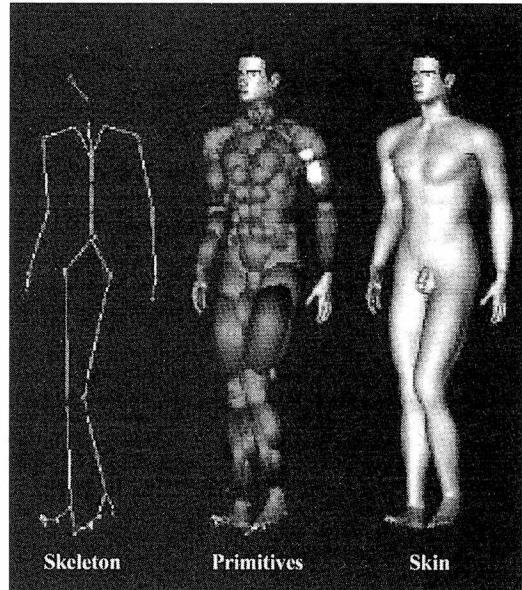
키프레임 애니메이션 환경에서 음함수 곡면은 부드럽게 섞이며 연속적인 곡면을 보장한다는 장점이 있다. 두 물체의 대응 부분간의 보간(interpolate)으로 변형(metamorphosis)[22]도 할 수 있고, 글자들이 계단을 올라가는 애니메이션이나[21](그림 2) 반짝이는 치약 속에서 흐늘거리는 기타연주자가 나오는 광고[1] 같은 시청자들에게 전달하려는 내용을 아주 성공적으로 전할 수 있다



(그림 2) "Soft" [21]

또한 사실적인 가상 인간의 모델링과 변형(deformation)에도 음함수 곡면을 이용할 수 있다. (그림 3)은 스위스에서 음함수 곡면을 이용하여 아주 사실적인 사람을 만든 것으로, 선으로 된 골격(skeleton)에 구나 타원체인 기본도형(primitives)을 입혀 렌더링한 것이다.

상업적인 응용으로는 메타볼 기술이 가장 성공적인 것으로 입증되었고 메타 에디터(MetaEditor)의 개발로 메타볼을 이용한 모델링이 간편하게



(그림 3) 사실적인 사람의 모델링[25]

되었다. 그 후, 일본의 Meta Corporation, LINKS Corporation, 캐나다의 SoftImage(V-Clay)등 여러 회사에서 메타볼을 모델링과 애니메이션 도구에 포함시켰다. Pacific Data Image (California)는 상업적 애니메이션 작업에 Blobby molecules을 많이 이용하였다.

III. 모델링

1. 간단한 기본도형(Simple Primitives)

가. Blobby Molecules(Blinn)

Blinn은 한 원자에서 점 P 까지의 밀도 함수(density function)를 사용하였다.

$$D(P) = b e^{-ar^2}$$

r 은 원자에서 P 까지의 거리이다. 원자가 많을 때는

$$D(P) = \sum_i b_i e^{-a_i r^2} = T$$

를 쓴다. r_i 는 i 번째 원자로부터 P 까지의 거리이다. 음함수 곡면은 밀도가 어떤 한계점 T 와 같은 점들의 집합이다.

나. Metaballs

메타볼에 쓰인 밀도 분포함수는 다음과 같다.

$$w_i(p) = \begin{cases} d_i \left(1 - 3 \left(\frac{r_i}{b_i} \right)^2 \right) & \text{if } 0 \leq r_i \leq \frac{b_i}{3} \\ \frac{3d_i}{2} \left(1 - \frac{r_i}{b_i} \right)^2 & \text{if } \frac{b_i}{3} \leq r_i \leq b_i \\ 0 & \text{if } b_i \leq r_i \end{cases}$$

여기서 r_i 는 P 에서 i 번째 메타볼의 중심까지의 거리, d_i , b_i 는 각각 i 번째 메타볼의 가중치와 반지름이다. 기본도형이 여러 개일 때는 각 도형에 대한 위의 $w_i(p)$ 값을 더한 값을 밀도 함수로 가진다.

다. Soft Objects

이 경우 Blinn의 밀도함수를 다항식으로 근접시켜 계산을 간편하게 하였다. 또한 스칼라 필드 값이 어떤 일정 거리(radius of influence) 이상일 때는 0 값을 갖게 했다:

$$C(r) = \begin{cases} -\frac{4}{9} \frac{r^6}{R^6} + \frac{17}{9} \frac{r^4}{R^4} - \frac{22}{9} \frac{r^2}{R^2} & r \leq R \\ 0 & r \geq R \end{cases}$$

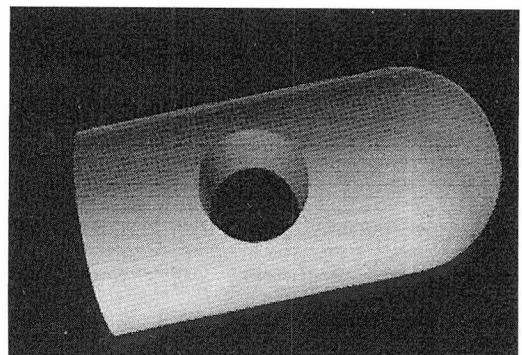
여러 개의 기본도형인 경우

$$C(P) = \sum_{i=1}^n C(r_i) = \text{magic}$$

가 밀도 함수를 나타내고, 스칼라 필드 값이 ‘magic’과 같은 모든 점들의 집합이 음함수 곡면을 이룬다.

라. 비교

빼는 효과를 주어서 모델링한 물체 Blinn의 밀도함수는 공간상의 모든 점에 영향을 미치므로, 어떤 점을 평가할 때 모든 원자의 영향을 고려해야 하기 때문에 원자의 수가 많을 때는 모델링하는 계산량이 많다. Blinn은 각 원자를 하나의 구로 둘러싸 원자의 영향력을 해당 구 안에만 제한함으로써 문제를 해결하였다. 메타볼과 소프트 오브젝트는 스칼라 필드 함수 값이 어떤 특정 거리이상이면 0 이므로 위와 같은 문제가 없다. 또한 개의 기본도형의 특성만 변화시킴으로 전체 공간에 영향을 미치지 않고 곡면을 지역적으로 바꿀 수 있다. 또한 메타볼과 소프트 오브젝트는 스칼라 필드 함수 값으로 다항식을 사용하여 Blinn의 지수 함수보다 계산량이 적은 이점이 있다.



(그림 4) 빼는 효과를 주어서 모델링한 물체

위의 세 가지 기술을 좀 더 복잡한 기본도형으로 확장시킬 수도 있다. 예를 들어 구가 아닌 타원체의 기본 도형을 쓰기도 하고, 빼는 효과를 주는 도형을

포함시켜 물체에 함몰되는 효과(dent)를 줄 수도 있다. (그림 4)는 한쪽이 둥그런 원통에 작은 원통으로 빼는 효과를 주어서 모델링한 물체이다.

2. 골격형 기본도형(Skeletal Primitives)

직선, 곡선, 다각형 또는 점 등을 음함수 곡면을 정의하는 골격으로 사용하는 경우다. 기본도형은 골격의 모양을 따르는데, ‘간단한 기본 도형(요소점 주변의 스칼라 필드로 정의된 음함수 곡면)’으로는 편평한 면을 모델링할 수 없어 골격형 기본도형을 한 해결방법으로 사용할 수 있다. 이 골격형 기본도형을 이용한 모델링에는 두 가지 접근방법이 있다. 골격 위의 가장 가까운 점까지의 거리로 전위(potential)를 계산한 거리 곡면(distance surface)과 적분으로 골격상의 모든 점으로부터 전위를 계산하는 회선 곡면(convolution surface)이 그것이다.

가. 거리 곡면(distance surface)

전위를 계산하기 위해 다음의 공식을 쓴다.

$$f(S, p) = \max_{s \in S} \exp\left(\frac{-\|s-p\|^2}{2}\right)$$

여기서 S 는 골격, p 는 전위를 계산할 점, s 는 골격 위의 점이다. 이 방법의 단점은 골격이 만나는 곳에 원하지 않는 부풀림이나 주름이 생길 수 있다는 것인데, Wyvill 등이 이 문제의 해결방법을 제안하였다[23].

나. 회선 곡면(convolution surface)

이 곡면도 또한 원하지 않는 부풀림이나 주름의 문제를 해결할 수 있다. 전위를 계산하기 위해 다음

의 공식을 쓴다.

$$f(S, p) = \int_S \left(\exp\left(\frac{-\|s-p\|^2}{2}\right) \right) ds$$

여기서 S 는 골격, p 는 전위를 계산할 점, s 는 골격 위의 점이다.

골격 위에 점차 감소하는 가중치를 줌으로써 끝이 가늘어지는 초의 모양 등 복잡한 모양을 만들 수도 있다. 사람 손과 같이 복잡한 모양도 삼각형과 선분을 골격으로 사용한 회선 곡면으로 나타낼 수 있다[6].

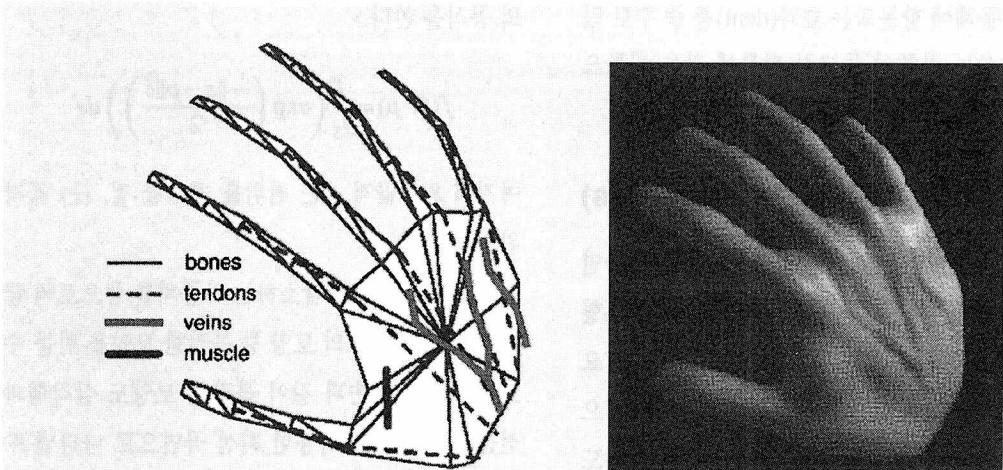
IV. 렌더링

음함수 곡면의 최대의 단점은 대화식의 속도(interactive speed)로 쉽게 렌더링하기 쉽지 않다는 것이다. 다각형화(polygonization)와 직접적인 광선 투사 법(direct ray tracing)이 가장 보편적으로 쓰이는 렌더링 방법이다. 실시간의 렌더링이 불가능하므로 질과 속도의 타협이 필요하며, 그 대안으로 곡면을 근사(approximation)하여 디스플레이하는 방법이 개발되었다.

1. 곡면의 근사

(Surface Approximation)

Bloomenthal과 B.Wyvill은 음함수곡면을 실시간이나 거의 실시간으로 디스플레이하는 방법으로 옥트리(octree), 2차원의 절편, 영상 thresholding이나 scattering과 같은 방법을 제안하였다[4]. Scattering은 곡면 위에 씨를 많이 뿌려, 곡면이 이동하면 씨들도 그 곡면에 다시 닿을 때까지 이동한



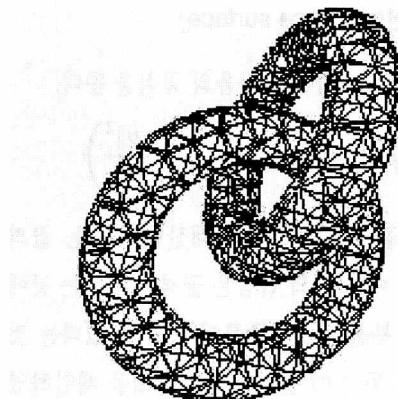
(그림 5) 원편의 골격을 이용하여 회선 곡면으로 모델링 한 손[6]

다는 개념인데 Witkin과 Heckbert[24]와 Desbrun *et al.*[9]에 의해 더욱 향상되었다.

2. 다각형화(Polygonization)

음함수곡면을 다각형화하기 위해서 3차의 공간을 격자 셀(grid cell)로 바꾼 후 두 가지 단계를 거쳐야 한다: 첫째, 곡면과 만나는 모든 셀(경계 셀, boundary cell)을 찾고, 둘째 경계 셀의 꼭지 점의 스칼라 필드 값에 따라 다각형을 만든다. 여러 가지 다각형화 알고리즘이 있지만, Wyvill *et al.*[20]이 음함수곡면을 이용한 모델링 기술 전용의 다각형화 알고리즘을 제안하였다. 이 기술은 불명료한 다각형을 처리할 때, 일관성을 잃으면 구멍이 생기고, 셀이 너무 크면 상세한 정보를 놓치게 된다는 단점이 있다. Bloomenthal[3]은 옥트리와 적응 옥트리 분할(adaptive octree subdivision)을 이용하여 더욱 빠른 알고리즘을 개발하였다. 사면체 셀을 이용

하여 불명료한 다각형 처리 문제를 해결하였고, 적응 옥트리 분할로 상세한 정보의 처리 문제도 해결하였다.



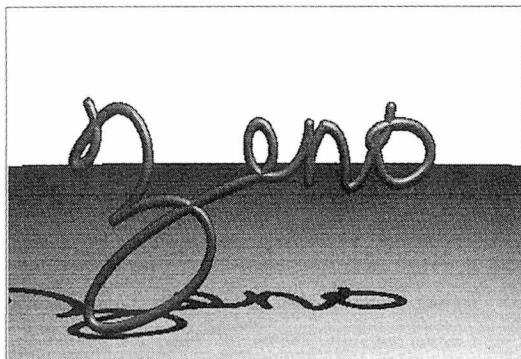
(그림 6)은 2개의 음함수로 정의된 torus를 다각형화에 의해 가시화한 것이다[3].

3. 직접적인 광선 투사법 (Direct Ray Tracing)

광선과 곡면의 교점과 그 법선 벡터(normal vector)만 구할 수 있으면 광선 투사법으로 어려운 모델도 가시화 할 수 있다. 광선을 기본 도형을 둘러싸고 있는 구와 만나게 하여, 음함수 곡면과의 교점을 추정한다. 정확한 교점을 구하기 위해서는 좀 더 자세한 계산이 요구된다. 주어진 점의 법선 벡터는 다음과 같이 스칼라 필드 함수의 편도함수로 구할 수 있다:

$$N = \left(\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \right)$$

Blinn[2]과 Nishimura[14]는 광선 투사법으로 모델을 가시화하였다. 또 여러 가지 광선 투사법 알고리즘이 개발되었다.



(그림 7) zeno

(그림 7)은 구 트레이스 기술(sphere tracing technique)을 이용한 음함수 곡면의 광선 투사법 소프트웨어 zeno의 logo이다.

4. 텍스쳐링(Texturing)

음함수 곡면으로 모델링 된 물체의 텍스쳐링은

아직 연구가 진행 중이다. 모델의 곡면이 끊임없이 변할 수 있다는 것이 음함수 곡면 모델링의 장점이나, 이것 때문에 텍스쳐링하기가 쉽지 않다. 색채, 2차의 텍스쳐 매핑과 3차의 텍스쳐 매핑 등이 기존의 방법이다.

V. 결론

음함수곡면은 컴퓨터 그래픽과 애니메이션에 학문적 상업적으로 널리 쓰인다. 상업적으로는 점 주변의 필드 함수에 기반을 둔 간단한 기술이 이용되고, 학문적으로는 좀 더 일반적인 골격인 선분, 곡선, 다각형 등을 사용한 기술로 확장 응용되고 있다. 음함수곡면을 이용한 모델링은 원하지 않는 섞임, 일관성(coherence)의 상실, 부피의 변화와 실시간 렌더링의 어려움 등의 문제가 있으나, 이에 대한 여러 해결점이 제안되었고, 애니메이션과 움직이는 동안의 변형, warping, 부드럽게 섞임과 그 외 여러 장점으로 매개 변수 곡면(parametric surface)의 대안으로 아주 전망이 밝다.

참고 문현

- [1] T. Beier, "Practical Uses for Implicit Surfaces in Animation," *SIGGRAPH 90, Course Notes 23, "Modeling and Animating with Implicit Surfaces"*
- [2] J.F. Blinn, "A Generalization of Algebraic Surface Drawing," *ACM Trans. Graphics*, Vol. 1, No. 3, July 1982, pp. 135-256.
- [3] J. Bloomenthal, "Polygonization of Implicit Surfaces," *CAGD*, Vol. 5, No. 4. November 1988, pp. 341-355.
- [4] J. Bloomenthal, and B. Wyvill, "Interactive Techniques for Implicit Modeling," *Computer Graphics*, Vol. 24, No. 2, 1990, pp. 109-116.

- [5] J. Bloomenthal, and K. Shoemake, "Convolution Surfaces," *Computer Graphics*, Vol. 25, No. 4, 1991, pp. 251-256.
- [6] J. Bloomenthal, "Hand Crafted," *Siggraph 93*, Course No25, "Modeling, Visualizing and Animating Implicit Surfaces"
- [7] M. Desbrun, and M.-P. Gascuel, "Highly Deformable Material for Animation and Collision Processing," *Proceedings of 5th Eurographics Workshop on Animation and Simulation*, Oslo, September 94,
- [8] M. Desbrun, and M.-P. Gascuel, "Animating Soft Substances with Implicit Surfaces," *Computer Graphics Proc. SIGGRAPH 95*, 1995.
- [9] M. Desbrun, N. Tsingos, and M.-P. Gascuel, "Adaptive Sampling of Implicit Surfaces for Interactive Modeling and Animation," *Proceedings of 1st Eurographics Workshop on Implicit Surfaces*, Grenoble, April, 1995.
- [10] Fujita *et al.*, "Reconstruction of Splashing Water Using Metaball Model," *Fujitsu 1990*, Vol. 41, Part 2, pp. 159-165 (in Japanese).
- [11] M.-P. Gascuel, "An Implicit Formulation for Precise Contact Modeling between Flexible Solids," *Proceedings of SIGGRAPH 93*, pp. 313-320.
- [12] S. Muraki, "Volumetric Shape description of Range Data Using Blobby Model," *Computer Graphics*, Vol. 25, No. 4, July 1991, pp. 227-235.
- [13] N.L. Max, and B. Wyvill, "Shapes and Textures for Rendering Coral," *Scientific Visualization of Physical Phenomena*, N.M. Patrikalakis, ed., Springer-Verlag, 1991, pp. 333-343.
- [14] H. Nishimura *et al.* "Object Modeling by Distribution Function and a Method of Image Generation," *The Trans. of the Institute of Electronics and Telecommunication Engineers of Japan*, 1985, Vol. J69-D, Part 4, pp. 718-725 (in Japanese, translated into English by Takao Fujiwara).
- [15] A. Opalach and S.C. Maddock, "An Overview of Implicit Surfaces," in Introduction to Modeling and Animation Using Implicit Surfaces, Course Notes No 3, *Computer Graphics International*, Leeds, 25-30 June, 1995, pp. 1.1-1.13.
- [16] B.A. Payne and A.W. Toga, "Distance Field Manipulation of Surface Models," *IEEE Computer Graphics and Applications*, January 1992, pp. 65-71.
- [17] T. Reed and B. Wyvill, "Visual Simulation of Lightning," *Computer Graphics Proceedings, SIGGRAPH '94*, 1994, pp. 359-364.
- [18] H. Tatsumi *et al.*, "A New Method for 3D Construction from Serial Sections by Computer Graphics using Metaballs: Reconstruction of "Hepatoskeletal System" Formed by Ito cells in Cod Liver," *Computers and Biomedical Research*, 1990, Vol. 23, Part 1, pp. 37-45.
- [19] D. Tonnensen, "Modeling Liquids and Solids Using Thermal Particles," *Proceedings of Graphics Interface*, 1991, pp. 255-262.
- [20] G. Wyvill *et al.*, "Data Structure for Soft Objects," *The Visual Computer*, Vol. 2, No. 4, August 1986, pp. 227-234.
- [21] G. Wyvill *et al.*, "Animating Soft Objects," *The Visual Computer*, Vol. 2, No. 4, August 1986, pp. 235-242.
- [22] B. Wyvill, "Metamorphosis of Implicit Surfaces," *SIGGRAPH 90*, Course Notes 23, "Modeling and Animating with Implicit Surfaces"
- [23] B. Wyvill, "Implicit Surface Tiling Techniques," *Siggraph 93 talk*, Course No25, "Modeling, Visualizing and Animating Implicit Surfaces"
- [24] A. Witkin and P. Heckbert, "Using Particles to Sample and Control Implicit Surfaces," *Proceedings of SIGGRAPH '94*, July 1994, pp. 269-278.