

# 등열유속에 의한 평판위 비정상 접촉용해에 대한 근사적 해석해

유 호 선\*  
(1998년 4월 28일 접수)

## An Approximate Analytical Solution for the Unsteady Close-Contact Melting on a Flat Surface with Constant Heat Flux

Hoseon Yoo

**Key Words:** Close-Contact Melting(접촉용해), Analytical Solution(해석해), Constant Heat Flux(등열 유속), Density Ratio(밀도비)

### Abstract

This paper focuses on the unsteady close-contact melting phenomenon occurring between a phase change material kept at its melting temperature and a flat surface on which constant heat flux is imposed. Based on the same simplifications and framework of analysis as the case of constant surface temperature, an approximate analytical solution which depends only on the liquid-to-solid density ratio is successfully derived. In order to keep consistency with the known solution procedure, both the dimensionless wall heat flux and the Stefan number are properly redefined. The obtained solution proves to agree quite well with the published numerical data and to be capable of resolving the fundamental features of unsteady close-contact melting, especially in the presence of the solid-liquid density difference. The density ratio directly affects the film growth rate and the initial value of solid descending velocity, thereby controlling the duration of unsteady process. The effects of other parameters can be evaluated readily from the steady solution which is implied in the normalized result. Since the dimensionless surface temperature for the present boundary condition increases from zero to unity along the evolution path of the liquid film thickness, the unsteady process lasts longer than that for the case of isothermal heating.

### 기 호 설 명

$A$  : 접촉면적

$C$  : 상수

$c$  : 비열

$g$  : 중력가속도

$\tilde{g}$  : 무차원  $g$ ,  $gR^3/\alpha_l^2$

$H$  : 고상의 높이

$\hat{H}$  : 무차원  $H$ ,  $H/R$

$h_{sf}$  : 용해잠열

$k$  : 열전도율

$M$  : 고상의 질량

$m$  : 양의 정수

$n$  : 지수

$P$  : 압력

Pr : Prandtl수,  $\mu_l c_l / k_l$

$q$  : 열유속

$\tilde{q}_w$  : 무차원 벽면열유속,  $q_w R / (\alpha_l \rho_s h_{sf})$

$\tilde{q}_w^*$  : 기존 연구의 무차원 벽면 열유속,

$q_w R / [k_l (T_{us} - T_m)]$

$R$  : 고상의 접촉길이 또는 반경

\* 회원, 숭실대학교 기계공학과

- $r$  : 길이 또는 반경방향 좌표
- Ste : Stefan수,  $c_l(T_{us} - T_m)/h_{sf}$
- $T$  : 온도
- $T_m$  : 용점온도
- $\Delta T$  : 기준온도차
- $t$  : 시간
- $\hat{t}$  : 무차원 시간,  $ta_l/R^2$
- $\hat{t}$  : 표준화된 시간,  $\hat{t} \hat{V}_s/\delta_s$
- $u$  :  $r$ -방향 속도
- $V$  : 고상하강속도
- $\hat{V}$  : 무차원  $V$ ,  $VR/a_l$
- $\hat{V}$  : 표준화된  $V$ ,  $\hat{V}/\hat{V}_s$
- $v$  :  $z$ -방향 속도
- $z$  : 두께방향 좌표

그리스 문자

- $\alpha$  : 열확산계수,  $k/(\rho c)$
- $\delta$  : 액막두께
- $\delta$  : 무차원  $\delta$ ,  $\delta/R$
- $\hat{\delta}$  : 표준화된  $\delta$ ,  $\delta/\delta_s$
- $\zeta$  : 무차원  $z$ ,  $z/\delta$
- $\mu$  : 점도
- $\tilde{\rho}$  : 밀도비,  $\rho_l/\rho_s$
- $\theta$  : 무차원온도,  $(T - T_m)/(T_{us} - T_m)$
- $\phi$  : 무차원 상경계면 온도구배,  
 $-(\partial\theta/\partial\zeta)_{\zeta=1}$

하첨자

- $F$  : 등열유속 경계조건
- $l$  : 액상
- $s$  : 고상 또는 정상상태
- $T$  : 등온 경계조건
- $w$  : 가열면

1. 서 론

두 고체사이에서 일어나는 접촉용해의 특징은 전열거리의 단축에 따른 높은 열전달률과 액막의 유효작용에 의한 낮은 마찰계수에 있다. 실제 밀

폐용기내 상변화물질에 의한 잠열축열, 저융점물질의 표면코팅에 의한 고체부품사이의 용해유효, 극지에서서의 발열체 매설, 포신과 포탄표면사이의 마찰저감 등 광범위한 분야에서 접촉용해의 이점을 이미 이용하고 있거나 이용이 모색되고 있다.<sup>(1)</sup> 이에 따라 기하학적 형상, 가열방법, 접촉조건, 상대운동의 형태 등이 다른 다양한 경우에 대하여 많은 연구가 수행되었으며, 최근 Bejan<sup>(2)</sup>에 의해 포괄적으로 정리된 바 있다.

지금까지 수행된 접촉용해에 관한 해석의 대부분은 (준)정상상태를 취급하였다.<sup>(2,3)</sup> 사실 가열면이 등온 또는 등열유속으로 유지되는 고전적인 접촉용해 시스템은 초기의 짧은 과도과정을 거치곤 정상상태에 도달하기 때문에 정상해는 공학적으로 의미있는 결과임에 틀림없다. 그러나 초기 과도현상 자체의 특성을 이해하기 위해서 또는 접촉용해 도중 제조건의 변화에 대응하는 시스템의 거동을 예측하기 위해서는 비정상효과가 고려된 해석이 필요하다. 문헌에 발표된 접촉용해에 대한 비정상해석은 소수에 불과하며 Hong과 Saito<sup>(4)</sup>에 의해 처음 시도된 것으로 보인다. 이들은 등온평판위 이차원 상변화물질의 접촉용해에 수반되는 비정상 유동 및 열전달을 정교하게 수치해석하였다. 용해시작부터 정상상태에 이르는 과도과정동안 주요 변수의 시간변화를 현시적으로 제시하였으며, Stefan수가 큰 용해조건에서는 액막내의 대류효과가 무시될 수 없다는 사실도 보고하였다. 또한 Saito등<sup>(5)</sup>은 같은 수치해석 방법을 등열유속 경계를 갖는 원형단면 얼음의 비정상 접촉용해에 적용하여 과도거동에 대한 특성인자의 영향을 예측하였다. 다만 상기 연구들은 수치해석 방법의 개발과 그 유용성의 검증에는 기여하였으나, 비정상 접촉용해의 본질을 파악하기에는 미흡하였다. 이러한 배경에서 저자<sup>(6)</sup>는 최근 축대칭을 포함한 이차원 상변화물질의 등온가열 비정상 접촉용해를 재조명하고, 적절한 단순화와 합리적인 표준화를 통하여 일반화된 형태의 근사적 해석해를 성공적으로 유도하였으며, 그 타당성을 검증한 바 있다.

본 연구는 비정상 접촉용해의 기본특성을 체계적으로 규명하기 위한 노력의 연장으로서 상기 연구<sup>(6)</sup>에서 제시된 접근방법을 등열유속 경계조건으로 확장하여 대응하는 해석해를 모색함에 그 목적이 있다. 실제 접촉용해를 위한 가열조건은

등온보다는 등열유속에 가깝지만 이에 관한 연구는 별무하기 때문이다. 해석방법의 일관성을 유지하기 위하여 무차원인자의 적절한 재정의의를 통하여 등온 경계조건에 대한 해석의 틀을 그대로 적용한다. 또한 선행연구와 같은 수준의 단순화 가정을 도입함으로써 결과의 직접적인 비교가 가능한 근사적 해석해를 추구하고자 한다.

## 2. 비정상 접촉용해 모델

본 연구의 해석대상은 Fig. 1에 도시되었듯이 최초 용점온도  $T_m$  상태이고 높이  $H$ 인 단위깊이 직사각형(또는 원형단면) 고상의 상변화물질이 시간  $t=0$ 부터 등열유속  $q_w$ 로 유지되는 평판위에서 길이(또는 반경)  $R$ 에 걸쳐 중력에 의해 접촉용해하는 현상이다. 가열면으로부터의 열전달에 따라 용해가 시작되면 상변화물질과 평판 사이에는 얇은 액막이 형성되며, 용해되는 액체는 고체의 하강에 의해 액막의 양단으로 유동하여 외부로 압출된다. 액막두께와 고상하강속도는 용해의 진행에 따라 변화하면서 상경계면에서의 용해율과 고상하강속도가 일치하는 (준)정상상태로 접근한다. 본 연구는 이러한 용해의 시작부터 정상상태에 도달할 때까지의 과도거동을 추적한다.

전술하였듯이 해석을 위하여 도입된 가정은 등온가열에 대한 선행연구<sup>(6)</sup>와 같다. 먼저, 액막을 통한 열전달은 전도에 의해 지배된다. 이 가정은 Ste가 작은 경우 유효하다는 사실이 이미 확립되어 있으며,<sup>(2,4)</sup> 그 범위는 정상상태 액막내 대류효과에 대한 연구<sup>(6,7)</sup>로부터 대략  $Ste < 0.1$ 임이 규명된 바 있다. 사실 일반적인 접촉용해에 있어서 가열조건은 이 범위를 충분히 만족한다.<sup>(3)</sup> 전도가 주도적인 접촉용해 시스템에서 액막두께의 길이(또는 반경)방향 변화는 없다.<sup>(1)</sup> 다음으로, 비정상과정동안 용해로 인한 고상의 질량변화 즉 높이 변화는 없다고 가정한다. 실제 접촉용해시 과도기간은 길지 않으며 용해율은 Ste에 비례하므로 상기 Ste의 범위에서 고상의 질량변화에 따른 영향은 무시될 수 있다.<sup>(4,5)</sup>

비정상 접촉용해는 기본적으로 고상하강속도  $V$  및 액막두께  $\delta$ (Fig. 1 참조)의 시간변화로 특성화되며, 이들 변수는 역학적 평형 및 에너지 균형에 의해 결정된다. 고체의 자중, 고상의 하강

에 따른 관성력 및 액막내 압력사이에는

$$M\left(g - \frac{dV}{dt}\right) = \int_A P dA \quad (1)$$

인 관계가 성립한다. 여기서 고상의 하강가속도 ( $dV/dt$ )는 중력가속도( $g$ )에 비하여 극히 작기 때문에 무시될 수 있다.<sup>(3,6)</sup> 상경계면에서의 에너지 균형은 온도구배와 용해율의 향으로

$$-k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\delta} = \rho_s h_{sf} \left( V + \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (2)$$

로 표현된다. 식 (2) 우변의 용해율을 고상하강속도와 액막두께 변화율로 구분하여 취급하는 것은 비정상과정동안 양자의 액막내 압력발달에 대한 기여가 상이하기 때문이다.

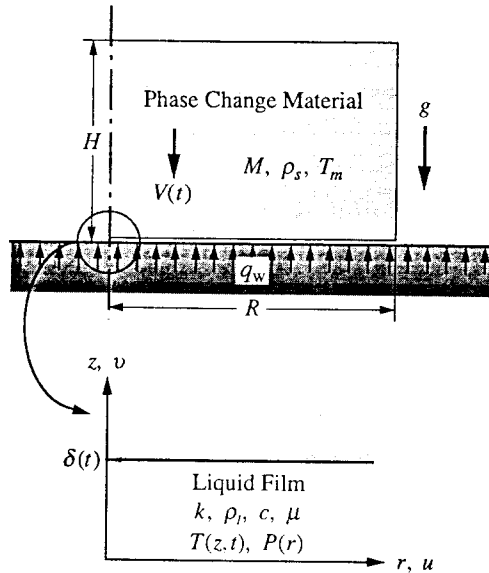


Fig. 1 Schematic of close-contact melting system considered in the present study.

## 3. 해 석

모델방정식 (1)과 (2)가 완결되기 위해서는 각각에 나타난 액막내 압력 및 상경계면 온도구배를 종속변수  $V$  및  $\delta$ 의 향으로 변환하여야 한다. 얇은 액체층 내부 유체유동에 있어서 관성항 및 압력의 두께방향변화는 무시될 수 있으며<sup>(1,8,9)</sup> 열전달은 전도에 의해 지배되므로, 액막내의 연속, 운동량 및 에너지 방정식은 각각

$$\frac{1}{r^n} \frac{\partial(r^n u)}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{dP}{dr} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (5)$$

와 같이 단순화된다. 여기서  $n=0$  및 1은 각각 직사각형 및 원형단면의 고상에 대응한다.<sup>(3,6)</sup> 에너지 방정식 (5)에 비정상항을 포함시킨 이유는 확산항에 대한 상대적 크기가 현단계에서는 평가될 수 없기 때문이다. 식 (3)~(5)의 해석에 필요한 가열면 ( $z=0$ ) 및 상경계면 ( $z=\delta$ )에서의 속도 및 온도에 대한 경계조건은 각각 다음과 같다.

$$u=0; v=0, -k \frac{\partial T}{\partial z} = q_w \quad (6)$$

$$u=0; v = -\frac{\rho_s}{\rho_l} V - \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \frac{d\delta}{dt}, T = T_m \quad (7)$$

식 (7)의  $v$ 에 대한 조건에서 고액밀도차가 존재할 때 액막두께의 성장에 따른 액체의 잉여(또는 결핍)체적을 나타내는 제2항은 비정상 접촉용해에서 중요한 역할을 한다.

식 (1) 우변의 액막내 길이(또는 반경)방향 압력분포를 유도하는 과정은 잘 확립되어 있으므로<sup>(3,6,9)</sup> 여기서는 간단히 기술하기로 한다. 식 (4)의 해로서 액막내의 포물선형 속도분포

$$u = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dP}{dr} \right) z(z-\delta) \quad (8)$$

를 구하여 식 (3)에 대입한 후  $z$ 에 대하여 적분하고  $v$ 에 대한 경계조건을 적용하면 다음의 압력구배가 결정된다.

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{12\mu r}{(n+1)\delta^3} \left( \frac{\rho_s}{\rho_l} V + \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (9)$$

식 (9)를 적분한 압력분포

$$P = \frac{6\mu(R^2 - r^2)}{(n+1)\delta^3} \left( \frac{\rho_s}{\rho_l} V + \frac{\rho_s - \rho_l}{\rho_l} \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (10)$$

를 식 (1)에 대입하여 정리한 결과를 기호설명에 정의된 무차원 변수 및 인자의 항으로 표현하면

다음과 같다.

$$\tilde{V} + (1 - \tilde{\rho}) \frac{d\tilde{\delta}}{dt} = \left( \frac{\tilde{g}\tilde{H}}{CPr} \right) \tilde{\delta}^3 \quad (11)$$

여기서 상수  $C$ 는 고상의 단면이 직사각인 경우 4, 원형인 경우 3/2이다.<sup>(3,6)</sup>

한편 식 (2) 좌변의 상경계면 온도구배는 액막내 과도 온도분포로부터 결정되어야 하지만 식 (5)~(7)에서 경계인 액막두께  $\delta$ 가 미정이다. 즉 온도분포와 액막두께는 동시에 해석되어야 한다. 이 문제는 온도분포에 대한 경계이동(액막두께 성장)의 영향을 무시함으로써 해결될 수 있으며, 이때 식 (5)~(7)은 다음의 근사해를 갖는다.<sup>(10)</sup>

$$\begin{aligned} T - T_m &= \left( \frac{q_w \delta}{k} \right) (1 - \zeta) \\ &- \left( \frac{q_w \delta}{k} \right) \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)^2} \\ &\times \exp[-\alpha(2m+1)^2 \pi^2 t / (4\delta^2)] \\ &\times \sin[(2m+1)\pi(1-\zeta)/2] \end{aligned} \quad (12)$$

이 해석해의 유도에 도입된 가정은 본 연구의 등열유속 조건에 비하여 경계의 이동속도가 보다 크다고 알려진<sup>(5)</sup> 등온가열에 대하여 이미 검증된 바 있다.<sup>(6)</sup> 식 (12)에서 상경계면 온도구배를 구하여 식 (2)에 대입한 후 무차원화하면

$$\tilde{V} + \frac{d\tilde{\delta}}{dt} = \tilde{q}_w (1 - \epsilon) \quad (13)$$

로 정리된다. 여기서  $\epsilon$ 은

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)} \\ &\times \exp[-(2m+1)^2 \pi^2 \tilde{t} / (4\tilde{\delta}^2)] \end{aligned} \quad (14)$$

로 정의되었으며 식 (5)의 좌변 비정상항의 상경계면 온도구배에 대한 효과이다.

식 (13)은 접촉용해의 대표적 특성인자인  $Ste$ 를 명시적으로 포함하지 않기 때문에, 예를 들어  $Ste$ 의 항으로 표현된 대류무시에 관한 조건의 만족여부 등, 사용에 불편한 형태이다. 또한 같은 가정 하에 등온가열을 취급한 연구<sup>(6)</sup>와 비교할 때 식 (11)은 일치하지만 식 (13)은 상이하므로 해석과정의 일반화 및 결과비교의 관점에서도 바람직하지 못하다. 이러한 문제는 등열유속의 경

우에 대하여 Ste를 합리적으로 재정의함으로써 해결될 수 있다. 식 (12)의 과도 온도분포에서 정상상태에 도달하면 벽면온도  $T_{ws}$ 와 액막두께  $\delta_s$ 는 일정하므로 가열면과 상경계면의 온도차

$$\Delta T = T_{ws} - T_m = q_w \delta_s / k \quad (15)$$

를 기준온도차로 취하면  $q_w$ 과 직접적으로 연계된 Ste가 결정되고, 식 (13)은 등온가열의 경우와 같은 형태로 변환될 수 있다.

$$\tilde{V} + \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{\rho} Ste}{\tilde{\delta}} \phi \quad (16)$$

여기서 무차원 상경계면 온도구배는

$$\phi = (1 - \epsilon)(\tilde{\delta} / \tilde{\delta}_s) \quad (17)$$

로 표현된다. 기준온도차  $\Delta T$ 는 등온 경계의 경우 부여되는 열적 조건임에 비하여, 등열유속 경계의 경우  $q_w$ 뿐만 아니라  $\delta_s$ 의 함수이기 때문에 역학적인 접촉조건에도 의존한다. 따라서 같은  $q_w$ 에 대응하는 Ste라도 접촉조건에 따라 다른 값을 갖는다. 참고로 같은 문제를 수치해석한 Saito등<sup>(5)</sup>은 Ste를 도입하지 않았다.

무차원화된 모델방정식 (11)과 (16)의 특성인자에 대한 현시적인 의존성을 배제하고 해석해를 모색하기 위하여 선행연구<sup>(6)</sup>와 같은 방법으로 정상해를 기준으로 표준화하였다. 정상상태에서  $d\tilde{\delta}/d\tilde{t} = 0$ 이고  $\phi = 1$ 이므로 대응하는 해는

$$\tilde{V}_s = \left( \frac{\tilde{g}\tilde{H}}{CPr} \right)^{1/4} (\tilde{\rho} Ste)^{3/4} \quad (18)$$

$$\tilde{\delta}_s = \left( \frac{\tilde{g}\tilde{H}}{CPr} \right)^{1/4} (\tilde{\rho} Ste)^{1/4} \quad (19)$$

로서 등온가열의 경우와 같은 형태이다. 등온 및 등열유속 경계조건에 대한 무차원화된 모델방정식 및 정상해가 일치하므로 표준화된 모델방정식

$$\tilde{V} + (1 - \tilde{\rho}) \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{t}} = \tilde{\delta}^3 \quad (20)$$

$$\tilde{V} + \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{t}} = \frac{\phi}{\tilde{\delta}} \quad (21)$$

도 당연히 일치한다. 그러나 무차원 상경계면 온도구배  $\phi$ 에는 차이가 있으며, 식 (17)에 나타난  $\epsilon$ 은 다음과 같이 표준화된 항으로 재정리된다.

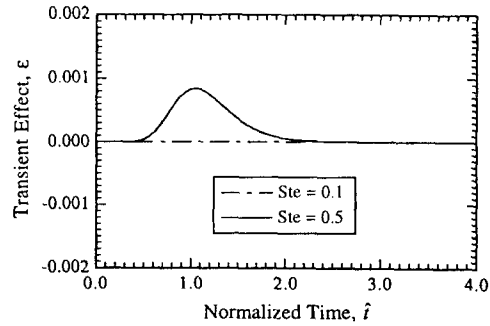


Fig. 2 Variation of the transient effect for different Stefan numbers.

$$\epsilon = \frac{4}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m+1)} \exp \left[ -\frac{(2m+1)^2 \pi^2 \tilde{t}}{4 \tilde{\rho} Ste \tilde{\delta}^2} \right] \quad (22)$$

식 (22)에 나타난 지수의 성질 즉 Ste이 작을 때 급수가 소멸되는 점으로부터 추가적인 단순화가 가능하다. 식 (20)과 (21)에서  $\tilde{V}$ 을 소거한

$$\tilde{\rho} \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{t}} = \frac{\phi}{\tilde{\delta}} - \tilde{\delta}^3 \quad (23)$$

의 수치해로부터  $\tilde{\rho} = 1$ 일 때 Ste에 따른  $\epsilon$ 의 시간변화를 Fig. 2에 도시하였다. 액막내 대류가 무시될 수 있는 Ste의 범위에 대하여 비정상효과는 거의 없음을 알 수 있다. 등온가열시에도 같은 조건에서 비정상효과는 별무하기 때문에,<sup>(6)</sup> 향후 Ste가 작은 비정상 접촉용해의 해석에 있어서 액막내 온도분포는 경계조건에 무관하게 선형으로 취급될 수 있을 것이다. 결과적으로 식 (17)은  $\phi = \tilde{\delta}$ 로 귀결되므로 식 (23)은  $\tilde{\rho}$ 에만 의존하는

$$\tilde{\rho} \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{t}} = 1 - \tilde{\delta}^3 \quad (24)$$

로 단순화된다. 초기조건  $\tilde{\delta}(0) = 0$ 에 대하여 식 (24)는 음함수 형태의 해석해를 갖는다.

$$\tilde{\rho}^{-1} \tilde{t} = \frac{1}{3} \ln \frac{(1 + \tilde{\delta} + \tilde{\delta}^2)^{1/2}}{1 - \tilde{\delta}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}\tilde{\delta}}{2 + \tilde{\delta}} \quad (25)$$

또한  $\tilde{V}$ 은 식 (20)과 (21)에서  $d\tilde{\delta}/d\tilde{t}$ 을 소거함으로써

$$\hat{V} = (\tilde{\rho} - 1) / \tilde{\rho} + \delta^3 / \tilde{\rho} \quad (26)$$

와 같이 이미 알려진  $\hat{\delta}$ 의 항으로 표현된다.

#### 4. 결과에 대한 고찰

근사적 해석해의 유도에는 이미 검증된 가정만이 도입되었으나, 결과의 타당성 및 유용성을 재확인하기 위하여 원형단면 고상에 대한 Saito등<sup>(5)</sup>의 수치해와 비교하기로 한다. Table 1은 수치해석에 사용된 조건으로서 마지막 2행은 본 연구에서 환산된 값이다. 규준화된 액막두께  $\hat{\delta}$  및 고상하강속도  $\hat{V}$ 의 시간변화를 비교한 Fig. 3에서 해석해는 수치해와 정성적은 물론 정량적으로도 양호하게 일치한다. 특히 해석해가  $\tilde{\rho} \neq 1$ 일 때 초기값이  $\hat{V}(0) \neq 0$ 인 특징적인 거동을 해상한 점은 고액밀도차가 타당하게 고려되었음을 의미하며 연관된 내용은 후술하였다. 비교의 결과로부터 본 연구의 모델은 실제 현상을 잘 반영하도록 정립되었으며 해석과정의 단순화도 접촉용해의 본질을 훼손하지 않았음을 알 수 있다. 따라서 해석해는 모델방정식의 유효범위 내에서 등열유속 경계를 갖는 비정상 접촉용해 현상의 예측에 충분히 적용될 수 있을 것으로 보인다.

Table 1. Conditions used for validation.

Parameter	Value	Remarks
Pr	13.44	Cited from Saito et al. <sup>(5)</sup>
$\hat{H}$	1.0	
$\tilde{g}$	$5.523 \times 10^{11}$	
$\tilde{\rho}$	1.09	
$\tilde{q}_w^*$	1037	
$\hat{q}_w$	24.57	Converted by the present definition
Ste	0.02174	

결과에 대한 고찰에 앞서 벽면 열유속의 무차원화 방법에 관하여 언급할 필요가 있다. 본 연구의  $\hat{q}_w$ 가 열적 조건만의 항으로 정의되었음에 비하여 전술한 Saito등<sup>(5)</sup>에서는 역학적 조건에 의

존하는  $\Delta T$ 를 포함하는 형태로 정의되었다(기호 설명 및 Table 1의 5와 6행 참조). 양자의 차이는 식 (15), (18) 및 (19)를 이용하여 각각을 종속 변수의 항으로 변환한

$$\tilde{q}_w = \hat{V}_s, \quad \tilde{q}_w^* = \delta_s^{-1} \quad (27), (28)$$

로부터 쉽게 발견된다. 다른 조건이 같을 때 물리적으로 실제 열유속( $q_w$ )이 증가하면 고상하강속도와 액막두께는 모두 증가한다. 그러나 무차원 벽면 열유속의 증가는 전자에서는 예상대로 정상상태 고상하강속도의 증가로, 후자에서는 반대로 정상상태 액막두께의 감소로 나타난다. 이러한 후자의 혼란스러운 결과는  $\tilde{q}_w^*$ 의 불합리한 정의에 기인한다. 본 연구에서는  $q_w$ ,  $\hat{q}_w$  및 Ste가 같은 방향으로 변화하도록 무차원화되었으나 Saito등<sup>(5)</sup>에서는  $q_w$ 의 증가에 따라  $\tilde{q}_w^*$ 이 오히려 감소하도록 정의되었기 때문이다. 여기서  $q_w$ 과 Ste의 관계는 식 (18)과 (27)로부터 결정되므로 전술한 대류효과 무시조건(대략 Ste<0.1)도 필요시 쉽게  $q_w$ 의 항으로 표현될 수 있다. 이상의 내용으로부터 본 연구의 무차원화 방법이 시스템의 특성을 보다 잘 대표함은 자명하다.

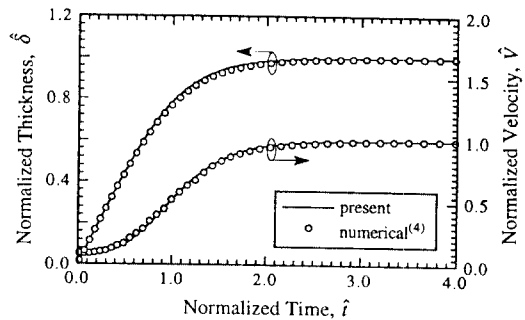


Fig. 3 Comparison of time evolutions of the liquid film thickness and solid descending velocity between the present results and existing numerical data.

규준화된 해 식 (25)와 (26)은 밀도비  $\tilde{\rho}$ 에만 의존하므로 접촉용해 시스템이 근사화의 전제조건만 만족하면 그 비정상 거동은  $\tilde{\rho}$ 를 제외한 다른 인자와는 무관하게 일반화된 형태로 예측될

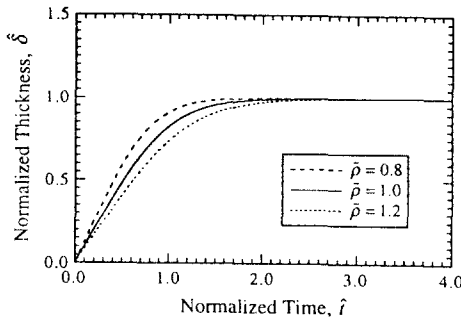


Fig. 4 Effect of the density ratio on time evolution of the liquid film thickness.

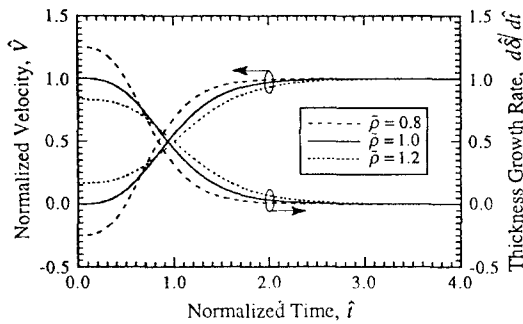


Fig. 5 Effect of the density ratio on time evolutions of the solid descending velocity and the film growth rate.

수 있다. 따라서 결과에 대한  $\hat{\rho}$ 의 영향을 먼저 고찰하기로 한다. 효과가 보다 명확히 나타나도록 실제 밀도비보다 다소 과장된 값에 대하여 계산된 액막두께  $\hat{\delta}$ 의 시간변화를 Fig. 4에, 고상하강속도  $\hat{V}$  및 액막두께 성장률  $d\hat{\delta}/d\hat{t}$ 의 시간변화를 Fig. 5에 도시하였다. 밀도비에 무관하게  $\hat{\delta}$  및  $\hat{V}$ 이 시간에 따라 증가하면서 정상상태로 접근하는 경향과  $\hat{\rho}$ 가 증가할수록 정상상태 도달시간이 지연되는 점은 공통적이다. 그러나  $\hat{\rho}$ 에 대한 구체적인 의존성은 다소 상이하다. 밀도비가 증가하면  $\hat{\delta}$ 의 경우 식 (24)에서 정성적으로 예측될 수 있듯이 단순히 그 변화율만이 둔화되는 형태이다(Fig. 4). 그러나  $\hat{V}$ 의 경우, Fig. 3에서 고찰한 바와 관련하여,  $\hat{\rho}=1$ 을 경계로  $\hat{V}(0)$ 의 부호가 변한다(Fig. 5). 이 결과는, 사실 식 (26)

에서 자명하지만, 물리적으로는 액상의 비체적이 고상보다 클 때( $\hat{\rho} < 1$ ) 가열과 동시에 용해에 의해 생성된 액체 중에서 액막을 채우고 난 잉여량에 의해 액막내의 압력이 급증함으로써 고상을 급상승( $\hat{V}(0) < 0$ )시키게 되고, 반대의 경우( $\hat{\rho} > 1$ ) 액체의 부족으로 고상이 급하강( $\hat{V}(0) > 0$ )하기 때문이다. 용해시작 이후  $\hat{V}$ 의 거동은, 등열유속에 의한 상경계면 용해율이 식 (21) 및  $\phi = \hat{\delta}$ 로부터

$$\hat{V} + \frac{d\hat{\delta}}{d\hat{t}} = 1 \quad \text{or} \quad \hat{V} + \frac{d\hat{\delta}}{d\hat{t}} = \hat{q}_w \quad (29)$$

와 같이 일정한 사실로부터 설명될 수 있다. 함께 도시된 액막두께 성장률  $d\hat{\delta}/d\hat{t}$ 가  $\hat{\rho}$ 의 증가에 따라 초기값은 작아지고 변화는 완만하기 때문에  $\hat{V}$ 도 이에 대응하는 형태가 된다.

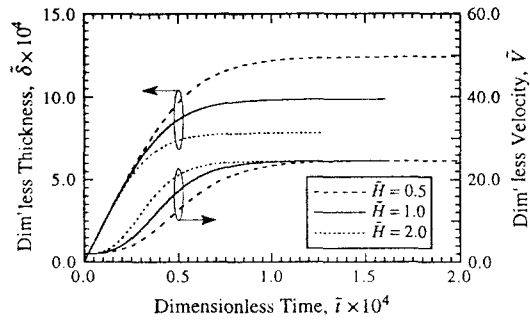


Fig. 6 Effect of the aspect ratio on time evolutions of the liquid film thickness and solid descending velocity.

해석해로부터 특성인자의 영향을 고찰하기로 한다. 밀도비를 제외한 다른 특성인자는 규준화된 해석해에 현시적으로 나타나지 않으나, 예를 들어  $\hat{V}(\hat{t})$ 이 결정되면 정의에 따라  $\hat{V} = \hat{V}_s$  및  $\hat{t} = \hat{t}(\hat{\delta}_s / \hat{V}_s)$ 의 형태로, 정상해를 통하여 그 영향은 쉽게 정량화된다. 대표적으로 접촉력의 크기와 연관된  $\hat{H}$ 의 영향을 Fig. 6에 도시하였다. 여기서  $Pr$ ,  $\hat{g}$ ,  $\hat{\rho}$  및  $\hat{q}_w$ 은 Table 1의 값으로 유지시켰다. 식 (27)에서 자명하듯이  $\hat{q}_w$ 이 일정하면  $\hat{V}_s$ 는 같다. 고체의 자중 즉  $\hat{H}$ 가 증가하면 식 (19)로부터  $\hat{\delta}_s$ 와  $\hat{\delta}_s / \hat{V}_s$ 는 감소하고

따라서  $\delta$ 와  $\hat{V}$ 는 보다 짧은 시간에 정상상태에 도달한다. 다른 인자에 대해서도 같은 방법이 적용될 수 있다. 특히  $\hat{q}_w$ 의 영향은 Ste의 함수인 식 (18) 및 (19) 대신  $\hat{q}_w$ 의 향으로 표현된 식 (27) 및

$$\delta_s = \left( \frac{\tilde{g}\tilde{H}}{CPr} \right)^{-1/3} \tilde{q}_w^{1/3} \quad (30)$$

로부터 보다 편리하게 파악될 수 있다. 열유속이 증가하면  $\delta_s$ 와  $\hat{V}_s$ 는 증가하지만  $\delta_s / \hat{V}_s$ 는 감소하므로  $\delta$ 와  $\hat{V}$ 의 정상상태에 도달시간은 단축된다. 수치해석시 특성인자의 정량적 영향을 파악하기 위해서는 많은 반복계산이 필요함에 비하여,<sup>(5)</sup> 본 해석해의 경우 단순한 수치대입만으로도 충분하다. 이러한 적용의 용이성(또는 효율성) 이외에도 해석하는 실험이 부여된 조건으로부터 이격된 정도를 판정하는 지표로서 또는 수치해석의 타당성을 검증하는 기준으로서도 매우 유용하리라 기대된다.

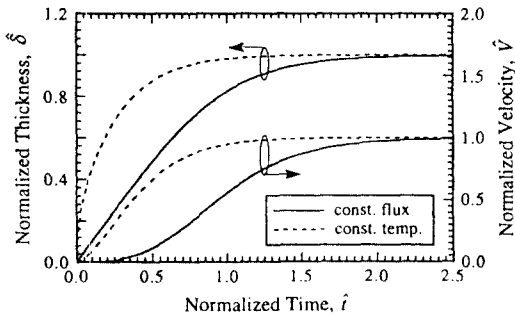


Fig. 7 Comparison of time evolutions of the liquid film thickness and solid descending velocity between the cases of constant heat flux and constant temperature boundary conditions.

마지막으로 등열유속 및 등온 경계조건<sup>(6)</sup>에 대한 해석해를 상호 비교하기로 한다. 양자는 같은 근사화 가정하에서 같은 방법으로 유도되었으며 결과도  $\tilde{\rho}$ 에만 의존하기 때문에 직접적인 비교가 가능하다. 대표적으로  $\tilde{\rho}=1$ 에 대하여 표준화된 액막두께  $\hat{\delta}$  및 고상하강속도  $\hat{V}$ 를 Fig. 7에 도시하였다. 편이상 등열유속 및 등온인 경우를 각

각 하첨자  $F$  및  $T$ 로 표기할 때,  $\hat{\delta}_T$ 와  $\hat{V}_T$ 는  $\hat{\delta}_F$ 와  $\hat{V}_F$ 에 비하여 비정상 과정동안 증가율이 보다 급격하며 따라서 상대적으로 정상상태 도달시간이 짧다. 이것은 이미 물리적으로 예측 가능하지만 용해율과 가열벽면 온도의 변화로부터 보다 쉽게 설명될 수 있다. 등열유속의 경우 용해율은 식 (29)과 같이 일정하고 벽면온도는 식 (12)와 (15)로부터  $\theta_{wF} = \hat{\delta}_F$ 이다. 이에 비하여 등온의 경우 용해율은  $(\hat{V} + d\hat{\delta}/d\hat{t})_T = \hat{\delta}_T^{-1}$ 와 같이 무한대로부터 감소하면서 1로 접근하고 벽면온도는  $\theta_{wT} = 1$ 이므로 Fig. 7의 결과는 당연하다. 정상상태 용해율을 측정하기 위한 접촉용해 실험시 시작부터 등온을 유지하기는 쉽지 않으므로<sup>(3)</sup> 비교적 쉬운 등열유속 조건을 부여한 후 해석해에 근거하여 비정상 과정에 해당되는 결과를 제외시키는 방법이 추천된다.

### 5. 결론

본 연구는 등열유속으로 가열되는 평판위에서 중력에 의해 하강하는 상변화물질의 비정상 접촉 용해 과정에 초점을 맞추었다. 가열조건을 대표하는 Stefan수를 합리적으로 정의함으로써 단순화 가정, 모델, 접근방법 등 기본적으로 등온가열시와 같은 해석의 틀을 유지하면서 근사적 해석해를 성공적으로 유도할 수 있었다. 해석해는 기존의 수치해와 정성적 뿐만 아니라 정량적으로도 양호하게 일치하며, 비정상 접촉용해의 특징을 충분히 해상한다.

해석과정에서 새로이 도입된 무차원 벽면 열유속은 기존의 문제점이 개선된 형태로서 물리적으로 타당하고 Stefan수의 정의와도 부합된다. 해석해에 유일하게 현시적으로 나타난 고·액밀도비는 액막두께의 성장을 및 초기 고상하강속도의 크기와 정상상태 도달시간을 변화시키는 역할을 한다. 일반화된(또는 표준화된) 해석해에 암시적으로 포함된 다른 특성인자의 영향은 정상해를 통하여 쉽게 정량화된다. 정상해에서 가열조건은 Stefan수는 물론 무차원 벽면 열유속의 향으로도 표현될 수 있다.

경계조건의 비정상 접촉용해 거동에 대한 효과



는 다음과 같이 규명되었다. 등열유속 경계인 경우 용해율이 일정한 상태에서 벽면온도 변화는 액막두께의 성장과 일치한다. 이에 비하여 등은 경계인 경우 벽면온도가 일정한 상태에서 용해율은 액막두께의 역수와 일치한다. 용해율 및 벽면온도에 있어서 전자가 후자보다 항상 작기 때문에 비정상 과정은 보다 길게 지속되고 변화는 완만하다.

### 참 고 문 헌

- (1) Bejan, A., 1989, "The Fundamentals of Sliding Contact Melting and Friction," *J. Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 13~20.
- (2) Bejan, A., 1994, "Contact Melting Heat Transfer and Lubrication," *Advances in Heat Transfer*, Vol. 24, pp. 1~38.
- (3) Moallemi, M. K., Webb, B. W. and Viskanta, R., 1986, "An Experimental and Analytical Study of Close-Contact Melting," *J. Heat Transfer*, Vol. 108, pp. 894~899.
- (4) Hong, H. and Saito, A., 1993, "Numerical Method for Direct Contact Melting in Transient Process," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2093~2103.
- (5) Saito, A., Kumano, H., Okawa, S. and Yamashita, K., 1996, "Analytical Study on Transient Direct Contact Melting Phenomena," *Trans. of the JAR*, Vol. 13, pp. 97~108 (in Japanese).
- (6) 유호선, 1997, "등온가열 접촉용해의 초기 과도과정에 대한 근사적 해석해," 대한기계학회 논문집, 제21권 제12호, pp. 1710~1719.
- (7) 유호선·홍희기·김찬중, 1997, "종방향대류 및 고액밀도차가 고려된 접촉용해에 대한 해석해," 대한기계학회 논문집, 제21권 제9호, pp. 1165~1173.
- (8) Batchelor, G. K., 1967, *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, pp. 219~222.
- (9) Bejan, A., 1995, *Convection Heat Transfer*, 2nd ed., Wiley, New York, pp. 434~455.
- (10) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., 1959, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed., Oxford University Press, Oxford, UK, Chap. III.