

Girder의 강성을 고려한 복합 재료 교량 상판의 구조 거동

Structural Behaviour of Composite Laminated Bridge Deck Considering a Girder Stiffness

박 제 선* 이 정 호** 원 치 문*** 심 도 식****
Park, Je-Sun* Lee, Jung-Ho** Won, Chi-Moon*** Shim, Do-Sik****

ABSTRACT

Many of the bridge and building floor systems, including the girders and cross-beams, also behave as similar special orthotropic plates. Such plates are subject to the concentrate masses in the form of traffic loads, or the test equipments such as the accelerator in addition to their own masses. Analysis of such problems is usually very difficult. Most of the bridge slabs on girders have large aspect ratios. Finite difference method is used for this purpose, in this paper. The result is compared with that of the beam theory.

키워드 : 판 이론, 보 이론, 유한차분법

Keywords : Plate theory, Beam theory, F.D.M.

1. 서 론

인류는 오래전부터 그 시대에 사용 가능한 재료와 이론으로 구조물을 건설해 왔다. 현대에 와서는 구조물이 대형화 되어감에 따라 층고의 한계를 갖는 등 여러 문제를 야기하고 있다. 특히 노후화된 사회 간접시설은 전세계적으로 심각한 문제로 대두되고 있다.

그러므로 자중의 증가에 따른 구조물손상을 줄이고 층고의 한계를 극복하기 위한 방법과 효과적인 보수·보강 재료로의 복합재료 사용이 절실히 요구되고 있다.

미국등 선진국에서는 군사, 우주 항공 분야에서 축적된 이론 및 기술들을 민간사업으로 전환하고자 하는 일련의 노력들이 일고 있다.

이에 따라 학계 및 군수사업체들이 컨소시엄을 구성하여 활발히 연구를 진행하고 있다. 특히 미국의 경우는 지하매설구조물의 상당량과 일반 토목·건축구조물 및 보수·보강재료로 복합재료를 사용하고 있으며, 교량전체를 복합재료로 가설하기에 이르렀다.

복합재료 교량 및 빌딩 슬래브를 가설할 경우는 상판을 스티프너와 일체로 제작하여 짧은 시간에 들어올려 가설하는 공법으로 시공하고 있으며, 합성교량등과 같은 구조물의 손상된 콘크리트를 적층 복합판으로 대체할 경우는 적층 복합판을 공장 또는 현장 제작하여 시공하는 방법이 시도되고 있다.

* 강원대학교 토목공학과 교수, 공학박사
** 강원대학교 토목공학과 박사과정
*** 한라대학교 건축·토목공학부 교수, 공학박사
**** 강원전문대학교 토목과 교수, 공학박사

거더로 보강된 복합재료 상판이 있는 교량구조는 탄성 지지된 복합 적층판과 같이 거동하며, 건물 바닥판 패널의 몇몇 경우도 탄성 지지된 복합 적층판과 같이 거동한다. 그리고 이러한 구조물의 해석해를 구하는 것은 상당한 어려움이 있다. 이러한 문제를 해결하고자 김덕현을 비롯한 많은 사람들이 복합재료로 구성된 구조물의 간편한 해석법을 연구하기 위해 노력해 왔다. 그러한 연구의 일환으로 이 논문에서는 거더위에 복합 적층판이 올려진 교량 상판 구조물을 보 해석하여 판 해석에 의한 결과값과의 차이를 고찰하고 복합재료 상판의 설계에 있어서도 간편한 보 해석이 가능한가의 여부를 비교·고찰하고자 한다.

2. 연구범위 및 방법

거더위에 놓은 복합적층 교량상판의 경우 거더는 탄성지지와 같이 작용하며 이러한 경우에 해석해를 얻는다는 것은 상당히 어렵다. 따라서 이러한 경계조건을 효과적으로 고려하기 위해 유한차분법을 이용하여 판과 거더의 각 절점의 방정식을 차분하여 매트릭스화하고 이를 대형 매트릭스 계산에 효과적인 Tri-diagonal 매트릭스 기법을 사용하여 수치해석을 수행하였다. [1, 9]

고려된 대상구조물은 적층형태 및 보강재 보강방향이 $[30, -30, -30, 30, 30, -30]_3$ 형태이며, 적층판의 형상이 폭12m, 길이 24m인 복합재료 교량 상판을 고려하였다.

그리고 등간격으로 배치된 거더에 의해 탄성지지가 된 대상구조물에 대해 보 해석과 판 해석을 수행하여 그 결과값들을 판의 구간별로 처짐과 모멘트에 대해 비교·고찰함으로써 대상구조물에 대한 두 해석방법의 적합성을 규명하고자 하였다.

고찰의 순서는 다음과 같다.

1. 보강재 배향각이 $[30, -30, -30, 30, 30, -30]_3$ 형태인 적층 복합판의 강성을 산정 하였다.

2. 3m간격의 탄성 보강재가 보강된 폭12m 지간 길이 24m의 교량에 대해 보 해석과 판 해석을 수행하여 비교 고찰하였다.

a) 보 해석시의 처짐 값을 판 해석시의 지간 중심인 a-a 단면과 1/4지점인 b-b 단면 그리고 상판의 맨 끝단인 c-c 단면의 처짐 결

과와 비교 고찰하였다.

b) 설계시 기준이 되는 보 해석시의 모멘트 값을 판 해석시의 지간 중심인 a-a 단면과 1/4지점인 b-b 단면 그리고 상판의 맨 끝단인 c-c 단면의 모멘트 결과 값과 비교·고찰하였다.

c) 보 해석시의 경우는 거더가 받쳐진 지점을 단순지지로 보았으며 판 해석시에는 거더부분을 탄성 반력값으로 보고 해석하여 거더를 탄성 반력의 영향으로 고려한 결과 값의 영향을 고찰하였다.

3. 이론적 배경

3.1 적층복합판 이론

횡전단 변형이 무시될 경우의 적층 복합판의 평형 방정식은 다음과 같다. [4, 7]

$$A_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2A_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_{16} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - B_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \quad (1)$$

$$A_{16} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (A_{12} + A_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + A_{26} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2A_{26} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + A_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} = 0 \quad (2)$$

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - B_{11} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - 3B_{16} \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} - B_{26} \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} - B_{16} \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial y} - 3B_{26} \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial y^2} - B_{22} \frac{\partial^3 v}{\partial y^3} = q(x, y) \quad (3)$$

열효과 및 습열 효과를 무시한 구성 방정식은 스(2.4)와 같다. [4, 7]

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ \dots \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & \vdots & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} & \vdots & B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & 2A_{66} & \vdots & B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & \vdots & D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & \vdots & D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} & \vdots & D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{x_0} \\ \epsilon_{y_0} \\ \epsilon_{xy_0} \\ \dots \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 [A] Matrix는 인장강성으로서 면내 응력의 합력과 중립면에서의 변형률(ϵ_0)사이의 관계를 나타

내며, [D] 매트릭스는 휨강성으로서 응력 Coupling과 곡률(κ)사이의 관계이며, [B] 매트릭스는 휨-인장연계강성이다.

[A], [B], [D] 강성 매트릭스는 다음과 같이 구해진다. [7]

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}), \quad \text{in N/m} \quad (5)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad \text{in N} \quad (6)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad \text{in Nm} \quad (7)$$

위 식의 경우 h 는 적층판의 두께이며, \bar{Q}_{ij} 는 평면 응력의 경우에 대한 축소된 강성 매트릭스로서 다음과 같이 표시된다. [7]

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4 \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(m^4 + n^4) \\ \bar{Q}_{13} &= Q_{13}m^2 + Q_{23}n^2 \\ \bar{Q}_{16} &= -Q_{22}mn^3 + Q_{11}m^3n - (Q_{12} + 2Q_{66})mn(m^2 - n^2) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4 \\ \bar{Q}_{23} &= Q_{13}n^2 + Q_{23}m^2 \\ \bar{Q}_{26} &= -Q_{22}m^3n + Q_{11}mn^3 + (Q_{12} + 2Q_{66})mn(m^2 - n^2) \\ \bar{Q}_{33} &= Q_{33} \\ \bar{Q}_{36} &= (Q_{13} - Q_{23})mn \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44}m^2 + Q_{55}n^2 \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{55} - Q_{44})mn \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{55}m^2 + Q_{44}n^2 \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12})m^2n^2 + Q_{66}(m^2 - n^2)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Q_{ij} 는 다음과 같이 정의 된다. [7]

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12} \end{aligned} \quad (9)$$

한편, 다음과 같은 정량화된 면내강성이 정량화된 휨강성과 같을때 고전이론식이 사용될 수 있다.[7]

$$\text{즉,} \quad A^* = D^* \quad (10)$$

$$\text{여기서} \quad A^* = A/h \quad \text{in GPa} \quad (11)$$

$$B^* = 2B/h^2 \quad \text{in GPa} \quad (12)$$

$$D^* = 12D/h^3 \quad \text{in GPa} \quad (13)$$

그리고 $m = \cos \alpha$, $n = \sin \alpha$ 이고, α 는 좌표변환 각도이다.

3.2 특별 직교 이방성 적층복합판

특별 직교 이방성 적층 복합판은 중립면에 대해 대칭이므로 $B_{ij} = 0$ 이고, A_{11} , A_{12} , A_{22} , A_{66} , D_{11} , D_{12} , D_{22} , D_{66} 의 강성이 존재하며 모든 ()₁₆, ()₂₆항은 소거된다. [7]

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (14)$$

여기서 $D_1 = D_{11}$, $D_2 = D_{22}$ 그리고 $D_3 = D_{12} + D_{66}$ 로 놓으면,

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (15)$$

가 되며, 모멘트 항은 다음과 같이 나타내진다.

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (16)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (17)$$

4. 수치 해석

4.1 수치해석을 위한 flow chart

이 논문에서 수치해석은 Figure 1의 Flow chart에서와 같은 방법으로 수행하였다. 즉, 특별직교 이방성 적층복합판 이론에 의해 차분식을 만들고 Navier 해와 비교하여 검증된 프로그램을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 판해석시에는 거더의 강성을 탄성 지지조건으로 고려하였으며, 그 결과값들을 보이론에 의한값과 비교·고찰하였다.

4.2 대상구조물 및 수치해석방법

이 논문에서 수치해석을 위해 사용된 적층판의 물성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 67.36 \text{ GPa}, \quad E_2 = 8.12 \text{ GPa}, \\ G_{12} &= 3.0217 \text{ GPa}, \quad \nu_{12} = 0.272, \quad \nu_{21} = 0.0328 \end{aligned}$$

적층 복합판의 각 층의 두께는 0.005m이며, 적층형태 및 배향각은 $[30, -30, -30, 30, 30, -30]_3$ 형태로 고려하였다.

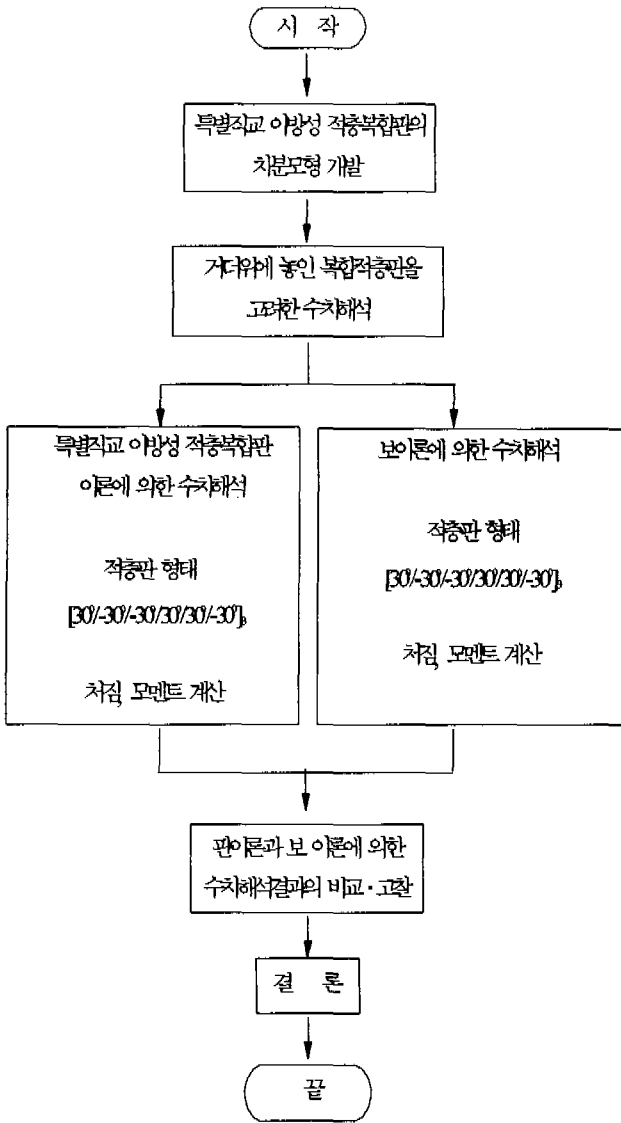


Figure 1. Flow chart for numerical analysis

수치해석에 고려된 적층 복합판의 적층형태와 강성값은 Figure 2과 Table 1에 나타내었다. 또한, 일반적인 복합재료 교량 상판이나 거더가 받쳐진 교량 상판과 유사한 경계 조건인 모든 변이 자유단이고 탄성 거더가 등간격으로 배치된 형태를 판 해석의 모델로 하였다. 보강재(Stiffener)는 여러종류가 쓰일 수 있지만 대표적인 몇 가지 경우의 예를 Figure 3에 나타내었으며 수치 해석에서 고려한 교량 상판을 Figure 4에 나타내었다. 또한 판 해석과 보 해석을 위한 해석 단면을 Figure 5와 Figure 6에 각각 나타내었다. 각 절점의 간격은 1m로 하였으며, 보강재의 반력 계수 k 값은 $7.2 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ 으로 하였다. 그리고 상판에는 10000 N/m^2 의 등분포 하중이 작용하는 것으로 보았다.

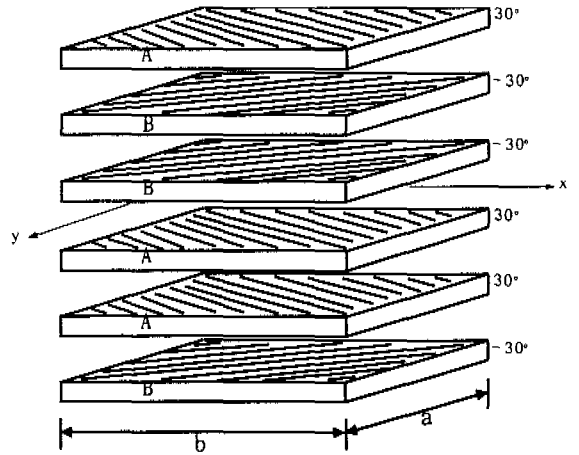


Figure 2. $[30, -30, -30, 30, 30, -30]_1$ Type Laminated Plate

Table 1. Flexural Stiffness of Plate with $[30, -30, -30, 30, 30, -30]_3$ Type (Nm)

D_{11}	2542119.91
D_{22}	726608.80
D_{12}	814523.34
D_{66}	862643.41
D_{16}	9.62075×10^{-10}
D_{26}	-1.15108×10^{-10}

Table 1의 강성값 중 D_{16} D_{26} 는 적층수가 증가되어 그 값이 무시 될 만큼 작아지므로 실제 해석은 특별 직교 이방성 적층판 이론을 사용하였다..

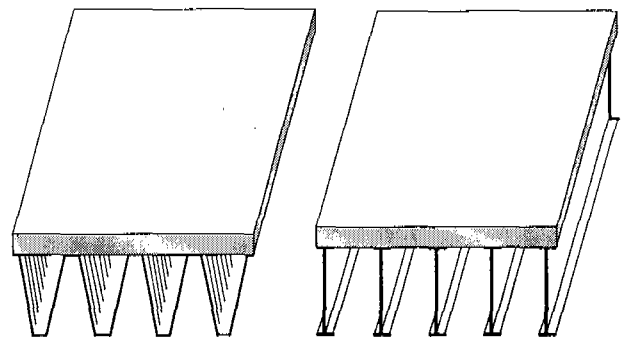


Figure 3. Typical Types of Elastic Stiffener

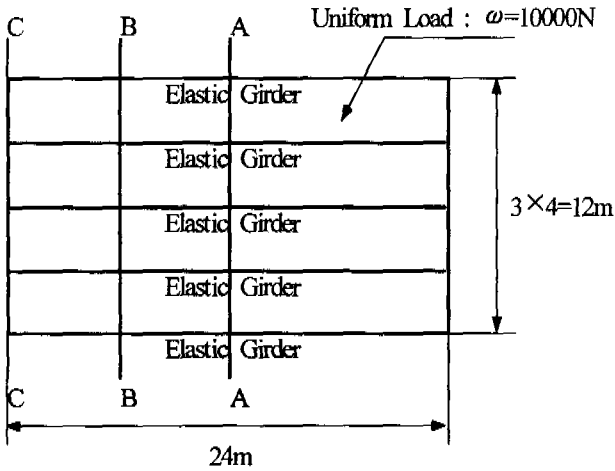


Figure 4. Condition of Plate for Analysis

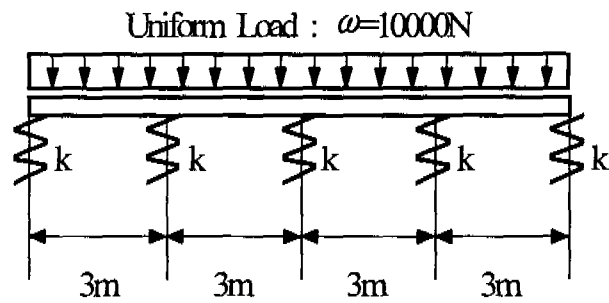


Figure 5. Cross Section for Plate Analysis

$$(k=7.2 \times 10^8 \text{N/m}^2)$$

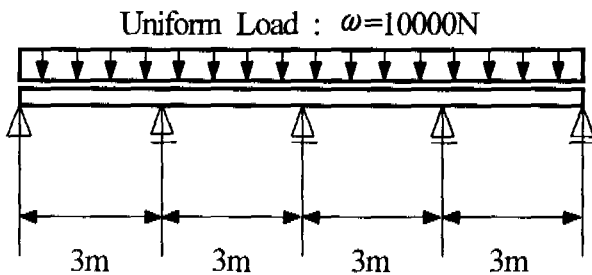


Figure 6. Cross Section for Beam Analysis

보 이론과 판 이론을 통해 해석한 결과를 비교하기 위해 판 해석시에 구해진 결과를 전체 교량 상판

의 종방향(x축) 중심에 해당하는 a-a 단면과 1/4지점이 되는 b-b 단면, 그리고 교각 위에 지지되는 교량 상판의 맨 끝단인 c-c 구간의 결과값에 대해 보 해석을 통해 구해진 결과값을 비교하여 Table 2~7과 Figure 8~13에 나타내었다. 또한 전체적인 교량 상판에서의 구간별 두 이론에 의한 결과 값의 수렴 정도를 보기 위해 거더가 받쳐지지 않은 임의의 상판 위에서의 처짐과 모멘트에 대해 그 결과 값을 그래프로 나타내었다. 상판 전체의 절점(Mesh)과 좌표는 Figure 7과 같다.

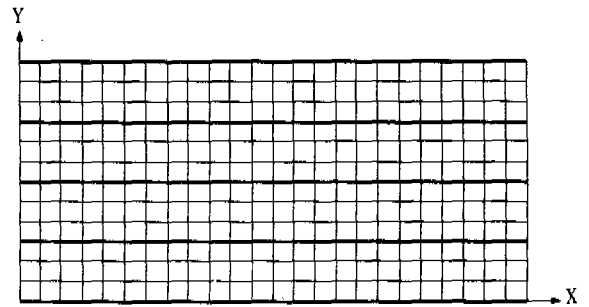


Figure 7. Mesh and Coordination

5. 해석 결과 및 고찰

5.1 처짐에 대한 보 해석과 판 해석의 비교·고찰
보 해석과 판 해석에 있어서 처짐에 대한 해석 결과는 Table 2~Table 3에 나타내었다.

Table 2에서 보여준 결과는 판 해석시 전 지간(x축)의 중앙부 즉 a-a 단면에서의 처짐값과 보 해석시의 처짐값을 비교한 것이다. 이 경우 두 해석 방법에 의한 결과는 거의 일치된다. 최대 차이는 y(4)점과 y(7)점에서 4%가 발생했다.

Table 3에서의 결과값은 보 해석과 전 지간의 1/4 지점인 b-b 단면의 결과를 비교한 것인데 이는 a-a 단면의 경우와 거의 유사한 결과를 가져왔다.

Table 4의 경우는 보 해석의 경우와 상판의 맨 끝단인 c-c 단면의 처짐을 비교한 것으로 가장 큰 차이를 나타냈으며 이는 판 해석시 등간격 보강재의 영향으로 중심부에서는 주위의 경계 조건이 연속된 판으로 작용하여 하중 분배 효과가 잘 일어나지만 끝단으로 갈수록 거더 위가 아닌 부분에 있어서는 자유단의 경계 조건인 상태에서 하중을 거더 사이의 판이 모두 받기 때문에 가장 큰 처짐을 갖는다.

Figure 8~Figure 10은 판해석과 보해석에 의한 처짐의 수치해석 결과 값을 그래프로 나타낸 것이다.

Table 2. Comparison of Deflection by Beam and Plate Analysis at a-a Cross Section

Deflection (10^{-3} m)			
Method Nodal Point	Beam Analysis	Plate Analysis (a-a)	Beam/Plate
0	0.	0.03408	0.
1	2.49898	2.53890	0.984277
2	2.14005	2.18475	0.979540
3	0.	0.04647	0.
4	1.08815	1.13267	0.960695
5	1.18374	1.22522	0.966145
6	0.	0.03966	0.
7	1.18350	1.22522	0.965949
8	1.08792	1.13267	0.960492
9	0.	0.04647	0.
10	2.14021	2.18475	0.979613
11	2.49882	2.53890	0.984214
12	0.	0.03408	0.

Table 3. Comparison of Deflection by Beam and Plate Analysis at b-b Cross Section

Deflection (10^{-3} m)			
Method Nodal Point	Beam Analysis	Plate Analysis (b-b)	Beam/Plate
0	0.	0.03407	0.
1	2.49898	2.54300	0.982690
2	2.14005	2.18835	0.977929
3	0.	0.04647	0.
4	1.08815	1.13106	0.962062
5	1.18374	1.22429	0.966879
6	0.	0.03965	0.
7	1.18350	1.22429	0.966683
8	1.08792	1.13106	0.961859
9	0.	0.04647	0.
10	2.14021	2.18835	0.978002
11	2.49882	2.54300	0.982627
12	0.	0.03407	0.

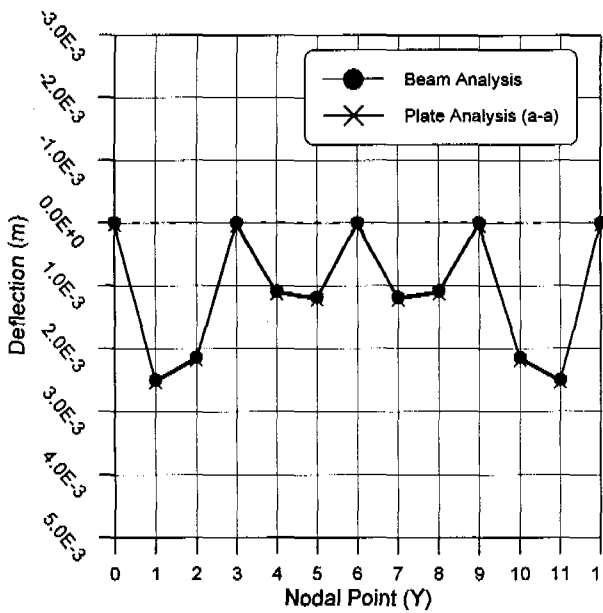


Figure 8. Comparison of Deflection by Beam and Plate Analysis at a-a Cross Section

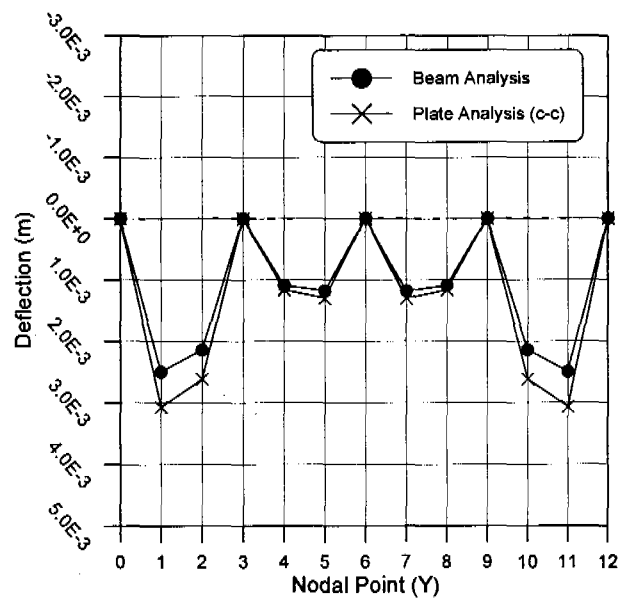


Figure 9. Comparison of Deflection by Beam and Plate Analysis at c-c Cross Section

Table 4. Comparison of Deflection by Beam and Plate Analysis at c-c Cross Section

Deflection (10^{-3} m)			
Method Nodal Point	Beam Analysis	Plate Analysis (c-c)	Beam/Plate
0	0.	0.	-
1	2.49898	3.07352	0.813068
2	2.14005	2.61778	0.817506
3	0.	0.	-
4	1.08815	1.16326	0.935437
5	1.18374	1.30153	0.909549
6	0.	0.	-
7	1.18350	1.30153	0.909314
8	1.08792	1.16326	0.935233
9	0.	0.	-
10	2.14021	2.61778	0.817567
11	2.49882	3.07352	0.813016
12	0.	0.	-

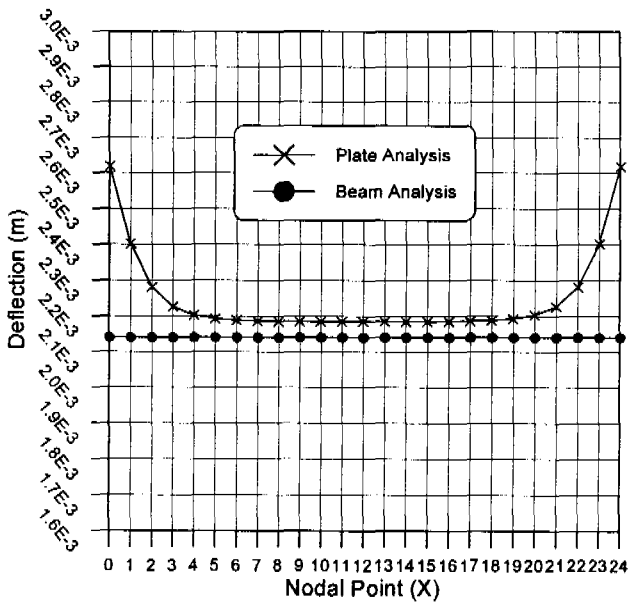


Figure 10. Comparison of Deflection by Beam and Plate Analysis at Nodal Y(3) Point

5.2 모멘트에 대한 보 해석과 판 해석의 비교·고찰

보 해석과 판 해석시의 모멘트값 경향은 Table 5~Table 7에 제시하였다. 모멘트는 처짐에서의 결과 보다는 두 해석의 비교에 있어 더 근접한 값을 갖는다. 결국 실제 설계에 고려되는 값이 모멘트인 점을 가만하면 대상구조와 같은 조건에 있어 보 해석의 방법으로 적층판을 해석하는 것은 충분히 가능한 결과를 갖는다.

이 논문에서 대상으로한 구조물의 경우 판 해석시의 전 지간의 중심인 a-a 단면에 대해서는 모멘트에 있어 보 해석과의 최대차이가 1%만을 갖는 것으로 나타났다.

전지간의 1/4 지점인 b-b 단면과의 비교 결과 역시 a-a 단면에서의 것과 거의 유사한 경향을 나타내었다.

Figure 11~Figure 13은 모멘트에 대한 보이론과 판이론의 결과값을 그래프로 나타낸 것이다. 이 결과 역시 처짐의 것과 유사했으며 모멘트의 경우가 처짐의 경우 보다 오히려 더 수렴도가 우수했다.

Table 5. Comparison of Moment by Beam and Plate Analysis at a-a Cross Section

Moment (10^3 Nm)			
Method Nodal Point	Beam Analysis	Plate Analysis (a-a)	Beam/Plate
0	0.	1.43000×10^{-5}	0.
1	7.26000	7.26782	0.998924
2	4.53000	4.53546	0.998796
3	-8.21000	-8.19704	1.001581
4	2.52000	2.52599	0.997629
5	3.25000	3.24914	1.000265
6	-6.02000	-6.02770	0.998723
7	3.25000	3.24914	1.000265
8	2.52000	2.52599	0.997629
9	-8.21000	-8.19704	1.001581
10	4.53000	4.53546	0.998796
11	7.26000	7.26782	0.998924
12	0.	1.43000×10^{-5}	0.

Table 6. Comparison of Moment by Beam and Plate Analysis at b-b Cross Section

Moment (10 ³ Nm)			
Method Nodal Point	Beam Analysis	Plate Analysis (b-b)	Beam/Plate
0	0.	1.8644×10 ⁶	0.
1	7.26000	7.27712	0.997647
2	4.53000	4.54131	0.997510
3	-8.21000	-8.20207	1.000970
4	2.52000	2.52080	0.999683
5	3.25000	3.24887	1.000350
6	-6.02000	-6.02302	0.999499
7	3.25000	3.24887	1.000350
8	2.52000	2.52080	0.999683
9	-8.21000	-8.20207	1.000970
10	4.53000	4.54131	0.997510
11	7.26000	7.27712	0.997647
12	0.	1.8644×10 ⁶	0.

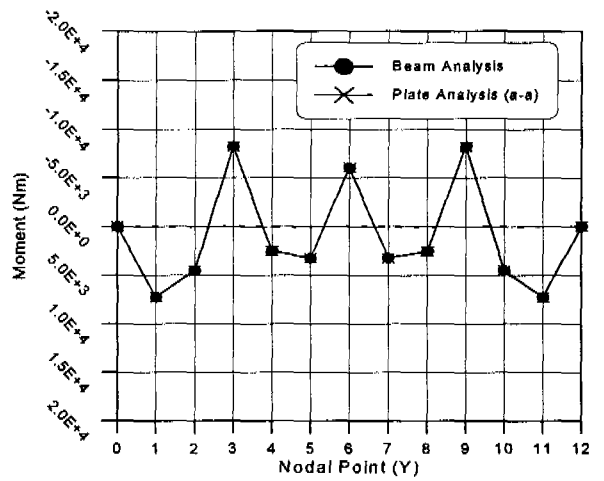


Figure 11. Comparison of Moment by Beam and Plate Analysis at a-a Cross Section

Table 7. Comparison of Moment by Beam and Plate Analysis at c-c Cross Section

Moment (10 ³ Nm)			
Method Nodal Point	Beam Analysis	Plate Analysis (c-c)	Beam/Plate
0	0.	0.	-
1	7.26000	8.97181	0.809201
2	4.53000	5.49615	0.824213
3	-8.21000	-9.61184	0.854155
4	2.52000	2.60563	0.967137
5	3.25000	3.66015	0.887942
6	-6.02000	-6.61728	0.909739
7	3.25000	3.66015	0.887942
8	2.52000	2.60563	0.967137
9	-8.21000	-9.61184	0.854155
10	4.53000	5.49615	0.824213
11	7.26000	8.97181	0.809201
12	0.	0.	-

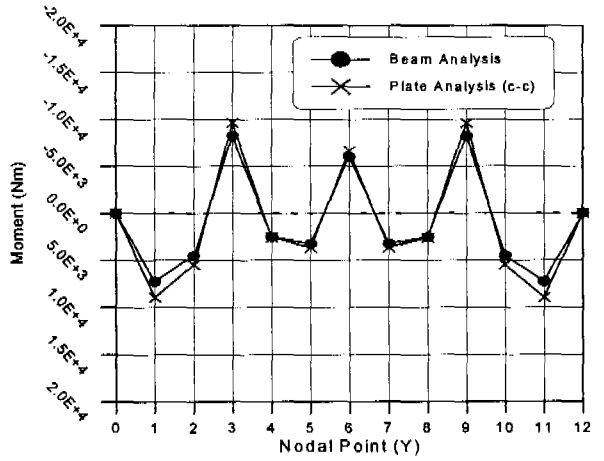


Figure 12. Comparison of Moment by Beam and Plate Analysis at c-c Cross Section

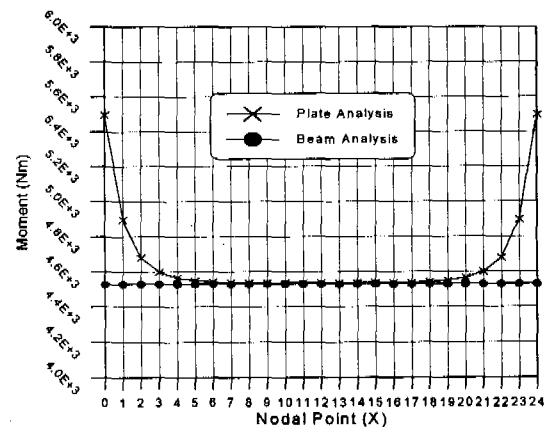


Figure 13. Comparison of Moment by Beam and Plate Analysis at Nodal Y(3) Point

6. 결 론

이 논문에서는 탄성 보강재가 받쳐진 복합 적층 교량 상판과 유사한 경계조건을 갖는 모델을 구성하여 보 해석과 판 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 거더를 탄성 반력으로 가정하여 판 해석을 수행한 경우에 있어 보 해석과 판 해석의 처짐 및 모멘트 값을 비교해 본 결과 교량 상판의 전 지간에 있어 중앙부에 있어서는 거의 차이를 갖지 않았으며, 교량 전지간의 단부에서는 처짐에 있어 최대 18%의 차이를 나타내었다.
2. 실제 해석시 거더는 탄성 반력의 효과로 작용되는데 이것을 대부분 보 해석의 경우에는 거더 지점을 단순지지로 보고 해석하는 경우가 많다. 이렇게 산정된 결과값은 정확한 값에 비해 거더의 조건에 따라 상판의 처짐을 더 작게 평가할 수 있음을 알 수 있었다.

향후 과제로는 더 다양한 판의 적층 형태에 따라 광범위한 데이터 구축이 필요하며, 그밖에 실제 시공 가능한 다른 경계조건에 대해서도 앞에서 다루어진 문제들에 있어 심도있는 연구가 요구되어 진다.

참 고 문 헌

[1]. Amir Wadi Al-Khafaji., John R. Tooley., *Numerical Methods in Engineering Practice*, Elsevier Science Publishers B.V., 1987.

[2]. J. E. Ashton, "Anisotropic Plate Analysis Boundary Condition" *J. of Composite Materials*, pp 162-171, Apr., 1970.

[3]. C. W. Bert and B. L. Mayburry, "Free Vibrations of Unsymmetrically Laminated Anisotropic Plates with Clamped Edges," *Journal of Composite Materials*, Vol. 3, pp 282-293, 1969.

[4]. Ronald F. Gibson, *Principles of Composite Material Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1994.

[5]. D.H. Kim, "Simple Method of Analysis for Preliminary Design of certain Composite Laminated Primary Structures for Civil Construction II", *Journal of Materials*

Processing Technology, 55, Elsevier, London, 1993.

[6]. D.H Kim., "Vibration Analysis of Irregularly Shaped Laminated Thick Composite Plates", *ICCM8*, Honolulu, Hawaii, July, pp 30-J, 1991.

[7]. D.H. Kim, *Composite Structures for Civil and Architectural Engineering*, 1st edition, E & FN SPON, 1995.

[8]. D.H. Kim, et al., "A Simple Method of Vibration Analysis of Irregularly Shaped Composite Structural Elements", *JISSE-1 (First Japan International SAMPE Symposium and Exhibition)*, Tokyo, 28, November 1, pp 386-8, 1989.

[9]. 김덕현, "전자계산기에 의한 초대형 매트릭스의 해법", *대한토목학회지*, 제15권 제1호, 1967.

[10]. K.M.Liew and C.M.Wang., "Flexural Vibration of In-Plane Loaded Plates with Straight Line/Cured Intermedial Supports", *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 115, Oct, 1993.

[11]. L. Librescu and N. Reddy and A. A. Khidir., "Analytical Solution of a Refined Shear Deformation Theory for Rectangular Composite Plates", *Int.J.Solids Structures*, Vol. 23 No. 10, 1987.

[12]. Rudolph Szilard, *Theory and Analysis of Plates : Classical and Numerical Methods*, Prentice-Hall, Inc., 1974.

[13]. Stephen P. Timoshenko, and S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*, Second Edition, Mcgraw Hill Book Co., 1989.

[14]. S. W. Tasi, and H. T. Hahn, *Introduction to Composite Materials*, Technomic Publishing Co., 1989.

[15]. S. W. Tasi, *Composite Design*, 4th Ed., Think Composites, Dayton, 1988.