

## 철강 Mini Mill 에서의 효율적인 작업 단위 편성

### An Efficient Lot Grouping Algorithm for Steel Making in Mini Mill

박형우\* · 홍유신\* · 장수영\* · 황삼성\*

Hyungwoo Park\* · Yushin Hong\* · Soo Young Chang\* · Samsung Hwang\*

#### Abstract

Steel making in Mini Mill consists of three major processing stages: molten steel making in an electric arc furnace, slab casting in a continuous caster, and hot rolling in a finishing mill. Each processing stage has its own lot grouping criterion. However, these criteria in three stages are conflicting with each other. Therefore, developing an efficient lot grouping algorithm to enhance the overall productivity of the Mini Mill is an extremely difficult task. The algorithm proposed in this paper is divided into three steps hierarchically: charge grouping, cast grouping, and roll grouping. An efficient charge grouping heuristic is developed by exploiting the characteristics of the orders, the processing constraints and the requirements for the downstream stages. In order to maximize the productivity of the continuous casters, each cast must contain as many charges as possible. Based on the constraint satisfaction problem technique, an efficient cast grouping heuristic is developed. Each roll consists of two casts satisfying the constraints for rolling. The roll grouping problem is formulated as a weighted non-bipartite matching problem, and an optimal roll grouping algorithm is developed. The proposed algorithm is programmed with C language and tested on a SUN Workstation with real data obtained from the H steel works. Through the computational experiment, the algorithm is verified to yield quite satisfactory solutions within a few minutes.

#### 1. 서론

현대 산업사회에서 가장 중요한 소재인 철강을 생산하는 공정은 크게 두 형태로 구분될 수 있다. 즉, 철광석을 주원료로 하는 고로(Blast Furnace)로부터 철강을 생산하는 일관 라인(Integrated Mill)과, 고철을 주원료 하여 전기로(Electric Arc Furnace)에서 철강을 생산하는 공정으로 구분될 수 있다. 고로 중심의 일관 생산공정은 대량

생산 위주의 공정으로서 고품질의 철강을 생산할 수 있다는 장점을 가지고 있으나, 주문으로부터 납기까지의 Lead Time이 길어지며 투자가 과도한 단점을 가지고 있다. 반면에 전기로 공정은 품질은 다소 떨어지나 Lead Time을 단축할 수 있고 적은 투자로 건설할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

본 논문에서는 최근 국내외에서 많이 건설되고 있는 전

\* 포항공과대학교 산업공학과

기로를 이용하여 철강을 생산하는 Mini Mill 라인에서의 생산성 향상을 위한 공정별 작업 단위를 편성하는 기법을 제안하고자 한다. 일반적으로 Mini Mill 라인은 제강 공정(Steel Making), 연주 공정(Slab Casting), 및 열연 공정(Hot Rolling)으로 구성된 3단계의 흐름형 생산 라인(Three-Stage Flow Shop)으로 정의될 수 있으며 본 논문의 대상인 H 제철소의 Mini Mill 라인은 그림 1에서 보는 바와 같다. 첫번째 공정인 제강 공정은 두개의 전기로가 병렬로 연결되어 있으며 고로에서 출산된 용산(Molten Iron), 고철(Scrap), HBI(Hot Briquette Iron) 등을 원료로 하여 약 50분간의 정련을 거쳐 용강(Molten Steel)을 출강한다. 전기로에서 출강된 용강은 강종에 따라 LF(Ladle Furnace)와 VTD (Vacuum Tank Degasser)에서의 로의 정련 과정을 거친 후 다음 단계인 연주 공정으로 보내진다. 두 번째 공정인 연주 공정은 두개의 연속 주조 설비가 병렬로 구성되어 있으며 전기로에서 출강된 4~7개의 Charge들을 연속적으로 투입하여 약 60mm 두께의 주편(Slab)으로 주조된 후 고객들의 주문 사양에 맞는 단종으로 절단되어 Reduction Unit에서 조압연을 거쳐 20~30mm 두께의 주편으로 압연된다. 연주 공정에서 주조된 주편은 권취(Coiling)되어 가열로로 거쳐 마지막 공정인 열연 공정으로 투입된다. 열연 공정에서는 권취된 주편들을 순차적으로 공정에 투입하여 고객이 요구한 두께로 압연하여 최종 제품인 코일(Hot Coil)을 생산하게 된다.

Mini Mill 라인에서는 공정의 특성, 작업 및 설비의 제약 등으로 생산성을 극대화할 수 있는 일정계획을 수립하는데 많은 어려움이 있다. 무엇보다도 각 공정간에 중간 재공을 저장할 수 없기 때문에 반드시 제강-연주-열연의 3단계 공정 모두가 동기화된(Synchronized) 일정계획이 세워져야 한다. 먼저 제강 공정에서는 고객들의 주문들을 모아 제강 공정의 작업 단위인 Charge를 편성하는데 있어서 편성율을 높이는 것이 우선적인 목표이나 Charge의 편성 결과에 따라 다음 공정인 연주 공정의 생산성이 좌우되기 때문에 연주 공정의 특성, 설비 및 작업의 제약 등을 동시에 고려하여 Charge들이 편성되어야 한다. 두번째 공정인 연주 공정에서는 제강 공정에서 출강된 Charge들을 모아 연주 공정의 작업 단위인 Cast의 편성하게 되는데 Cast의 편성 결과에 따라 마지막 공정인 열연 공정의 생산성이 결정되므로 Cast 편성 시에도 열연 공정의 작업 단위인 Roll 편성 결과를 동시에 고려하지 않으면 안된다. 따라서 Mini Mill라인 전체의 생산성 극대화를 위해서는 각 공정에서의 작업 단위의 편성은 물론 다른 공정들의 작업 단위의 편성도 동시에 고려하여야 함에 따라 공정들 사이에 서로 갈등이 일어날 수밖에 없어 Mini Mill 라인의 생산성을 극대화할 수 있는 일정계획을 도출하는데 많은 어려움이 따르게 된다. 일정계획 수립과 관련된 각각의 공정별 특성, 설비 및 작업의 제약 등은 다음 장에서 상세히 설명하고자 한다.

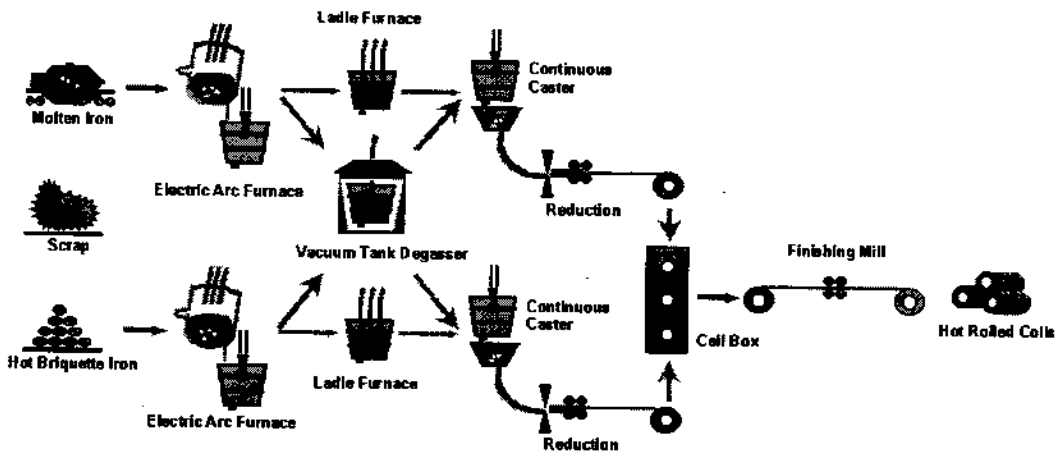


그림 1. H 제철소 Mini Mill 라인의 분류 흐름

본 논문에서는 고객의 다양한 주문, 짧은 납기 등의 제약하에서 Mini Mill 라인의 생산성을 극대화할 수 있는 동기화된 일정계획을 편성하기 위한 효율적인 알고리즘을 제안하고, 그 알고리즘의 적정성과 효율성을 현재 H 제철소에서 가동중인 Mini Mill 라인의 실제 데이터를 이용하여 검증해 보았다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2 장에서는 H 제철소의 Mini Mill 라인의 주문의 사양, 공정의 특성, 조업에 따른 제약 조건 등을 상세히 설명하였다. 3 장에서는 조업의 특성 및 제약을 고려하여 전체 라인의 생산성을 극대화하는 공정별 작업 단위를 편성하기 위한 알고리즘을 제안하였으며, 4 장에서는 제안된 알고리즘에 대한 수치 실험을 통하여 제안된 알고리즘의 적정성 및 효율성을 검증하였다.

## 2. Mini Mill 라인의 특성

본 장에서는 H 제철소의 Mini Mill 라인의 주문의 사양, 공정별 특성 및 조업에 따른 제약 조건 등을 상세히 설명하고자 한다.

### 2.1 주문의 사양

Mini Mill 라인에서 생산되는 각 코일을 구매하는 고객들의 주문은 다음과 같은 사양을 포함하고 있다. 즉, 주문  $i$ 에 대하여 주문의 특성을 나타내는 모수들을 살펴보면 아래와 같다

$r_i$  : 주문  $i$ 의 강종.

$oq_i$  : 주문  $i$ 의 주문량(톤).

$q\theta_i$  : 주문  $i$ 의 주문량에 대한 허용 공차 비율의 범위,  
 $0 < q\theta_i < 1$ .

$ow_i$  : 주문  $i$ 에 속하는 코일의 주문 폭(mm).

$w\theta_i$  : 주문  $i$ 에 속하는 코일의 주문 폭의 허용 공차(mm),  $w\theta_i \geq 0$ .

$at_i$  : 주문  $i$ 에 속하는 코일의 주문 두께(mm).

$\underline{ouq}_i$  : 주문  $i$ 에 속하는 코일의 최소 요구 단중(ton).

$\overline{ouq}_i$  : 주문  $i$ 에 속하는 코일의 최대 요구 단중(ton),  
 $\underline{ouq}_i \leq \overline{ouq}_i$ .

철강 제품은 다른 제품들과는 달리 생산 공정의 특성

상 공급량은 주문량의 일정한 비율( $q\theta_i$ ) 내에서 차이를 허용함에 따라 고객에게 전달하는 실제 공급량( $sq_i$ )은 최소 허용량( $\underline{sq}_i = oq_i(1-q\theta_i)$ )과 최대 허용량( $\overline{sq}_i = oq_i(1+q\theta_i)$ )의 범위에서 결정될 수 있다( $\underline{sq}_i \leq sq_i \leq \overline{sq}_i$ ). 또한, 고객에게 공급되는 단위 코일의 폭( $sw_i$ ) 역시 고객이 정한 일정한 범위( $ow_i \leq sw_i \leq ow_i + w\theta_i$ ) 이내에서 차이를 허용하고 있으며, 공급되는 코일의 단중( $suq_i$ )도 고객이 정하는 하한값( $\underline{ouq}_i$ )과 상한값( $\overline{ouq}_i$ )의 범위 이내에서 결정할 수 있다( $\underline{ouq}_i \leq suq_i \leq \overline{ouq}_i$ ). 즉, 각각의 주문에 대한 공급량 및 공급 코일들의 폭 및 단중은 주문의 사양에 맞추어 공급되는 것이 원칙이나 위에서 설명한 고객의 허용 범위 이내에서는 조정할 수 있는 여지를 가지고 있다.

### 2.2 공정별 특성 및 제약

첫번째 공정인 제강 공정에서는 주문에 따라 설계된 코일들을 적절히 묶어 전기로의 작업 단위인 Charge를 편성하여 전기로에 투입하여 약 50분간의 정련을 거쳐 용강을 출강한다. 이때 하나의 Charge는 반드시 동일한 강종의 주문들로만 편성되어야 하며 한 Charge의 중량은 전기로의 용량( $\bar{ch}$ )을 초과할 수는 없다. 동시에 제강 공정의 생산성을 확보하기 위하여 한 Charge의 중량은 반드시 전기로 용량의 일정 수준( $ch$ ) 이상이 되어야 한다.

제강 공정에서는 생산성의 극대화 및 고객들의 주문을 최대한 충족시키기 위하여 가능한 한 많은 Charge를 편성함을 일정 계획의 목표로 하고 있다. 특히 제강 공정만을 고려하면 코일들의 폭 및 두께와 관계없이 강종만 동일하면 한 Charge에 편성될 수는 있으나 앞에서 설명한 바와 같이 하나의 Charge에 포함되는 코일들은 다음 공정인 연주 공정에서 연속적으로 주조되어야 하기 때문에 연주 공정에서 허용하는 일정한 범위 이내의 폭을 가지는 코일들만을 모아 하나의 Charge가 편성되어야 한다.

두 번째 공정인 연주 공정에서는 제강 공정에서 출강된 Charge를 모아 연속적으로 주편을 주조한다. 특히 연주 공정은 Mini Mill 라인의 Bottleneck 공정으로서 가능한 한 많은 Charge들(H 제철소의 경우 4 Charge 이상)을 묶어 연주 공정의 작업 단위인 Cast를 편성하여 생산성의 극대화를 도모하고자 한다. 연주 공정에서의 하나의

Cast는 반드시 단일 강종의 Charge들로 편성되어 동일 폭으로 구조됨을 원칙으로 하되, 각 Cast별 구조 시간은 설비의 사양에 따라 주어지는 범위( $sr, \bar{sr}$ ) 이내에 들어야 한다. 다만, 불가피한 경우, 구조 과정에서 1회에 한하여 일정한 범위내에서 구조 폭을 변경할 수는 있으나 제품의 품질 및 생산성 등을 고려하여 최대한 폭 변경을 제한하고 있다.

연주 공정은 Mini Mill 라인의 Bottleneck 공정으로서 제강 공정과 같이 생산성 극대화 및 고객의 주문을 최대한 만족하기 위하여 최대한 많은 Cast의 편성을 목표로 하고 있다. 그러나 제강 공정에서의 Charge 편성 결과에 따라 Cast의 편성율이 결정됨으로 Charge 편성시 Cast 편성율을 극대화할 수 있도록 함께 고려되어야 하는 어려움을 안고 있다.

세 번째, 열연 공정에서는 병렬로 배치된 두 대의 연주기에서 각각 구조된 두께의 Cast들로 열연 공정에서의 작업 단위인 하나의 Roll을 편성하게 된다. 두 대의 연주기에서 구조된 Cast들은 설계된 단종을 가지는 주면들로 절단되어 교대로 가열로를 거쳐 열연 공정에 투입, 압연되어 최종 제품인 코일을 생산하게 된다. 연주기의 생산성 확보를 위하여 두 대의 연주기에서의 구조 공정은 동시에 시작하는 것을 원칙으로 하기 때문에 하나의 Roll에 편성되는 두 Cast들의 구조 시간의 차이는 정해진 범위 이내이어야 한다. 또한 하나의 주면을 압연시 코일의 사양(강종, 폭, 및 두께)에 따라 압연 설비의 특성에 따른 압연 가능 코일 단종의 최소 허용치( $\underline{ruq}_i$ )와 최대 허용치( $\overline{ruq}_i$ )의 범위 이내에서 공급되는 코일의 단종이 결정되어야 한다( $\underline{ruq}_i \leq \overline{suq}_i \leq \overline{ruq}_i$ ).

하나의 Roll에 포함되는 코일들의 폭은 열연 공정에서 정해진 기준 이내에서만 폭의 변경이 가능하다. 한편, 코일의 두께는 두께가 얇은 순서부터 순차적으로 4그룹(A, B, C, D)으로 구분하여 관리하고 있다. 한 Roll에 편성된 서로 다른 두께 Group의 코일들을 순차적으로 압연할 때, 얇은 Group에 속한 코일 다음에 두꺼운 Group의 코일로 압연 순서가 진행되는 것은 무방하나, 반대의 경우, 즉 두꺼운 Group의 코일 다음에 얇은 Group의 코일이 압연되

는 경우에는 설비의 특성상 한 두께 Group 이내의 차이만을 허용한다. 동시에 동일 두께Group의 코일들을 연속해서 압연하는 경우, 설비의 피로를 고려하여 연속하여 압연하는 동일 두께Group의 코일의 총 중량은 코일의 강종, 두께 및 설비의 특성에 따라 정해진 중량을 초과할 수 없다.

### 3. 공정별 작업 단위 편성 알고리즘

앞 장에서 설명한 공정별 특성, 설비 및 조업의 제약 등을 준수하면서 정해진 기간에 주문을 최대한 충족시키는 일정계획을 수립할 수 있다면 이는 Mini Mill 라인의 최적 일정 계획이라 할 수 있다. 그러나 제강 공정에서의 Charge 편성 문제만을 보아도, 이 문제가 대표적인 NP-Complete 문제 중의 하나인 Bin-Packing 문제의 변형임을 쉽게 증명할 수 있어 전체 Mini Mill 라인의 최적 일정계획을 도출한다는 것은 불가능하다. 따라서, 본 논문에서는 순차적으로 공정별 작업 단위를 편성하는 실용적인 발전적 기법을 제안하고자 한다.

#### 3.1 코일의 설계

먼저 모든 주문에 대하여 주문별 공급량 및 코일들의 사양(강종, 단위 중량, 폭, 두께 등)을 설계하여야 한다. 2장에서 설명한 바와 같이 주문  $i$ 에 대한 허용 공급량의 집합을  $Q_i$ 라고 정의하면  $Q_i = \{q | \underline{sq}_i \leq q \leq \overline{sq}_i\}$ 로 표시되며, 주문  $i$ 에 속한 코일들의 허용 단종 집합,  $UQ_i$ 는 아래와 같이 고객의 주문에 명시된 단종의 범위와 주문의 사양에 따른 열연 공정 설비 능력의 허용 범위의 교집합으로 나타낼 수 있다.

$$UQ_i = \{uq | \underline{uq}_i = \max(\underline{ouq}_i, \underline{ruq}_i) \leq uq \leq \overline{uq}_i = \min(\overline{ouq}_i, \overline{ruq}_i)\}$$

또한 주문  $i$ 의 공급량을 충족시키기 위한 최소 및 최대 코일의 수를 각각  $\underline{n}_i$ 와  $\overline{n}_i$ 로 정의하면  $\underline{n}_i$ 와  $\overline{n}_i$ 는 아래와 같이 정해진다.

$$\underline{n}_i \ (\overline{n}_i) : \underline{sq}_i / \underline{uq}_i \ (\overline{sq}_i / \overline{uq}_i) \text{보다 큰(작은) 정수 중 가장 작은(큰) 정수}$$

위의 결과로부터 허용되는 단종을 가지는 코일로 설계가 가능한 주문  $i$ 에 대한 허용 공급량의 집합,  $SQ_i$ 와 허용되는 코일의 폭 범위의 집합,  $PW_i$ 는 각각 아래의 식 (1)과 (2)로 표시될 수 있다.

$$SQ_i = \{q | n_i \cdot \underline{uq}_i \leq q \leq \bar{n}_i \cdot \overline{uq}_i\} \cap Q_i \tag{1}$$

$$PW_i = \{w | w_i \leq w \leq w_i + w\theta_i\} \tag{2}$$

위에서 설명된 바와 같이 주문에 준하여 공급되는 코일의 사양을 설계하는데 있어서 주문량, 단종 및 폭을 확정적인 값으로 정하지 않고 허용치의 집합으로 설계함으로써 각 공정에서 작업 단위의 편성율을 높일 수 있을 뿐만 아니라 보다 용이하게 작업 단위를 편성할 수 있는 장점을 가지게 된다.

### 3.2 제강 공정의 Charge 편성

앞 절에서 설계된 주문 코일들을 대상으로 하여 제강 공정에서의 작업 단위인 Charge를 편성하는 문제는 전기로와 같은 용량을 가진 Bin을 주문으로 채우는 Bin-Packing 문제[1]의 변형으로 정의될 수 있다. Bin-Packing 문제는 잘 알려진 바와 같이 NP-Complete 문제로 최적해를 구할 수 있는 Polynomial Time 알고리즘이 존재하지 않아 많은 발견적 기법들이 제안되어 왔다.

Bin-Packing 문제 중 가장 간단한 일차원 Bin-Packing 문제에서는 First-Fit, First-Fit Decreasing, Best-Fit Decreasing 등의 발견적 기법이 제안되었고, 그 기법들의 Worst-Case Performance에 대한 연구가 발표되었다[2]. Bin의 크기에 대한 제약을 완화한 Variable-Sized Bin Packing 문제에 대하여는 NFL(Next Fit using Largest bins only), FFDLR(First Fit Decreasing using Largest bins, at end Repack to smallest possible bins), FFDLS(First Fit Decreasing using Largest bins, but Shifting as necessary) 등과 같은 기법이 소개되었으며[3, 4], 또한 Friesen 등[5]이 First-Fit Decreasing과 Best Two Fit 알고리즘을 혼합한 Hybrid 알고리즘을 제안하였다

2장에서 설명한 바와 같이 한 Charge는 같은 강종의

주문들로 이루어지므로, 동일 강종의 주문들로 이루어진 주문 집합을 대상으로 Charge 편성 문제를 다룰 수 있다. 따라서 모든 주문의 강종은 같다고 가정하는데 무리가 없다. 또 모든 주문의 폭 허용 집합은 공집합이 아니라고 ( $\bigcap_i PW_i \neq \Phi$ ) 가정하면, Charge 편성 문제는 Bin의 크기와 Item의 크기가 정해져 있지 않고 일정한 범위를 가지는 Bin-Packing 문제의 특별한 형태로 정의될 수 있다. 즉, 전기로 최대 용량( $\bar{ch}$ )과 최소 용량( $ch$ )이 Bin의 크기의 변화 범위이고, 허용 공급량의 집합,  $SQ_i$ 와 코일들의 허용 단종 집합,  $UQ_i$ 가 Item의 크기와 개수를 나타낸다. 실제 문제에서는 코일들의 크기와 개수를 정하는 문제가 발생하나 수리 모델을 간단히 하기 위해 각 주문의 공급량에 대한 코일의 크기는 모두 같다고 정의하면, Charge 편성 문제는 아래 P.I와 같은 비선형 제약식을 가지는 수리 모형으로 나타낼 수 있다.

### P.I(Charge Grouping)

$$Maximize \quad \sum_j \sum_i U_i X_{ij} \tag{I.1}$$

$$Subject \ to \quad U_i \in UQ_i, \quad \forall i \tag{I.2}$$

$$\sum_j U_i X_{ij} \in SQ_i, \quad \forall i \tag{I.3}$$

$$ch \leq \sum_i U_i X_{ij} \leq \bar{ch} \quad \forall j \tag{I.4}$$

$$X_{ij} : integer \quad \forall i, j$$

$$U_i \geq 0 \quad \forall j$$

위 모형에서 결정 변수  $U_i$ 는 주문  $i$ 의 단종, 즉 코일의 종량을 나타내고,  $X_{ij}$ 는 Charge  $j$  속한 주문  $i$ 의 코일 개수를 나타내는 정수 값을 가지는 결정 변수이다. 그러나 실제 문제에서는 모든 주문의 허용 폭 집합에 교집합이 존재하지 않고, 단종의 크기도 고객이 정한 범위 내에서 변할 수 있기 때문에 이를 고려한 효율적인 알고리즘이 필요하다. 따라서 본 논문에서 제안하는 알고리즘에서는 주문별로 주어진 허용 폭의 범위를 탐색하며, 이 허용 폭 범위는 다음 작업 단위인 Cast 편성시에도 중요한 역할

을 하게 된다.

먼저, 각각의 Charge는 반드시 동일한 강종으로 편성되어야 하므로 모든 주문을 강종별로 구분한 후 강종별로 아래의 알고리즘을 적용한다. 주문에 따라 주문량이 한 Charge의 최대 용량( $\bar{ch}$ )을 초과하는 경우도 있을 수 있으나 이 경우에는 해당 주문량을 미리 분할하여 Charge를 편성하고 미편성 주문량만을 편성 대상 주문에 포함시켜 아래의 알고리즘을 적용하게 된다.

### Charge 편성 알고리즘

#### Step 0 : (초기화)

동일한 강종의 주문들을 폭의 오름차순으로 정렬하되, 동일 폭의 주문인 경우에는 주문량의 내림차순으로 정렬한다.

#### Step 1 : (순차적 편성)

동일 생산 폭을 공유할 수 있는 주문들을 순차적으로 묶어 가면서 Charge를 편성하되 한 Charge의 편성량이 전기로 최소 용량( $ch$ )을 초과할 때까지 Charge를 편성한다.

#### Step 2 : (주문량의 조정 1)

편성된 Charge에 포함된 주문량의 합이 전기로 최대 용량( $\bar{ch}$ )을 초과하지 않을 경우, 편성된 Charge에 포함된 주문들을 주문량 범위( $SQ_i$ )의 최대값의 범위 내에서 주문량을 증가시켜 각 주문에 대한 공급량을 확정된 후 Step 6으로 간다.

#### Step 3 : (주문량의 조정 2)

편성된 Charge에 포함된 주문량의 합이 전기로 최대 용량( $\bar{ch}$ )을 초과하는 경우, 편성된 Charge에 포함된 주문들을 주문량 범위( $SQ_i$ )의 최소값의 범위 내에서 주문량을 줄여 전기로 최대 용량( $\bar{ch}$ ) 이내로 편성이 가능하면 각 주문에 대한 공급량을 확정된 후 Step 6으로 간다.

#### Step 4 : (주문의 교체)

주문량의 조정으로 전기로 최대 용량( $\bar{ch}$ ) 이내로 맞출 수 없을 경우, 편성된 Charge의 마

지막 주문과 동일한 폭을 가지는 주문들을 대상으로 전기로 최대 용량을 맞출 수 있는 주문을 찾아 각 주문에 대한 공급량을 확정된 후 Step 6으로 간다.

#### Step 5 : (주문의 분할)

만약, 이러한 주문이 없는 경우에는 마지막 주문을 분할하여 Charge를 편성하되 분할된 주문량이 주어진 단중 범위로의 분할이 가능하도록 주문별 공급량을 확정하고 Step 6으로 가고, 만약 주어진 단중 범위로의 분할이 불가능하게 되면 다음 주문을 대상으로 동일한 과정을 거친다.

#### Step 6 : (코일의 수 및 단중의 확정)

Charge 편성이 완료된 주문들에 대하여 주어진 단중 집합( $UQ_i$ )의 최대값을 우선으로 하여 코일의 수와 단중의 편파를 최소화하도록 각 주문에 대한 코일들의 단중을 확정한다.

위 알고리즘의 Step 1에서는 주문들을 폭 및 주문량에 따라 순차적으로 Charge를 편성하고 Step 2에서 Step 5까지는 주문량을 조정하면서 Charge 편성량을 늘리는 위하여 수행되는 과정들을 차례로 설명하고 있다. 마지막의 Step 6에서는 편성된 주문들의 공급 코일의 단중을 결정하는 과정으로서 생산성과 함께 고객 만족을 위하여 한 주문에 속하는 코일의 수를 최소화하되 코일들의 단중의 편차를 줄임도 도모하고 있다. 이와 같은 과정을 거쳐 편성된 Charge들은 다음 공정인 연주 공정으로 투입되게 된다. 제안된 Charge 편성 알고리즘에 대한 성능의 평가는 4장에서 H 제철소 Mini Mill 라인의 실제 주문을 대상으로 한 실험을 통하여 실험 결과와 함께 최적해와의 비교 결과가 설명되어 있다.

### 3.3 연주 공정의 Cast 편성

앞 절에서 설명한 바와 같이 제강 공정을 위하여 편성된 Charge들을 대상으로 연주 공정의 작업 단위인 Cast를 편성하여야 한다. 즉, 동일한 강종 및 주조 폭을 공유할 수 있는 여러 Charge들을 묶어 하나의 Cast를 편성하되, 연주 공정의 생산성을 위하여 하나의 Cast는 반드시 4-7개의 Charge를 포함하여야 한다. Cast의 편성 문제는

잘 알려진 Partition 문제[1]의 변형으로 정의될 수 있으나 Partition 문제 역시 NP-Complete 문제로 알려져 있어 최적해를 구할 수 있는 Polynomial Time 알고리즘이 존재하지 않는다. Cast 편성에서도 Charge 편성의 경우와 같이 Cast의 편성량을 최대화함을 우선적인 목표로 하고 있다. Cast 편성 문제의 수리 모형화를 위하여 필요한 모수들을 정의하면 아래와 같다.

- $chg_j$  : Charge  $j$ 의 중량.
- $T_j$  : Charge  $j$ 의 주조시간.
- $\overline{CHW}_j$  : Charge  $j$ 의 주조 허용 폭 범위의 최소값.
- $\underline{CHW}_j$  : Charge  $j$ 의 주조 허용 폭 범위의 최대값.

먼저 연주 공정에서 주조 폭의 변경을 허용하지 않는다고 가정하면, 위에서 설명한 Cast 편성 문제는 아래와 같은 수리 모형(P.II)으로 표현될 수 있다.

P.II(Cast Grouping)

$$\text{Maximize} \quad \sum_k \sum_j chg_j Y_{jk} \quad (II.1)$$

$$\text{Subject to} \quad st \leq \sum_j T_j Y_{jk} \leq \overline{st}, \quad \forall k \quad (II.2)$$

$$(r_j - r_{j'}) Y_{jk} Y_{j'k} = 0, \quad \forall j, j', j \neq j', k \quad (II.3)$$

$$\overline{CHW}_j \cdot Y_{jk} \leq \underline{CHW}_j \cdot Y_{j'k} + M(1 - Y_{j'k}) \quad \forall j, j', j \neq j', k \quad (II.4)$$

$$Y_{jk} = 0 \text{ or } 1 \quad \forall j, k$$

위의 수리 모형에서  $Y_{jk}$ 는 Cast  $k$ 에 Charge  $j$ 가 속하는지 여부를 결정하는 변수이며,  $M$ 은 매우 큰 수를 나타낸다. 식 (II.1)은 Cast 편성량을 극대화하는 목적식이고, 식 (II.2)는 Cast  $k$ 의 총 주조 시간에 대한 제약식이며, 식 (II.3)은 같은 Cast에 속하는 Charge들의 강종이 같음을 나타내고, 마지막 식 (II.4)는 같은 Cast에 속하는 Charge들의 허용 폭 집합에 교집합이 존재해야 함을 나타낸다.

위의 수리 모형 P.II의 최적해를 구할 수 있는 알고리즘은 존재하지 않는다. 특히 위의 P.II는 주조 과정에서 주조 폭의 변경이 허용되지 않는 경우의 수리 모형이나 만약 주조 폭의 변경을 허용하는 경우, 문제는 더욱 복잡하고 어려워지게 된다. 그러나 실 조업에서는 극히 제한적이지만 주조 과정에서 일정 범위 내에서 1회에 한하여 주조 폭의 변경을 허용하고 있음에 따라 먼저 CSP (Constraint Satisfaction Problem) 기법[6]에 Backtracking 및 Look-Ahead 기능[7, 8]을 추가하여, 공정의 제약을 만족시키면서 연주 공정의 생산성을 일정 수준 이상으로 확보할 수 있는 기본 Cast(Initial Feasible Cast)들을 우선 편성한 후, 기 편성된 Cast들을 미편성된 Charge들과 함께 조정하는 과정을 거쳐 최종 Cast들의 편성을 결정하고자 한다. 먼저 기본 Cast의 편성을 위한 알고리즘은 아래와 같다.

기본Cast 편성 알고리즘

Step 0 : (초기화)

모든 Charge들을 강종별로 구분한 후, 강종별로 폭의 오름차순으로 정렬하되, Charge 내의 코일들을 두개의 오름차순으로 정렬한 후 강종별로 아래에 설명된 단계들을 실행한다.

Step 1 : (순차적 편성)

Charge들을 순차적으로 묶어 가면서 동일 폭으로 주조 여부를 검토하여 가능한 경우 주조 가능 시간 범위 내에서 Cast를 편성한다. 만약 동일 폭으로 주조가 불가능하면 Step 2로 가서 폭 변경 가능성을 검토한다.

Step 2 : (Look-Ahead and Backtracking)

주어진 Charge의 폭이 폭 변경 가능 범위에 있는 경우 주조 가능 시간 내에 변경된 폭으로 생산할 수 있는 Charge들이 있는지 탐색하고, 불가능한 경우 Step 1로 가서 다시 현재의 Charge로부터 편성을 시작한다.

위의 알고리즘을 이용하여 기본 Cast들을 우선적으로 편성한 후 아래에 설명된 4단계의 조정을 통하여 미편성 Charge의 수를 최소화하여 Cast의 총 편성량을 극대화한다.

**조정1 : (미편성 Charge들의 편입)**

미편성 Charge들 중에서 기본 Cast와 동일 폭으로 주조가 가능한 Charge들을 선정하여 주조 시간 범위 내에서 해당하는 기본 Cast에 편입한다.(그림 2 참조)



그림 2. 미편성 Charge 들의 편입

**조정2 : (편성된 Charge들의 대체)**

미편성된 Charge들을 동일 폭으로 주조가 가능한 것끼리 묶어 기본 Cast에 이미 편성된 Charge를 대체함으로써 Cast의 편성율을 향상시킨다.(그림 3 참조)



그림 3. 편성된 Charge 들의 대체

**조정3 : (기본 Cast의 분할)**

주조시 폭 변경을 하지 않은 기본 Cast들 중에서 이를 분할하여 미편성된 Charge들과 함께 연속 주조 시간의 허용 범위 내에서 두개의 새로운 Cast들을 편성하여 주조시 폭 변경을 시도함으로써 미편성 Charge수를 감소시킨다.(그림 4 참조)

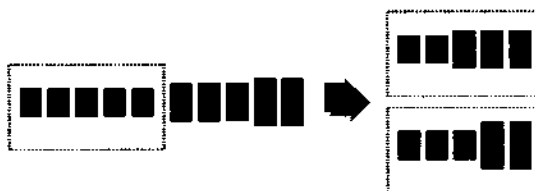


그림 4. 기본 Cast의 분할

**림 4 참조)**

**조정4 : (Cast 폭의 변경)**

주조시 폭 변경을 하지 않은 Cast들을 대상으로 허용 범위 이내에서 폭 변경을 시도함으로써 단위 Cast들을 크게 하여 한 Cast에 포함되는 Charge의 수 즉, 연연주수를 증가 시켜 연주 공정의 생산성을 향상시킨다.(그림 5 참조)

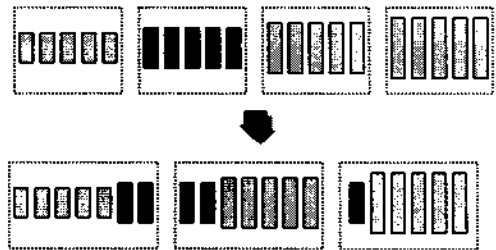


그림 5. Cast 폭의 변경

위에서 설명한 과정을 거쳐 편성된 Cast들은 연주 공정에서 주조를 거쳐 앞에서 결정된 단층으로 절단된 후 가열로를 거쳐 다음 공정인 열연 공정에 투입된다. 연주 공정의 Cast 편성 문제는 Charge 편성 문제와는 달리 편성에 따른 제약 조건이 매우 까다로워 편성율이 현저하게 떨어진다. 제안된 Cast 편성 알고리즘에 대한 성능의 평가는 4장에서 수치 실험을 통하여 그 결과를 보여 주고 있다.

**3.3 Roll의 편성**

열연 공정에서는 그림 1에서 보는 바와 같이 두 대의 연주기에서 주조되어 절단된 주편들을 교대로 압연하여 고객에게 인도되는 최종 제품인 코일을 생산한다. 열연 공정에서 설비 및 조업에 따른 제약을 만족하면서 열연 공정의 작업 단위인 하나의 Roll을 편성하는 문제는 전체 Cast들을 대상으로 Roll 편성에 따른 제약 조건들을 만족하는 두개의 Cast를 선정하여 하나의 Roll을 편성하되 편성량을 최대화함을 목적으로 하는 Matching 문제로 정의될 수 있다. 모형화에 앞서 필요한 모수들을 아래와 같이 정의하면 위의 열연 작업 단위의 편성 문제는 P.III



과 같은 정수계획 모형(Integer Programming Model)으로 표시될 수 있다.

$caq_k$  : Cast  $k$ 의 중량.

$$C_{kl} = \begin{cases} caq_k + caq_l & \text{Cast } k \text{와 Cast } l \text{이 한 Roll에 편성 가능하면} \\ 0 & \text{Cast } k \text{와 Cast } l \text{이 한 Roll에 편성이 안되면} \end{cases}$$

P.III(Roll Grouping)

Maximize  $\sum_k \sum_l C_{kl} Z_{kl}$  (III.1)

Subject to  $\sum_k Z_{kl} = 1, \quad \forall l$  (III.2)

$Z_{kl} = Z_{lk}, \quad \forall k, l$  (III.3)

$Z_{kl} = 0 \text{ or } 1 \quad \forall k, l$

일반적으로 위와 같은 대형의 정수계획 모형에서 최적해를 구하는 것은 너무 많은 계산시간을 요구한다. 그러나 위의 모형은 특수한 구조를 가진 Weighted Non-bipartite Matching 문제로 정의되어 Polynomial Time 최적 알고리즘이 존재한다. 대표적인 알고리즘으로는 Edmond[9, 10]와 Gabow[11]의 알고리즘을 들 수 있으며 그 외에도 여러 알고리즘들이 소개되어 있다.[12, 13, 14]. 본 논문에서는 최적 Roll 편성을 위해 Gabow의 알고리즘을 이용하였다.

그러나 최적해를 구하기 위하여는 Cast  $k$ 와 Cast  $l$ 이 하나의 Roll로 편성될 수 있는가를 나타내는  $C_{kl}$ 가 미리 결정되어야 한다. 두개의 Cast가 하나의 Roll로 편성 가능 여부를 판단하기 위해서는 두 Cast의 주조시간의 차이, 연속하여 압연되는 코일들의 폭 및 두께에 따른 제약과 함께 동일 두께 Group의 연속 압연기준 등이 함께 고려되어야 한다. 만약  $C_{kl}$ 를 결정하기 위하여 모든 경우를 나열(Enumeration)한다면 고려해야 할 경우의 수는 대략 식 (3)과 같이 추정할 수 있다.

$$\frac{r(r-1)\{(q!) \times (p!)^q\}^2}{2} \quad (3)$$

$p$  : 한 Charge에 포함되는 평균 코일의 수

$q$  : 한 Cast에 포함되는 평균 Charge의 수

$r$  : 편성 대상 Cast의 수

그러나 H 제철소의 경우, 1회 작업 단위 편성 물량만을 고려해도 식 (3)으로 주어진 모든 경우의 수를 고려한다면 엄청난 계산시간이 소요되어 실용성을 상실하게 되어 보다 효율적으로  $C_{kl}$ 를 결정하는 방안을 제안하고자 한다.

먼저 한 Charge내의 코일들의 순서를 고려하는 것은 두개의 Cast가 압연될 때 코일들의 두께에 따른 조업상의 제약 조건 만족 여부를 판단하기 위한 것이므로 Charge에 포함된 코일들의 두께 Group에 따라 Charge에도 두께 Group을 정하여 이를 비교하는 방안을 택하였다. 즉, 한 Charge에 포함되는 주문의 수가 많지 않음을 감안하여 코일들의 두께 Group에 따라 Charge의 두께 Group을 A, B, C, AB, AC 등과 같이 정하고, Charge의 두께 Group만을 비교하여 Roll 편성 가능 여부를 판단하게 되면 모든 경우의 수를  $r(r-1)(q!)/2$ 으로 줄일 수 있다.

또한, 두개의 Cast의 조합을 고려할 때, 한 Cast의 Charge들의 순서는 고정하고, 다른 Cast의 Charge들의 순서만을 나열하는 방법으로 Roll 편성 가능 여부를 판단하게 되면 고려되어야 할 모든 경우의 수는  $r(r-1)(q!)$ 가 되어 계산 시간을 단축할 수 있게 된다. 이러한 방법은 실제 실험을 통하여 모든 경우의 수를 검토한 결과와 비교하여 볼 때 차이가 거의 없어 매우 실용적인 방안임을 확인하였다.

Roll 편성 대상인 모든 Cast들에 대하여 두 개씩 Cast를 선정하여 앞에서 설명한 Roll 편성에 따른 네 가지 제약 조건을 검토하여 모든 조건을 만족하는 경우에 한하여  $C_{kl}$  값을 Cast  $k$ 와 Cast  $l$ 의 중량의 합으로 결정한다. 이와 같은 과정을 모든 Cast의 쌍에 대하여 반복하여 모든  $C_{kl}$ 의 값이 결정되면 Gabow의 알고리즘을 이용하여 P.III의 최적해를 구함으로써 최대수의 Roll을 편성할 수 있게 된다. 편성된 Roll 내의 코일의 순서는 이미 제약 조건을 만족하고 있으므로 주조 완료 시각을 기준으로 순

서를 결정하되, 만약 그 순서가 코일의 두께의 선행 관계 조건에 위배되는 경우에는 간단한 탐색만으로도 조건을 만족하는 순서를 쉽게 찾을 수 있다.

#### 4. 수치 실험

본 장에서는 앞에서 설명된 Mini Mill 라인의 공정별 작업 단위 편성 알고리즘의 성능 평가를 위한 수치 실험 결과를 설명하고자 한다. 개발된 알고리즘의 성능 평가를 위하여 일정 계획 기간의 총 주문량 중 각 공정 단계별 작업 단위 편성량의 비율을 나타내는 편성율과 함께 실제 현장에서의 실용성을 고려하여 작업 단위의 편성에 소요되는 계산 시간을 평가 지표로 선정하였다. 알고리즘은 C-Language를 사용하여 구현되었으며, 수치 실험에 사용된 컴퓨터는 현장에서의 사용성을 고려하여 SUN SPARC 20 compatible W/S을 택하였다. 또한 실험에 필요한 주문 및 공정의 제약 등 조업에 관련된 모든 데이터는 H 제철소의 실제 데이터를 받아 이용하였다.

먼저 현장에서 받은 3 세트의 실제 주문 데이터들(주문량: 45,617톤, 50,575톤, 67,563톤)을 가지고 본 논문에서 개발된 알고리즘을 적용하여 각 공정별 작업 단위를 편성하여 그 결과를 표 1에 제시하였다. 표 1에서 각 공정별 편성율은 주문량 대비 편성율을 나타내며 따라서 마지막의 Roll 편성율은 총 주문량 중 최종적으로 계획 기간 중에 생산이 가능한 주문량의 비율을 의미

한다. 실험 결과에서 보는 바와 같이 평균적으로 제강 공정에서는 주문량의 약 95%가 Charge로 편성되었고, 연주 공정에서는 주문량의 약 87%가 Cast로 편성되었으며, 마지막 열연 공정에서는 주문량 중 약 74%가 Roll로 편성되었다. 편성율을 공정별로 검토해 보면 Charge 및 Cast의 편성율은 대체적으로 만족할 만하나 Roll 편성율이 상대적으로 낮은 결과를 보이고 있는데 이는 주로 Cast의 폭 변경을 허용함으로써 Roll 편성에 따른 제약이 강화되기 때문으로 분석된다. 또한 작업 단위 편성에 소요되는 계산 시간은 모두 2분 이내에서 해를 도출하고 있어 개발된 알고리즘은 매우 실용적임에 따라 현장에서 유용하게 이용되고 있다. 그러나 본 실험에서는 실제 현장의 주문 데이터를 이용하였기 때문에 최적해를 구할 수 없다는 문제를 안고 있어 개발된 알고리즘의 최적도에 대한 정확한 성능 평가에는 어려움이 있다.

두 번째 수치 실험은 개발된 알고리즘의 최적도에 대한 성능 평가를 위하여 수행되었다. 먼저 현장으로부터 수집된 6세트의 주문 데이터들을 가지고 본 알고리즘을 이용하여 각각의 데이터에 대한 작업 단위를 편성한 후 미 편성 주문들을 삭제하고 최종 Roll까지 편성된 주문들만을 택하게 되면 최적해를 아는 6세트의 주문 데이터가 만들어진다. 다시 6세트의 주문 데이터들은 2세트씩 합쳐 3세트의 새로운 주문 데이터를 만들면 최적해를 아는 3세트의 데이터들이 준비된다. 이러한 과정을 거쳐 준비된 새로운 3세트의 주문 데이터들은 주문량, 폭, 두께 등이 서로 섞이게 되고, 이 데

표 1. 수치 실험의 결과

	Order (ton)	# Charges (ton)	%	# Casts (ton)	%	# Rolls (ton)	%	Time
1	45,617	325 (42,611)	93.4	57 (39,066)	85.6	25 (33,927)	74.4	60 sec
2	50,575	373 (48,725)	96.3	68 (44,828)	88.6	28 (36,846)	72.8	81 sec
3	67,563	487 (64,104)	94.9	86 (57,974)	85.8	38 (50,242)	74.4	114 sec

표 2. 수치 실험 II의 결과

	Order (ton)	# Charges (ton)	%	# Casts (ton)	%	# Rolls (ton)	%	Time
1	38,995	295/297 (38,745)	99.4	56/58 (38,365)	98.4	27/29 (36,670)	94.0	59 sec
2	48,189	367/369 (47,377)	98.3	72/72 (47,284)	98.1	35/36 (45,963)	95.4	90 sec
3	57,692	436/441 (57,090)	99.0	83/82 (57,090)	99.0	41/41 (56,342)	97.7	127 sec

이터를 가지고 다시 공정별 작업단위를 편성하여 이미 알고 있는 최적해와 비교함으로써 개발된 알고리즘의 최적도에 대한 성능을 평가하고자 한다.

앞에서 설명한 과정을 거쳐 준비된 각각 38,955톤, 48,189톤, 57,692톤의 주문량을 가지는 3세트의 데이터를 이용한 공정별 작업 단위의 편성 결과가 표 2에 제시되었다. 표 2에서 각 공정의 작업 단위의 편성 수 및 편성량은 (근사해/최적해)로 표시되었으며, 편성율은 총 주문량에 대한 해당 공정에서의 편성율을 의미한다. 이는 또한 본 논문에서 제안된 알고리즘을 적용하여 도출되는 근사해의 최적해에 대한 비율을 의미하기도 한다. 마지막으로 근사해를 도출하는데 소요된 계산 시간이 주어져 있다.

표 2를 보면 3세트의 데이터에 대하여 최종 편성율이 90%를 상회하고 있으며, 공정별로 편성율을 검토하여 보면 두 번째 단계인 Cast까지는 평균 98% 이상의 주문이 편성된 반면 Roll 편성율이 상대적으로 낮은 결과를 보이는데, 이는 앞의 실험 결과에서 설명한 바와 같이 주조 중의 Cast 폭의 변경에 기인한 것으로 분석된다. 또한 편성 대상 물량이 커짐에 따라 유연성을 가지고 작업 단위를 편성할 수 있기 때문에 표 2에서 볼 수 있듯이 주문량이 커지게 되면 편성율은 증가하게 되며 특히 세 번째 데이터의 경우에는 97.7%의 매우 높은 편성율을 보여 주고 있다. 동시에 매우 짧은 계산 시간 내에 만족할 만한 해를 제공함으로써 현장에서 유용하게 이용될 수 있는 실용적인 기법임을 알 수 있다.

### 5. 결론 및 추후 연구

본 논문에서는 H 제철소의 Mini Mill 라인에서 공정별로 효율적인 작업 단위를 편성하는 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 현장의 실제 데이터를 이용한 수치 실험을 통하여 만족스러운 편성 결과를 매우 짧은 시간 내에 도출함으로써 현장에서 유용하게 사용할 수 있는 실용적인 알고리즘임을 입증하였다. 또한 짧은 계산 시간을 통해, 앞에서 정의한 공정의 여러 가지 조업 및 설비와 관련된 변수의 값들 및 주문의 변동에 따라 여러 번의 일정 계획을 검토하게 해주는 장점을 가지고 있어 실제 현장의 적용성이 더욱 크다고 할 수 있다. 앞으로 유전 알고리즘, Simulated Annealing 및 Tabu Search 등의 새로운 기법들의 응용을 시도하여 각각의 공정별 작업 단위의 편성율을 높일 수 있는 지속적인 연구가 수행되어야 하며, 특히 앞으로의 조업을 통하여 기술력이 향상됨에 따라 주어진 공정 제약 등이 변화할 때 쉽게 대처할 수 있도록 알고리즘의 유연성을 향상시키기 위한 연구가 계속되어야 할 것이다.

### 참고 문헌

- [1] M. R. GAREY, etc., *Computers and Intractability*, W. H. Freeman, San Francisco, 1979.
- [2] D. S. JOHNSON, etc., Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packing algorithms, *SIAM J. COMPUT.*, Vol. 3, No. 4, December 1974.
- [3] D. K. FRIESEN, etc., Variable sized bin packing.

- SIAM J. COMPUT.*, Vol. 15, No. 1, February 1986.
- [4] FRANK D. MURGOLO, An efficient approximation scheme for variable-sized bin packing, *SIAM J. COMPUT.*, Vol. 16, No. 1, February 1987.
- [5] D. K. FRIESEN, etc., Analysis of a hybrid algorithm for packing unequal bins, *SIAM J. COMPUT.*, Vol. 17, No. 1, February 1988.
- [6] M. ROBERT, etc., Increasing tree search efficiency for constraint satisfaction problems, *Artificial Intelligence*, Vol. 14, pp. 263-313, 1980.
- [7] P. V. HENTENYCK, *Constraint Satisfaction in Logic Programming*, The MIT Press, London, 1989.
- [8] R. M. HARALICK, etc., Reduction operation for constraint satisfaction, *Information Science*, Vol. 2, No. 5, pp. 199-219, 1978.
- [9] J. EDMONDS, Paths, trees and flowers, *Canadian Journal of Mathematics*, Vol. 47, pp. 449-467, 1965.
- [10] J. EDMONDS, Maximum matchings and a polyhedron with 0, 1 vertices, *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 69B, pp. 125-130, 1965.
- [11] H. N. GABOW, An efficient implementation of Edmonds algorithm for maximum matchings on graphs, *Journal of ACM*, Vol. 23, pp. 221-234, 1975.
- [12] S. EVENS, etc., An  $O(n^{2.5})$  algorithm for maximum matching in general graphs, *Proceedings of the 16th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pp. 100-112, 1975.
- [13] T. KAMEDA, etc., An  $O(|V||E|)$  algorithm for maximum matching of graphs, *Computing*, Vol. 12, pp. 91-98, 1974.
- [14] MICALI, etc., An  $O(\sqrt{|V||E|})$  algorithm for finding maximum matching in general graphs, *Proceedings of the 21th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*, pp. 17-27, 1980.