축류터빈에서 끝간격 유동에 의한 편향각과 압력손실의 모형

윤의수* · 박무룡* · 정명균**

(1998년 4월 28일 접수)

Modeling of Deviation Angle and Pressure Loss Due to Rotor Tip Leakage Flow Effects in Axial Turbines

Eui Soo Yoon, Moo Ryong Park and Myung Kyoon Chung

Key Words : Axial Turbine (축류 터빈), Tip Clearance Flow (끝간격 유동), Deviation Angle (편향각), Pressure Loss Distribution (압력손실 분포), Streamline Curvature Method (유선곡률법)

Abstract

Simple spanwise distribution models of deviation angle and pressure loss coefficient due to the tip leakage flow are formulated for use in association with the streamline curvature method as a flow analysis. Combining these new models with the previous deviation and loss models due to secondary flow, a robust streamline curvature method is established for flow analysis of single-stage, subsonic axial turbines with wide ranges of turning angle, aspect ratio and blading type. At the exit from rotor rows, the flow variables are mixed radially according to a spanwise transport equation. The proposed streamline curvature method is tested against a forced vortex type turbine as well as a free vortex type one. The results show that the spanwise variations of flow angle, axial velocity and loss coefficients at rotor exit are predicted with good accuracy, being comparable to a steady three-dimensional Navier-Stokes analysis. This simple and fast flow analysis is found to be very useful for the turbine design at the initial design phase.

기호설명

a : 와동핵의 반지름
AR : 익의 종횡비 (h/c), (aspect ratio)
AR_C : 익형 유로 종횡비 (h/s), (blade channel aspect ratio)
c : 익현 길이
C_L : 양력 계수 (lift coefficient)
C_P : 정압 비열
CR : 수축비 (contraction ratio)
d : 익전단으로부터의 유선거리
h : 익의 높이
I : 로탈피 (rothalpy)
K : 끝간격에 유지된 양력의 비율 (fraction of lift retained at the tip)
m : 자오선의 길이
M_V : 마하수
$\dot{m}$: 질량 유량
P : 압력
Q : e^{-s/C_p} 또는 혼합과정에서의 종속변수
R : $=r/a$
r : 반지름
r_m : 자오면 상에서 유선의 곡률반경
s : 피치, 엔트로피
u, w : 끝간격 누설유동에 의한 유발 속도
V : 속도
Y : 압력 손실 계수 (compressible pressure loss coefficient)
y : 벽면으로부터 날개 길이 방향의 거리
α, β : 축방향에 대한 절대유동각, 상대유동각
Γ : 순환 (circulation)
δ : 편향각 (deviation angle)
δ_1 : 입구 경계층 두께
ε : 유동 전향각 (flow deflection), 혼합계수 (mixing coefficient)
ν : 동점성 계수

* 회원, 한국기계연구원 열유체시스템연구부
** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

ρ : 밀도
τ : 끝간격 (tip clearance)
ϕ_m : 자오선 속도와 축이 이루는 각
ω : 회전 각속도
σ : 현절비 (c/s), (solidity)
$(\Delta V_\theta)_S$: 2 차유동에 의한 선회속도 (swirl velocity)

하첨자

0 : 정체 조건
1 : 정익 입구
2 : 정익 출구 또는 동익 입구
3 : 동익 출구
BL : 경계층
c : 끝 간격
d : 난류 확산
h : 허브
mu : 최대 하편향 (underturning)이 일어나는 위치
m : 자오선 방향
p : 익형상 (profile)
R : 동익
s, sf : 2 차유동 (secondary flow)
S : 정익
SKE : 2 차유동 운동에너지 (secondary kinetic energy)
t : 팁
x : 축방향
θ : 접선방향

상첨자

- : 날개길이 방향 평균 (pitchwise averaged)

1. 서 론

축류 터빈 내부에서의 유동은 비정상, 3 차원성 그리고 회전효과 때문에 매우 복잡한 양상을 띠고 있다. 여기서 비정상 효과는 정익-동익 간섭에 의해, 3 차원 효과는 코너 와동(corner vortex)과 통과와동(passage vortex)으로 대표되는 2 차유동(secondary flow)에 의해서 주로 발생한다. 이러한 원인 외에도, 동익 끝간격으로부터의 누설유동은 동익 하류의 유동장을 더욱 왜곡시키고, 동익 출구에서의 편향각과 압력손실을 유발시킴으로써, 터빈의 동력발생 능력을 저하시키는 결과를 초래한다. Gallus 등[1]은 Navier-Stokes 방정식을 이용하여 1 단 터빈의 비정상, 3 차원 유동을 해석하였다. 그러나 이러한 계산은 소요되는 시간이 너무 길어 실용적이지 못하고, 터빈 내의 복잡한 유동에 대하여 신뢰할 만한 난류 모델이 아직까지 없다는 점 때문에, 많은 터빈 설계자들은 설계의 초기단계에서 유동해석을 관통유동해석의 하나인 유선곡률법에 의존하고 있다.

산업체에서 널리 쓰여 왔던 유선곡률법은 기본식으로서 비점성 반경 평형식 (radial equilibrium equation)을 사용하기 때문에, 압력손실 모델과 편향각 모델을 이용하여 점성 효과를 고려하여 준다. 따라서 유선곡률법의 정확성은 이들 모델에 크게 좌우된다고 할 수 있다. 특히 압력손실과 편향각은 허브로부터 팁까지 크게 변화하기 때문에 이들 분포의 정확한 모델은 매우 중요하다. Bardon 등[2]은 2 차유동이 익렬 출구의 편향각을 결정한다는 전제 하에 자신들의 2 차유동 모델에 근거하여 편향각 분포모델을 제안하였다. Lee 와 Chung[3]은 Sullerey 와 Kumar[4]의 압력손실 분포모델과 Bardon 등[2]의 편향각 모델을 이용하여 축류 압축기와 터빈의 유동을 해석하였다. 이 해석에서 Bardon 등[2]의 편향각 모델은 전향각 (deflection)이 50 도가 넘는 터빈 익형에 대해 만족할 만한 결과를 주지 못하고, Sullerey 와 Kumar[4]의 압력손실 분포모델은 Sieverding[5]이 설명하는 통과와동에 의한 손실첨두 (loss peak)를 포착하지 못하는 것으로 나타났다. 이러한 사실에 근거하여 Park 과 Chung[6]은 2 차유동에 의한 편향각과 압력손실의 수정된 분포모델을 제안하고, 이들을 정익의 유동해석에 적용하여 만족할 만한 결과를 얻었다.

동익의 팁과 벽면 사이의 끝간격을 흐르는 누설유동에 의한 압력손실은 터빈 전체 압력손실 가운데 상당한 부분을 차지하고 있으므로, 지금까지 많은 끝간격 손실 상관식이 제안되어 왔다. 예를 들면 Ainley 와 Mathieson[7], Dunham 과 Came[8], Yaras 와 Sjolander[9]의 모델들이 있다. 대부분의 끝간격 유동 모델들은 날개 길이에 대한 평균값을 다루고 있으므로, 날개 길이방향에 따른 압력손실과 편향각 분포를 고려하지 않고 있다. 그러나 Lakshminarayana[10]는 끝간격 누설 와동의 실험에 근거하여 끝간격 손실과 편향각을 예측하는 정교한 방법을 고안하였다. 하지만 본 연구에서, 이 방법을 다른 문헌의 실험에 적용시킨 결과, 상당한 오차를 보이는 것으로 나타났다.

끝간격으로부터 익현에 따라 발생하는 누설유동이 와동층 (vortex layer)을 형성하고, 이 와동층은 끝간격의 안쪽과 흡입면 측에 회전하는 나선형의 유체핵을 형성한다는 Lakshminarayana[10]의 이론에 기초하여, 본 연구에서는 새로운 손실과 편

향각 분포모델을 제안하기로 한다. 동익 출구의 유동을 해석하기 위하여 Park 과 Chung[6]의 2 차손실 분포모델과 Yoon 등[11]의 동익 편향각 분포모델 그리고 Lewis[12]의 반경방향 혼합모델 (spanwise mixing model)을, 본 연구에서 제안하는 끝간격 유동에 의한 손실 및 편향각 분포모델과 함께 유선곡률법에 통합하여, 하나의 유동해석 코드로 작성하였다. 이 코드를 검증하기 위해, 기하형상과 성능실험 데이터가 문헌에 발표된 두개의 터빈에 적용시켜, 예측치와 실험치를 비교, 검토하기로 한다. 누설유동 모델을 채용한 간단한 유동 해석법이 끝간격을 갖는 터빈의 동익 출구의 유동을 어느 정도 잘 예측하는 것인가에 대하여 초점을 두고, 터빈설계의 초기 단계에서 이 방법이 유용하게 사용될 수 있을 정도로 정확히 터빈 내부의 시간 평균 유동장을 계산할 수 있다는 것을 보이고자 한다.

2. 지배 방정식 및 계산과정

터빈 내부의 유동이 정상, 축대칭, 단열, 비점성이라 가정하고, 반경방향의 운동방정식과 에너지 방정식을 결합하면, 잘 알려진 반경방향 평형식 (radial equilibrium equation)이 다음과 같이 얻어 진다.[13]

$$\frac{\partial V_m^2}{\partial r} + P(r)V_m^2 = R(r) \qquad (1)$$

$$P(r) = 2\cos^2\beta\left[-\frac{\sin\phi_m}{V_m}\frac{\partial V_m}{\partial m}+\frac{\cos\phi_m}{r_m}+\frac{2\omega}{V_m}\tan\beta + \left(\tan\beta+\tan^3\beta\right)\frac{\partial\beta}{\partial r}+\frac{\tan^2\beta}{r}+\frac{1}{2\cos^2\beta}\frac{1}{Q}\frac{\partial Q}{\partial r}\right] \qquad (2)$$

$$R(r) = 2\cos^2\beta\left(\frac{1}{Q}\frac{\partial QI}{\partial r}+\frac{\omega^2 r^2}{2}\frac{1}{Q}\frac{\partial Q}{\partial r}\right) \qquad (3)$$

위의 관계식에서 $P(r)$ 우변의 첫번째 항은 아래와 같이 구하여 진다.

$$\frac{\sin\phi_m}{V_m}\frac{\partial V_m}{\partial r} = -\left[\left(1-M_{V\theta}^2\frac{r}{V_\theta}\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+\frac{r}{r_m\cos\phi_m}\right)\frac{\sin^2\phi_m}{r} - \frac{M_{V\theta}^2}{V_\theta}\sin\phi_m\cos\phi_m\frac{\partial V_\theta}{\partial r}+\tan\phi_m\frac{\partial\phi_m}{\partial r}+ \sin\phi_m\left(\frac{1}{P_0}\frac{\partial P_0}{\partial m}-\frac{1}{T_0}\frac{\partial T_0}{\partial r}\right)+\frac{M_V^2}{2}\frac{\sin\phi_m}{T_0}\frac{\partial T_0}{\partial m}\right] /\left(1-M_{Vm}^2\right) \qquad (4)$$

여기서 m은 자오면 상에서 유선방향의 좌표를, ϕ_m은 자오면 상에서 축과 유선이 이루는 각이다. I는 로탈피 (rothalpy)를 의미하고, Q는 편의상 $Q \equiv e^{-s/C_p}$로 둔다. 그리고 β는 회전 좌표계 (동익)에서는 상대 유동각을, 정지 좌표계 (정익)에서는 절대 유동각(α)을 나타낸다.

본 논문의 관통유동해석은 3 계산점 (정익 입구, 정익-동익 사이, 동익 출구)에서만 계산하며, 임의의 계산점에서의 유량은 다음의 식을 이용한다.

$$\dot{m} = 2\pi\int_{r_h}^{r_t}\rho V_m\cos\phi_m\, r\, dr \qquad (5)$$

식(1)~식(5)를 반복법으로 계산하는데, 여기에는 3 개의 계산 루-프가 있다. 첫번째 (바깥쪽) 계산 루-프에서는 전체 연속방정식 (식(5))을 만족하도록 자오선 속도(V_m)의 분포를 구하고, 두 번째 계산 루-프에서는 반경방향 평형식 (식(4)) 및 각 유관(streamtube)의 연속 방정식을 만족하도록 유선의 위치와 자오선 속도를 수정한다. 그리고 마지막 세 번째 (안쪽) 계산 루-프에서는 압력손실 분포가 수렴하는가를 검사한다. 뒤에 설명될 편향각 및 압력손실 모델들은 이 계산과정에 포함되어 고려되고 있다. 본 연구에서는 허브부터 팁까지 91 개의 유선을 사용하고 있으며, 식(1)~식(4)는 4 차 Runge-Kutta 방법과 3 차 스프라인 미분 (cubic spline derivative)을 이용하여 계산한다.

3. 터빈 동익의 편향각 모델

3.1 익형상 편향각 모델

Bardon 등[2]이 고전적 2 차유동에 근거하여 편향각 모델을 제시하였고, Park 과 Chung[6]은 이를 수정하였다. Park 과 Chung[6]의 모델은 터빈 선형 익렬과 1 단 터빈 정익의 하류에서 유동각을 아주 정확하게 예측하고 있다. 하지만 이들은 상류의 익렬에서 발생되는 웨이크나 와동에 의해 비정상, 접선방향 불균일성을 일으키는 정익-동익 간섭을 전혀 고려하고 있지 않기 때문에, 이를 터빈 동익 하류의 유동각 예측에 적용시키면 예측치는 상당한 오차를 수반케 된다. 이 불균일성 외에, 동익 입구에서의 2 차유동과 경사진 속도윤곽 (skewed velocity profile)은 동익유로 내의 흐름을 더욱 복잡하게 한다.

본 논문에서는 터빈 동익 하류의 전체 편향각을 익형상 편향각, 2 차유동 편향각 그리고 끝간격 편향각으로 나누어 해석한다.

익형상 편향각 (δ_p)은 마하수 효과를 고려하는 Ainley 와 Mathieson[7]의모델을 사용한다. 이것은 Horlock[14]의 문헌에 자세하게 설명되어 있으므로 여기서는 생략하기로 한다.

3.2 2 차유동 편향각 모델

이전에 발표된 논문[11]에서 저자들은 동익 하류에서의 편향각모델을 제시하였다. 이 모델은 넓은 범위의 설계변수를 포함하는 12 개의 아음속 터빈 동익의 실험 데이터에 기초로 한 것이며, 이를 간단히 설명하면 다음과 같다.

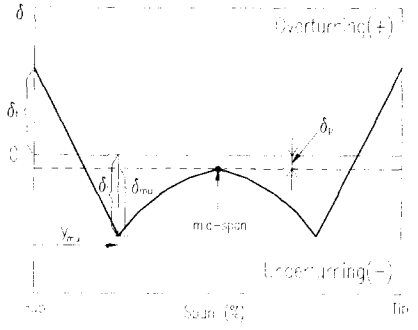


Fig. 1 Model for the variation of rotor deviation.

동익에서 2 차유동 편향각의 반경방향 분포를 결정짓는 중요한 물리적 변수는 유동 전향각 (ε), 익의 종횡비 (AR), 유로 종횡비 ($AR_c = h/s$), 익의 충실도 (σ), 끝벽면 경계층 두께 (δ_1), 수축비 ($CR = h_1 \cos\alpha_1 / h_2 \cos\alpha_2$)이다. 반경방향에 따른 동익의 2 차유동 편향각 분포를 Fig. 1 과 같은 곡선으로 간단화 하였으며, 최대 하편향각 (underturning, δ_{mu} ; deg)의 상관식은 다음과 같다.[11]

$$\delta_{mu} = 2.0(\varepsilon^2)(CR)(\sigma^{0.5})\left(\frac{\delta_1}{h}\right)^{0.5}(AR_c)^{0.5} \quad (6)$$

이 상관식으로 11 개의 익렬에 대하여 계산한 δ_{mu}를 실험 데이터와 비교한 결과, 그들 사이의 차이는 ±1 도 이내로 나타났다.[11] 그리고 최대 하편향각이 나타나는 위치를 다음의 식으로 표현하였다.[11]

$$y_{mu} = 0.3\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{CR}}\right)\left(\frac{1}{AR^{0.8}}\right)\left(\frac{s}{c}\right)^{0.3} \quad (7)$$

끝간격 누설유동을 무시한다면, 양쪽 벽면에서의 최대 상편향각 (overturning)은 최대 하편향각과 크기는 같고 ($\delta_t = \delta_p + \delta_{mu}$) 방향이 서로 반대라고 가정하였다. Fig. 1 에 나타난 바와 같이, 편향각의 반경에 따른 변화 경향으로서 벽면으로부터 최대 하편향각까지는 직선으로, 그리고 최대 하편향각에서 평균반경까지는 3 차함수로 간단히 모형화하였다.

3.3 끝간격 누설 편향각 모델

Lakshminarayana[10]는 유동가시화 및 속도측정에 근거하여 축류 터보기계의 끝간격 누설유동에 의한 이론적 와동 모델을 제안하였다. 이 모델에서는 끝간격에서 날개 코-드를 따라 발생하는 누설유동은 와동층을 형성하고, 이 와동층이 나선형으로 감싸여져 팁과 흡입면 사이에 회전하는 유체의 핵을 이룬다고 가정한다. 여기서 와동핵은 고체처럼 회전하고 유동장 내의 모든 흘림 와도 (shed vorticity)를 포함하며 (circulation, $(1-K)\Gamma$), 와동핵 외측은 비와류 유동 (irrotational flow)이라고 가정한다. 다시 말해, 와동핵의 내부는 강제와동과 같이 거동하고, 외부는 자유와동과 같이 거동한다. 이를 해석할 때, 벽면으로부터 동일 거리에 상와동(image vortex)을 둠으로써, 팁의 벽면에서 법선방향 속도가 0 이 되는 경계조건을 만족시켜 준다. 이러한 끝간격 누설유동 모델은 쉬라우드 없는 선형 익렬(unshrouded linear cascade)에서 설정된 것이므로, 누설유동 현상이 전혀 다른 쉬라우드 있는 익형(shrouded blade)에는 적용시킬 수 없다. 끝간격을 τ 라 할 때, 와동핵은 그것의 크기 (와동핵의 반경; a)와 벽면으로부터의 위치 ($a+\tau$)에 의해서 규정된다.

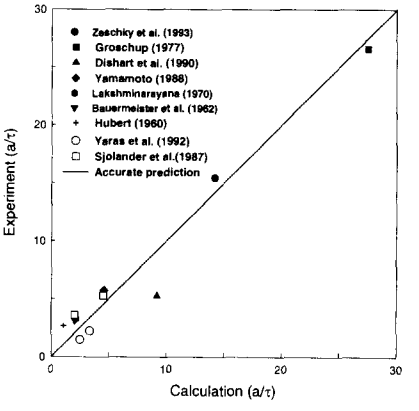


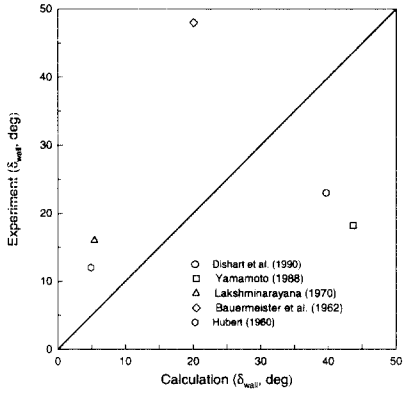
Fig. 2 Comparison of vortex radius (a/t).

3.3.1 와동핵의 반경, a

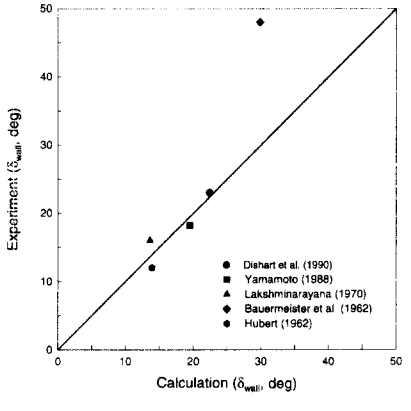
벽면의 상대운동과 익의 현절비(solidity) 효과를 무시하고 코드에 따라 날개부하 (blade loading)가 일정하다고 가정하여, Rains[15]는 와동핵의 반경을 근사적으로 계산하는 식을 유도하였다. 와동핵의 반경을 계산하는데 Lakshminarayana[10]는 이와 동일한 식을 사용하였고, Sjolander 와 Amrud[16]는 Rains[15]의 식을 수정하였다. 하지만, 이 식들을 다른 문헌의 실험에 적용해 본 결과 상당한 차이를 보였으므로, 본 연구에서는 Fig. 2 에 언급된 9 개의 실험 데이터에 근거하여 다음과 같이 와동핵의 반경에 대한 새로운 상관식을 제안하기로 한다.

$$\frac{a}{\tau}=0.04\left(\frac{d}{\tau}\sqrt{C_L(C_L+4)}\right)^{0.85} \quad (8)$$

여기서 C_L은 팁에서의 양력계수, d는 익의 선단부터 와동까지의 유선길이를 말한다. 이 식을 이용하여 계산한 와동핵의 반경과 실험값을 Fig. 2에 비교하여 두었다. 이 그림에서 실험값은 Zeschky와 Gallus[17], Groschup[18]의 터빈 동익에 대한 것과, Dishart와 Moore[19], Yamamoto[20], Lakshminarayana[10], Bauermeister와 Hubert[21], Hubert[22], Yaras와 Sjolander[9], Sjolander와 Amrud[16]의 선형 익렬에 대한 측정치로부터 추출한 것이다. Fig. 2에 나타나 있듯이, Dishart와 Moore[19]의 경우에는 약간의 차이를 보이고 있으나, 나머지는 비교적 잘 일치하는 것으로 나타나 있다.



(a) Lakshminarayana's formula (1970)



(b) Present formula

Fig. 3 Comparison of deviation angle at the tip wall (δ_{wall}).

3.3.2 끝간격 편향각 모델

Lakshminarayana[10]는 무한 1열의 점와동 (point vortex)에 의해 유발된 유동장에 대한 Lamb의 해를, 무한 2열의 일정 반경을 갖는 와동에 의해 유발된 유동장으로 확대, 적용시켰다. 정교한 수학적 전개와 간단화를 통하여, 그는 반경방향 평균 편향각을 다음과 같이 유도하였다.[10]

$$\delta=\tan^{-1}\left(0.25C_L\frac{c}{s}\coth\frac{\pi(a+\tau)}{s}\right) \quad (y\approx 0)$$

$$\delta=\tan^{-1}\left(0.25C_L\frac{c}{s}\left\{1-\frac{y-\tau}{a}\right\}\right) \quad (\tau\le y\le\tau+a)$$

$$\delta=0 \quad (y\ge\tau+a)$$

여기서 y는 벽면부터의 거리이다. 그러나 Fig. 3(a)에 나타나 있듯이, 위 식에 의해 계산된 벽면에서의 편향각은 다른 문헌의 실험 데이터와 큰 차이를 보이고 있다.

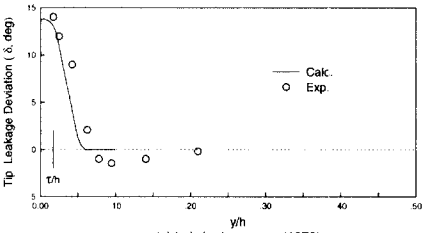
Fig. 3(a)에 있는 실험 데이터를 검토한 결과, 위 식과는 다르게 벽면 근처에서 최대 편향각은 $(a+\tau)/s$에 따라 감소하는 것으로 나타났으므로, 본 연구에서는 끝간격 누설유동에 의한 편향각의 새로운 상관식을 다음과 같이 제안하기로 한다.

$$\delta=\tan^{-1}\left(1.15C_L\frac{c}{s}\exp\left\{-\frac{12(a+\tau)}{s}\right\}\right) \quad (0\le y\le\tau)$$

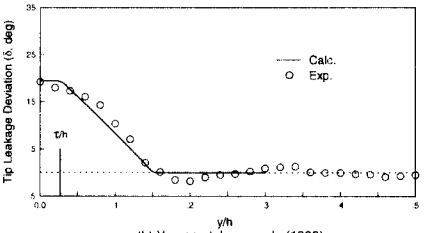
$$\delta=\tan^{-1}\left(1.15C_L\frac{c}{s}\left\{1-\frac{y-\tau}{a}\right\}\right) \quad (\tau\le y\le\tau+a) \quad (9)$$

$$\delta=0 \quad (y\ge\tau+a)$$

식(9)를 Fig. 3(a)에서 언급한 실험 익렬에 대하여 적용한 결과를 Fig. 3(b)에 실어 두었다. 그림에 나타나 있듯이, Bauermeister와 Hubert[21]의 실험을 제외하고, 식(9)는 실험치와 아주 잘 일치하고 있다.



(a) Lakshminarayana (1970)



(b) Yamamoto's cascade (1988)

Fig. 4 Comparison of predicted and measured deviation angle due to tip leakage flow.

식(9)의 편향각 모델을 Lakshminarayana[10]의 익렬, Yamamoto[20] 의 익렬에 적용하여, 그 결과를 Fig. 4(a), (b)에 각각 실어 두었다. 그림에 보이고 있듯이 계산치는 실험치와 아주 양호하게 일치하고 있으며, 여기서는 제시하지 않고 있으나 Hubert[22]의 익렬에 대해서도 마찬가지로 나타났다.

4. 동익의 압력손실 모델

4.1 압력손실 모델

터빈 정익 및 동익 각 단의 압축성 압력손실계수 (compressible pressure loss coefficient, Y)는 익형상 손실 (Y_p), 2 차유동 손실 (Y_s) 그리고 끝간격 손실 (Y_c)로 나뉘어 진다. 지금까지 축류 터빈에 관한 많은 손실 모델들이 발표되어 왔는데, 본 논문에서는 익형상 손실과 2 차유동 손실의 계산에 Ainley 와 Mathieson[7]의 모델을 Dunham 과 Came[8]가 수정한 것과 Dunham[23]이 수정한 것을 각각 사용하고, 그리고 끝간격 손실의 계산에 Kim 과 Chung[24]의 모델을 사용한다.

상류의 정익에서 발생하는 웨이크와 2 차유동의 영향 때문에, 터빈 동익을 흐르는 유동은 매우 복잡하다. Sharma 등[25]은 웨이크에 의해 유발되는 비정상 유동이 터빈 손실에 미치는 영향을 조사하여, 비정상성은 2 차유동 손실과 끝간격 손실의 시간 평균값에는 거의 영향을 주지 않는다는 것을 밝혔다. 이 관점으로부터, Yoon 등[11]은 터빈 동익의 손실 크기를 예측하는 모델로서 터빈 익렬 또는 터빈 정익의 손실을 예측하는 것과 동일한 손실모델을 사용하였다.

4.2 손실 분포 모델

4.2.1 2 차유동에 의한 손실분포 모델

앞 절에서 설명된 손실들은 날개 길이에 대해 질량 평균한 손실을 말한다. 그러나 유선곡률법에는 손실의 반경방향 분포가 필요하다. 본 논문에서 익형상 손실은 반경방향으로 일정하게 분포된다고 가정한다. Sieverding[5]은 2 차유동 손실분포가 통과와류의 위치에 밀접하게 관련되고, 날개부하 및 벽면 입구에서의 경계층 두께에 영향을 받는다고 주장하였다. Mobarak 등[26]은 두개의 손실첨두가 양쪽 벽면으로부터 동일한 거리 (약 12.5% 날개 길이)에 존재하고, 이들은 δ_1/h_1 의 값에 무관할 뿐만 아니라 익의 종횡비가 작아질수록 서로 접근함을 보였다. 손실계수의 첨두 위치를 정하기 위해서 본 논문에서는 2 차유동 손실의 예측에 점성 마찰에 의한 손실 (Y_{BL})과 2 차유동 운동에너지 손실 (Y_{SKE})로 분해하는 Park 과 Chung[6]의 모델을 사용한다. 이 모델에서는 Y_{BL} 이 $\left[1-(y/\delta_1)^{1/7}\right]^2$에 비례하고, Y_{SKE} 는 선회속도 변화량의 제곱 $((\Delta V_\theta)_s^2)$에 비례한다고 하여, (Y_{BL} 의 합) : (Y_{SKE} 의 합)의 비를 0.35 : 0.65 로 선정하였다.[6]

4.2.2 끝간격 누설유동에 의한 손실분포 모델

지금까지는 편의성의 이유로 균일한 끝간격 손실분포가 주로 사용되어 왔으므로, 끝간격 손실분포에 대한 연구는 매우 드물었다. Sullery 와 Kumar[4]는 끝간격 손실을 반경에 대하여 포물선형으로 하고, 평균반경에서 0 이 되도록 분포 시켰다. 그러나 발표된 문헌에 나타나 있는 실험들은 압력손실의 분포가 반경에 따라 균일하지도, 양쪽 벽면에서 최대값을 갖지도 않는다.

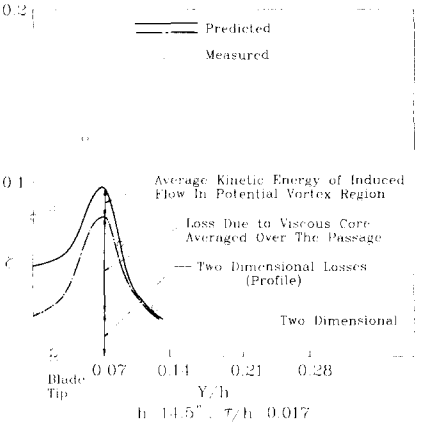


Fig. 5 Measured and predicted average loss coefficient (Lakshminarayana[10], 1970).

Lakshminarayana[10]는 끝간격 손실을 와동핵 밖에서 유발된 유동장의 운동에너지 손실과 점성 와동핵 내의 정체압력 결손 (stagnation pressure deficiency)으로 분해하는 압력손실 모델을 제시하였다. 그러나 Fig. 5 에 나타난 바와 같이, 이 상관식은 끝간격 손실계수 ($\bar{\zeta}$ 는 엔탈피 손실의 접선방향 평균)의 실험치를 정성적으로만 예측하는 것으로 나타났다. 그림에 보이고 있듯이 끝간격 손실계수의 첨두는 벽면으로부터 어느 정도 떨어진 거리에 위치하고 있다. Lakshminarayana[10]의 모델은 반경방향 손실분포를 얻기 위해서 수치적분이 필요할 정도로 매우 복잡하므로, 이 모델을 유선곡률법에 의한 유동해석법에 사용하기 위해서는

상당한 간단화가 필요하다. Fig. 5에 나타난 손실계수 분포에 대하여, 점성핵에 의한 손실계수를 여현 곡선으로, 점성핵 외측에서 유발된 유동에 의한 운동에너지 손실계수를 벽면으로부터 감소하는 직선으로 간단히 표현할 수 있다. 이와 같은 간단화 과정을 통하여, 끝간격 누설유동에 의한 압력손실계수를 다음과 같이 구간별 함수로 제안하기로 한다.

$$Y_c = C' \qquad (0 \le y \le \tau)$$

$$Y_c = C'\left[\frac{2a+\tau-y}{2a} + \frac{B}{2}\left\{1+\cos\frac{\pi(y-a-\tau)}{a}\right\}\right] \qquad (\tau \le y \le \tau+2a) \quad (10)$$

$$Y_c = 0 \qquad (y \ge \tau+2a)$$

여기서 B는 벽면에서의 운동에너지에 의한 손실계수의 최대값에 대한 점성핵에 의한 손실계수의 첨두값의 비이며, 뒤에 설명되어질 식(14)에 의해 결정된다. 그리고 C'는 상수로서, 식(10)의 반경방향 평균값이 4.1절에서 설명된 Kim과 Chung[24]의 끝간격 손실모델에 의해 예측된 손실값과 같게 하였을 때 구해진다.

점성핵 외측에서 유발된 속도성분을 u (접선방향)와 w (반경방향)라 한다면, 임의의 반경방향 위치에서의 평균 운동에너지는 평균 유발속도의 합 $\left(\overline{u}^2+\overline{w}^2\right)$으로 표현된다. Lakshminarayana[10]는 벽면에서의 접선방향 평균 손실을 다음과 같이 유도하였다.

$$\frac{\overline{u}^2+\overline{w}^2}{V_1^2} = \left\{\frac{(1-K)C_L V_m c}{4sV_1}\right\} 4\coth\frac{2\pi(a+\tau)}{s} \qquad (11)$$

여기서 $\overline{u}$와 $\overline{w}$는 각각 u, w의 접선방향 평균을 의미한다. 그리고 Lakshminarayana[10]는 점성핵 내부에서의 정체압력 결손에 의한 압력손실을 다음과 같이 유도하였다.

$$\frac{P_{01}-P_0}{\rho V_1^2/2} = \left[2\left\{Ei\left(-2R^2\right)-Ei\left(-R^2\right)\right\}+\ln\frac{V_m c}{\nu}e^{-R^2}\Big/2\right] \times\frac{(1-K)^2(C_L V_m c)^2}{8\pi^2 V_1^2 sa} \qquad (12)$$

여기서 $R = r/a$ 이고, $Ei(-x) = -\int_x^\infty e^{-t}/t\,dt$ 는 지수적분 (exponential integral)이라고 한다.

식(12)의 정체압력 결손은 매우 복잡하고 사용하기에 불편하므로, 본 논문에서 이를 간단화 하기로 한다. 식(12)의 지수적분과 지수함수 (대괄호 속의)를 점성핵의 중심 $(y=\tau+a)$을 지나는 접선방향으로 평균한 결과, 점성핵 중심에서 와동핵의 정체압력 결손은 다음과 같이 간단한 식으로 된다.

$$\frac{\overline{P}_{01}-\overline{P}_0}{\rho V_1^2/2} = \frac{(1-K)^2(C_L V_m c)^2}{8\pi^2 V_1^2 sa}\left(0.9212+0.3734\ln\frac{V_m c}{\nu}\right) \qquad (13)$$

식(13)을 식(11)로 나누면, 점성핵 내측의 최대 정체압력손실에 대한 점성핵 외측에서 유발된 유동에 의한 최대 운동에너지 손실의 비 (B)는 다음과 같이 된다.

$$B = \frac{s}{2\pi^2 a}\tanh\frac{2\pi(a+\tau)}{s}\left(0.9212+0.3734\ln\frac{V_m c}{\nu}\right) \qquad (14)$$

궁극적으로, C'와 식(14)의 B를 식(10)에 대입하면 본 논문에서 제안하는 끝간격 누설유동에 의한 압력손실의 분포모델이 된다.

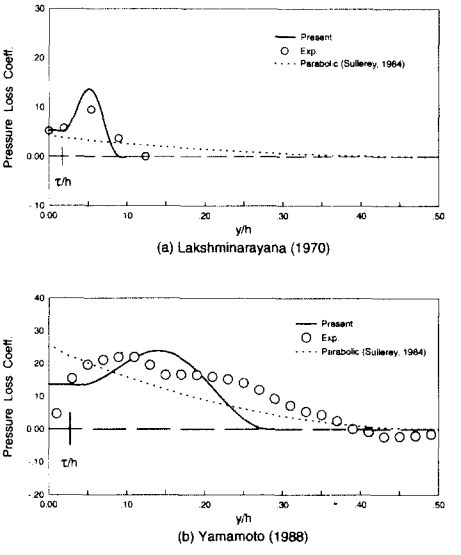


Fig. 6 Comparison of predicted and measured pressure loss coefficient due to tip leakage.

식(10)의 손실분포 모델을 Lakshminarayana[10]의 익렬과 Yamamoto[20]의 익렬에 적용시키고, 그 결과를 Fig. 6(a), (b)에 각각 실어 두었다. 그림에서 보는 바와 같이, 제안된 끝간격 손실분포 모델은 실제 익렬의 측정치를 비교적 양호하게 추종함을 알 수 있다. 그림에 나타나 있듯이 Sullerey와 Kumar[4]의 포물선형 손실분포 모델은 크기와 변화 경향에 있어 실험과 큰차이를 보이고 있다.

5. 관통 유동해석에서의 반경방향 혼합

Adkins와 Smith[27]는 3차원 2차유동에 기인하는 대류유동 (deterministic convection)이 반경방향 혼합의 주된 원인이라 보고 반경방향 혼합을 추정하는 방법을 제안하였다. 이와는 다른 관점에서, Gallimore와 Cumpsty[28]는 반경방향 혼합의 원인으로서 난류확산을 제시하였다. Wisler 등[29]과 Wennerstrom[30]은 2차유동에 의한 대류유동과 난류확산이 모두 반경방향 혼합에 중요한 역할을 하는 것을 주장하고, Lewis[12]는 대류유동에 의한 혼

합계수와 난류확산에 의한 혼합계수를 연구하였다. 그리고 Dring[31]은 터빈에 대하여 Lewis[12]의 혼합계수가 반경에 따른 변화경향은 실험과 차이를 보이지만, 그 크기에 있어서는 실험과 어느 정도 일치하는 것을 확인하였으므로, 본 연구에서는 Lewis[12]의 혼합모델을 사용하기로 한다. 임의의 Q에 대하여 혼합과정은 다음의 혼합식에 의해 표현된다.

$$V_m \frac{\partial Q}{\partial m} = \varepsilon \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \quad (15)$$

Lewis[12]는 유효 혼합계수 (ε)를 난류확산에 의한 혼합계수 (ε_d)와 이차유동 대류에 의한 혼합계수 (ε_{sf})합으로서 모형화하였다. 2차유동 대류에 기인하는 재분배 과정이 난류혼합과 유사한 특성을 가진다고 가정하고, Lewis[12]는 ε_{sf}를 2차유동 운동에너지(SKE)와 길이척도(length scale)를 함수로 하는 길고 복잡한 해석적인 식을 유도하였다. 하지만 본 논문에서는 SKE를 2차유동에 의한 속도성분 $((\Delta V_\theta)_s)$으로부터 계산하는데, $(\Delta V_\theta)_s$는 2차유동과 끝간격 누설유동에 의해 생성되는 접선방향 속도성분으로서 본 연구의 유동해석 코드에서 쉽게 구해진다.

정익과 동익의 하류에서 식(15)와 혼합계수 (ε)에 의해 혼합되어지는 변수 Q로서 정체온도 (T_0), 엔트로피 (s) 그리고 각운동량(rV_θ)을 선택하였다. 끝벽면에서의 경계조건은, 정체엔탈피, 엔트로피 그리고 각운동량의 반경방향 미분값이 0이 되는 것이다. 3개의 혼합변수 외에 다른 유동변수들은 간단화 된 반경방향 평형식 (Novak[13] 문헌의 식(9))을 이용한 유선곡률법으로서 구한다.

6. 결과 및 검토

본 논문에서 제안된 끝간격 누설유동에 의한 편향각과 압력손실분포의 모델을 검증하기 위해, 동익에 끝간격이 있고 쉬라우드 없는 Zeschky와 Gallus[17]의 단단 터빈 (이하 Zeschky 터빈이라 함)과 Groschup[18]의 다단 터빈 가운데 첫째 단의 터빈 (이하 Hannover 터빈이라 함)에 대하여 적용시켜 보았다. Zeschky 터빈의 익형상은 강제와류형 (forced vortex type)이고, Hannover 터빈의 익형상은 자유와류형 (free vortex type)이며, 이들은 모두 아음속에서 측정된 것이다.

터빈 1단 전체에 대해 검증할 수 있도록, 유선곡률법에 의한 코드는, 정익의 해석에는 Park과 Chung[6]의 편향각과 손실분포 모델을 사용한다. Fig. 7(a), (b)에서 보는 바와 같이, 실선은 본 코드의 계산으로서, 팁 영역에서 축방향 속도 (V_{x2})의 차이를 제외하고, Zeschky 터빈의 정익에 대하여 계산된 절대 유동각(α_2)과 축방향 속도분포는 실험값과 아주 잘 일치하고 있다. Zeschky와 Gallus[17]는 압력손실 데이터를 발표하지 않았다.

Hannover 터빈의 정익 하류에 대한 계산결과와 실험값을 Fig. 8에 비교하여 두었다. 이 그림에서 절대 유동각, 축방향 속도 그리고 정익 압력손실계수 (Y_N)의 계산값은 실험치와 대체적으로 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그러나 허브 영역에서 축방향 속도는 높게, 압력손실 계수는 낮게 예측되고 있다. Fig. 8에서 파선은 Denton[32]의 유선곡률법(SCM)에 의한 계산결과이며, 이는 중간 영역에서만 유동각과 압력손실 계수가 Groschup[18]의 실험과 일치할 뿐, 끝벽면의 2차유동 효과는 전혀 감지하지 못하고 있다.

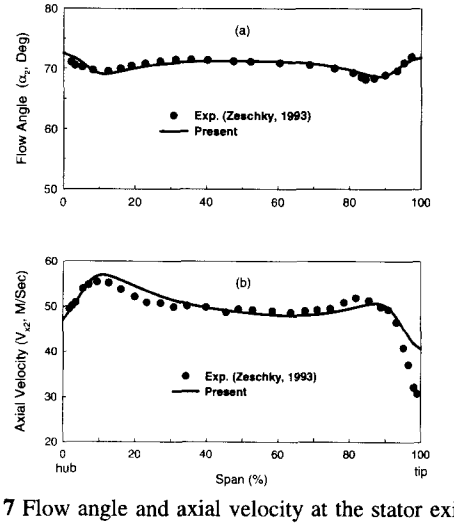


Fig. 7 Flow angle and axial velocity at the stator exit of the Zeschky turbine.

Zeschky 터빈과 Hannover 터빈의 동익 하류에 대하여 상대 유동각 (β_3), 축방향 속도 (V_{x3}) 및 압력손실 계수 (Y_R)의 계산 결과를 Fig. 9와 Fig. 10에 각각 실어 두었다. 그림에서 굵은 실선은 본 논문에서 제안된 편향각과 손실분포 모델을 사용한 예측이고, 가는 실선은 끝간격 누설유동에 의한 편향각을 무시하고 압력을 일정하게 분포 시켰을 때의 예측한 결과이다. Fig. 9에서 파선은 단순한 유선곡률법 (simple SCM)에 의한 계산이고, 일점쇄선은 N-S 방정식에 의한 계산으로서 모두 Gallus 등[1]이 수행한 것이다. 여기서 단순 유선곡률법은 본 연구의 완전 유선곡률법 (full SCM)과는 달리 2차유동 및 끝간격 유동효과를 고려하지 않

은 것이다.

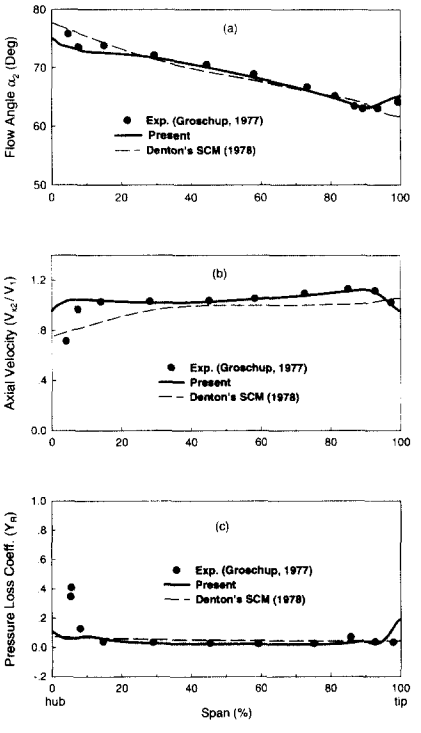


Fig. 8 Flow angle, axial velocity and pressure loss coeffi. at the stator exit of the Hannover turbine.

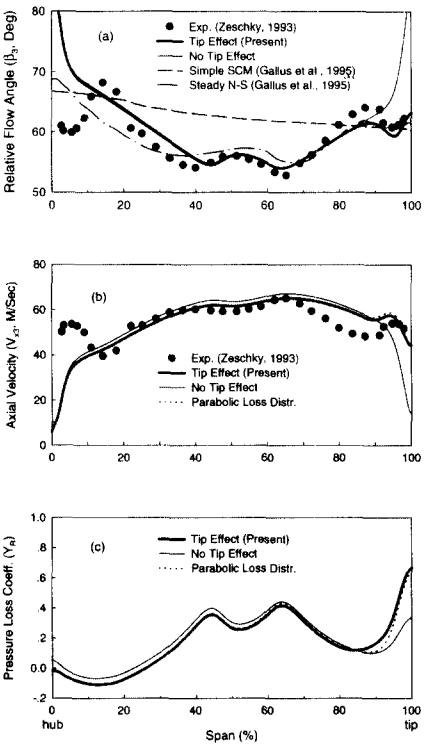


Fig. 9 Relative flow angle, axial velocity and loss coeffi. at the rotor exit of the Zeschky turbine.

Zeschky 터빈의 동익 하류에 대하여 계산된 상대 유동각 분포를 Fig. 9(a)에, 축방향 속도를 Fig. 9(b)에 비교하여 두었다. 계산 결과를 실험값과 비교하여 보면, 끝간격 누설유동 모델을 사용한 유선곡률법은 터빈 동익의 평균 유동장 (접선방향 및 시간에 대한 평균)을 아주 잘 예측하는 것으로 나타났다. 끝간격 누설유동 효과를 무시한 계산(가는 실선)의 경우와 비교해 보면, 제안된 끝간격 누설유동의 모델은 팁 영역에서 예측의 정확도를 크게 향상시키는 것을 알 수 있다. 본 계산의 결점은 오직 허브 영역에서만 존재하며, 이는 정상 N-S 해석도 마찬가지이다. 현재의 계산은 Gallus 등[1]의 단순 유선곡률법보다 실험값에 현저하게 근접하고 있을 뿐만 아니라, 정상상태의 N-S 방정식에 의한 Gallus 등[1]의 계산보다 오히려 우수할 정도의 정확성을 보이고 있다. 여기서 Gallus 등[1]의 정상상태 N-S 해석은, 정상상태를 유지시키기 위해 정익과 동익 사이에 혼합면을 두고, 정익과 동익을 동시에 계산한 것이다.

동익 출구에서 계산된 축방향 속도분포를 측정치와 비교한 것이 Fig. 9(b)에 있다. 유동각의 경우와 마찬가지로 허브측 벽면을 제외하고 제안된 모델은 축방향 속도를 잘 예측하고 있다. 끝간격 누설유동 모델을 이용한 유선곡률법은 축방향 속도에 관하여 첨두의 반경방향 위치와 반경에 따른 변화 경향을 정확하게 묘사하고 있다. Fig. 9(b), (c)에서 점선은 유동각 예측에 본 연구의 편향각 모델을 사용하였으나, 압력손실 예측에는 Sullerey 와 Kumar[4]의 포물선형 분포모델을 사용하여 계산한 것이다. 이 그림에 보이고 있듯이, 제안된 압력손실 분포모델은 포물선형 분포모델에 비하여 유동해석 결과에 큰 차이를 보이고 있지 않다. 이는 압력손실 분포가 속도장에 그다지 영향을 주지 못하기 때문이다. Gallus 등[1]은 오직 유동각만을 문헌에 발표하였기 때문에, 그들의 계산결과를 Fig. 9(b), (c)에서 비교할 수 없다.

Fig. 10(a)~(c)에 Hannover 터빈의 계산결과를 Groschup[18]의 실험과 비교하여 두었다. Fig. 10(a)는 동익 출구에서 상대 유동각의 반경방향 분포를 나타낸 것으로서, 끝간격 누설유동 모델을 이용한 계산은 끝간격 누설유동의 효과를 무시한 경우에 비해 팁 영역에서 유동각의 예측을 크게 향상 시키고 있다. Zeschky 터빈의 경우와 마찬가지로, 실험과의 오차는 오직 허브 영역에서만 생기는데,

이는 정익과 동익 사이의 간섭에 의한 비정상 효

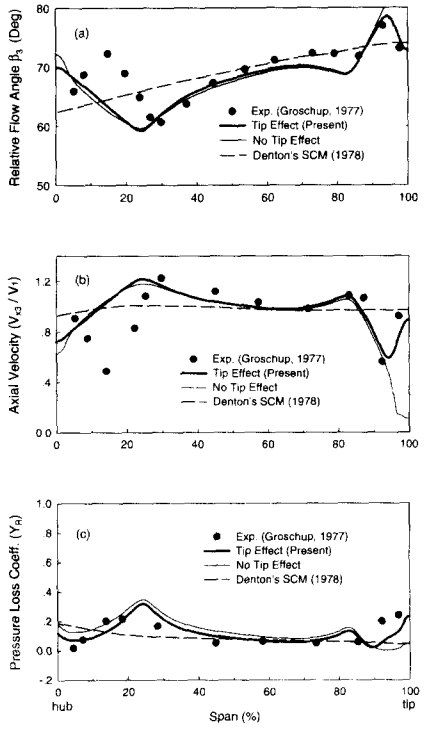


Fig. 10 Flow angle, axial velocity and pressure loss coeffi. at the rotor exit of the Hannover turbine.

과 때문이라고 판단된다. (Gallus 등[1]의 문헌 참조). 축방향 속도를 Fig. 10(b)에 비교하여 두었다. 유동각의 경우와 마찬가지로, 허브 영역을 제외하고 본 연구의 계산은 축방향 속도를 잘 예측하고 있다. Fig. 10(c)는 동익에 대해 정체압력의 예측치를 측정치와 비교한 것으로서, 끝간격 누설유동에 의한 편향각과 압력손실 모델을 도입하면 전체의 날개길이에 대하여 압력손실을 잘 예측함을 보이고 있다. 허브 영역에서 유동각과 축방향 속도의 오차를 감안하면, 이는 다소 이례적이다. Fig. 10(a), (b), (c)를 보면 본 논문의 계산은 Hirsch 와 Denton[33] 의 문헌에 있는 Denton 의 유선곡률법에 비하여 아주 정확하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 9(a), (b)와 Fig. 10(a), (b)에 보이고 있듯이, 본 계산은 허브 영역에서 많은 오차를 보이고 있다. Hunter[34]는 실험을 통해, 동익의 허브 영역에서 유체가 동익 유로를 지날 때 유동이 심하게 교란되는 밝혔다. 더구나, 앞에서 설명하였듯이, 정익 출구의 2 차유동과 동익 유동장 사이의 비정상 간섭 때문에 동익 허브 근처에서의 통과 와동은 평균반경 쪽으로 이동하게 된다. 즉, 동익의 허브 영역에서는 비정상의 영향이 강하게 나타나므로, 정확한 예측을 위해서는 비정상 N-S 해석이 필요한 것으로 알려져 있다.[1] 유선곡률법을 이용하여 동익의 허브영역에서 출구유동을 보다 정확히 예측하기 위해서는, 정익 출구의 2 차유동과 동익 유동장 사이의 비정상 상태의 간섭을 고려하는 추가적인 2 차유동 모델을 향후 도입하는 것이 필요하다.

7. 결 론

쉬라우드 없는 터빈에 대하여 동익의 끝간격 누설유동에 의한 편향각 및 압력손실 분포의 새로운 모델을 제안하였다. 제안된 모델을 기존의 유선곡률법을 이용한 유동해석법[11]에 접목시켜 하나의 코드로 작성하였다.

본 논문의 코드를 이용하여 2 종의 아음속 터빈을 계산한 결과, 자유 와동형 또는 강제 와동형 익형의 모든 터빈에 대하여, 동익 출구에서의 유동각, 축방향 속도 및 압력손실 계수가 비교적 정확하게 예측되는 것으로 나타났다. 제안된 편향각 모델은 동익 출구의 팁 영역에서 끝간격 누설유동에 의한 유동의 하편향을 성공적으로 예측하고 있다. 그러나 끝간격 누설유동에 의한 손실분포 모델은 물리적 타당성에도 불구하고, 유동해석의 결과가 기존의 포물선형 분포모델에 비하여 약간 향상되는 것으로 나타났다.

본 유선곡률법에 의한 유동해석 코드는 유동각 계산에 있어 정상상태의 Navier-Stokes 해석에 비견할 만큼 정확성을 유지하고 있을 뿐만 아니라, 축방향 속도, 압력손실 분포 등 터빈의 설계에 필요한 정보를 대부분 제공하는데 비하여, Pentium PC 로서 1 단 터빈을 계산하는데 소요시간이 약 15 분에 지나지 않는다. 게다가 본 코드는 어떠한 실험 데이터도 필요 없이, 터빈 입구의 유동조건, 익형상 데이터 등에 대한 최소한의 입력 데이터로서 계산이 가능하기 때문에, 터빈의 설계의 초기 단계에서 아주 유용할 것으로 판단된다.

그러나 본 계산은 동익 출구의 허브측 벽면에서 실험치와 상당한 차이를 보이고 있다. 이 영역에서 동익의 출구 유동을 보다 정확히 예측하기 위해서는 정익 출구의 2 차유동과 동익 유동의 비정상 간섭을 고려한 편향각 모델을 추가적으로 도입할 필요가 있다.

참고문헌

(1) Gallus, H.E., Zeschky, J., and Hah, C., 1995, "Endwall and Unsteady Flow Phenomena in an Axial Turbine Stage," *ASME Journal of Turbomachinery*,

Vol. 117, pp. 562-570.
(2) Bardon, M.F., Moffatt, W.C., and Randall, J.L., 1975, "Secondary Flow Effects on Gas Exit Angles in Rectilinear Cascades," *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 97, pp. 93-100.
(3) Lee, C., and Chung, M.K., 1991, "Secondary Flow Loss and Deviation Models for Through-flow Analysis of Axial Flow Turbomachinery", *Mechanics Research Communications*, Vol. 18, pp. 403-407.
(4) Sullerey, R.K., and Kumar, S., 1984, "A Study of Axial Turbine Loss Models in a Streamline Curvature Computing Scheme," *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 106, pp. 591-597.
(5) Sieverding, C.H., 1985, "Secondary Flows in Straight and Annular Turbine Cascades," In Therodynamics and Fluids Mechanics of Turbomachinery, edited by A.S. Ucer, P. Stow, and Ch. Hirsch, Vol. 2, NATO series, Martinus Nijhoff Pub., Dordrecht, pp. 621~663.
(6) Park, H.D., and Chung, M.K., 1992, "Refinement of Spanwise Distribution Models of Deviation Angle and Secondary Loss for Axial Flow Turbine," *Mechanics Research Communications*, Vol. 19, pp. 449-455.
(7) Ainley, D.G., and Mathieson, G.C.R., 1957, "A Method of Performance Estimation for Axial Flow Turbines," *Aeronautical Research Council* R&M 2974.
(8) Dunham, J., and Came, P.M., 1970, "Improvements to the Ainley-Mathieson Method of Turbine Performance Prediction," *ASME Journal Engineering Power*, Vol. 92, pp. 252-256.
(9) Yaras, M.I., and Sjolander, S.A., 1992, "Prediction of Tip-leakage Losses in Axial Turbines," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 114, pp. 204-210.
(10) Lakshminarayana, B., 1970, "Methods of Predicting the Tip Clearance Effects in Axial Flow Turbomachinery," *ASME Journal of Basic Engineering*, pp. 467-482.
(11) Yoon, E.S., Kim, B.N., and Chung, M.K., 1998, "Modeling of Three Dimensional Flow Effects in Axial Flow Turbine Rotors," *Mechanics Research Communications*, Vol. 25, pp. 13-23.
(12) Lewis, K.L., 1994, "Spanwise Transport in Axial-flow Turbines: Part 2 - Throughflow Calculations Including Spanwise Transport," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 116, pp. 187-193.
(13) Novak, R.A., 1967, "Streamline Curvature Computing Procedures for Fluid-flow Problems," *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 89, pp. 478-490.
(14) Horlock, J.H. 1985, Axial Flow Turbines, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Roberts E. Krieger Pub. Co., Malabar, Florida, pp. 185-186.
(15) Rains, D.A., 1954, "Tip Clearance Flow in Axial Flow Compressors and Pumps," California Institute of Technology, Mech. Eng. Lab. Report 5.
(16) Sjolander, S.A., and Amrud, K.K. 1987, "Effects of Tip Clearance on Blade Loading in a Planar Cascade of Turbine Blades," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 109, pp. 237-245.
(17) Zeschky, J., and Gallus, H.E., 1993, "Effects of Stator Wakes and Spanwise Nonuniform Inlet Conditions on the Rotor Flow of an Axial Turbine Stage," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 115, pp. 128-136.
(18) Groschup, G., 1977, "Stroemungstechnische Unterscuhung einer Axialturbinenstufe in Vergleich zum Verhalten der ebenen Gitter ihrer Beschaufelung," Doctor thesis, Technical University of Hannover.
(19) Dishart, P.T., and Moore, J., 1990, "Tip Leakage Losses in a Linear Turbine Cascade," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 599-608.
(20) Yamamoto, A., 1988, "Interaction Mechanisms between Tip Leakage Flow and the Passage Vortex in a Linear Turbine Rotor Cascade," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 110, pp. 486-496.
(21) Bauermeister, K., and Hubert, G., 1962, "Secondary Flow Losses in Axial Flow Turbine Cascades" (in German), *Aerodynamische Versuch.* AVA Res. Report 62-02, 21-.
(22) Hubert, G., 1960, "Investigations of Three Dimensional Flow Through Compressor Cascades and Stator" (in German), *Zeitschrift Fugwiss*, Vol. 8, pp. 226-.
(23) Dunham, J., 1970, "A review of Cascade Data on Secondary Losses in Turbine," J. of Mech. Eng. Sci., Vol. 12, pp. 48-59.
(24) Kim, B.N., and Chung, M.K., 1997, "Improvement of Tip Leakage Loss Model for Axial Turbines," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 119, pp. 399-401.
(25) Sharma, O.P., Renaud, E., Butler, T.L., Milsaps, Jr., K., Dring, R.P., and Joslyn H.D., 1988, "Rotor-Stator Interaction in Multi-stage Axial-flow Turbines," *AIAA/ASME/SAE/ASEE 24th Joint Propulsion Conference, AIAA 88-3013.*
(26) Mobarak, A., Khalafallah, M.G., Osman A.M., and Heikal, H.A., 1988, "Experimental Investigation of Secondary Flow and Mixing Downstream of Straight Turbine Cascades," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 110, pp. 497-503.
(27) Adkins, G.G., Jr., and Smith, L.H., Jr., 1982, "Spanwise Mixing in Axial-flow Turbomachines," *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, pp. 97-110.
(28) Gallimore, S.J., and Cumpsty, N.A., 1986, "Spanwise Mixing in Multistage Axial Flow Compressors: Part 1 - Experimental Investigations; Part 2 - Throughflow Calculations Including Mixing,"

ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 108, pp. 2-16.

(29) Wisler, D.C., Bauer, R.C., and Okiishi, T.H., 1987, "Secondary Flow, Turbulent Diffusion and Mixing in Axial-flow Compressors," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 109, pp. 455-482.

(30) Wennerstrom, A.J. 1991, "A Review of Predictive Efforts for Transport Phenomena in Axial Flow Compressors," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 175-179.

(31) Dring, R.P., 1996, "Radial Mixing in an Axial Turbine," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 118, pp. 262-267.

(32) Denton, J.D., 1978, "Throughflow Calculations for Transonic Axial Flow Turbines," *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 100, pp. 212-218.

(33) Hirsch, Ch., and Denton, J.D., 1981, "Through Flow Calculations in Axial Turbomachines," *AGARD-AR*-175, NATO, pp. 99-107.

(34) Hunter, I.H., 1982, "Endwall Boundary Layer Flows and Losses in an Axial Turbine Stage," *ASME Journal of Engineering for Power*, Vol. 104, pp. 184-193.