

“효과없음(No Effect)” 검정을 위한 평활 검정통계량에 대한 고찰

김 종태¹, 고 정환², 이 우동³

요약

본 연구는 “효과없음”을 검정하기 위한 기존의 적합도 검정통계량들을 조사하고 검정 통계량으로 제시할 수 있는 많은 평활 검정통계량들에 대한 검정력을 비교 분석하였다. 세가지 다른 유형의 대립함수들을 설정하고 대립함수들의 유형에 따라서 검정력 값들에 대한 분석을 하였다. 비교분석 결과 본 논문에서 제시한 검정 통계량들이 기존의 검정통계량들 못지 않게 우수한 검정력을 가지고 있음을 조사하였다.

주제어: 평활 적합도 검정, 비모수 선형모형.

1. 서론

Neyman(1937)에 의해 평활검정(smooth test)이 발표된 이후 Rayner과 Best(1989), Eubank와 Hart(1992, 1993), Ledwina(1994), Lee(1996), Hart(1997)등 많은 연구들이 진행되었다. 본 연구는 선형모형에서의 “효과없음(no effect)”를 검정하기 위한 기존의 많은 검정통계량들에 대한 검정력들을 분석하고 새로운 검정통계량을 제시하고, 제시된 검정통계량들에 대한 검정력들에 대한 비교분석에 목적을 둔다. 설계점 t_1, \dots, t_n 에 대하여 제시된 모형은 다음과 같다.

$$y_i = f(t_i) + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

여기서 f 는 미지의 함수이고, 오차 ϵ_i 는 평균 0과 분산 σ^2 을 가지는 독립적이고 동일한 분포를 가지는 확률변수들이다. 우리들이 검정하고자 하는 귀무가설은 다음과 같다.

$$H_0 : f = 0 \quad (2)$$

¹경북 경산시 진량면 대구대학교 통계학과, 712-714, 조교수

²경북 안동시 송천동 안동대학교 통계학과, 760-749, 조교수

³경북 경산시 점촌동 경산대학교 통계학과, 712-240, 조교수

식 (2)에 있는 귀무가설에 대한 검정은 식 (1)의 모형에서 “효과없음”을 검정하는 것과 동일한 검정이다. “효과없음”에 대한 검정은 비모수 선형모형에서 일반적으로 사용되는 가정이지만 다변량 검정이나 비선형검정등 많은 분야로 적용범위를 확장할 수 있는 가능성을 가지고 있으므로 중요한 의미를 지닌다.

다음절에는 기존의 평활 검정통계량들을 소개하고, 3절에서는 모형선택 기법등을 사용하여 변형하여 만든 검정통계량들과 새로운 검정통계량들을 제시할 것이다. 4절에서는 이 통계량들에 대한 검정력을 모의실험을 가지고 비교분석할 것이다.

2. 기존의 평활 검정 통계량들

Eubank와 Hart(1993)는 식 (1)의 모형에서 귀무가설 $H_0 : f = 0$ 를 검정하기 위한 기존의 검정통계량들에 대한 평활 검정통계량을 연구하였다.

von Neumann(1941)의 첫번째 차분들의 제곱합에 기초한 검정통계량

$$S_N = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{\hat{\sigma}^2} \quad (3)$$

이고, 이때 오차분산 추정량은

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (y_{i+1} - y_i)^2 \quad (4)$$

으로 σ^2 에 대한 일치추정량으로 Rice(1984)에 의하여 제시되었다.

식 (3)의 von Neumann의 추정량을 Eubank와 Hart(1993)는 평활 검정통계량의 형태로 다음과 같이 변형시켰다.

$$E_N = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \bar{a}_{jn}^2}{\sigma^2}. \quad (5)$$

여기서 \bar{a}_{jn} 은 표본 푸리에 코사인 급수의 계수로 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{a}_{jn} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^n y_i \cos(j\pi t_i), \quad i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (6)$$

두번째 소개되는 평활 검정 통계량은 Buckley(1991)에 제시된 베이지안 관점으로 부터의 부분 최강력 검정통계량

$$S_B = n^{-2} \sum_{k=1}^n \frac{\left(\sum_{i=1}^k (y_i - \bar{y})^2 \right)}{\sigma^2} \quad (7)$$

이다. Nair(1986)의 결과를 가지고 Eubank와 Hart(1993)는 다음과 같이 Buckley의 검정통계량을 변형시켰다.

$$E_B = \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{\bar{a}_{kn}^2}{\tau_k} \right) / \hat{\sigma}^2. \quad (8)$$

이때, \tilde{a}_{jn} 은 식 (6)에서 제시되었고,

$$r_k = \left[2n \sin\left(\frac{k\pi}{2n}\right) \right]^2 \tag{9}$$

이다. (Nair(1986)참조.).

세번째의 검정통계량은 직교성(orthogonality)의 성질을 이용하여 평균제곱오차를 최소로 하는 m 을 찾음으로서 Eubank와 Hart(1993)는

$$T(m_{AIC}) = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{a}_{jn}^2}{\sigma^2} \tag{10}$$

통계량을 제시하였다. 이때 m 은 $m \ll n$ 인 평활모수(smooth parameter)로서 평균제곱오차를 최소로 한다.

네번째 검정통계량으로 Eubank와 Hart(1993)는 Whabue의 추정량을 변형시킨 다음의 통계량을 제시하였다.

$$S_\lambda = \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\tilde{a}_{jn}^2}{(1 + \lambda r_j)^2} / \hat{\sigma}^2. \tag{11}$$

이때 r_j 는 식 (9)에서 제시하였고, λ 는 선형 스플라인 기법에서의 일반 교차 타당성(generalized cross validation)을 최소로 하는 값이다. 여기서 평활모수 λ 의 역할은 식 (10)에 있는 평활모수 m 의 역할과 동일하다.

다섯번째의 검정통계량은 Eubank와 Hart(1992), 그리고 Kim (1994)에 의해 제시된 통계량으로 다음과 같다.

$$M_n = \max_{1 \leq m \leq n-1} \left(\frac{\sum_{i=1}^m \hat{a}_{jn}^2}{m\sigma^2} \right). \tag{12}$$

여섯번째의 검정통계량은 Eubank와 Hart(1992)에 의해 제시된 평활모수 m , 그 자체가 검정통계량이 되는 순서에 의한 검정통계량이다. 즉

$$EIC(m) = \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{jn}^2 - C\hat{\sigma}^2 m \tag{13}$$

을 최대로 하는 m 의 값에 따라 다음과 같이 검정된다. 이때 유의수준 $\alpha = 0.05$ 일때 $C = 4.18$ 이다. (참조 : Eubank와 Hart (1992)).

만약 $m = 0$ 이면 H_0 를 채택하고 (14)

만약 $m \geq 1$ 이면 H_0 를 기각한다. (15)

다음절에서는 최근에 제시된 검정통계량들과 또한 가능성 있는 새로운 검정통계량을 소개할 것이다.

3. 제시된 검정통계량

첫번째 검정통계량으로서 Lee, Kim, Moon(1998)이 보인 소멸(tapered) 가중치를 이용한 검정통계량으로서 다음과 같다.

$$Z(m) = \frac{n \sum_{j=1}^m b_j^2 \tilde{a}_{jn}^2 - \sigma^2 \sum_{j=1}^m b_j^2}{\hat{\sigma}^2 (2 \sum_{j=1}^m b_j^4)^{1/2}}. \quad (16)$$

이때 \tilde{a}_{jn} 은 식 (2.3)과 같고, 소멸 가중치

$$b_j = 1 - \frac{j}{m+1}, \quad j = 1, \dots, m,$$

인 값으로 m 이 증가함에 따라 $b_j \rightarrow 0$ 이다. Lee, Kim, Moon(1988)은 식 (16)의 적절한 m 을 선택하기 위하여 모형선택기법중 하나인 Akaike(1974)에 의해 제시된 AIC(Akaike Information Criteria)기법과 Schwarz (1978)에 의해 제시된 BIC(Baysian information criteria)기법을 각각 사용하였다. 이 두가지 기법을 사용한 $Z(m)$ 검정통계량을 각각 $Z(m_{AIC})$ 와 $Z(m_{BIC})$ 로 정의하자.

다음은 식 (10)에 있는 Eubank와 Hart의 검정통계량에서 n 을 선택하는 기법을 BIC 기법으로 변형하여 윤과 김 (1998)는 다음과 같은 검정통계량을 정의하였다.

$$T(m_{BIC}) = \sum_{j=1}^{m_{BIC}} \tilde{a}_{jn}^2 / \hat{\sigma}^2. \quad (17)$$

식 (17)에 있는 BIC 기법을 사용한 통계량은 실제로 Ledwina (1994)의 검정통계량과 같은 의미를 지니는 통계량이다.

또한 윤과 김 (1998)의 연구에서 귀무가설 $f = 0$ 를 검정하기 위하여 다음의 검정통계량을 제시하였다.

$$TK(m) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \tilde{a}_{jn}^2 / \hat{\sigma}^2. \quad (18)$$

본 연구에서는 $TK(m)$ 에서 m 을 선택하는 기법으로 BIC와 AIC기법을 각각 사용함으로써 $TK(m_{AIC})$ 와 $TK(m_{BIC})$ 검정통계량을 제시한다.

아래의 세 가지 검정 통계량들은 Berckley의 검정통계량을 변형하여 적용 가능한 새로운 검정통계량들이다.

$$TB = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\sum_{j=1}^k \frac{\tilde{a}_{jn}^2}{r_k} \right) / \hat{\sigma}^2. \quad (19)$$

여기서 r_k 는 식 (9)에서 나타나 있다.

$$KS_N = 2 \sum_{k=1}^{n-1} \left(\sum_{j=1}^k \frac{a_{jn}^2}{j} \right) / \hat{\sigma}^2. \quad (20)$$

$$TS_N = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\sum_{j=1}^k a_{jn}^2 / (jk\hat{\sigma}^2) \right). \quad (21)$$

다음절에서는 2절과 3절에서 소개한 많은 검정통계량들에 대하여 모의실험을 이용하여 검정력들을 비교분석할 것이다.

4. 검정통계량들의 검정력 비교

2절과 3절에서 소개한 검정통계량들에 대한 검정력들을 비교분석함으로써 효과없음을 검정하기 위한 통계량들의 성질을 조사하고 각 검정통계량에 대한 평가를 하는 것이 이절의 목적이다.

먼저 귀무가설 $H_0 : f = 0$ 에 대한 대립모형을 다음과 같이 3가지로 생각하였다.

$$\begin{aligned} \text{모형 A} : f_A(x) &= b \left(e^{4x} - \frac{e^4 - 1}{4} \right) \left(\frac{e^8 - 1}{8} - \frac{(e^4 - 1)^2}{4} \right)^{-1/2}, \\ b &= 0.25, 0.5, 0.75, 1.0. \end{aligned}$$

$$\text{모형 B} : f_B(x) = \cos(j\pi x), \quad j = 1, 3, 5, 7$$

$$\begin{aligned} \text{모형 C} : f_C(x) &= 2b(20(x - 1/2)^3 - 3(x - 1/2)), \\ b &= 0.25, 0.5, 0.75, 1.0 \end{aligned}$$

모형 A의 경우는 분포의 모양이 진동을 포함하지 않는 경우의 분포값의 범위에 따른 대립가설을 가정하였다. 그림 1에서 보듯이 f_A 의 분포는 지수함수와 비슷한 모양으로 오른쪽으로 증가하는 경우로 b 의 값이 커짐에 따라 분포값의 범위가 넓어진다. 모형 B에 있는 대립가설 함수는 분포의 진동수들의 변화에 따른 검정력을 조사하기 위해 설정하였다. 그림 2에서 나타난것 같이 코사인 함수로서 j 의 값이 커짐에 따라 같은 구간안에서 진동이 증가하는 함수이다. 모형 C는 진동수가 2인 경우에 폭의 변화에 따른 검정력 조사를 위하여 설정하였다. 그림 3의 f_C 함수인 경우 3차 방정식의 모양을 따르고 b 의 값이 증가함에 따라 분포값의 범위가 넓어진다. 표본의 크기는 $n = 10, 20, 30, 40, 50$ 인 5가지 경우에 대하여 오차 분산의 값이 $\sigma^2 = 0.005, 0.05, 0.1, 0.5, 1.0$ 인 6가지 경우에 대하여 검정통계량들에 대한 각 검정력을 조사하였다. 그러나 각 경우에 대한 결과들을 조사하기에는 너무 많은 표들이 만들어야 하는 번거로움을 가짐으로 여기서는 $n = 30$ 과 $\sigma^2 = 0.5$ 인 경우의 결과에 대해서만 분석을 할 것이다.

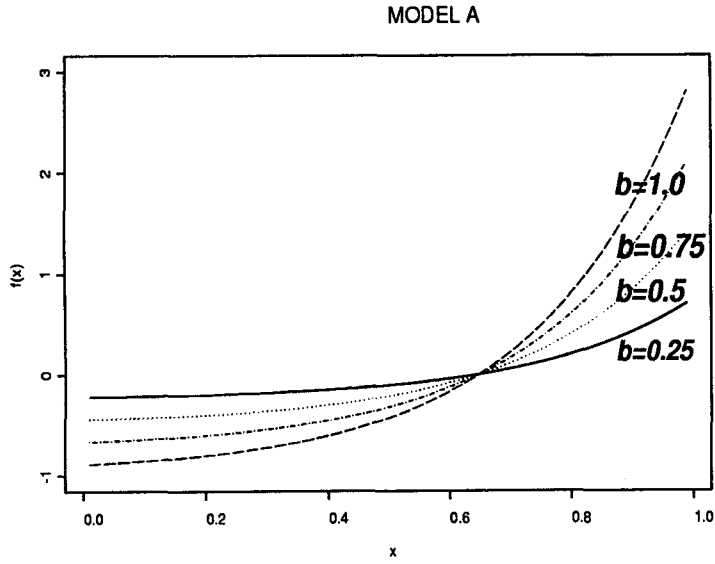


그림 1: 모형 A의 b 값의 변화에 대한 함수의 분포

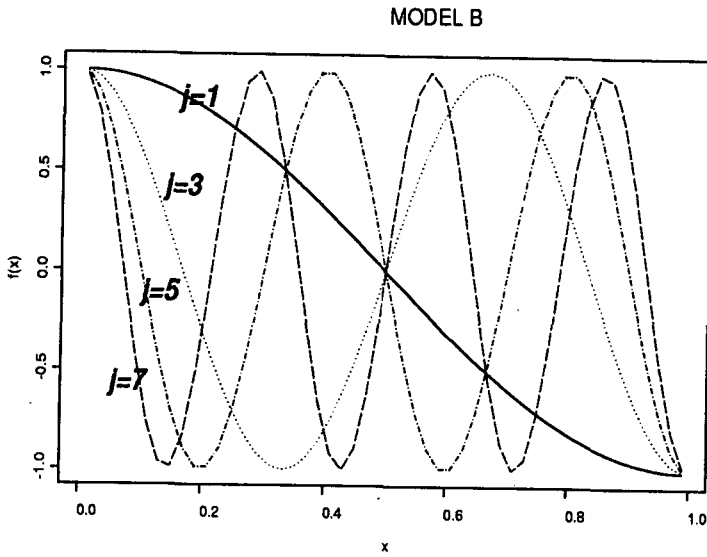


그림 2: 모형 B의 j 값의 변화에 대한 함수의 분포

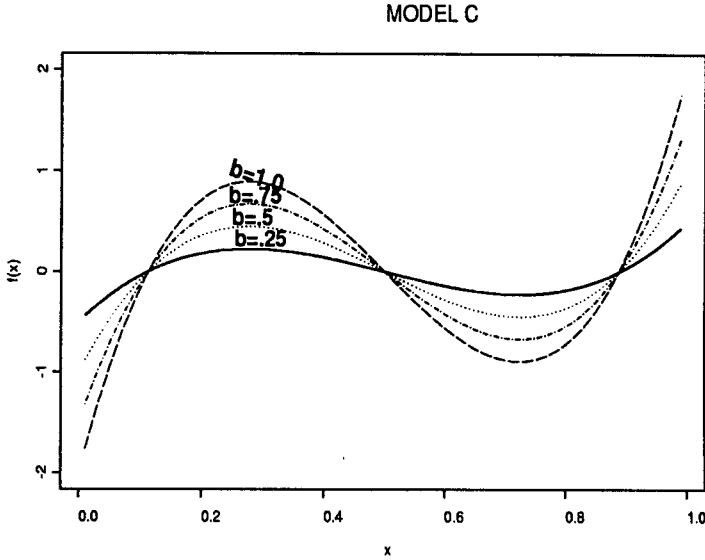


그림 3: 모형 C의 b 값의 변화에 대한 함수의 분포

모의실험의 반복횟수는 1000번을 사용하여 각 검정통계량들의 기각값을 유의수준 $\alpha = 0.05$ 로 고정하여서 계산하였다.

사용된 검정통계량들을 다시 정리하면 다음과 같다.

1. S_N : 식 (3)에 있는 von Neumann의 검정통계량.
2. E_N : 식 (5)에 있는 Eubank와 Hart에 의해 평활된 S_N 유형의 검정통계량.
3. S_B : 식 (7)에 있는 Buckley의 검정통계량.
4. E_B : 식 (8)에 있는 Eubank와 Hart에 의해 평활된 S_B 유형의 검정통계량.
5. $T(m_{AIC})$: 식 (10)에 있는 Eubank와 Hart에 의해 AIC기법을 이용한 검정통계량.
6. $T(m_{BIC})$: 식 (17)에 있는 Kim에 의해 BIC기법을 이용한 검정통계량.
7. S_λ : 식 (11)에 있는 Eubank와 Hart에 의한 Whaba추정량을 이용한 검정통계량.
8. M_n : 식 (12)에 있는 Eubank와 Hart에 의한 검정통계량.
9. EH : 식 (15)에 있는 Eubank와 Hart에 의한 순서검정통계량.

표 1: 모형 A에서 검정력의 비교

검정통계량	b			
	0.25	0.5	0.75	1.0
S_N	0.16000	0.58700	0.93700	0.99900
E_N	0.16000	0.58700	0.93700	0.99000
S_B	0.34900	0.90000	1.00000	1.00000
E_B	0.40500	0.92500	1.00000	1.00000
$T(m_{AIC})$	0.08800	0.34700	0.83500	0.99400
$T(m_{BIC})$	0.16100	0.68400	0.97300	1.00000
S_λ	0.32300	0.86600	0.99900	1.00000
M_n	0.32500	0.87300	0.99900	1.00000
EH	0.39600	0.92100	1.00000	1.00000
$Z(M_{AIC})$	0.31800	0.88200	0.99900	1.00000
$Z(m_{BIC})$	0.34200	0.89600	1.00000	1.00000
$TK(m_{AIC})$	0.32600	0.82700	0.98400	1.00000
$TK(m_{BIC})$	0.31100	0.87800	0.99700	1.00000
TB	0.40200	0.92300	1.00000	1.00000
KS_N	0.16400	0.61100	0.94600	0.99900
TS_N	0.33900	0.89600	1.00000	1.00000

10. $Z(m_{AIC})$: 식 (16)에 있는 Lee, Kim, Moon 의 검정통계량.

11. $Z(m_{BIC})$: 식 (16)에 있는 Lee, Kim, Moon 의 검정통계량.

12. $TK(m_{AIC})$: 식 (18)에서 제시된 검정통계량.

13. $TK(m_{BIC})$: 식 (18)에서 제시된 검정통계량.

14. TB : 식 (19)에서 제시된 검정통계량.

15. KS_N : 식 (20)에서 제안된 검정통계량.

16. TS_N : 식 (21)에서 제안된 검정통계량.

먼저 위의 각 검정 통계량들의 유형의 조사에 의하여 다음과 같은 분류로 나눌 수 있다.

von Numann의 검정통계량의 유형으로 S_N 과 E_N 이 같은 형태이고, Berkley의 검정 통계량의 유형으로 S_B 와 E_B 가 있고 이러한 Berkley의 유형을 변형한 형태로 제안한 것이 TB ,

표 2: 모형 B에서 검정력의 비교

검정통계량	j			
	1	3	5	7
S_N	0.90600	0.90600	0.89100	0.87300
E_N	0.90600	0.89100	0.85500	0.75200
S_B	1.00000	0.38600	0.06500	0.02300
E_B	1.00000	0.47500	0.08500	0.03400
$T(m_{AIC})$	0.77000	0.76500	0.76200	0.80200
$T(m_{BIC})$	0.96800	0.97700	0.97700	0.98000
S_λ	1.00000	0.98100	0.91100	0.83300
M_n	1.00000	0.98700	0.92400	0.81300
EH	1.00000	0.96600	0.82700	0.50500
$Z(M_{AIC})$	1.00000	0.84300	0.39600	0.22500
$Z(m_{BIC})$	1.00000	0.86100	0.35400	0.14600
$TK(m_{AIC})$	0.99200	0.98600	0.94600	0.89200
$TK(m_{BIC})$	0.99900	0.98700	0.92500	0.81700
TB	1.00000	0.43200	0.07500	0.03000
KS_N	0.91600	0.88900	0.83900	0.71200
TS_N	1.00000	0.70900	0.20000	0.04200

KS_N 과 TS_N 이 있다. Eunak와 Hart의 유형으로 $T(m_{AIC})$ 와 $T(m_{BIC})$ 는 비슷한 형태를 가지며, 이 형태를 변형하여 만든 것이 식 (18)에 있는 $TK(m_{AIC})$ 와 $TK(m_{BIC})$ 이다. 또한 M_n 과 식 $EIC(m)$ 에서 선택된 m 을 검정통계량으로 사용하는 (15)와 같은 순서 통계량은 유사한 개념의 형태를 지고 있다. 식 (11)의 S_λ 와 식 (16)의 $Z(m)$ 은 위의 통계량들과는 다른 개념을 지닌 통계량들이다.

표 1은 모형 A에서 $n = 30$, $\sigma^2 = 0.5$ 인 경우 유의수준 $\alpha = 0.05$ 를 가지고 검정 통계량들에 대한 검정력을 비교하였다. 표 1의 결과에서 검정력 값은 E_B , T_B , EH , S_B , TS_N , $Z(m_{BIC})$, $Z(m_{BIC})$, M_n , S_λ 등의 순서로 우수한 통계량임을 알 수 있다. 여기서 우리는 Berkley 유형의 검정통계량, Eubank와 Hart의 순서통계량 유형의 검정통계량, $Z(m)$ 에 의한 검정통계량들이 우수함을 알 수 있다.

그러나 von Neumann 유형의 검정통계량들, S_N , E_N 과 $TK(m)$ 유형의 통계량은 검정력 값이 다른 검정력들의 값 보다 적음을 알 수 있다.

표 2는 모형 B에서 $n = 30$, $\sigma^2 = 0.5$ 인 경우 유의수준 $\alpha = 0.05$ 를 가지고 검정 통계량들에 대한 검정력을 비교하였다. 표 2의 결과에서 검정력 값은 $T(m_{BIC})$, $TK(m_{BIC})$, M_n ,

표 3: 모형 C에서 검정력의 비교

검정통계량	b			
	0.25	0.5	0.75	1.0
S_N	0.09600	0.31500	0.67000	0.91800
E_N	0.09600	0.31500	0.67000	0.91800
S_B	0.05100	0.09100	0.22300	0.42400
E_B	0.06700	0.12700	0.28500	0.50300
$T(m_{AIC})$	0.07000	0.19700	0.49900	0.82500
$T(m_{BIC})$	0.11200	0.41800	0.79900	0.97200
S_λ	0.06400	0.25200	0.60800	0.90200
M_n	0.06100	0.23600	0.29000	0.89100
EH	0.10400	0.36100	0.73700	0.95900
$Z(M_{AIC})$	0.05800	0.17200	0.39400	0.68500
$Z(m_{BIC})$	0.05000	0.11400	0.29400	0.53700
$TK(m_{AIC})$	0.06500	0.27000	0.65000	0.89700
$TK(m_{BIC})$	0.06000	0.23000	0.58000	0.87500
TB	0.05500	0.06400	0.08300	0.39500
KS_N	0.09100	0.31200	0.67000	0.91900
TS_N	0.05900	0.16500	0.43400	0.73900

$TK(m_{AIC})$, S_λ , S_N , E_N , E_H , $T(m_{BIC})$ 등의 순서로 우수한 통계량임을 알 수 있다. 여기서 우리는 $T(m)$, $TK(m)$ 유형의 검정통계량들이 우수함을 알 수 있다. 또한 von Neuman 유형의 검정통계량들 또한 우수함을 알 수 있다.

그러나 표 1의 결과들과는 반대로 Berkley 유형의 검정통계량들이 von Neumann 유형의 검정통계량들, S_B , E_n , TB , TS_N 통계량들은 검정력 값이 다른 검정력들의 값 보다 적음을 알 수 있다.

표 3은 모형 C에서 $n = 30$, $\sigma^2 = 0.5$ 인 경우 유의수준 $\alpha = 0.05$ 를 가지고 검정 통계량들에 대한 검정력을 비교하였다. 표 3의 결과에서 검정력 값은 $T(m_{BIC})$, E_H , KS_N , S_N , E_N , $TK(m_{AIC})$, S_λ , M_n , $TK(m_{BIC})$, $T(m_{AIC})$ 등의 순서로 우수한 통계량임을 알 수 있다. 여기서 우리는 $T(m)$, $TK(m)$ 유형의 검정통계량들이 우수함을 알 수 있다. 또한 von Neuman 유형의 검정통계량들 또한 우수함을 알 수 있다.

그러나 Berkley 유형의 S_B , E_n , TB , TS_N 통계량들은 검정력 값이 다른 검정력들의 값 보다 적음을 알 수 있다.

결론적으로 함수의 모양에 따라 검정력 값이 달라짐을 보여진다. 표 1과 같이 함수가 한쪽

방향으로만 증가하는 경우나 종 모양과 같이 한개의 최대값만을 가지는 2차 함수의 유형을 따를 때에는 Berkley 유형의 검정통계량들이 우수함을 보이나, 표 2와 ,표 3에서 보듯이 함수가 코사인이나 사인 곡선들과 같이 진동수가 증가 할 수록 Berkley 유형의 검정통계량들의 검정력은 매우 나쁜 검정력을 가지고 반면에 $T(m), TK(m), M_n$ 과 von Neumann 유형의 검정통계량들의 검정력 값이 우수한 현상을 보인다.

참고문헌

1. Akaike, H. (1974). A new look at statistical model identification, *I.E.E.E. Transactions on Automation Control*, 19, 716-723.
2. Buckley, M. J. (1991). Detecting a Smoothing Signal:Optimizing of Cusum Based Procedures, *Biometrika*, 78, 253-262.
3. Eubank, R. L. and Hart, J. D. (1992). Testing Goodness-of Fit in Regression via Order Selection Criteria, *The Annals of Statistics*, 20, 1412-1425.
4. Eubank, R. L. and Hart, J. D. (1993). Commonality of Cusum, von Neumann and Smoothing-Based Goodness-of-Fit Tests, *Biometrika*, 80, 89-98.
5. Hart, J. D. (1997). *Nonparamtric Smoothing and Lack-of-Fit Tests*, Springer-Verlag, New York.
6. Kim, J. H. (1994). Test for change in a mean function when data are dependent. Ph.D. dissertation, Department of statistics, Texas A & M University.
7. Kim, J. T. (1995). Goodness of Fit Test Based on Smoothing Parameter Selection Criteria, *The Korean Communications in Statistics*, 2, 122-136.
8. Lee, G. H. (1996). A statistical wavelet approach to model selection and data driven Neyman smooth tests, Ph.D. dissertation, Department of statistics, Texas A & M University.
9. Ledwina, T. (1994). Data-driven version of Neyman's smooth test of fit, *Journal of American Statistical Association*, 89, 1000-1005.
10. Lee, S. H., Kim, J. T., Moon, G. A. (1998). Testing Goodness-of-Fit for No Effect Models, *The Korean Communications in Statistics*, be in progress.
11. Nair, V. N. (1986). On Testing Against Ordered Alternatives in Analysis of Variance Model, *Biometrika*, 73, 493-499.

12. Neyman, J. (1937). Smooth Test for Goodness-of-Fit, *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, 20, 149-199.
13. Rayner, J. C. W. and Best, D. J. (1989). *Smooth Tests of Goodness of Fit*, Oxford University Press, New York.
14. Rice, J. (1984). Bandwidth choice for nonparametric kernel regression, *Annals of Statistics*, 12, 1215-30.
15. Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of model, *The Annals of Statistics*, 6, 461-464.
16. von Neumann, J. (1941). Distribution of the Ratio of the Mean Squared Successive Difference to the Variance, *The Annals of Mathematical Statistics*, 12, 367-395.
17. 윤 용화와 김 종태. (1998). 모형선택에서의 평활적합도 검정, 한국통계학회 논문집, 게재예정

Smooth Tests for No Effect Model

Jong-Tae Kim ⁴ · Jeong-Hwan Ko ⁵ · Woo-Dong Lee ⁶

Abstract

The goal of this paper is to suggest the goodness-of-fit test statistic for the no effect model. The comparisons of powers on test statistics are conducted with three types alternative modles.

Key Words and Phrases : Goodness-of-fit test, No effect model.

⁴ Assistant Professor, Dept. of Statistics, Taegu University, Kyungbuk 712-714

⁵ Assistant Professor, Dept. of Statistics, Andong University, Kyungbuk 760-749

⁶ Assistant Professor, Dept. of Statistics, Kyungsan University, Kyungbuk 712-240