

## 비다양체 모델간의 기하학적 접합 연산에 관한 연구

### A Study on Geometrical Glue Operation between Non-manifold Models

박상호

Sang-Ho Park

시스템 공학 연구소 컴퓨터 그래픽스 연구실

#### 요 약

오일러 연산과 접합 연산과 같은 비다양체 위상 연산은 모델링의 다양한 환경을 제공한다. 이를 연산들은 주어진 모델의 위상 정보를 적합하게 유지하도록 하기 위하여 기하학적인 문제를 발생시킨다. 꼭지점, 모서리와 면과 같은 요소들이 서로 접촉할 때 이들 연산의 내부에서 수행되는 접합 연산은 비다양체 모델의 위상을 수정하는 기본적인 방법이다. 비다양체 모델을 접합할 때는 위상 관계를 추론하여야 한다. 위상 관계의 추론 방법은 위상학적인 방법과 기하학적인 방법의 2 가지 경우로 분류할 수 있다. 위상학적인 방법은 저장되어 있는 위상 정보만을 이용하여 위상 관계를 추론한다. 반면에, 기하학적인 방법은 접합이 일어나는 부분적인 영역에서 기하학적인 형상을 고려하여 위상의 관계를 찾아내는 방법이다. 본 연구에서는 이들 중에서 기하학적인 방법에 관하여 기술한다.

#### Abstract

Non-manifold topological operations such as Euler and Boolean operations provide a versatile environment for modeling domains. The implementation of these operations raises geometrical issues that need to be addressed to ensure the topological validity of the underlying model, and they uses the glue operation which provides a basic method to modify the topology of non-manifold models when vertices, edges and faces are contacting each other. Topological information such as adjacency relationships should be inferred when gluing non-manifold models. Two methods of reasoning can be employed to find the topological information : topological reasoning and geometrical reasoning. The topological method can infer the adjacency relationships by using stored topological information. On the other hand, the geometrical method can find topological ambiguities by considering the geometrical shape at the local area of gluing when the topological relations were not stored. This paper describes the geometrical reasoning method.

#### 1. 서론

물체의 기하학적인 정보를 컴퓨터에 표현하고자 하는 연구는 그 동안 많은 발전을 하여 왔다. 초기에는 꼭지점과 모서리로 물체를 표현하고자 하는 와이어 프레임 (wire frame) 모델이 주로 사용되었고 여기에 표면의 정보를 추가하고자 하는 곡면 (surface) 모델로 발전하였

다. 그러나 이러한 정보들은 1 차원 정보인 와이어 프레임 그리고 2 차원 정보인 곡면만을 표현하므로 3 차원의 정보를 저장하지는 못하였다. 따라서 이러한 3 차원 요소를 표현하고자 솔리드 (solid) 모델에 관한 연구가 진행되었다.

이러한 솔리드 모델을 표현하기 위하여는 경계 표현 방법 (boundary representation, B-Rep)이 널리 쓰여 왔다[1]. 이는 물체를 구성

하는 꼭지점 (vertex), 모서리 (edge), 면 (face)과 같은 요소들의 연관 관계를 나타내는 위상 (topology) 정보와 이들의 기하학적인 형상인 점좌표 (point), 곡선식 (curve)과 곡면식 (surface) 등을 나타내는 기하 (geometry) 정보를 저장하는 방법이다. 이 방법은 물체를 보다 완벽하고 모호성이 없게 표현할 수 있다.

그러나 기존의 솔리드 모델러는 설계가 완성된 최종 결과 형상만을 표현할 수 있기 때문에, 모델링 과정중에 나타나는 와이어 프레임이나 곡면등과 같은 불완전한 입체를 표현할 수 없다. 이러한 한계점을 극복하고 모델을 표현하는 하나의 자료구조에 와이어 프레임이나 곡면등과 같은 1 차원, 2 차원과 3 차원의 모든 요소를 표현하고자 하는 연구가 진행되었고 이러한 모델을 비다양체 (non-manifold) 모델이라고 한다[2][3]. 따라서 비다양체 모델에서는 와이어 프레임, 곡면, 솔리드등과 이들로 이루어지는 세포구조의 모델이 하나의 자료구조로써 표현이 가능하다. [그림 1]은 이러한 비다양체의 예를 보이고 있다.

일단 비다양체 모델을 표현할 수 있게 되면 이들에 대한 모델링 작업이 필수적으로 요구되는데, 오일러 연산과 불리안 연산이 이에 속하

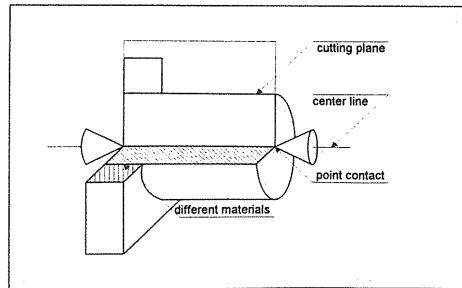
델링 시스템에 없어서는 안되는 기본적이면서도 강력한 연산이다[6][7]. 그외에 국내에서도 비다양체를 저장하고 모델링을 하기 위한 연구가 진행되었다[8][9].

이러한 연산을 수행하기 위해서는 연산후의 형상 요소간의 인접관계를 추론하여 수정, 변경하여야 한다. 형상 요소간의 인접 관계를 추론하는 방법은 위상학적 (topological) 방법과 기하학적인 (geometrical) 방법의 2가지로 분류할 수 있다. 위상학적 방법은 미리 저장되어진 요소들간의 인접 관계를 이용하여 추론하는 방법이며 빠른 속도로 처리 될 수 있다. 기존의 연구는 대부분 비다양체 위상 구조의 관계를 위상학적 방법으로 고려하여 언급하고 있다. 기하학적 방법은 요소의 위상 정보가 저장되어 있지 않을 경우, 기하학적인 모양을 고려하여 추론하는 방법이다. 이 방법에 대하여 간단히 연구된 경우도 있었다[10]. 그러나 이 경우는 본 연구의 모서리 접합에 대하여는 고려하였으나 꼭지점 접합에 대하여는 고려하지 않았다. 본 연구에서는 비다양체 모델에 다른 비다양체 모델을 접합하고자 할 경우에 나타낼 수 있는 면, 모서리 및 꼭지점에서 기하학적으로 위상 정보를 추론하는 방법에 대하여 언급하고자 한다.

## 2. 비다양체 모델

비다양체 솔리드를 저장하기 위해서는 3 가지 유형의 순환 (cycle) 을 고려하여야 한다. [그림 2]는 비다양체 물체를 표현하는 이러한 순환을 보이고 있다. (a)는 한 꼭지점에 존재하는 모서리의 디스크 순환 (disk cycle)이다. 다양체 모델의 각 꼭지점에서는 디스크 순환이 하나인 반면에 비다양체 모델은 여러개의 디스크 순환을 가질 수 있다. (b)는 한 모서리를 공유하고 그 모서리에 인접한 여러개의 면들의 방사 순환 (radial cycle)이다. 다양체인 경우에는 한 모서리를 공유하는 면은 2 개만이 존재하지만 비다양체일 경우에는 한개 또는 여러개가 존재할 수 있고 존재하지 않을 수도 있다. (c)는 한 면상에서의 모서리들의 루프 순환 (loop cycle)이다. 다양체에서는 앞에서 설명한 디스크 순환과 방사 순환은 그 갯수가 결정되어 있으므로 이들이 추가되거나 혹은 제거되는 것에 대한 고려를 할 필요가 없고 루프 순환만을 고려하면 된다.

이러한 비다양체 모델의 순환에 관한 정보



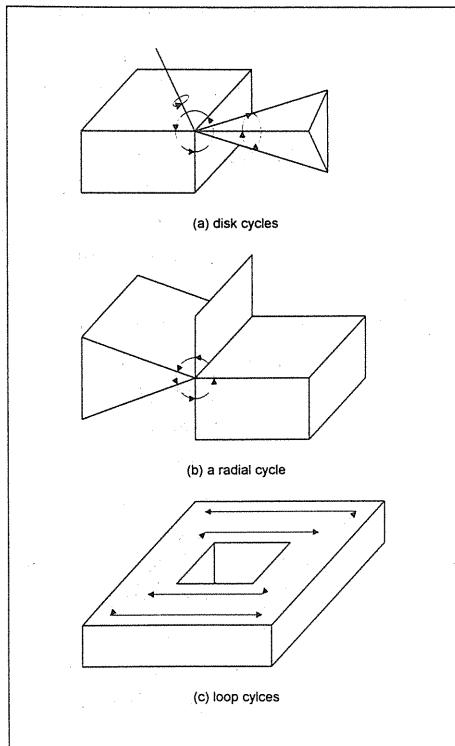
[그림 1] An example of a non-manifold model : This model contains the wireframe edges (center line), laminar faces (cutting plane) and cell structures (different materials).

게 된다. 모델을 생성, 수정할 때 오일러 수식[1]을 만족하는 조합으로 변화시키면 합당한 물체를 보장할 수 있으며, 이러한 조합으로 모델의 위상 정보를 변화 시키는 것이 오일러 연산의 기능이다[4][5]. 또한 두 모델간의 합집합, 교집합과 차집합을 구하는 불리안 연산은 형상 모

를 저장하기 위하여 Weiler는 라디얼 모서리 (radial edge)[2] 자료구조를 제안하였다. 이 자료구조는 물체의 모서리에 인접한 면들을 순서적으로 저장하여 루프와 방사 순환의 정보를 표현하였다.

Choi[3]는 새로운 위상 요소 (zone과 disk)를 추가로 도입하여 Weiler의 자료구조에서 불명확하게 처리되었던 꼭지점에서의 이웃 관계를 나타내어 루프와 방사 뿐만이 아니고 디스크 순환을 저장하는 자료구조를 제안하였다. Yamaguchi[5]등도 위의 3 가지 순환을 저장할 수 있는 자료구조를 제안하였다.

앞에서 설명한 비다양체를 포함하여 경계표



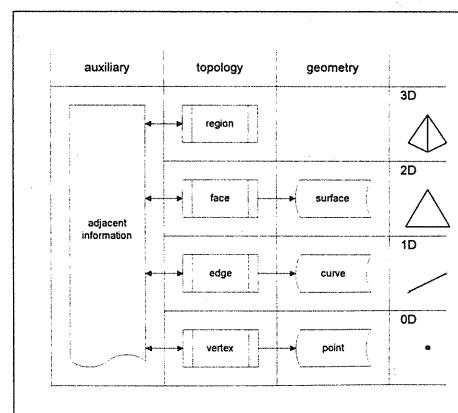
[그림 2] Three cycles of non-manifold geometries : The cycles are classified by three cases as shown in (a) disk cycles, (b) a radial cycle and (c) loop cycles.

현법을 사용하는 솔리드는 3차원 유클리드 공간 ( $E^3$ )에 존재하는 0차원에서부터 3차원까지의 위상 요소 (topological entities)의 집합으로 이루어진다. 0차원 요소는 꼭지점 (vertex), 1차원 요소는 모서리 (edge), 2차원 요소는 면 (face) 그리고 3 차원 요소는 영역 (region)에 해당한

다.

경계 표현 자료구조는 이러한 위상 요소를 저장하기 위하여 [그림 3]과 같이 계층적인 형태를 보이고 있다. 그리고 이를 위상 요소의 인접 관계를 저장하기 위하여 보조 요소 (auxiliary entities)를 도입하였다. 예를 들면, Mantyla[1]의 자료구조에서는 half-edge라는 보조요소를 도입하여 꼭지점, 모서리와 면간의 인접관계를 표현하였고 Weiler[2]의 자료구조에서는 faceuse, edgeuse와 vertexuse등을 보조요소로 도입하였다.

꼭지점은 공간상에서 한 점을 나타내는 0 차원 위상 요소이다. 모델링 공간에서 처음 모델을 만들고자 할 경우에는 먼저 꼭지점을 만들고 오일러 수식과 같은 조건을 만족하도록 다른 위상 요소들과 보조 요소들을 만들고 수정하게 된다. 이러한 과정에서 비다양체 모델의 경우에는 한 꼭지점에서 여러 개의 영역이 만



[그림 3] Hierarchical data structure of non-manifold topological entities : Topological entities are composed of regions, faces, edges and vertices, and geometrical entities are composed of surfaces, curves and points. The auxiliary entities make a relation between topological entities.

나 디스크 순환을 이를 수 있게 된다. 이러한 디스크 순환들은 서로간의 포함 관계를 가지고 있고 이 관계를 찾아 위상 정보를 수정하여야 한다.

모서리는 기하학적인 곡선식의 1 차원 위상

요소이다. 이것은 경계를 나타내는 시작 꼭지점과 끝 꼭지점으로 정의된다. 다양체 모델의 경우에는 모서리는 항상 두면의 경계에 놓여져야 한다. 그러나 비다양체의 경우에는 면의 경계에 놓여지지 않을 수도 있고 (보통 와이어프레임 모서리 (wire edge)라고 불리운다) 단 하나의 면의 경계를 나타낼 수도 있다 (보통 라미나 모서리 (laminar edge)라고 불리운다). 또한 2개 이상의 면의 경계에 놓여질 수도 있고 이 경우에는 방사 순환을 이루게 되며 면들이 어떤 순서로 정렬되어 놓여져 있는지를 결정하여야 한다.

면은 기하학적 곡면식의 2 차원 위상 요소이다. 보통의 경우에는 모서리의 연결된 닫힌 집합으로 이루어지는 경계를 갖는 트림 곡면(trimmed surface)을 나타낸다. 이 경계를 나타내는 보조 요소는 루프(loop)라고 불리우기도 한다. 이 경우에는 순서를 갖는 연결된 모서리들로 루프 순환을 이루게 된다. 면은 내부와 외부의 양쪽 부분의 경계를 이루고 있고 이 2 부분의 보조 요소가 다음에 설명할 영역과 면과의 인접관계를 나타낸다.

영역은 모델링 공간에서의 경계를 갖는 3 차원 위상 요소이다. 이 경계를 나타내는 보조 요소는 보통 쉘(shell)이라고 불리운다. 이 보조 요소는 꼭지점이 하나만 존재하는 경우에는 이 꼭지점의 바깥 경계를 가리킬 수도 있고 와이어 프레임 모델일 경우에는 연결된 모서리들의 경계를 가리킬 수도 있다. 그러나 보통의 경우에는 면들의 집합으로 이루어지는 경계를 가리킨다.

### 3. 접합 연산

접합 연산(glue operation)은 한 비다양체 모델을 움직여 다른 비다양체 모델에 접촉하였을 때, 이들 두 모델을 접합하여 하나의 모델로 만들고자 할 경우에 사용할 수 있는 연산이다. 이 연산은 오일러 연산이나 불리안 연산의 내부적에서 사용할 수 있는 기본적인 기능을 제공하고 꼭지점에 또 다른 꼭지점을 접합하여 디스크 순환을 더해주는 꼭지점 접합(vertex glue), 모서리에 또 다른 모서리를 접합하여 방사 순환을 더해주는 모서리 접합(edge glue), 한 면에 또 다른 면을 접합하여 루프 순환을 더해주는 면 접합(face glue)과 그외에 꼭지점, 모서리와 면이 복합적으로 접합되는 경우로 나

누어 생각할 수 있다. 본 장에서는 이러한 접합 연산을 수행하는 데 있어서 접촉이 일어나는 국부적인 부분의 형상에 대하여 어떻게 기하학적인 정보를 도출하여 저장되어 있는 위상 정보를 수정할 수 있는지를 보이고자 한다.

#### 3.1 꼭지점 접합

접합하고자 하는 두 모델이 꼭지점에서 접촉하는 경우에 이를 두 꼭지점을 하나로 접합시켜야 한다. 비다양체 모델에 대해서는 한 꼭지점에서 여러개의 디스크 순환이 존재할 수 있고 각 디스크 순환은 영역을 보통 내부와 외부의 두 부분으로 나누게 된다. 접합 전에 이들 두 꼭지점의 디스크 순환에 의해서 나누어지는 영역들이 한 꼭지점으로 접합한 후에는 새로운 포함 관계를 가지게 된다. 꼭지점 접합에 있어서 기하학적인 추론의 목적은 이 포함 관계를 계산하여 어떻게 영역을 나타내는 위상 정보를 수정해야 하는지를 알아내는 것이다. 접합전에 각 꼭지점에 달려있는 영역들간의 포함 관계에 관한 위상 정보는 저장되어 있으므로 이들 영역간의 포함 관계는 이미 주어져 있다고 생각할 수 있다. 따라서 서로 다른 꼭지점에 달려있는 영역들에 관해서만 포함 관계를 계산하면 된다. 와이어 모서리로 이루어지는 디스크 순환은 내부 영역이 존재하지 않으나 위의 경우로 일반화시켜 처리할 수 있다. 이 계산은 먼저 접합하고자 하는 꼭지점에서 각각 디스크 순환을 하나씩 선택하여 내부 영역의 포함관계를 계산한다. 이 계산을 모든 디스크 순환에 대하여 수행한다. 따라서 한 꼭지점에 디스크 순환이 n개 달려있고 다른 꼭지점에 디스크 순환이 m개 달려있는 경우에는 모두  $n*m$ 번의 포함 관계를 계산하여야 한다. 그러나 이 과정에서 미리 저장되어 있거나 중간에 계산된 결과를 이용하여 계산횟수를 줄일 수도 있다.

[그림 4]의 (a)와 같이 세 개의 디스크 순환에 의한 영역  $D_1$ ,  $D_3$ 과  $D_4$ 가 달려 있는 한 꼭지점에 (a)의 오른쪽의 영역  $D_2$ 를 접합하여 새로운 모델을 생성하고자 하는 경우를 고려해보자. 접합 되기전의 (a)의 왼쪽 그림에서 미리 저장된 위상정보를 이용하여 영역  $D_1$ ,  $D_3$ 과  $D_4$ 의 포함관계를 알 수 있고 이는

$$D_1 \cap D_3 = D_1 \cap D_4 = D_3 \cap D_4 = \emptyset$$

와 같이 된다.

먼저 왼쪽 모델의 임의의 한 영역  $D_1$ 과 오른쪽 모델의  $D_2$ 의 포함 관계를 계산하여 보자. 접합하고자 하는 꼭지점과  $D_1$ 과  $D_2$ 을 지나는 한 평면을 그림 (b)과 같이 설정한다. 이 평면과  $D_1$ 의 교차선의 접선 벡터를 구하여 이를  $\vec{A}_0$ 라고 하자. 이 꼭지점에서 영역의 내부로 향하는 벡터를  $\vec{T}_0$ 라고 하고 설정한 평면의 법선 벡터를  $\vec{N}$ 라고 할 때  $\vec{A}_0$  벡터와 이들의 관계가

$$(\vec{A}_0 \times \vec{T}_0) \cdot \vec{N} > 0$$

와 같으면  $\vec{A}_0$ 는 설정한 평면에서  $D_1$ 의 내부영역이 시작하는 벡터를 의미한다. 여기에서  $\times$ 는 벡터적을,  $\cdot$ 는 스칼라적을 나타낸다. 마찬가지 방법으로 끝나는 벡터  $\vec{A}_1$ 도 구할 수 있고 이 꼭지점에서 내부로 향하는 벡터를  $\vec{T}_1$ 이라고 하면, 그림 (c)에서

$$(\vec{A}_0 \times \vec{T}_1) \cdot \vec{N} < 0$$

이 성립한다. 영역을 나타내는 이들 두 벡터 간의 각도를 구하는 함수는

$$\angle(\vec{A}_0, \vec{A}_1) = \text{atan}2(|\vec{A}_0 \times \vec{A}_1|, \vec{A}_0 \cdot \vec{A}_1)$$

라고 할 수 있다. 여기에서  $\text{atan}2()$ 은 탄젠트의 역함수를 구하는 함수이다.  $D_2$ 와 평면과의 교차선을 구하여 이 영역을 나타내는 접선 벡터도 구할 수 있으며 그림 (c)에서와 같이 이를  $\vec{A}_2$ 과  $\vec{A}_3$ 라고 하자.  $\vec{A}_0$ 를 기준으로 하여 각 벡터까지의 각도를 계산하여

$$\theta_1 = \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_1)$$

$$\theta_2 = \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_2)$$

$$\theta_3 = \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_3)$$

와 같다고 하자. 이 예제에서는 이들 각도간의 관계는

$$0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < 2\pi$$

와 같이 되며 이 조건을 만족하면 영역  $D_1$ 과  $D_2$  사이에는 교집합이 존재하지 않고 이 두 영역의 관계는

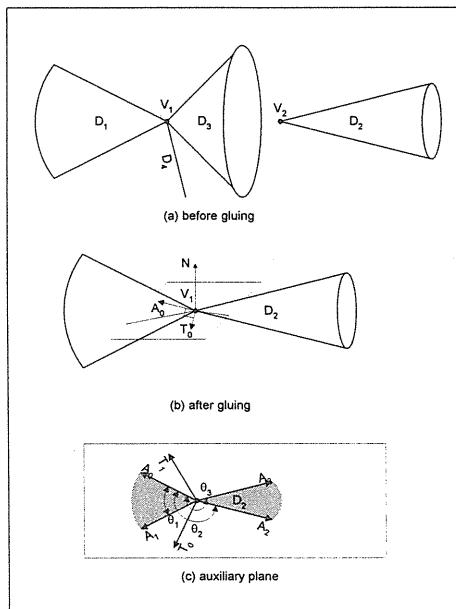
$$D_1 \cap D_2 = \emptyset$$

와 같이 된다는 것을 알 수 있다. 만일 각도간의 관계가 다르게 나타나면 영역들간의 관계도 달라진다.

$D_4$ 와 같은 와이어 모서리인 경우는 이 디스크 순환을 나타내는 두 벡터가 같다고 계산하면 이것의 영역에 관해서도 위의 관계를 구할 수 있다. 따라서 그림 (a)의 다른 각 디스크 순환에 대하여 위의 관계를 같은 방법으로 계산하면

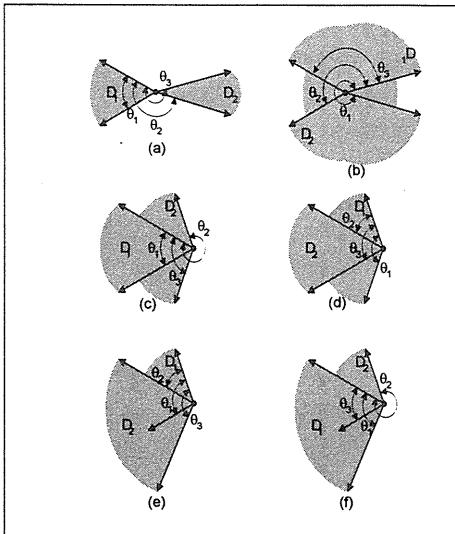
$$\begin{aligned} D_2 \subset D_3 \\ D_2 \cap D_4 = \emptyset \end{aligned}$$

와 같이 구할 수 있다.



[그림 4] Vertex glue : This figure shows the configuration of disk cycles (a) before gluing and (b) after gluing. The vectors to bound the regions of the disk cycles are calculated on (c) auxiliary plane.

[그림 5]는 이들 각도와 영역간의 관계를 나타낸 것이다. 물론 두 모서리 순환이 서로 접하는 경우(on-on case,  $\theta_1 = \theta_2$ ,  $\theta_1 = \theta_3$ ,  $\theta_2 = 0$ ,  $\theta_3 = 0$ )에도 그림에서 각 경우에 포함시켜 이 관계를 적용할 수 있다. 이 그림에서



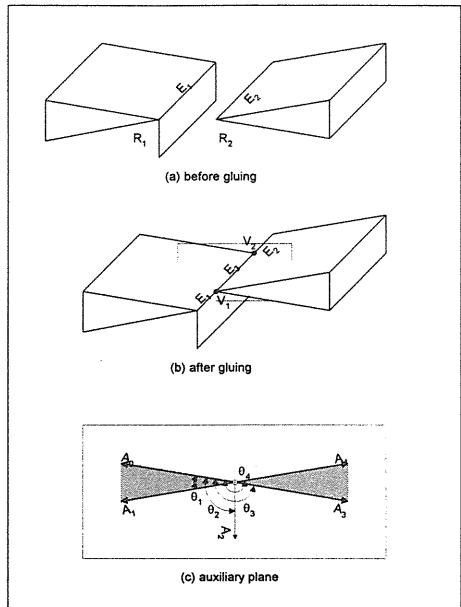
[그림 5] Relation between angles and regions of vertex glue :

- (a)  $0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < 2\pi$   $D_1 \cap D_2 = \emptyset$
- (b)  $0 < \theta_3 < \theta_2 < \theta_1 < 2\pi$   $D_1 \cup D_2 = U$
- (c)  $0 < \theta_1 < \theta_3 < \theta_2 < 2\pi$   $D_1 \subset D_2$
- (d)  $0 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_1 < 2\pi$   $D_2 \subset D_1$
- (e)  $0 < \theta_2 < \theta_1 < \theta_3 < 2\pi$
- (f)  $0 < \theta_3 < \theta_1 < \theta_2 < 2\pi$

마지막의 2가지 경우는 포함 관계가 앞의 어느 경우에도 속하지 않고 두 영역의 경계부분에서 서로 교차하는 부분이 존재함을 의미한다. 이렇게 기하학적인 방법을 통하여 구한 영역간의 포함관계와 이미 저장되어 알고 있는 영역간의 포함관계를 이용하여 위상 정보를 수정할 수 있다. 물론 이 과정에서 영역의 경계를 나타내는 셀에 관한 정보도 처리할 수 있다. 예를 들면, (b) 경우에는 접합 후에  $D_1$ 과  $D_2$ 의 경계를 나타내는 웨일 하나로 연결되어야 하고 (d)의 경우에는  $D_1$ 의 여집합과  $D_2$ 의 영역을 나타내는 웨일 서로 연결되어야 한다. 그러나 (e)와 (f)의 경우에는 두 영역이 서로 교차하는 경우이므로 셀 정보를 수정하기 위해서는 먼저 교차 영역을 계산하고 결정한 다음 위의 과정을 적용할 수 있다.

### 3.2 모서리 접합

접합하고자 하는 두 모델이 모서리에서 접촉하는 경우에 접촉 부분의 모서리를 하나로



[그림 6] Edge glue : This figure shows the configuration of radial cycles (a) before gluing and (b) after gluing. The tangential vectors to represent the faces of radial cycles are calculated on (c) auxiliary plane.

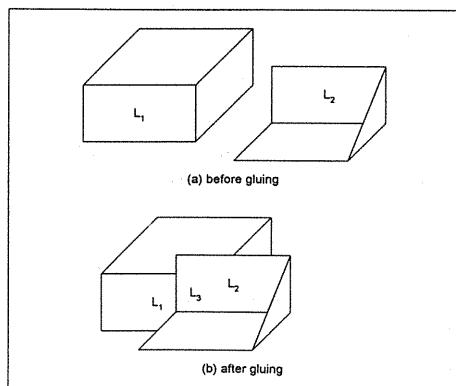
접합시켜야 한다. 바다양체 모델에 대해서는 한 모서리에서 방사 순환이 존재할 수 있고 이 방사 순환은 0개 이상의 면으로 이루어진다. 접합전에 이들 두 모서리의 방사 순환을 이루던 면들이 한 모서리로 접합한 후에는 새로운 정렬 관계를 가지게 된다. 모서리 접합에서 기하학적인 추론의 목적은 이 정렬 관계를 결정하여 모서리에 달려있는 면들의 위상 정보를 어떻게 수정해야 하는지를 알아내는 것이다. 이때 접합전에 각 모서리에 달려있는 면들의 위상 정보는 저장되어 있으므로 이를 면간의 정렬 관계는 이미 주어져 있다고 생각할 수 있다. 따라서 서로 다른 모서리에 달려있는 면들에 관해서만 정렬 관계를 결정하면 된다. 이 결정은 먼저 접합하고자 하는 모서리에서 면들간의 각도를 계산하여 이루어진다.

[그림 6]의 (a)와 같이 방사 순환  $R_1$ 이 달려 있는 한 모서리에 다른 방사 순환  $R_2$ 를 접합하는 경우를 고려해 보자. 먼저 서로 접합하려는 모서리가 서로 일치하지 않는 경우에는

교차점을 구하여 서로 일치하는 부분만을 고려 한다. 그림 (a)에서는 접합하려는 모서리  $E_1$ 과  $E_2$ 가 서로 일치하지 않으므로 이들 모서리 간의 교차점을 구하여 (b)와 같이 서로 일치하는 부분인  $E_3$ 를 구하여 이 모서리에 관하여 방사 순환에 대한 위상 정보를 수정하게 된다. 이때  $E_3$ 의 중간점을 취하여 모서리의 접선 방향을 법선 벡터로 갖는 평면을 설정한다. 방사 순환  $R_1$ 에 달려있는 면들의 접선 벡터를 구하고 이를 각각  $\vec{A}_0$ ,  $\vec{A}_1$ 과  $\vec{A}_2$ 라고 하자. 방사 순환  $R_2$ 에 달려있는 면들의 접선 벡터를 구하고 이를 각각  $\vec{A}_3$ 과  $\vec{A}_4$ 라고 하자. 기준이 되는 벡터  $\vec{A}_0$ 를 임의로 하나 선정하여 이 벡터에서 다른 각 벡터들까지의 각도를

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_1) \\ \theta_2 &= \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_2) \\ \theta_3 &= \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_3) \\ \theta_4 &= \angle(\vec{A}_0, \vec{A}_4)\end{aligned}$$

와 같이 간단한 벡터 연산을 이용하여 구할 수 있다. 이 예제에서는 이들 각도간의 크기에 따른 순서는



[그림 7] Face glue : This figure shows an example of face glue (a) before gluing and (b) after gluing.

$$0 < \theta_1 < \theta_2 < \theta_3 < \theta_4 < 2\pi$$

와 같이 된다. 주어진 모서리에 달려있는 면들은 이 각도의 순서에 따라 정렬되어 위상 정보가 수정된다.

이 예제에서는  $\vec{A}_0$ ,  $\vec{A}_1$ 과  $\vec{A}_2$ 는 미리 위

상 정보가 저장되어 있고 평면상에서 반시계방향의 순서로 정렬되어 있다. 마찬가지로  $\vec{A}_3$ 과  $\vec{A}_4$ 도 반시계방향으로 정렬되어 미리 위상 정보가 저장되어 있다. 따라서 미리 저장된 위상 정보에 따라 이들 각도를 미리 계산하여 저장하였다만,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ 과  $\theta_4 - \theta_3$ 는 주워져 있다고 볼 수 있으므로  $\theta_3$ 나  $\theta_4$ 의 둘중에 하나만 구하면 위상정보를 수정할 수 있다.

### 3.3 면 접합

접합하고자 하는 두 모델이 면에서 접촉하는 경우에 접촉 부분의 면을 하나로 접합시켜야 한다. 다양체 모델이든 비 다양체 모델이든 지간에 상관없이 한 면에는 여러개의 루프 순환이 존재할 수 있고 이들 루프 순환들은 닫힌 모서리들의 집합으로 이루어진다. 접합 전에 모서리들이 이들 두 면의 루프 순환에 이루고 있다가 한 면으로 접합한 후에는 이들 모서리들도 접합되어 새로운 정렬 관계를 가지게 된다. 이 정렬 관계에 대한 기하학적인 추론은 앞의 모서리 접합에 따라서 이루어 진다.

면 접합은 접합하고자 하는 두 모델의 면들이 서로 일치할 경우에 수행하게 된다. 그러나 일반적인 경우는 접촉하는 두면이 일치하지 않는 것이다. 이러한 경우에는 접합하고자 하는 두 면간의 교차선을 구하여 실제로 접합이 되는 부분과 그렇지 않은 부분으로 분할 한다. [그림 7]의 (a)와 같은 두 면  $L_1$ 과  $L_2$ 의 접합을 수행할 경우 그림 (b)와 같이 면의 일부분만이 일치한다. 이 일치하는 부분을  $L_1$ 과  $L_2$ 에서 분할하여 분할된 루프 순환에 대하여 접합을 수행한다. 그림 (b)에서  $L_3$ 가 실제로 접합이 일어난 면이고  $L_1$ 과  $L_2$ 에서 분할된 루프 순환이다. 이 루프의 경계를 이루는 모서리의 접합은 앞에서 설명한 모서리 접합에 따라 수행된다.

### 3.4 꼭지점 접합

꼭지점, 모서리와 면등이 복합적으로 접합되는 경우에는 앞에서 설명한 접합으로 모델을 바꿔서 접합 연산을 수행할 수 있다. [그림 8]에는 이러한 경우에 대하여 설명하고 있다. 그림 (a)는 모서리와 꼭지점과의 접합이다. 이경우에는 모서리와 꼭지점과의 교차점을 구하여

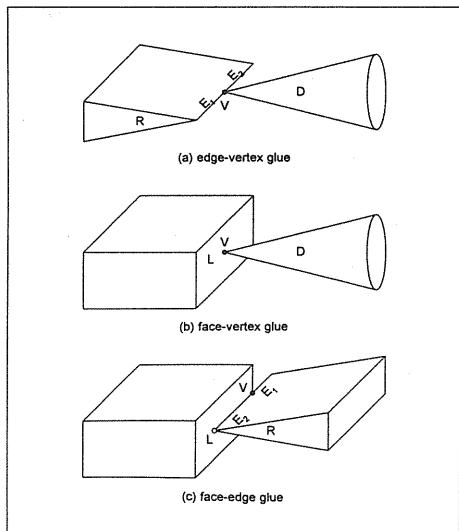
모서리를 2개로 나누고 그 교차점에 꼭지점을 생성하여 꼭지점 접합을 수행한다. 그림 (b)는 면과 꼭지점과의 접합을 설명한다. 이 그림에서 면에 한 꼭지점을 생성하여 꼭지점 접합을 수행한다. 그림 (c)는 면과 모서리의 접합이며 면에 접합하려는 모서리와의 교차선을 구하여 이 모서리와의 모서리 접합을 수행한다.

수정할 수 없는 경우에 사용할 수 있다. 또한 이 연산은 현재 제안되고 있는 비다양체를 저장하는 어느 특정한 자료구조 뿐만이 아니고 대부분의 자료구조에 적용할 수 있다. 그리고 이 접합 연산의 역연산 (undo operation)은 위상 정보만을 이용하여 쉽게 구현할 수 있으므로 본 연구에서는 언급하지 않았다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 비다양체 모델을 수정하고자 할 경우에 가장 기본적인 연산이라고 할 수 있는 꼭지점, 모서리와 면등의 접합 연산에 관하여 살펴 보았다. 일반적으로 다양체인 경우에는 면 접합만이 정의되고 이에 대한 연산만 구현하면 되지만 비다양체인 경우에는 3 가지 접합 연산을 모두 구현하여야 한다. 또한 이들 3 가지중에서 서로 다른 2 개의 조합으로 이루어지는 접합연산은 이들 2 가지 중에서 차수가 낮

#### 참고문헌



[그림 8] Mixed glue : This figure shows an example of mixed glue (a) between a vertex and an edge, (b) between a vertex and a face, and (b) between an edge and a face.

은 위상요소의 접합 연산으로 환원하여 수행할 수 있다. 이 방법은 위상 정보를 수정하기 위하여 모델의 접합이 일어나는 국부적인 부분의 기하학적인 정보를 이용하여 연산을 수행한다. 따라서 위상 정보만을 이용하는 경우보다는 시간이 많이 걸리므로 위상 정보 만으로 모델을

- [1] M. Mantyla, "An Introduction to Solid Modeling," Computer Science Press, Maryland, 1988.
- [2] K. Weiler, "Topological Structures for Geometric Modeling," PhD thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, 1986.
- [3] Y. Choi, "Vertex-based Boundary Representation of Non-manifold Geometric Models," PhD thesis, Carnegie Mellon Univ., 1989.
- [4] H. Masuda, "Topological operators and boolean operations for complex-based non-manifold geometric models," Computer Aided Design, Vol. 25, No. 2 pp. 119-129, February, 1993.
- [5] Y. Yamaguchi and F. Kimura, "Nonmanifold topology based on coupling entities," IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 15, No. 1, pp. 42-50, January, 1995.
- [6] E. L. Gursoz, Y. Choi, and F.B. Prinz, "Boolean set operations on non-manifold boundary representation objects," Computer Aided Design, Vol. 23, No. 1, 1991.
- [7] G.A. Crocker and W.F. Reinke, "An editable nonmanifold boundary representation," IEEE Computer Graphics and Applications, March, 1991.
- [8] 이상현, 이건우, "비다양체 형상 모델링을 위한 간결한 경계 표현 및 확장된 오일러 작업자", 한국 CAD/CAM 학회 논문집, Vol. 01, No. 01, pp. 1-19, 1996.

- [9] 김성환, 이건우, 김영진, “비다양체 모델을  
수용하는 CAD 시스템 커널을 위한 불리안  
조작의 개발”, 한국 CAD/CAM 학회 논문  
집, Vol. 01, No. 01, pp. 20–32, 1996.
- [10] Mukul Saxena, Rajan Srivatsan, and  
Jonathan E. Davis, “Geometrical and  
Topological Issues in NMT-Based  
Modeling”, DE-Vol. 44-2, Advances in  
Design Automation -Vol. 2, ASME,  
pp.267-274, 1992