영상의 재구성
Image Reconstruction

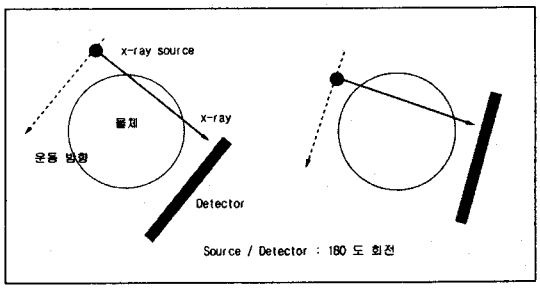
이 완
삼성종합기술원

1. X-ray CT 영상 재구성

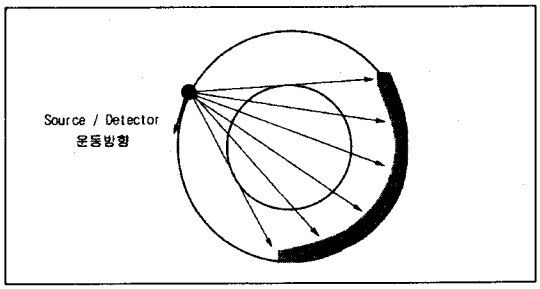
1.1. Image reconstruction from Projection

• • • • • X-ray CT, SPECT(Single Photon Emission CT), PET(Positron Emission Tomography)
cf) MRI(Fast Fourier Transform)

1) Parallel Beam

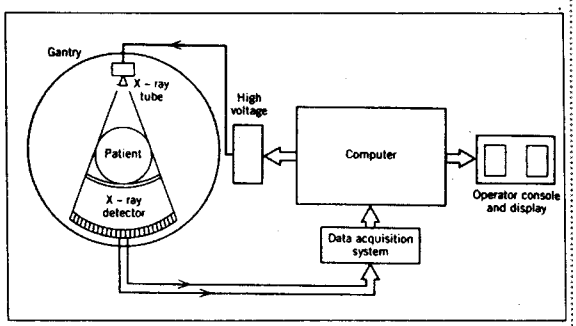


2) Fan Beam

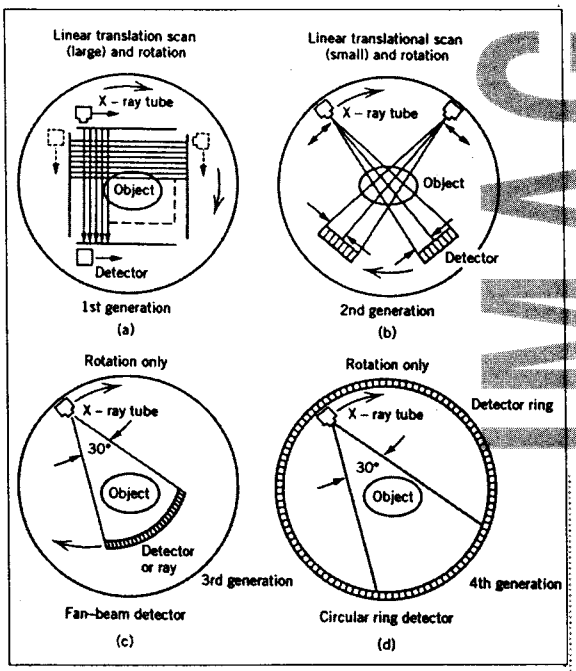


1.2. X-Ray CT

1) X-ray CT 구성



2) X-ray CT 의 발전



1.3. Image Reconstruction Algorithm

- Iteration Method
- Projection Reconstruction
- Backprojection Filtering
- Filtered Backprojection

1.4. Iteration Method

X1	X2
X3	X4

Y1=X1+X2 ……(1)
Y2=X3+X4 ……(2)
Y3=X2+X4 ……(3)
Y4=X1+X3 ……(4)

X1=X2−Y1 ……(5)
X2=X1−Y1 ……(6)

(5)식을 (4)식에 대입하면, Y4 = X2+X3−Y1
(6)식을 (3)식에 대입하면, Y3 = X1−X4−Y1
결과적으로 유일한 답을 얻지 못함.

따라서 초기에 X1, X2, X3, X4의 값을 가정하고 상기의 식을 반복적으로 적용하여 답을 찾아낸다.

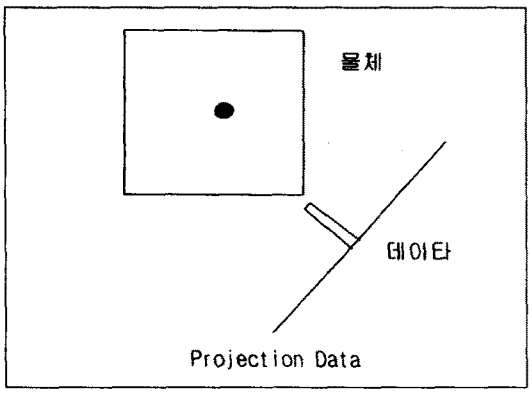
예는 최초에 모든 Data를 10으로 가정하고 Data가 반복계산에 따라 점점 실제 값에 가까워지는 것을 보이고 있다.

이 방법은 본래의 계산량도 많지만 반복에 따른 계산량의 증대로 아직도 극히 일부 특수한 영상 재구성이나 연구자의 연구관심으로 사용되고 있으나 실제의 CT에서는 다음의 방법들을 사용한다.

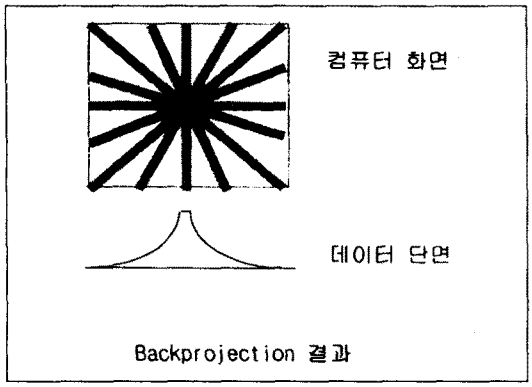
1.5. Projection Reconstruction : Backprojection filtering.

• Backprojection

다음의 그림과 같이 projection data를 원래 projection과 반대 방향으로 data를 깔아 주는 것을 Backprojection이라고 하고 그의 결과는 본래의 영상과 똑같게 되진 않는다.



(a) Projection data



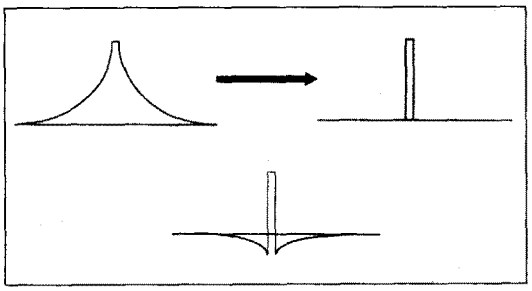
(b) Backprojection data

위의 그림은 Backprojection 과정을 표시한다. a)는 1 방향의 projection data만을 Backprojection한 결과이다. 여러 방향의 data를 점점 더 사용하여 180도 projection data 전부를 사용하여도 본래의 영상으로 재구성 되지 않는다.(즉 Blur 된다).

• Filtering

이렇게 Backprojection 한 영상을 원래의 영상으로 만들기 위해서는 영상을 blurring 시킨 것과 역 과정의 영상 처리(filtering) 를 행하면 된다.

Filter의 모양은 직관적으로도 다음과 같은 모양이 되어야 할 것이다.



여기에서 2차원 filter를 수행해야 하며 위의 filter 도 2차원 filter로 되어야 한다. 2차원 filter 과정은 단순한 곱하기가 아닌 convolution이라는 과정을 거쳐야 한다. 이러한 convolution 과정은 수많은 x, +을 포함하여 계산 시간이 많이 필요하다.

이것은 본래 filtering은 frequency 영역에서 수행할 때는 단순한 x인데 fourier transform 원리에서 frequency 영역에서 x는 공간 영역에서는 복잡한 형태를 가진다.

• Convolution

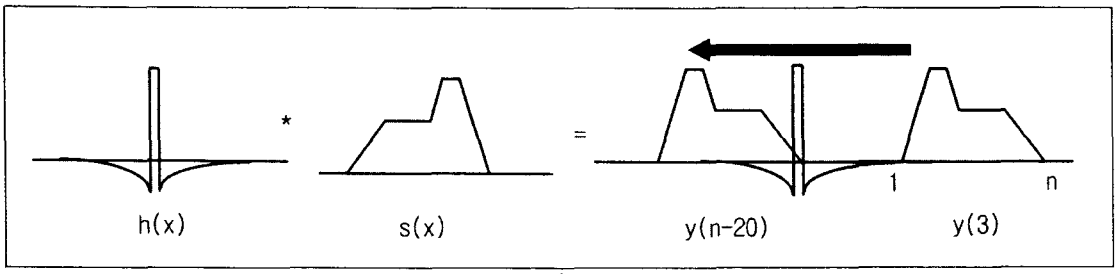
$$Y(f)=H(f)\times S(f) \overset{\text{Fourier transform}}{\Longleftrightarrow} y(x)=h(x)*s(x)$$

$$=\int h(x)*s(x-x')$$

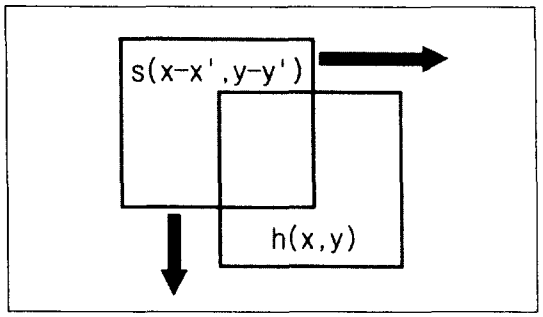
$$y(i)=\Sigma h(i)\times s(i-n)$$

즉 y(i) 하나의 data를 얻기 위해 n번의 곱셈과 n번의 덧셈이 필요하므로, y(1), y(2)… y(n)을 얻기 위해 이 과정을 n 번 해야 한다.

Convolution 과정을 그림으로 표시하면 다음과 같다.



• 2차원 Convolution(Filtering)



이와 같이 2 차원으로 Backprojection 후 2 차원 filtering 을 수행하는 것이 Backprojection filtering 이라고 한다.

1.6. Projection Reconstruction : Filtered Backprojection

상기의 영상 재구성 과정은 선형 시스템이다. 이것은 상기의 filtering 과정과 Backprojection 과정을 바꾸어도 똑같은 결과를 얻는다는 것을 의미한다. 그러나 상기의 고정을 바꾸면 2차원 filtering이 1 차원 filtering으로 바뀌어 convolution시 계산량이 대단히 줄어들어 계산 시간이 대폭 줄어든다. 따라서 실제의 시스템에서는 filtered Backprojection 방식을 쓰고 있다.

Filtered Backprojection시 사용하는 filter의 모양은 앞에서 사용한 것과 같은 모양의 filter function을 사용한다.

1.7. Defects in Reconstructed Images

• Detector 개수

최소 Sampling 개수 = $\sqrt{2}$ * (해상도)

즉 100x100 영상에서 141개의 detector 필요

• Sampling angle이 일정하지 않은 경우

• X-ray의 양이 부족하여 data에 noise가 많은 경우

• 회전 중심이 틀어진 경우

• detector들의 감도가 일정하지 않은 경우

• Bean hardening effect

일반적으로 X-ray source는 energy band와 peak이 있다. 그리고 물질에서의 X-ray의 감쇄도는 Energy에 따라 달라진다. 이러한 이유로 물체가 놓인 위치와 회전에 따라 감쇄도가 변하게 된다.

이것을 해결하는 방법은 (1)Monochromatic source를 사용한다. (2)이중 energy X-ray를 사용해서 계산한다.

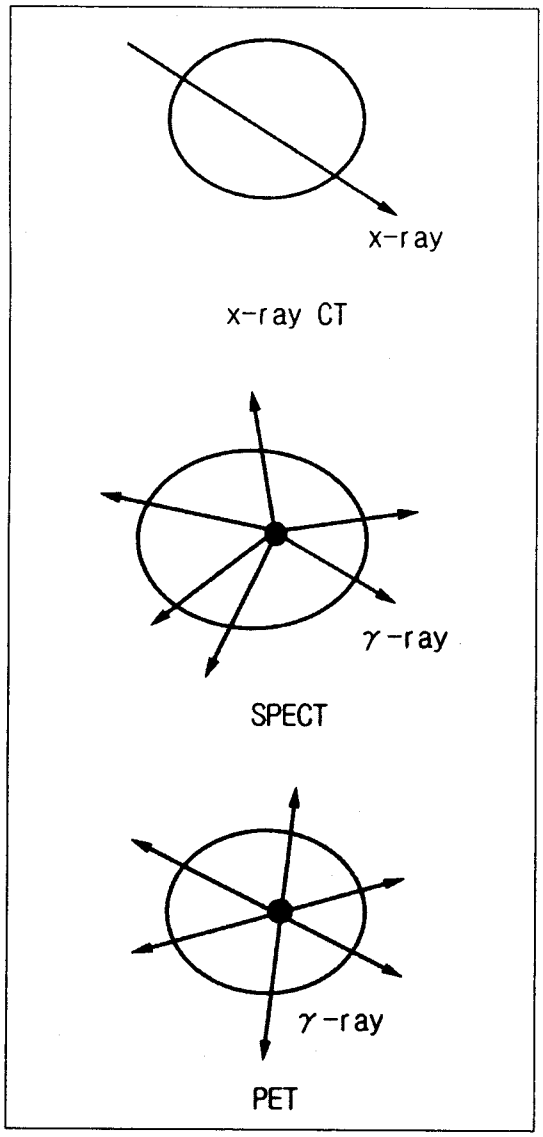
• Scattering

X-ray는 물체를 통과할 때 두 가지 현상이 있다. 하는 흡수와 산란이다. 이 중에서 산란 된 X-ray는 다른

detector로 들어가서 beam hardening과 비슷한 artifact를 만든다.

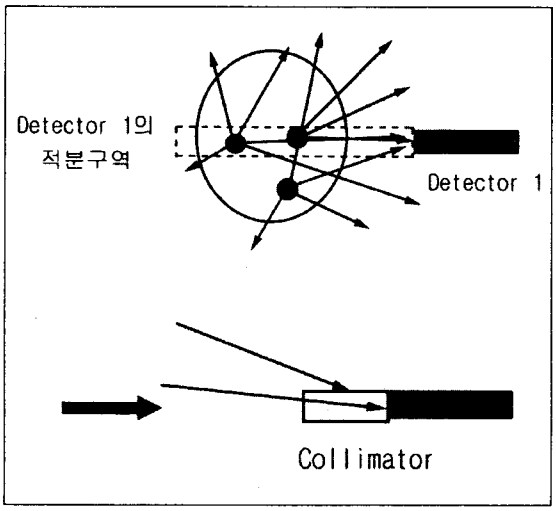
2. SPECT, PET 영상 재구성

2.1. SPECT(Single Photon Emission CT), PET(Positron Emission CT) 의 차이점

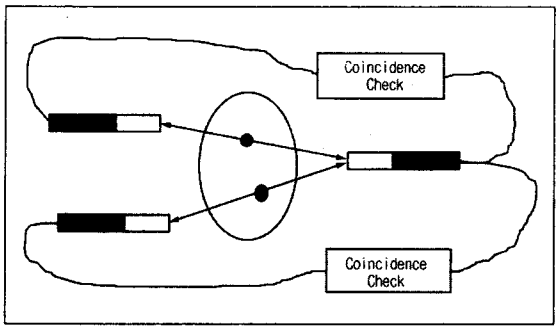


2.2. SPECT, PET의 신호 detection

• Collimator의 필요성

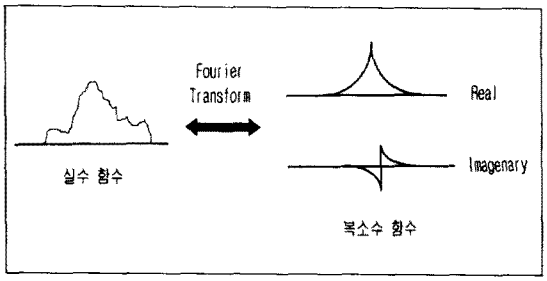


• PET에서 coincidence 검사 회로의 필요성



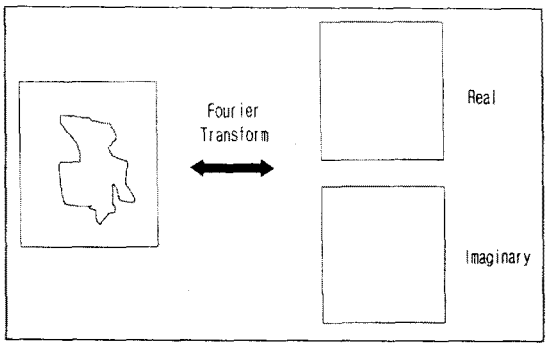
3. MRI 영상 재구성

3.1. 1 차원 Fourier Transform

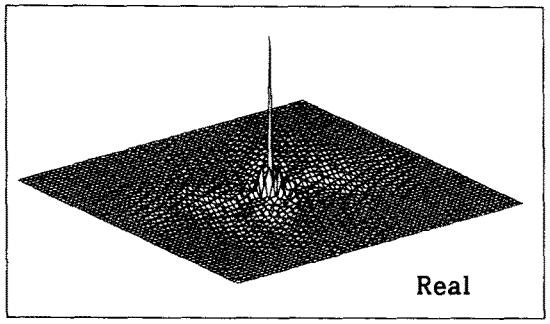


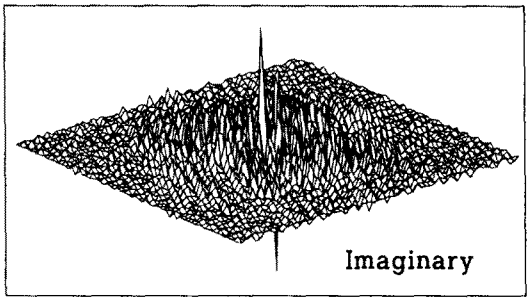
3.2. MRI 영상 재구성

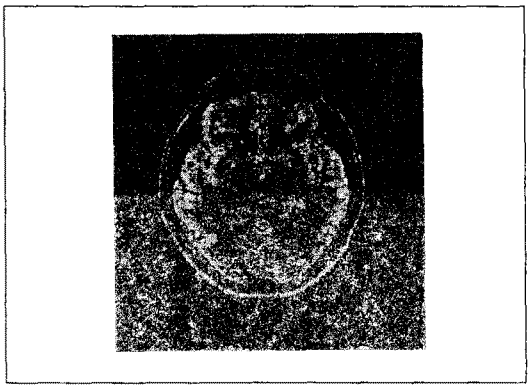
• 2차원 Fourier transform



• MRI Data와 영상



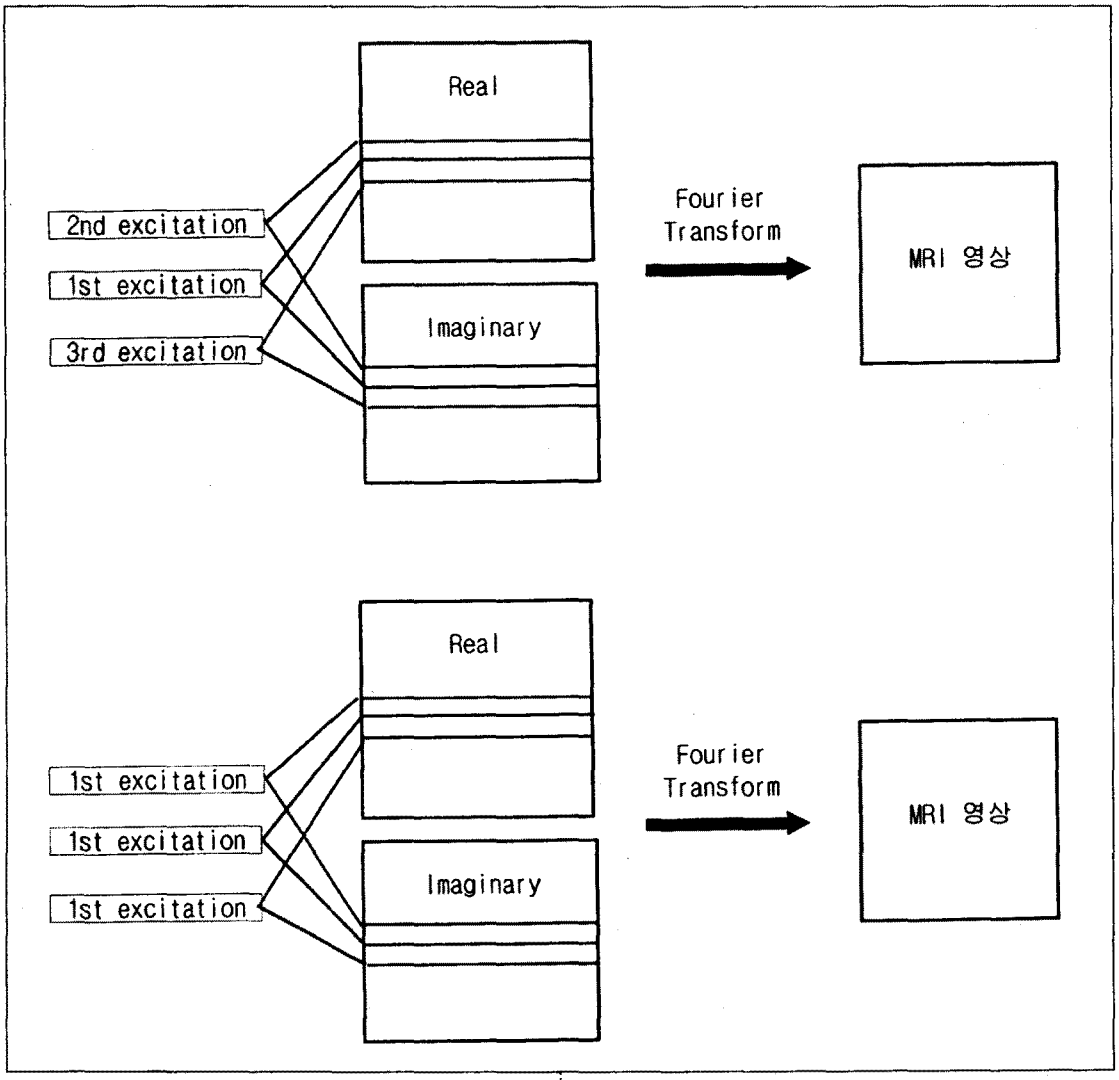




MRI는 상기 그림과 같이 한번에 real data와 imaginary data의 복소수 함수로 data를 얻고 이것을 2 차원 Fourier transform하면 MRI 영상을 얻을 수 있다. 이때 Fourier transform이 많은 계산량을 필요로 한다. 따라서 영상 재구성 시 빠르게 하기 위해서 fourier transform을 빠르게 수행하는 fast fourier transform(FFT)이라는 Algorithm을 이용한다.

MRI data는 다음 그림과 같이 한번의 excitation으로 한 line의 data를 받고 해도는 line의 수에 따르므로 해상도를 올리면 imaging 시간이 길어진다.

이와 같은 점을 보완하여 fast imaging 방법이 개발되어 한번 excitation 으로 여러 line 의 data 를 받아 imaging time 을 줄일 수 있다.


Real
2nd excitation
1st excitation
3rd excitation
Imaginary
Fourier
Transform
MRI 영상
Real
1st excitation
1st excitation
1st excitation
Imaginary
Fourier
Transform
MRI 영상