

# 주관주의 확률 이론

송 하 석

(연세철학연구소 전문연구원 / 외국어대 강사)

## 요약

확률에 관한 수학적 탐구가 시작된 18세기 이래 다양한 확률에 관한 이론들이 등장하기 시작했다. 이렇게 다양한 확률 이론 중에서 가장 뒤늦게 제안되어 발전되어 온 주관주의 확률 이론을 소개하고 그 이론에 대한 평가를 시도하는 것이 이 논문의 목적이다.

주관주의 확률 이론은 램지에 의해서 제안되고 드 피네티와 새비지 등에 의해서 발전되어 왔는데, 그 이론의 핵심은 확률을 주관적인 믿음의 정도(degree of belief)로 파악하는 것이다. 이 이론은 다른 여러 가지 이론과 비교하여 많은 장점을 가짐에도 불구하고 몇 가지 문제점을 갖는다. 그 중에서도 가장 큰 문제점은 어떤 사건에 대한 객관적인 확률을 부정하는 것이다. 따라서 주관주의 이론에 대한 적절한 평가는 바로 이러한 문제점에 대해서 어떠한 대답이 주어질 수 있는가에 달려 있다고 할 수 있을 것이다. 드 피네티의 교환 가능한 확률(exchangeable probability)이라는 개념과 그와 관련된 표상정리(representation theorem)는 부분적으로 이러한 문제에 답하는 것처럼 보인다. 그러므로 필자는 이 논문에서 이러한 주관주의 확률 이론의 내용을 살펴보고 그에 대한 평가를 함으로써 주관주의 확률 이론이 갖는 의의를 논할 것이다.

## 주제어

주관주의, 교환가능성, 램지, 드 피네티의 표상정리, 새비지.

## 1. 들어가는 말 : 여러 가지 확률이론

일상 생활에서 우리는 자주 ‘개연성(probability)’, ‘그럴 가능성이 있는(probable)’ 그리고 ‘아마도(probably)’ 등의 용어를 사용한다.

내일 비가 올 개연성(확률)은 80%이다.

이번 한국 시리즈 우승팀은 아마도 해태일 것이다.

이 사람의 죽음의 원인 중에서 가장 가능성이 높은 것은 심장마비이다.

이러한 용어들의 영어 표현이 보여주듯이 이러한 용어가 사용된 문장은 모두 확률(probability)과 관련된 의미를 담고 있다. 이

러한 표현들을 담고 있는 문장의 의미를 이해하기 위해서 우리는 확률에 관한 이해를 필요로 한다. 그러므로 ‘확률’이 어떻게 이해되고 설명될 수 있는가 라는 질문은 논리학이나 수학의 문제일 뿐만 아니라 일상언어의 의미론의 문제와도 관련된다고 할 수 있겠다. 또한 자연과학 이론이 의존하는 귀납적 일반화는 궁극적으로 확률의 문제이기 때문에 과학철학에 있어서도 확률 이론은 대단히 중요한 문제가 아닐 수 없다. 이런 의미에서 확률을 설명하는 여러 가지 이론 중에서 어떤 이론이 가장 설득력이 있는 것인가를 살펴보고, 그에 대한 이해와 평가를 제공하는 것은 의미 있는 일일 것이다.

이 글의 목적은 확률에 관한 여러 가지 이론 중에서 가장 늦게 등장하여 최근 발전되어 온 주관주의 확률 이론을 중심으로 확률에 관한 하나의 이해를 시도하는 것이다. 주관주의 이론도 몇 가지 문제점을 가지고 있는 것이 사실이지만, 다른 이론에 비해서 또한 여러 가지 장점을 갖고 있음을 보임으로써 주관주의 이론에 대한 이해와 평가를 제공하는 것이 이 글의 목적이다.

확률에 관한 학문적 탐구가 시작된 18세기 이래 다양한 이론들이 등장했다. 그리고 이러한 이론에 대한 분류도 여러 가지 방법으로 제시되었다. 이 논문에서는 확률에 관한 이론을 고전적 이론(classical theory), 선형적 이론(a priori theory), 상대빈도 이론(relative frequency theory), 그리고 주관주의 이론(subjectivist theory)으로 나누어 설명하겠다.<sup>1)</sup> 그리고 이 논문의 주제는 확률

1) 이러한 분류는 매우 광범위하게 받아들여지고 있는 것 같다. 블랙(M. Black)은 “Probability”, *Encyclopedia of Philosophy*, New York Macmillan & Free Press(1967)에서 선형적 이론이란 용어 대신 논리적 이론(logical theory)라는 용어를 사용한 것을 제외하면 위와 동일한 분류를 제공하고 있고, 웨더포드(R. Weatherford)도 위와 같은 분류를 제시하고 있다. 또한 웨더포드는 다른 분류에 비해 이러한 분류가 갖는 일관되고 포괄적인 면을 지적하면서 다른 분류에 대한 이점을 설명하고 있다. R. Weatherford, *Philosophical Foundations*

이론 중에서 주관주의 이론에 대한 이해와 평가이므로, 우선 주관주의 이론과의 비교, 평가를 위해 다른 확률 이론에 대해 간단히 살펴보자.

고전적 확률 이론은 확률에 관한 가장 상식적인 견해로서, 모든 동일한 가능성을 지닌 경우의 수(number of all equipossible cases)에 대한 원하는 경우의 수(number of favorable cases)의 비로 확률을 정의한다. 즉

$$\text{확률} = \frac{\text{원하는 경우의 수}}{\text{모든 동일한 가능성을 지닌 경우의 수}}$$

예컨대 이번에 정상적인 주사위를 던져서 5가 나올 확률은 1/6인데, 그 이유는 주사위의 각 면이 나올 가능성은 동일하고, 그 가능한 경우는 6가지이기 때문이다. 고전적 이론은 어떤 사건이 동일한 가능성을 갖는다는 것을 우리가 어떤 사건(5가 나올 사건)에 대하여 다른 사건(1이나 2 등이 나올 사건)보다 더 기대를 하거나 선호할 이유를 갖지 않음이라고 설명한다. 이것을 “무차별의 원리(principle of indifference)”라고 한다. 그리고 일정한 확률값을 갖는 반복적인 사건은 기대되는 발생빈도를 갖고(베르누이의 정리), 또한 어떤 사건의 정해져 있지만 알려져 있지 않은 확률값을 추론하기 위해서 관찰된 빈도를 이용할 수 있다(베이즈의 정리).

선행적 확률 이론은 고전적 이론의 무차별 원리를 수용하는 고전적 이론을 가장 잘 계승한 이론이라고 할 수 있는데, 그 이론에 따르면 확률이란 진술들 사이의 논리적 관계이고, 이러한 관계는 논리학과 확률에 관한 법칙들을 그 진술에 적용함으로써 결정된

다.2) 또한 선형적 이론은 적절하게 언어된 모든 확률 명제는 논리적 참이며, 따라서 분석적이어서 경험적으로 인식될 수 없다고 주장한다. 결국 이 이론은 확률의 가장 중요한 문제는 이미 알고 있는 사실로부터 우리가 무엇을 예측할 수 있는가를 다루는 것이며, 그것은 수학과 연역 논리체계처럼 선형적인 것이라고 주장한다.

이에 대해 상대빈도 확률 이론은 확률이란 진술들 사이의 논리적 관계가 아니라 실제 경험세계에서 발생하는 사건들 사이의 경험적 비율(empirical rate)이라고 설명한다. 즉 이 이론은 확률을 “모집단(population) 내에서 어떤 성질의 상대 발생 빈도”라고 정의한다. X라는 사건의 발생 확률은 실제 세계에서 X가 발생한 실제적인 상대빈도라는 것이다. 비록 확률 계산은 공리적-연역적 수단이지만 이것은 경험적 세계를 다루는 것이며 하나 하나의 확률 명제는 경험적이며 종합적 명제이지 분석적 명제가 아니다. 요컨대 상대빈도 이론과 선형적 이론의 기본적인 차이는 전자의 확률은 실제 세계에 대한 경험적이며 측정 가능한 성질에 관한 것이라면, 후자의 확률은 우리가 세계에 대해서 이해하고 언급하는 방식에 관한 형식적이며 논리적인 성질에 관한 것이다.

이제 가장 최근에 등장한 확률 이론인 주관주의 이론을 살펴보고, 지금까지 언급한 세 가지 이론들과 비교하여 평가해 보자.

## 2. 주관주의 확률 이론

주관주의 확률 이론에 따르면 확률이란 어떤 사람이 특정한 순간에 주어진 명제나 사건에 대해서 갖는 믿음의 정도(degree of

---

2) 여기서 확률의 법칙들이란 다음을 말한다. 어떤 진술 A와 B에 대한 확률값은 다음과 같다:

$0 \leq P(A) \leq 1$ ;  $\models A \rightarrow P(A) = 1$ ;  $\models (A \& B) \rightarrow P(A \vee B) = P(A) + P(B)$ ;  $P(\neg B) = 1 - P(B)$  등이다.

belief)이다. 고전적 확률 이론가인 베르누이나 라플라스도 확률을 설명하면서 ‘확신의 정도(degree of confidence)’라는 용어를 사용하기 때문에 그들도 주관주의 확률 이론가로 오해되기도 하지만, 최초의 주관주의 확률 이론을 분명하게 제안한 사람은 램지(F. Ramsey)이다.<sup>3)</sup> 램지는 확률은 믿음의 정도라는 주장과 그 믿음의 정도는 어떻게 비교되고 측정될 수 있는가를 행동주의적 방식으로 설명한 철학자이기도 하다. 그러나 그의 요절로 주관주의 확률 이론의 체계적인 발전은 그 후 드 피네티(B. De Finetti)와 그의 동료 새비지(L. Savage)에 의해서 이루어진다. 그들은 객관적인 확률이란 하나의 환상이어서 존재하지 않으며 확률은 개인적이며 주관적인 믿음의 정도일 뿐이라고 주장한다.

그렇다면 다른 확률 이론이 추구해 온 객관적 확률은 존재하지 않으며 확률은 개인적인 믿음이라는 주관주의 확률 이론은 그 “믿음의 정도”에 대해서 어떻게 설명하는가? 어떤 사건이나 명제에 대한 나의 모든 믿음이 그 사건이나 명제에 대한 확률이라면 확률이라는 것이 가능하지도 필요하지도 않을 것이다. 그런 의미에서 주관주의자들은 자신의 주장에 다음 두 가지의 제한을 부가한다. 즉 ‘믿음의 정도’라는 말은 그것이 측정가능하고 어떻게 얻어지는가가 설명될 수 있을 때 의미 있게 된다는 “측정가능성 조건”과 어떤 명제나 사건에 대한 나의 어떤 순간의 믿음의 정도는 다른 명제나 사건에 대한 믿음의 정도와, 그리고 다른 순간의 믿음의 정도와 정합적이어야 한다는 “정합성 조건”이 필요하다는 것이다.

첫 번째 제한 조건부터 살펴보자.

램지가 주장한 것처럼 확률은 “어떤 믿음에 대해 느껴지는 강

---

3) F. Ramsey, “Truth and Probability”, *Philosophical Papers*, ed. D. H. Mellor (Cambridge: Cambridge University Press, 1990) 참조.

도(felt intensity of a belief)”와 동일시되어서는 안 된다.<sup>4)</sup> 왜냐하면 느낌의 강도는 양화되기 곤란할 뿐만 아니라, 강한 느낌이 곧 강한 믿음이 아니기 때문이다. 따라서 어떤 믿음을 느끼는 강도는 확률과 동일시되는 “믿음의 정도”를 설명하는 데서 고려될 수 없는 성질이다. 램지와 드 피네티는 믿음의 정도는 주어진 명제나 사건에 대해서 그 사람이 “기꺼이 행위 하고자 함(willing to act)”과 동일하다고 설명하는 행동주의적 설명 방식을 채택한다. 이러한 기꺼이 행위 하고자 함은 행위, 특별히 내기 노름에서의 행위를 관찰함으로써 측정될 수 있다는 것이 그들의 설명이다. 예를 들어 주사위 놀이에서 S가 이번 시행에서 3이 나올 것이라는 명제(P)에 대해서 갖는 확률은 S의 그 명제 P에 대한 믿음의 정도이기 때문에, 우리가 이 확률값을 알고 싶다면 S에게 물어보면 될 것이다. 그러나 사람들은 거짓말을 할 수도 있고 자신의 의도와 상관없이 자기기만에 빠질 수도 있기 때문에, 보다 신뢰할 만한 과학적인 방법은 P와 관련된 S의 행동을 관찰하는 것이다. 즉 우리는 그와 내기 노름을 함으로써 S가 P에 대해 기꺼이 행동하는 정도를 평가할 수 있다.

두 번째 제한 조건인 “정합성 조건”은 주관주의 확률 이론의 아마도 유일한 규정적인 조건일 것이다. 우리는 어떤 명제 P에 대한 믿음과 그에 대한 모순명제  $\neg P$ 에 대해서 다른 믿음의 정도를 가질 것이다. 그러나 이것만으로는 충분하지 않으며, 어떤 의미에서도 우리가 그 명제들에 대해 갖는 믿음의 정도는 서로 갈등을 일으키지 않아야 한다. 예컨대 이번 반장 선거에서 갑돌이가 당선될 것이라는 명제(P)에 대한 영희의 믿음의 정도가 3/4이라고 하고 또한 이번 반장 선거에서 갑돌이가 당선되지 않을 것

---

4) 위의 책, 65쪽.

이라는 명제( $\neg P$ )에 대한 영희의 믿음의 정도가  $2/3$ 라고 하자. 물론 여기에 논리적으로 양립 불가능한 명제가 포함되어 있지 않기 때문에 형식적 모순은 없고 이러한 믿음을 갖는 것이 현실적으로 불가능한 것도 아니다. 그러나 우리가 믿음의 정도를 결정하는 내기 방식을 생각해 본다면 영희의 믿음은 정합적이지 않음을 알 수 있다. 즉 영희의  $P$ 에 대한 믿음의 정도가  $3/4$ 이라는 것은  $P$ 에 대한 내기에서 상대방의 100원에 대해서 영희는 300원을 걸 것이라는 것을 의미하고, 영희의  $\neg P$ 에 대한 믿음의 정도가  $2/3$ 라는 것은  $\neg P$ 에 대한 내기에서 상대방의 100원에 대해서 영희는 200원을 걸 것이라는 것을 의미한다. 영희가 이러한 내기를 동시에 한다면 그녀는 항상 잃을 것이고, 따라서 이러한 내기는 어리석은 것이다. 영희가 어떤 교활한 도박사에 의해 그러한 내기를 하도록 속고 있는 경우 우리는 그녀가 사기노름(Dutch Book)에 걸렸다고 말한다. 사기노름에 걸리는 경우는 그 사람이 부주의했거나 무언가 착각을 했거나 아니면 그가 비합리적인(irrational) 경우일 것이다. 결국 주관주의 확률 이론의 두 번째 조건은 우리는 사기노름에 걸릴 만큼 비합적이어서는 안 된다는 것이다. 그리고 그들은 확률 계산에 따르는 것(conforming to the probability calculus)이 이러한 사기노름을 피하기 위한 필요충분조건이라고 설명한다. 위의 예에서 영희의 믿음의 정도와 관련된 문제점은 상호 모순적인 두 명제에 대한 믿음의 정도를 더해도 1이 되지 않는다는 데 있다. 이것은 드 피네티가 전체 확률 정리(theorem of total probabilities)라고 부르는 기본적인 확률 규칙인 다음 규칙을 어기고 있는 것이다:

$$P(S) + P(\neg S) = 1$$

물론 주관주의 확률 이론가들이 모든 사람들의 믿음이 정합적

이라고 생각하는 것은 아니다. 그들이 주장하는 것은 무모순적이고 합리적이고자 하는 사람은 정합적인 믿음을 가져야 하고 확률 계산에 따라야 한다는 것이다. 우리는 그러한 조건을 제외하고는 자유롭게 믿음의 정도를 가질 수 있다. 요컨대 우리의 믿음의 정도는 최소한의 합리성 조건인 정합성만 확보한다면 무한히 자유로울 수 있다는 것이 주관주의자들의 입장이다. 이런 점에서 주관주의 확률 이론은 다른 이론, 특히 선험적 이론이나 상대빈도 이론보다 요구하는 것이 적다고 할 수 있다. 다시 말해서 다른 이론들은 어디에서 필요한 정보를 찾고 어떻게 확률값이 계산되어야 하며 따라서 어떤 결론이 내려져야 하는가에 대해서 많은 것을 언급하지만, 주관주의 이론은 단지 소극적인 요구, 즉 정합성의 규칙을 어겨서는 안 된다는 것만을 요구할 뿐이다.

정합성 정리가 의존하는 단순한 사실은 다음과 같은 합조건(sum condition)이다. 즉 P가 하나의 형식언어 L에 대한 확률이라는 것은 L문장의 임의 집합  $\Gamma$ 에 대해 다음과 같은  $\Gamma$ 의 부분집합  $\Gamma^-$ 와  $\Gamma^+$ 가 있다는 것과 같다. [다음 조건의 세 번째 식에서  $N(\Gamma)$ 는  $\Gamma$ 의 원소가 되는 문장의 수(cardinality)이다.] :

- i)  $\Gamma^-$ 는 닫힌 집합이다.
- ii)  $\Gamma^+$ 는 무모순적인 집합이다.
- iii)  $N(\Gamma^-) \leq \sum_{A \in \Gamma} P(A) \leq N(\Gamma^+)$

$\Gamma_i$ 가 L문장의 무모순적인 닫힌 집합이라면,  $\Gamma_i$ 의 모든 문장에 1을 그 외의 모든 L문장에 0을 부가하는 함수는 L문장에 대한 2치 확률(two valued probability)이다. 이 경우  $\Gamma_i$ 에 대한 확률값의 총합은  $N(\Gamma_i)$ 이다. 즉

$$\sum_{A \in \Gamma_i} P(A) = N(\Gamma_i)$$



L에 대한 모든 확률은 P에 대한 평균값으로 표현할 수 있다. 이제 주관주의 이론에 따라 P가 우리의 믿음의 정도를 부여한다고 하면, A라면 \$1을 받고 A가 아니라면 \$0을 받는다는 조건에서 우리는  $SP(A)$ 에 전다면 합리적이라고 할 수 있을 것이다. 마찬가지로  $\Gamma$ 가 L문장의 집합이라면,  $\Gamma$ 의 각 문장이 참이라면 \$1을 받는다는 조건에서 우리는  $\sum_{A \in \Gamma} P(A)$ 를 걸 것이다. 결국 L의 모든 부분집합  $\Gamma$ 에 대해서 우리가 P에 따라  $\Gamma$ 의 모든 문장에 대해서 걸기를 한다면, 우리는 순전히 잃기만 하거나 순전히 따기만 할 수는 없는 경우에 우리의 믿음이 정합적이라고 한다. 다시 말해서 L의 모든 부분집합  $\Gamma$ 에 대해서 어떤 닫힌 부분집합  $\Gamma^+$ 와 어떤 무모순적인 부분집합  $\Gamma^+$ 가 있고, 그 관계가  $N(\Gamma) \leq \sum_{A \in \Gamma} P(A) \leq N(\Gamma^+)$ 일 때, P는 L에 대한 확률이고, 그것은 정합적이다.

지금까지 주관주의자들은 S가 어떤 명제 P에 대해서 갖는 믿음의 정도에 어떻게 값을 부여할 수 있는가 라는 질문에 대해서 행동주의적 방식에 의해서 사려 깊게 수행된 일련의 내기에 의해서라고 대답하고, 또한 S가 P에 대해서 갖는 믿음의 정도의 근거나 원인은 무엇인가라는 질문에 대해서는 정합성 조건이 지켜지면 어떤 것도 그 믿음의 정도에 대한 근거가 될 수 있다고 대답한다는 사실을 언급했다.

이제 두 번째 질문에 대해서 좀더 자세히 살펴보자.

우리 대부분은 주사위 놀이에서 이번 시행에서 3이 나올 확률이 1/6이라고 생각한다. 그렇다면 우리의 이러한 믿음의 근거는 무엇인가? 그것은 “권위의 목소리(voice of authority)나 일반적인 문화화(enculturation)”<sup>5)</sup>의 결과라고 말한다. 중요한 것은 어떤 근거에 의해서든 일단 주사위의 모든 면은 같은 정도의 확률을 갖

---

5) R. Weatherford, 위의 책, 232쪽.

는다는 판단을 하게 되면, 6개의 동일한 확률값의 합이 1이기 때문에 각 면의 확률은  $1/6$ 이라는 믿음은 정합적인 믿음을 갖고자 하는 사람들에게 자명한 것이다. 그러나 주관주의 확률 이론은 우리를 그 고정된 확률값에 묶어두지 않는다. 상대빈도 확률 이론은 우리가 던지는 주사위가 변형된 것이거나 특정한 면이 잘 나오도록 고안된 것인 경우를 설명하는 데 이점이 있는데, 이 점에서 주관주의 확률 이론도 마찬가지이다. 만약 주관주의에 따르면, 만약 우리가 어떤 주사위를 던졌는데 매우 많은 경우 3이 나오면 우리는 자유롭게 “이번에 3이 나올 것이다”는 명제에 대한 믿음의 정도를 높게 수정할 수 있기 때문이다. 이렇게 변형된 주사위 놀이의 확률을 설명하는 데 이점이 있다는 점에서 상대빈도 이론과 더불어 주관주의 확률 이론은 고전적 확률 이론보다 우월하다고 할 수 있다. 그러나 그 수정을 결정할 규칙은 없으며, 어떤 값이든지 정합적이기만 하다면 그것은 수용될 수 있고 수용되어야 한다.

새비지는 복잡한 통계학의 법칙도 정합성 규칙의 세련된 형식화일 뿐이라고 말하고, 많은 통계학의 이론과 통계학의 결정이 논리나 수학적 증명보다 기호(taste)나 계산상의 편리와 단순함 그리고 직관적인 판단에 의존한다고 주장한다. 다시 말해서 많은 통계학의 이론은 그것이 단순히 작동하기 때문에, 즉 실제적인 유용성 때문에 정당화되거나 승인된다는 것이다. 이것은 통계 확률이론에 대해서도 마찬가지이다. 우리는 어떤 확률 계산 방식을 받아들이는데 그 이유는 우리가 그 방식을 선호하기 때문이고, 우리가 그 방식을 선호하는 것은 그것이 실제적인 유용성을 갖기 때문이다. 이렇게 선택의 과정은 실제로 우리의 기호나 욕구에 의존하지만 그렇다고 그것이 불합리함을 의미하지는 않는다.

주관주의 이론가들이 확률을 설명하기 위해서 채택하는 이러한

두 가지 방식—정합성 조건의 수학적 세련화와 기호의 문제—은 베이즈의 정리의 사용과 관련된 많은 제한을 제거한다. 즉 객관적인 확률을 추구하는 이론가들은 베이즈의 정리에서 초기 확률값이 알려지지 않은 경우 베이즈의 정리는 사용될 수 없다고 말한다. 베이즈 정리에 관한 객관주의적 확률 이론가들의 비판적 제한을 간단히 언급해 보자. 확률 계산과 관련된 중요한 문제 중의 하나가  $P(B/A)$ 가 알려졌을 때 그것으로부터  $P(A/B)$ 를 계산해 내는 것이다. 이것을 베이즈의 정리라고 하는데 그것은 다음과 같다:

$$P(A/B) = \{P(A) \times P(B/A)\} / P(B)$$

예를 들어 어떤 마을 주민 중에 60%가 자동차를 소유하고 있고, 자동차를 소유하고 있는 사람들 중에서 10%가 야구를 즐긴다고 하자. 반면에 자동차를 소유하고 있지 않은 사람들 중의 20%가 야구를 즐긴다고 할 때, 야구를 즐기는 사람들 중에 몇 퍼센트 정도가 자동차를 가지고 있는가와 같은 문제를 베이즈의 정리는 간단하게 해결해 준다. 즉 A가 자동차를 소유한 사람을, B가 야구를 즐기는 사람을 나타낸다고 하면, 다음과 같은 확률값이 주어진다.

$$P(A) = 0.6; P(\neg A) = 0.4;$$

$$P(B/A) = 0.1; P(B/\neg A) = 0.2$$

그리고  $P(B)$ 는  $P(A \& B) + P(\neg A \& B)$ 이고,  $P(A \& B)$ 는  $P(B/A) \times P(A)$ 이므로,

$$P(B) = 0.1 \times 0.6 + 0.2 \times 0.4 = 0.14$$

이다. 따라서 구하고자 하는 확률값은 다음과 같다.

$$P(A/B) = (0.06 \times 0.1) / 0.14 = 3/7$$

그런데 다음의 문제를 생각해 보자. 하나의 단지에 10개의 공이 들어 있는데 그 공은 하얀색이거나 검정색이다. 꺼냈다, 집어 넣기를 5번 반복한 결과 3개의 하얀 공과 2개의 검정공이 나왔다. 이 경우에 단지 안에 5개의 하얀 공과 5개의 검정공이 들어 있을 확률은 얼마인가? 여기서 단지의 공의 색깔의 경우의 수는 9가지이다. 각각의 경우에서 하얀 공 3번, 검정 공 2번이 나올 정방향의 확률은 쉽게 계산될 수 있다. 그러나 이를 토대로 역방향의 확률은 어떻게 계산될 수 있는가? 베이즈의 정리를 이용하여 이 역방향의 확률을 계산하기 위해서는 단지의 공 색깔의 조합 9가지 각각에 대한 확률값을 알아야 한다. 결국 이런 조건하에서는 베이즈의 정리가 적용될 수 없다는 것이 객관주의적 확률이론자들의 비판적 설명이다.

그러나 객관적 확률을 부정하는 주관주의 확률 이론에 따르면 알려지지 않은 객관적 확률값이란 존재하지 않는다. 우리가 어떤 초기 확률값에 대해서 알고자 한다면 스스로에게 물어 보면 된다. 보다 정확하게는 스스로 그와 관련된 내기 놀이에 참여하여 행위 하게 될 것을 생각해 보면 된다. 일단 초기 확률값이 결정되면 베이즈의 정리를 이용하여 원하는 역방향의 확률값을 계산할 수 있을 것이다. 초기의 확률값에 대한 주관적인 결정에 대한 염려만 하지 않는다면 우리는 그 과정을 수용할 만한 훌륭한 객관적인 이유를 제시할 수 있을 것이다. 위의 예에서 주관주의자들은 공 색깔의 9가지 경우 각각에 대한 초기 확률을 최소한의 정합적 조건을 어기지 않는 범위에서 임의로 부여할 수 있다고 주장한다. 예컨대 각각의 경우에 우리가 초기확률을 1/9로 부여한다

면 이제 역방향의 확률값을 계산할 수 있을 것이다. 또한 많은 자료와 경험적 증거를 포함하는 대부분의 경우에 초기의 주관적 확률값은 객관적 자료에 의해서 대신되고 대부분의 경우 동일한 값으로 수렴하게 된다. 그리하여 초기의 주관적 확률값이 역방향의 확률값에 대해 미치는 영향은 실제로 미미할 수밖에 없게 된다. 우리가 궁극적으로 수용할 만한 결과를 얻는 것이 우리의 목적이 라면, 초기의 확률에 대해 주관적으로 값을 부여하는 것이 베이즈의 정리를 적용하기 위한 충분한 이유가 될 수 있다는 것이 주관주의자들의 설명이다.

또한 주관주의 확률 이론은 선형적 확률 이론처럼 단일 사건(single event)에 대한 확률값을 결정할 수 있다는 장점을 갖는다. 예를 들어 “이번 선거에서 갑순이가 당선될 것이다”는 사실의 확률값을 생각해 보자. 이에 대해 고전적 이론이나 상대빈도 이론은 아무런 대답을 주지 못한다. 그 이론에 따르면 그러한 사건은 확률을 갖지 않는다는 다소 당혹스런 결론을 내린다. 그렇다면 선거철마다 신문에서 떠들어대는 후보들의 당선 가능성은 무엇인가? 선형적 이론은 이러한 단일 사건도 확률값을 갖는다는 것을 인정한다는 점에서 앞의 두 이론보다는 우월하다. 그러나 선형적 이론도 그 확률값을 결정하는 데에는 너무 많은 문제점을 갖는다. 이 사건과 관련된 엄청나게 복잡한 상황은 그 계산을 거의 불가능한 것으로 만드는 것 같다. 이에 비해 주관주의 이론은 우리가 어떤 사건에 대해 의견을 갖는다면 그 사건에는 확률값이 부여될 수 있기 때문에 위와 같은 단일 사건도 확률값을 갖는다고 주장한다. 문제는 주관주의 이론은 단 하나의 확정된 확률값을 주지 않는다는 것이다. 그 사건에 대해서 여러 사람이 여러 의견을 가질 수 있는 만큼 그 사건의 확률값도 다양하다. 이 점에서 주관주의 확률이론은 정의주의 윤리학 이론(emotivist theory of

ethics)과 유비적이다. 정의주의 윤리학 이론에 따르면, 갑순이가 좋은 후보인가 아닌가를 결정하게 하는 객관적 사실(matter of fact)은 없고, 내가 갑순이가 좋은 (혹은 나쁜) 후보라고 언급하는 것은 갑순이에 대한 나의 감정을 표현하는 것일 뿐이다. 마찬가지로 주관주의 확률 이론에 따르면, 갑순이가 이번 선거에서 당선될 것인가에 대한 확률을 결정하게 해주는 객관적 사실은 없고, 내가 갑순이가 당선될 확률은 X%라고 말하는 것은 나의 그 명제에 대한 믿음의 정도가 X%임을 말하는 것에 지나지 않다.<sup>6)</sup>

그러나 객관적 확률의 존재를 부정하고 한 사건이나 명제에 대한 다양한 확률의 가능성을 인정하는 주관주의 확률 이론의 특징은 때로는 매우 큰 약점으로 나타날 수도 있다. 예를 들어 철수가 주사위를 던지면 5가 나올 것인가 아닌가에 내기를 한다고 하자. 고전적 이론과 선행적 이론은 이에 대해 그 주사위가 변형된 것이 아니라면 명백하게 그 확률은 1/6이라고 알려 준다. 또한 상대빈도 이론은 그 주사위가 변형된 것인 경우까지를 포함하여 과거의 경험적 증거를 토대로 유용하고 신뢰할 만한 확률값을 줄 것이다. 물론 상대빈도 이론도 첫 시행의 확률값에 대해서는 침묵하지만 경험적 증거가 주어지기만 하면 그에 따른 확률값을 주기 때문에 모든 정합적인 믿음의 정도를 확률이라고 설명하여 다양한 확률값을 인정하는 주관주의보다 한결 나은 것 같다. 즉 을돌이가 철수의 이번 시행에서 5가 나올 확률은 90%이라고 믿고 거기에 많은 돈을 걸고, 이러한 내기노름을 오랫동안 계속해서 을돌이가 마침내 패가망신한다고 할지라도 주관주의자들은 을돌이가 불합리하거나 현명하지 못하게 행동했다고 비난할 수 없을 것 같다. 기대되는 확률값에 의거하여 행동하는 것이 합리적이라면,

---

6) 이에 대한 흥미로운 설명은 Weatherford의 앞의 책 227~228쪽을 참조하라.

부자인 을돌이가 90%의 확률에 내기를 거는 것은 매우 합리적일 것이다.

물론 주관주의자들은 이에 대해 을돌이의 비합리성을 지적하려고 할 것이다. 즉 그들은 그 확률이 90%라는 을돌이의 믿음은 90%에 달하는 확률값을 갖는 사건이 오랜 시행에서 84% 정도의 실패를 할 수는 없다는 일반적 믿음과 정합적이지 않다고 주장할 것이다. 그럼에도 불구하고 주관주의자들도 90%의 가능성을 갖는 사건이 84% 정도의 실패를 낳는다는 것이 불가능한 것은 아니라는 것을 인정할 것이다. 따라서 을돌이는 자신이 역세계도 운이 나빴을 뿐 불합리하게 행동한 것은 아니라고 말할 수도 있을 것이다. 이러한 난점은 주관주의 확률 이론이 상대빈도 이론과 달리 과거의 경험적 증거와 현재의 확률 사이의 필연적 관계에 대한 어떠한 규칙도 인정하지 않고 반복적인 사건(repetitive events)은 없다고 주장하는 것과 관련된다. 이런 의미에서 드 피네티는 통계적 사건들도 동일한 것이 아니라 기껏해야 유사할 뿐이라고 말한다.

주관주의 확률 이론이 반복적인 사건의 존재를 부인하기 때문에 주관주의자들은 불변적인(constant) 확률값에 의존하는 베르누이의 정리나 큰 수의 법칙(law of large numbers)을 포기하고 있지 않은가라는 의심을 가질 수 있다. 예를 들어 정상적인 동전을 매우 여러 차례,  $n$ 번 던졌다고 가정하자. 우리는 상식적으로 동전의 앞면이 나올 확률이 초기 확률인  $1/2$ 에 가까울 것이라고 생각한다. 그리고 그러한 기대는  $n$ 이 커지면 커질수록 더 정확해질 것이다. 이렇게 큰 수의 법칙은 초기확률과 그와 관련된 확률 사이의 관계를 설명하는 법칙이다. 확률에 대한 이러한 상식적인 생각은 초기 확률과 상대빈도 사이에 관계가 있을 것이라는 우리의 생각으로부터 기인한다. 이러한 생각에 수학적 표현을 부여한 사

람이 베르누이이고 이것을 우리는 베르누이의 정리라고 부른다.

$n$ 번의 동전을 던진 후 앞면이 나온 확률이 0.4에서 0.6 사이였다고 하자. 이 경우 확률이 초기확률인  $1/2$ 과  $1/10$  차이 이내에 이르렀다고 말하고, 여기서  $1/10$ 을 초기확률에 상응하는 거리(distance)라고 부른다.  $n$ 의 값이 주어지면,  $p$ 가 초기 확률에 상응하는 거리가  $1/10$  이내에 이를 가능성이 계산될 수 있다. 그리고 그렇게 계산되는 가능성은  $n$ 과 거리( $d$ )의 함수로 표시될 수 있을 것이다. 즉  $n$ 과  $d$  사이의 관계식은 다음과 같다:

$$|1/2 - f(t_n)| \leq d$$

이 식에서  $1/2$ 은 동전을 던졌을 때 앞면이 나오는 초기확률이고,  $f(t_n)$ 은  $n$ 번 동전을 던져서 앞면이 나온 상대빈도이다. 이것은  $n$ 번 동전을 던져 앞면이 나온 회수인  $F(t_n)$ 을  $n$ 으로 나눈 값이다. 그러므로  $n$ 값이 증가함에 따라  $d$ 값은 감소할 것이다. 그리고  $n$ 번을 던진 후의 초기확률과 상대빈도와의 차이가  $d$ 일 확률인 기대값은  $n$ 과  $d$ 의 함수로 표시될 것이다. 즉  $n$ 이 증가함에 따라  $d$ 는 0에 수렴하고 그 기대값은 1에 가까워진다.

베르누이의 정리는 실제적인 유용성을 제한하는 다음 두 가지 전제에 의존한다. 첫째 전제는 초기확률(위의 예에서는  $1/2$ )은 언제나 동일하다는 것이고, 둘째 전제는 매 시행은 독립적이라는 것이다. 그런데 주관주의 확률이론은 반복적 사건의 존재를 부정하기 때문에 베르누이의 정리를 포기하는 것이라는 비판이 있을 수 있다. 그러나 주관주의자들에 따르면 일련의 사건이 각각 동일한 가능성을 갖는다고 생각해야 할 필요는 없지만, 어떤 이유에서든 우리가 그렇게 생각하고자 한다면 그렇게 생각할 수도 있다.

주관주의자인 드 피네티는 베르누이의 정리가 요청하는 동일한



확률을 갖는(equiprobable) 사건 대신 교환가능한(exchangeable) 사건의 개념을 도입한다. 즉 그는 경험적 증거가 증가함에 따라 초기확률의 다양한 확률값의 영향은 점차 감소되리라는 것을 이 개념을 통해서 보인다. 그는 어떤 사건들이 교환 가능하다는 것을 다음과 같이 정의한다:

어떤 사건들의 집합이 교환 가능하다=df 그 사건 중의 어느 하나(e)가 발생할 확률은 전적으로 그 사건(e)에만 의존하고 선택된 어떤 구체적인 사건에도 의존하지 않는다.<sup>7)</sup>

객관적인 확률을 추구하는 확률 이론가들이 동일한 확률값을 갖는다고 주장하는 반복적인 사건에 대해서 주관주의자들은 그 사건들은 교환가능한 사건이라고 주장한다. 물론 교환가능한 사건은 주관주의자들이 부인했던 반복적 사건과 동일한 논리적, 수학적 규칙을 따른다.

주관주의 이론의 매우 흥미로운 주장인 교환가능성 개념과 그에 대한 드 피네티의 표상정리(representation theorem)에 대해 간단히 살펴보자. 외관상 구별이 되지 않는 두 개의 항아리가 있는데 그 중의 하나( $U_1$ )에는 두 개의 붉은 공과 한 개의 검정 공이 들어 있고, 다른 하나( $U_2$ )에는 두 개의 검정 공과 한 개의 붉은 공이 들어 있다. 이 두 개의 항아리 중의 하나에서 공을 하나 꺼내서 그 색을 기록하고 다시 넣은 다음 꺼내는 시행을 반복한다고 하자. 이 경우 붉은 공을 꺼낼 확률은 얼마인가? 이 질문에 대답하기 전에, 먼저 이러한 시행을 하기 전에 이 확률값에 대해 우리가 가질 수 있는 믿음은 무엇인가 생각해 보자. 고전적 이론이 시사해주듯이 이러한 시행은 불변적이지만 알려지지 않은

---

7) B. De Finetti, Probability, Induction, and Statistics: The Art of Guessing (New York: John Wiley and Sons, 1972), 8쪽.

(constant but unknown) 성공확률을 갖는 베르누이의 시행이다. 즉 우리가  $U_1$ 을 택하는가  $U_2$ 를 택하는가에 따라 붉은 공을 꺼낼 확률은 각각  $2/3$ 이거나  $1/3$ 이다. 위와 같은 시행을 통해서, 즉  $K$ 번의 시행을 통해서 나타난 붉은 공이 나온 상대빈도  $f(k)$ 에 의해서 우리는 성공확률에 대해 이들 값 중의 하나를 부여한다. 그런데 시행을 시작하기 전에 성공확률에 대한 두 개의 값은 동일할 것이다. 즉

$$(i) P[P(R)=2/3]=1/2$$

$$(ii) P[P(R)=1/3]=1/2$$

결국 우리는 다음과 같은  $E(R)$ 에 대한 다음과 같은 기대값을 가질 수 있게 된다.

$$E(R)=2/3 \times 1/2 + 1/3 \times 1/2 = 1/2$$

그러나 주관주의 확률 이론에 따르면 이러한 설명은 혼란스런 결과를 낳는 것 같다. 위와 같은 설명은 본질적으로 (i)과 (ii)와 같은 이중적인 확률(embedded probability)에 의존한다. 여기에서 성공확률은 불변적이지만 알려지지 않았다고 말해진다. 주관주의 이론의 주장대로 확률이 믿음의 정도라면, 이러한 고전적 설명은 내가 나의 믿음에 대해서 확신할 수 없음을 전제한다. 즉 확률이 불변적이지만 알려지지 않고, 또한 확률은 믿음의 정도라면 나의 믿음의 정도는 불변적이지만 알려지지 않은 셈이다.

- 1) 나는 처음 꺼낸 공이 붉은 색일 것이라고  $1/3$  정도의 믿음을 갖는다.
- 2) 나는 처음 꺼낸 공이 붉은 색일 것이라고  $2/3$  정도의 믿음을 갖는다.

그런데 (i)과 (ii)에서 보듯이 나는 1)과 2)에 대해서 동일한 믿음의 정도(1/2)를 갖는다. 믿음의 정도는 내가 내기 놀이에 참여하여 내기를 걸 근거를 제공해 주기 때문에, 나는 다음 번 꺼낸 공이 붉은 색일 것이라는 데에 2:1(즉 2/3)로 거는 것과 또한 다음 번 꺼낸 공이 붉은 색일 것이라는 데에 1:2(즉 1/3)로 거는 것을 동일한 승률로 걸 것이다. 그러나 이것은 분명히 일종의 사기 노름과 같아서 불합리한 행동이다. 다시 말해서 위와 같은 이중적 확률에 의존하는 경우는 주관주의 이론에 의해서 설명할 수 없는 문제를 낳는 것 같다. 드 피네티의 표상정리는 이러한 문제점을 해결하기 위해 제시된다.

다시 위의 예를 생각해 보자. 두 개의 항아리 중 하나가 선택되어 공을 꺼낼 때, 전통적인 설명은 모든 시행  $i$ 에 대해서  $P(S_i) = 2/3$ 이거나  $P(S_i) = 1/3$ 이며, 그 시행은 각각 독립적이라고 말할 것이다. 즉

$$P(S_i/S_j) = P(S_i) \quad (i \neq j)$$

그리고  $P(t_k) = r^n(1-r)^{k-n}$  [ $n = F(t_k)$ ]이다. 그러나 주관주의적 관점에서 볼 때, 이러한 설명에는 잘못이 있음에 분명하다. 우선 위의 시행을 독립적이라고 설명한 점이 문제이다. 실험이 시작되기 전에  $S_i$ 에 대한 우리의 가장 그럴듯한 믿음의 정도는 1/2이다. 이것은 위에서 설명한 기대값  $E(R)$ 에 의해서 설명된다. 합리적인 믿음의 정도를 결정하기 위해서 알려지지 않은 확률값을 도입하는 대신 간단하게 성공( $S_i$ )에 대한 믿음의 정도를 1/2로 가정하자. 이 시행이 독립적이지 않다는 것은 첫 번째 시행에서 붉은 공이 나오면 그 항아리가 두 개의 붉은 공을 포함하는 것일 가능성이 더 높을 것이고, 따라서  $P(S_2/S_1)$ 은 이러한 사실을 반영할 것이라는 점에 의해서 분명해 진다. 즉  $P(S_2/S_1)$ 은  $P(S_2)$ 보다 클 것이다. H를

“그 항아리에 두 개의 붉은 공과 한 개의 검정공이 들어 있다”라고 하면, 다음은 분명하다.

$$\begin{aligned} P(S_1/H) &= P(S_2/H) = 2/3 \\ P(S_1/\neg H) &= P(S_2/\neg H) = 1/3 \end{aligned}$$

그리고 두 개의 항아리는 외견상 구별할 수 없으므로,  $P(H) = 1/2$ 이다.

$$\begin{aligned} P(S_1 \& S_2/H) &= P(S_1/H) \times P(S_2/H) = 4/9 \\ P(S_1 \& S_2/\neg H) &= P(S_1/\neg H) \times P(S_2/\neg H) = 1/9 \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} P(S_1 \& S_2) &= P(H) \times P(S_1 \& S_2/H) + P(\neg H) \times P(S_1 \& S_2/\neg H) \\ &= (1/2)(4/9) + (1/2)(1/9) = 5/18 \\ P(S_2/S_1) &= P(S_1 \& S_2)/P(S_1) = 5/18 \div 1/2 = 5/9 \end{aligned}$$

이것은 명백하게 이와 같은 시행을 독립적이라고 볼 수 없음을 보여 준다. 즉 첫 번째 시행의 결과 붉은 공이 나왔다면 두 번째 공이 붉은 공일 확률이  $5/9$ 이고, 두 번째 공이 검정 색일 확률은  $4/9$ 이다. 결국 이러한 시행을 독립적이라고 설명하는 것은 경험적 사실에 반하고, 이와 같은 주관주의적 설명은 귀결되는 믿음의 변화가 실제적 실험 결과에 적용될 수 있는 조건적 믿음에 의해서 이루어 질 수 있음을 보여 준다. 그리하여 실제적 실험 결과가  $t_k$ 라면, 우리가 선택한 항아리가  $U_1$ 일 것이라는 추측  $H$ 에 대한 우리의 수정된 믿음의 정도는  $P(H/t_k)$ 이다. 그리고 우리는 이것을 실험 전에 알아야 하고, 이러한 실험 이전의 확률(조건적 믿음)이 어떤 성질을 가져야 하는가가 설명되어야 한다.

이러한 조건적 믿음은 베르누이의 확률의 중요한 특징, 즉 그

확률은 단지 성공빈도에 의해서만 영향을 받지 성공사례가 발생하는 순서와는 무관하다는 특징에 의해서 설명될 수 있다. 다시 말해서 만약  $P$ 가  $P(S_j)=r$ 인 확률이고,  $F(t_k)=F(U_k)$ 라면,

$$P(t_k) = r^n(1-r)^{k-n} = P(U_k)$$

이다. 여기서 우리는 성공의 순서는 베르누이의 확률값의 총합에 아무런 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있다. 이러한 성질을 앞에서 지적한 것처럼 주관주의자들은 교환가능성이라고 부른다. 어떤 믿음이 교환가능하다는 것은 알려지지 않은 확률이나 이중적인 믿음에 영향을 받지 않으며 미래의 사건에 관한 믿음이 교환가능하다면, 그 믿음은 베르누이의 믿음이 가질 수 없는 경험에 의해 영향을 받는다. 또한 교환가능성이라는 개념은 이중적인 확률에 의존하는 많은 고전적인 결과를 설명할 수 있고, 이러한 설명의 가능성은 드 피네티의 표상정리에 의해서 주어진다.

이 정리를 설명하기 위해서 다시 앞의 예로 돌아가서 2m번의 시행으로 끝나는 게임을 생각해보자. 우리는 이 시행에서 어떤 이유로든 정확하게 m번의 붉은 공과 m번의 검정 공을 뽑는 것이 불가능하다고 믿는다고 가정하자. 그리고 모든 다른 상대빈도는 0보다 큰 양의 확률값을 갖는다고 가정하자. 즉

$$C1) f(t_k) = 1/2 \text{이면, } P(t_k) = 0$$

$$C2) f(t_k) \neq 1/2 \text{ 이면, } P(t_k) > 0$$

이 경우  $P$ 는 베르누이의 확률일 수 없다. 왜냐하면 만약  $P$ 가 베르누이의 확률이라면 C1)에 의해서  $r^m(1-r)^m=0$ 일 것이고, 따라서  $r=0$  이거나  $r=1$ 일 것이기 때문이다. 그러나 이것은 몇 개의 붉은 공과 몇 개의 검정공이 나올 가능성이 없다는 것이어서 C2)에 모순된다. 비록 어떤 베르누이의 확률도 C1)과 C2)를 동시에 만

족시킬 수 없지만, 교환 가능하다하다 확률 중에는 C1)과 C2)를 만족시키는 경우가 있다.

P가 베르누이의 확률의 합이라고 하면  $P(S_i)=r_i$ 이고, 각 시행에 대한 가중치를  $q_i$ 라고 하면,

$$P(t_k) = \sum q_i r^n (i-r)^{k-n}$$

이다. 그리고 P가 C1)을 만족한다면 그리고  $F(t_k)=m$ 이면

$$P(t_k) = \sum q_i r^m (i-r)^{k-m} = 0$$

이다. 그러므로 P는 C2)를 만족시킬 수 없다. 즉 위의 두개의 식은 약간의 붉은 공과 검정 공을 포함하는 시행 결과는 있을 수 없다는 것을 말해 주고 있다. 교환가능한 확률 중에 C1)과 C2)를 만족시킬 수 있는 것이 있지만, 그것들은 어떤 것도 시행의 수가 제한되지 않는 실험에 대한 교환가능한 확률로 확장될 수 없다.

(\* ) P가 K-시행의 실험에서 C1)과 C2)를 만족시키고, Q는 시행의 수가 제한되지 않은 실험에 대한 P의 확장이라면 Q는 교환가능하지 않다.

(\* )의 의미는 P가 K-시행의 실험에서 C1)과 C2)를 동시에 만족시킨다면 P의 확장은 처음 K번의 시행 중에서 m개의 붉은 공을 포함하는 경우에는 항상 0의 확률값이 부가된다는 것이다. 그러나 어떤 상대빈도 f에 대해서 처음 K번의 시행 중에서 m개의 붉은 공을 포함하고 붉은 공의 상대빈도가 f인 경우가 있다. 즉 Q가 P의 확장이고 상대빈도 f가 0도 1도 아니라면,  $Q(t_k)=0$ 인 붉은 공의 상대빈도가 f인 시행의 결과가 있을 수 있다. 약간의 붉은 공과 검정 공을 포함하는 결과를 나타내는 경우는 Q에 의해서 0이 부가되는 유한한 확장을 갖는다. 그러므로 어떤 시행이 m

보다 크거나 같고, 그 결과가 몇 개의 붉은 공과 검정 공을 포함한다면 그 시행은 Q에 의해서 0의 값이 부가될 것이다. 그러나 이것은 C2)를 만족시키지 못한다.

여기서 우리는 교환가능한 확률 P의 확장이 시행의 수가 제한되지 않은 실험에서 교환가능하다면, 그 확률은 K-시행의 실험에서 확장가능하다(extendable)고 말한다. 그리고 표상정리는 다음과 같이 설명될 수 있다.

모든 확장가능하고 교환 가능한 확률은 베르누이의 확률의 집합이다. 그리고 실제로 확장 가능하고 교환 가능한 확률의 집합은 정확하게 베르누이의 확률의 총합을 취한 결과와 같다.<sup>8)</sup>

드 피네티가 반복적 사건 대신 교환가능성이라는 개념을 도입하여 갖는 이점은 무엇인가를 간단히 정리해 보자. 반복적 사건은 객관적인 초기확률을 결정할 것을 요구하는데 주관주의자들은 이를 받아들일 수가 없었다. 그러나 우리가 반복성 대신 교환가능성이라는 개념을 채택하면 우리는 그러한 불변적이고 객관적인 확률을 도입할 필요가 없이 그 사건에 대한 설명을 할 수 있게 된다. 우리가 어떤 일련의 사건들이 교환 가능하다고 판단하고 그 사건들 중의 어느 하나가 특정한 확률값을 갖는다고 생각한다면, 정합성 조건에 따라 우리는 다른 사건에 대해서도 동일한 기대, 동일한 확률값을 부여할 수 있게 된다. 이렇게 해서 객관주의자들이 베르누이의 정리를 사용하여 도달하는 결론과 유사한 결론에 이를 수 있게 된다.

---

8) 비커스는 드 피네티의 표상정리를 이렇게 설명하면서 몇 가지 적용 사례를 들어 보인다. J. Vickers, *Chance and Structure*(Oxford: Clarendon Press, 1988), 73~77쪽 참조.

#### 4. 맺음말 : 비판과 전망

먼저 주관주의 이론에 대해서 일반적으로 제기되는 비판들을 살펴보자. 가장 대표적인 비판은 주관주의 이론은 감정(feeling)과 사실(fact)을 혼동하고 있다는 것이다. 앞에서 든 폐가망신하게 된 을돌이의 경우를 다시 생각해 보자. 순수하게 주관주의 확률이론만 따른다면 을돌이의 행동을 비판할 근거가 없는 것 같다. 왜냐하면 주관주의 이론은 확률에 관한 어떤 객관적 사실도 인정하지 않으며, 확률이란 정합적인 믿음의 정도일 뿐인데, 을돌이의 믿음은 최소한의 정합성 요구를 어기지 않고 있고 자신의 믿음에 따라 행동하고 있기 때문이다. 그럼에도 그는 돈을 잃고 폐가망신하게 되었다. 그 이유는 정말로 그가 억세계 운이 나빴기 때문인가? 물론 그의 믿음에 아무런 모순도 비정합성도 포함되어 있지 않다. 그러나 그는 당연히 인정해야 할 **객관적 사실**, 즉 정상적인 주사위를 던졌을 때, 5가 나올 확률은 1/6 정도라는 사실을 무시하고 자신의 믿음(그 확률이 9/10이다)을 곧 실제 확률과 동일시켰다. 을돌이가 많은 돈을 잃은 이유는 그가 억세계 운이 나빠서가 아니라 바로 이와 같은 일상적인 사실을 무시했기 때문이다. 요컨대 주관주의자들은 확률과 관련하여 믿음이라는 주관적 요소를 지나치게 강조함으로써 당연히 고려해야 할 일상적 사실을 무시해 버리는 잘못을 범한 것이다. 결국 주관주의는 ‘심리주의의 오류’를 범하고 있는 셈이다.

우리의 일상적 삶에서 부딪히는 많은 문제와 관련되는 확률의 문제는 실제적이며 객관적인 것이라는 것이 주관주의 이론에 대한 비판의 핵심이다. 의사는 자신의 종양이 양성이라고 믿는 환자의 믿음의 정도를 받아들이지 않으며, 천문학자는 혜성이 조만간에 지구와 충돌할 것이라는 어떤 점성술사의 믿음의 정도를 받아들이지 않을 것이다. 이러한 확률은 객관적이다. 따라서 개인적



인 믿음의 정도를 확률과 동일시하는 주관주의에 따르면 과학의 토대와 과학의 발전은 설명될 수 없을 것 같다.

이러한 비판에도 불구하고 주관주의 확률 이론은 몇 가지 점에서 다른 이론에 비해서 탁월하고 그런 이유 때문에 램지 이후 지속적으로 주장되고 세련되어 왔다. 주관주의 이론을 설명한 3절에서 살펴본 그 이론의 장점을 다음 네 가지로 정리할 수 있을 것이다.

첫째 주관주의 이론은 단일한 사건의 확률에 대해서 이야기할 수 있다. 이와 관련하여 주관주의 이론가인 새비지의 예를 들어 보자.

일상적인 객관주의 확률 이론에 따르면, 주어진 경험적 증거 위에서 프랑스가 앞으로 십 년 이내에 왕정으로 복고할 것이라는 것은 불가능하지는 않지만 매우 낮은 개연성을 갖는다고 말하는 것은 참이기는커녕 무의미하다. (...) 그러나 개인주의적 견해(personalistic view)는 그러한 진술들을 수학적 확률에 의해서 분석할 수 있다고 주장하고 그러한 진술들을 과학과 다른 인간의 행위에서 중요하게 여긴다.<sup>9)</sup>

단일한 사건의 확률에 관해서 언급하는 진술들을 무의미하다고 여기거나, 단일한 사건의 확률에 대해서 침묵을 지킬 수밖에 없는 이론은 분명히 문제가 있는 이론이다. 주관주의 확률 이론이 그러한 진술에 관한 분석을 성공적으로 수행해 내는가의 문제는 또 하나의 논쟁거리이지만, 그러한 문제 자체를 제기하지 않는 이론보다 주관주의 이론은 분명히 나은 이론이라고 할 수 있을 것이다.

둘째, 주관주의 이론은 베이즈의 정리에 대해 가해지는 제한들을 제거하여 베이즈 정리가 제공하는 유용한 결과들을 수용할 수

---

9) L. Savage, *The Foundations of Statistics*(New York: Dover, 1972), 61-62쪽.

있게 한다.

셋째, 주관주의 이론은 의사결정 이론(decision theory)이나 심리학적 지식의 발전에 기여한다. 물론 객관주의 확률이론가들도 의사결정 이론의 연구에 기여하지만, 카르납이 지적하듯이 다른 확률 이론보다 “주관주의 이론은 인간의 행위에 관한 이론으로 중요하여 심리학, 사회학, 경제학 등의 이론에 기여한다”<sup>10)</sup>고 할 수 있다.

마지막으로 주관주의 이론은 왜 우리가 합리적이기 위해서 확률 계산에 따라 행위해야 하는가를 가장 분명하게 설명해 준다. 다른 이론과 달리 주관주의 이론은 우리가 확률 계산을 따르지 않아서 정합적이지 않은 믿음을 갖게 되었을 때 당하게 되는 현실적인 문제를 보여줌으로써 최소한의 합리성 조건이 확률 계산을 따르는 것임을 보여 준다. 어떤 이론이나 주장이 수학적으로 증명되거나 설명될 때도 우리는 그 이론과 주장에 대해 확신을 가질 수 있지만, 그 이론을 부정하거나 무시하는 대가가 실제적인 손실임이 보여질 때 우리는 그 이론에 대해 보다 큰 확신을 갖게 된다. 왜냐하면 수학을 싫어하고 경멸하는 사람들도 언제나 손해나 보는 어리석은 바보처럼 취급되기는 싫어하기 때문이다.

초기 확률을 결정하는 문제와 확률을 믿음의 정도라는 개인적인 요소로 설명함으로써 심리주의적 오류를 범하고 있다는 비판에도 불구하고, 주관주의 확률 이론은 이와 같은 장점들 때문에 확률 이론 중에서 매우 유망한 이론임에 분명하고, 그러한 비판을 어떻게 주관주의적 이론 내에서 해결하는가의 문제와 함께 그 이론을 보다 세련시키려는 노력은 매우 중요한 작업이 될 것이다.

---

10) R. Carnap, *Logical Foundations of Probability*(Chicago: University of Chicago Press, 1950), 51쪽. 물론 주관주의 확률 이론이 세련되게 제시된 것은 카르납이 확률이론에 관한 글을 쓴 이후이다. 따라서 카르납을 통해서 주관주의 이론을 평가하려는 것은 적절하지 않을 것이다.

## 참고문헌

- Black, M., "Probability", *Encyclopedia of Philosophy*, New York: Macmillan & Free Press, 1967.
- Carnap, R., *Logical Foundations of Probability*, Chicago: University of Chicago Press, 1950.
- De Finetti, B., *Probability, Induction, and Statistics: The Art of Guessing*, New York: John Wiley and Sons, 1972.
- Nagel, E., *Principles of the Theory of Probability*, Chicago: Chicago University Press, 1939.
- Ramsey, F., "Truth and Probability", *Philosophical Papers*, (ed) D. H. Mellor Cambridge: Cambridge University Press, 1990.
- Savage, L., *The Foundations of Statistics*, New York: Dover, 1972.
- Skirms, B., *Choice and Chance: An Introduction to Inductive Logic*, 3rd ed. Belmont, Calif.: Wadsworth Publishing Co., 1986.
- Vickers, J., *Belief and Probability*, London: D. Reidel 1975.
- \_\_\_\_\_, *Chance and Structure*, Oxford: Clarendon Press, 1988.
- Weatherford, R., *Philosophical Foundations of Probability Theory*, London: Routledge Kegan Paul, 1982.