

자동차 서스펜션 설계를 위한 CAE기법의 개발(I) - 부싱 모듈 개발 -

Development of CAE Tools for Vehicle Suspension Design (I)
- Development of a Bushing Module -

최 용 철*, 김 광 석**, 김 외 조***, 유 완 석****
Y. C. Choi, K. S. Kim, O. J. Kim, W. S. Yoo

ABSTRACT

The role of bushing elements linked between suspension parts is to enhance ride quality and handling stability by the spring and damping effect from the elastic deformation. In this paper, a theoretical derivation and computer implementation of a bushing element are proposed. Three different vehicle models are generated to test the developed bushing module. The developed bushing module is implemented as a bushing module in the vehicle dynamic analysis program AUTODYN7.

주요기술용어 : Bushing(부싱), Vehicle Dynamics(차량동역학), Suspension System(현가장치)

1. 서 론

여러 물체로 이루어진 시스템의 해석에 사용되는 다물체 동역학은 디지털 컴퓨터의 발달과 더불어 여러 분야에서 활발히 연구되고 있다. 이러한 다물체 동역학의 기법을 차량에 적용한 차량 동역학 분야에서는 차량의 모델링 및 시뮬레이션을 통하여 차량의 승차감과 안정성 해석을 주로 다루고 있다. 차량동역학 분야의 연구 방법으로는 주로 실

험적인 방법과 컴퓨터를 이용한 CAE(Computer Aided Engineering) 방법이 많이 사용되어지고 있다. 실험적 방법은 정확한 해석 결과를 얻을 수 있으나, 실험 조건이 바뀔 때마다 매번 반복실험을 수행하여야 하고 이에 따라 비용이 많이 드는 단점이 있다. 반면, CAE 방법은 실제 시스템의 수학적 모델과 시험 평가 자료를 바탕으로 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하여 제품 개발의 단축, 설계비용의 절감 및 제품의 신뢰성을 높일 수 있다.

차량은 사시, 프레임, 엔진, 축, 변속기 등의 윗질량(sprung mass)과 스프링, 감쇠기, 현가장치를 포함하는 아래 질량(unprung mass), 그리고 타이어로 구분되어지고, 각각의 물체는 기구화적 구속 조인트로 서로 연결되어져 있다. 또한,

* 부산대학교 대학원

** 정회원, 부산대학교 기계기술연구소

*** 두원공업대학 기계과

**** 정회원, 부산대학교 기계공학부

각 물체사이에는 병진 스프링·댐퍼, 회전 스프링·댐퍼, 부싱 요소 등으로 운동력을 서로 전달하고 있다. 여기서 부싱 요소는 차량의 현가장치 계열, 즉 겹판스프링, 더블위시본(double wishbone), 맥퍼슨(MacPherson) 또는 롤안정바(roll stabilizer bar) 등에 부착되어 미소변형에 따른 스프링과 댐퍼작용을 함으로써 승차감 및 조정 안정성에 큰 영향을 미친다. 최근에는 코너링 힘 등의 큰 외력이 가해졌을 때 부싱의 변형에 의하여 발생하는 토우각(toe angle)과 캠버가(camber angle)의 변화를 적극적으로 이용하여 높은 스태빌리티를 실현하는 컴플라이언스 제어(compliance control)가 활용되고 있다. 즉, 스프링·댐퍼로서의 완충, 방진 기능 및 토우각 제어 등 고무의 유연성을 적극적으로 사용하고 있으며, 이에 따라 컴플라이언스나 강성의 설계는 서스펜션의 기구학적 형상과 마찬가지로 서스펜션의 설계에 있어서 아주 중요한 요소가 되고 있다.

본 논문에서는 부싱 요소로 모델링할 수 있는 이론적인 방법을 유도하고 컴퓨터 프로그램화하였다. 현가장치 계열에서 부싱 요소를 사용한 차량 모델과 그것을 회전 조인트로 대치한 차량 모델의 거동을 비교·분석하여 개발한 방법의 유용성을 검증하였으며, 개발한 부싱모듈을 차량 동역학 해석 전용 프로그램의 부싱 모듈로 삽입하였다.

2. 차량 동역학 해석 프로그램의 운동방정식

개발한 차량동역학 해석 프로그램^{1~3)}에서는 Jernkovsky⁴⁾가 제안한 절대좌표계의 장점인 운동방정식 유도의 일반성과 상대좌표계의 장점인 계산의 효율성을 동시에 가지는 속도변환기법을 이용하여 운동방정식을 유도하였다.

상대좌표계에서의 운동방정식을 라그랑지 방정식과 속도와 가속도 변환식을 사용하여 유도하였다. 먼저 구속조건을 가지는 나물체계의 라그랑지 운동방정식은 다음 식과 같이 표현된다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T + \Phi_q^T \lambda = F \quad (1)$$

여기서, $T = \sum_{i=1}^{NB} \frac{1}{2} \dot{y}^T m^i \dot{y} = \frac{1}{2} \dot{y}^T M \dot{y}$ 인 운동에너지를 의미하며, NB는 시스템 전체의 물체 개수를 의미한다. 또한, $\dot{y} = B \dot{q} = B(q) \dot{q}$ 이고, B는 절대좌표계와 상대좌표계 사이의 속도변환 행렬을 의미한다. 따라서, 위 식의 각 항은 다음 식과 같이 계산될 수 있다.

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{q}} \right)^T = B^T \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T = M \dot{y} = M B \dot{q} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T &= B^T M B \ddot{q} + B^T M \dot{B} \dot{q} \\ &\quad + B^T \dot{M} B \dot{q} + \dot{B}^T M B \dot{q} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T &= \left(\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial q} \right)^T + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \dot{q}} \right)^T \\ &= B^T \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T + \dot{B}^T M B \dot{q} \end{aligned} \quad (5)$$

따라서 상대좌표계에서의 전체 운동방정식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{M} \ddot{q} + \Phi_q^T \lambda_q &= B^T (F - M \dot{B} \dot{q} - \dot{M} B \dot{q} \\ &\quad + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)과 기구학적 구속조건식 $\Phi(q, t) = 0$ 를 두 번 미분한 가속도식을 연립하여 구성하면 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{M} & \Phi_q^T \\ \Phi_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{g} \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서, \bar{M} 는 일반질량행렬, \bar{g} 는 수정일반력(mo-

dified generalized force)을 의미하며 γ 는 구속 조건식의 가속도식에 대한 우변항을 의미한다. 이 항들을 구체적으로 표시하면 다음 식과 같다.

$$\bar{M} = B^T MB$$

$$\bar{g} = B^T \left(F - M \dot{B} q - \dot{M} B \dot{q} + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^T \right) \quad (8)$$

$$\gamma = -([\Phi_q \dot{q}]_q \dot{q} + 2\Phi_{qt} \dot{q} + \Phi_{tt})$$

3. 부싱 요소의 수학적 모델링

부싱 요소는 서로 연결된 물체의 상대 운동을 구속하는 기구학적 조인트와 달리 Fig.1과 같이 두 물체를 연결하여 6개의 상대 자유도(3방향의 병진+3방향의 회전)를 허용하며 부싱 요소의 세 방향의 주축 주위로 힘과 토크를 발생시키는 힘요소이다. 그 특성은 실제 6방향으로의 스프링과 템퍼의 비선형 조합으로 나타나지만 수학적 유도과정에서는 선형 조합으로 가정한다. 실제의 프로그램에서는 비선형 부싱요소인 경우 그 부싱 요소의 변위에 대한 힘의 실험 데이터를 이용하여 부싱력을 보간(interpolation)할 수 있도록 하였다.

Fig.2에서 좌표축 x_i, y_i, z_i 와 좌표축 x_j, y_j, z_j 는 각각 물체 i 와 j 의 국부좌표계(local coordinate system)를 정의한다. 물체 i 에서 정의된 좌표축 x_i, y_i, z_i 은 물체 i 에 부착된 부싱 요소의 주축좌표계(principal coordinate system)로 정의하며, 점 P_i 는 부싱 요소가 물체 i 에 부착된 점을 정의한다. 마찬가지로 물체 j 에서 정의된 좌표축은 물체

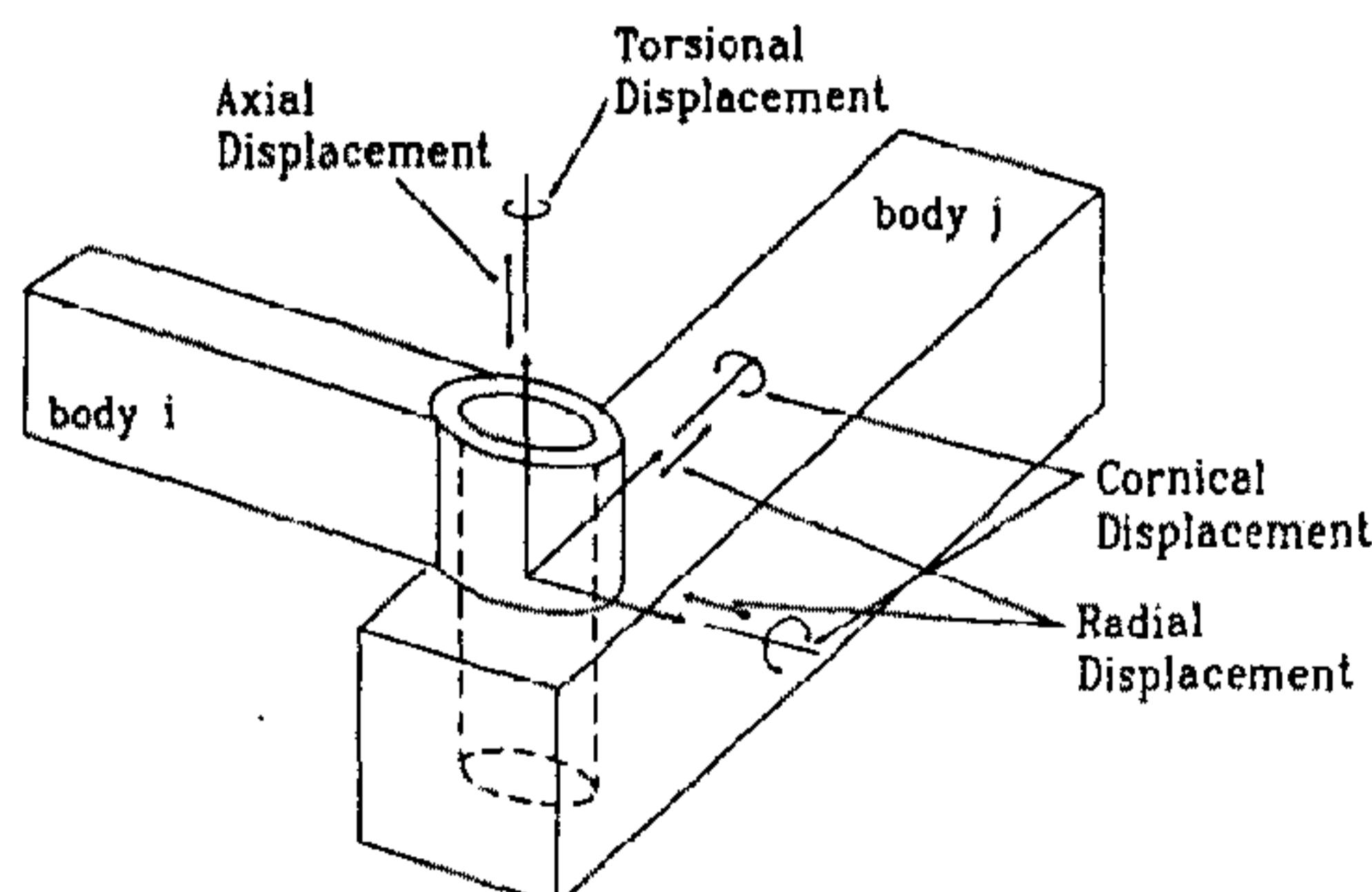


Fig.1 Bushing elements between two bodies

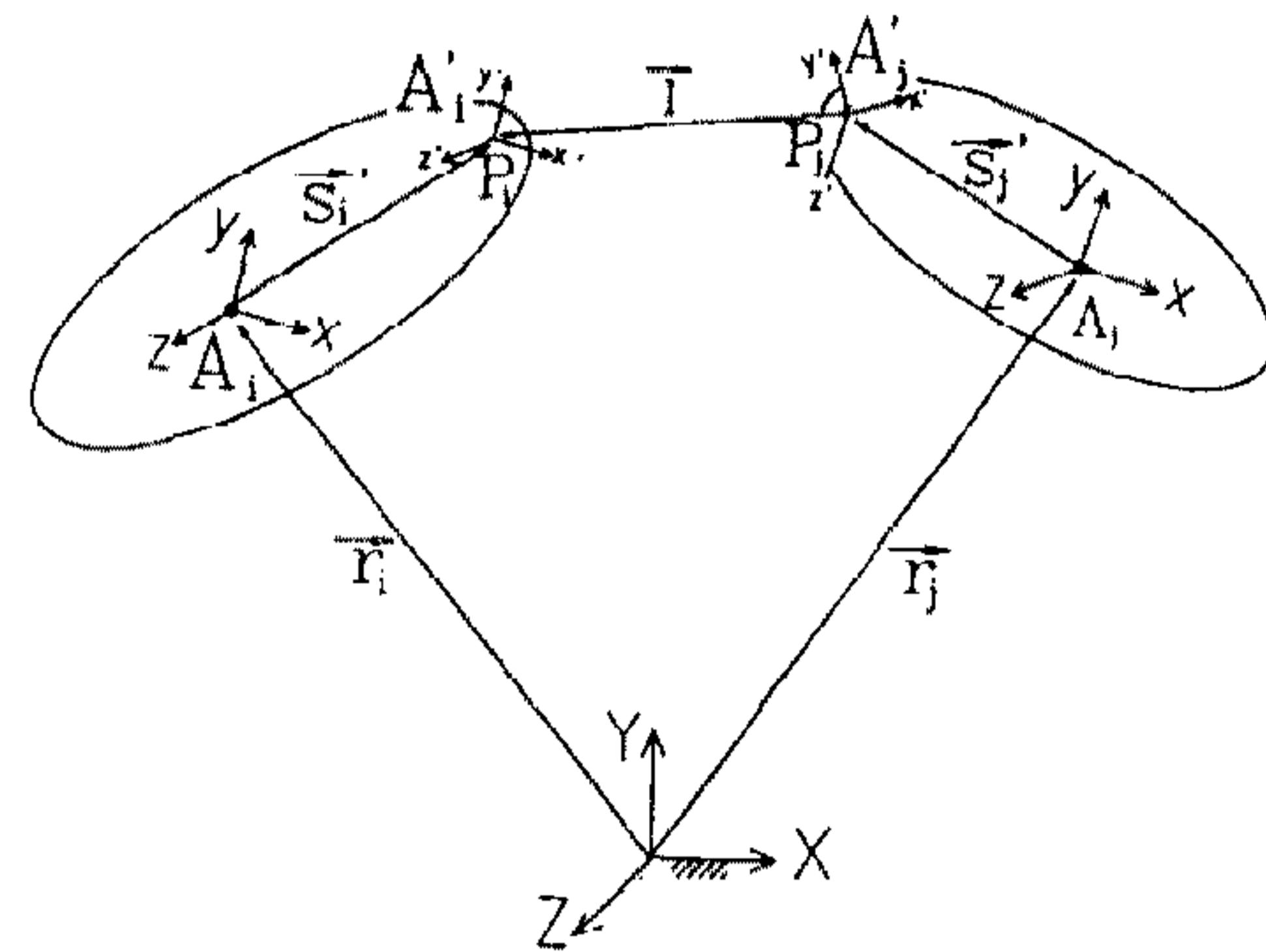


Fig.2 Joint definition of bushing elements

j 에 부착된 부싱 요소의 주축좌표계를 나타낸다. 부싱에서 발생한 힘은 스프링력과 뎁퍼력으로 나누어지는 데, 각 힘은 부싱 요소가 부착된 각 물체의 부착점들의 상대 변위와 상대 속도를 구하여 계산한다.

3.1 상대 병진 변위와 상대 병진 속도

부싱 요소의 각 물체에서의 부착점 P_i, P_j 사이의 상대 위치는 다음과 같이 계산된다.⁵⁾

$$\vec{l}_g = \vec{r}_j + A_j \vec{s}_j' - \vec{r}_i - A_i \vec{s}_i' \quad (9)$$

여기서, 하첨자 g 는 관성좌표계의 원점에서 측정한 값을 의미하며, 벡터 \vec{r} 는 관성좌표계의 원점에서 각 물체의 무게 중심까지의 거리 벡터, 행렬 A 는 관성좌표계에 대한 물체의 자세를 나타내는 변환행렬, 그리고 벡터 \vec{s}' 은 각 물체의 국부좌표계(local coordinate system)의 원점에서 부싱의 부착점까지의 거리를 국부좌표계에서 정의한 벡터이다.

위의 식을 물체 i 의 국부좌표계로 변환하고, 다시 부싱 요소의 주축좌표계로 변환하면, 부싱 요소의 주축좌표계에 대한 상대 변위는 다음과 같이 계산되어 진다.

$$\vec{l}_i = A_i'^T A_i^T \vec{l}_g \quad (10)$$

여기서, 행렬 A' 은 부싱 요소의 주축좌표계에서

물체의 국부좌표계로의 변환행렬이다.

부싱 요소의 각 물체에서의 부착점 P_i, P_j 사이의 상대 속도는 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{\vec{r}}_g = \vec{r}_j + \dot{A}_j \vec{s}_j' - \vec{r}_i - \dot{A}_i \vec{s}_i' \quad (11)$$

여기서, \dot{A} 은 A 의 시간에 대한 미분이다.

마찬가지로, 위의 식을 물체 i 의 국부좌표계로 변환하고, 부싱 요소의 주축좌표계로 변환하면 부싱 요소의 주축좌표계에 대한 상대속도가 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{\vec{l}}_i = A_i'^T A_i^T \dot{\vec{l}}_g \quad (12)$$

3.2 상대 회전각과 상대 회전각속도

물체 j 의 국부좌표계에서 물체 i 의 국부좌표계에 대한 변환행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$A_{ij} = A_i^T A_j \quad (13)$$

마찬가지로 물체 j 의 부싱 요소 주축좌표계에서 물체 i 의 부싱 요소 주축좌표계로의 변환행렬은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$A_{ij} = (A_i A_i')^T (A_j A_j') \quad (14)$$

물체 j 의 부싱 요소 주축좌표계에서 물체 i 의 부싱 요소 주축좌표계로의 변환행렬 A_{ij} 로부터 물체 i 의 부싱 요소 주축좌표계에 대한 물체 j 의 부싱 요소 정의축의 상대 회전변형각을 구할 수 있다. 이 상대회전 변형각을 브라이언트각(Bryant angle)을 이용하여 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \sin^{-1} \left(-\frac{a_{23}}{\cos \phi_2} \right), & \phi_2 &= \sin^{-1} a_{13}, \\ \phi_3 &= \sin^{-1} \left(-\frac{a_{12}}{\cos \phi_2} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 a_{ij} 는 변환행렬 A_{ij} 의 i 번째 행, j 번째 열의

요소를 나타낸다. 그러나, 실제 차량에 이용되는 부싱 요소는 회전축 방향의 회전각을 제외한 반경 방향축의 회전각은 극히 작다고 가정할 수 있으므로 상대 회전 변형각으로 브라이언트각을 구하면 다음과 같다.

$$\phi_1 = -a_{13}, \quad \phi_2 = -a_{23}, \quad \phi_3 = \tan^{-1} \left(\frac{a_{21}}{a_{22}} \right) \quad (16)$$

물체 i 의 부싱 요소 주축좌표계에 대한 물체 j 의 부싱 요소 주축좌표계의 상대회전 각속도를 구하면 다음과 같다.

$$\vec{\omega}_{l_i} = (A_i A_i')^T (\vec{\omega}_i - \vec{\omega}_j) \quad (17)$$

여기서, $\vec{\omega}$ 는 각 물체의 관성좌표계에 대한 각속도이다.

3.3 부싱력의 계산

부싱력이 부싱 요소의 세 방향의 주축 주위로 힘과 토크를 발생시키며, 그 특성을 3방향으로의 병진스프링·댐퍼 특성과 회전스프링·댐퍼 특성의 선형 조합으로 근사하여 계산한다. 부싱 요소의 주축에 대한 병진 스프링·댐퍼의 힘을 합하여 병진방향 성분의 부싱력을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$f_t(j) = -k(j) \cdot l_t(j) - c(j) \cdot \dot{l}_t(j), \quad j=1,2,3 \quad (18)$$

여기서, $k(j)$, $c(j)$ 는 부싱의 주축에 대한 병진방향 성분의 스프링 상수 및 댐핑 계수이다.

또한, 회전방향 성분의 스프링력과 댐핑력을 합하여 회전 방향 성분의 부싱력을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$t_t(j) = k_t(j) \cdot \phi_t + c_t(j) \cdot \omega_t(j), \quad j=1,2,3 \quad (19)$$

여기서, $k_t(j)$, $c_t(j)$ 는 부싱의 주축에 대한 회전방향 성분의 스프링 상수 및 댐핑 계수이다.

이상의 힘과 모멘트를 물체의 무게 중심(centre of gravity)에 대한 힘과 모멘트로 대치하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [F]_i &= \left[\begin{array}{c} \vec{f}_i \\ (A_i \vec{s}_i') \times \vec{f}_i + \vec{t}_i \end{array} \right] \\ [F]_j &= \left[\begin{array}{c} \vec{f}_j \\ (A_j \vec{s}_j') \times \vec{f}_j + \vec{t}_j \end{array} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

4. 차량의 모델링 및 시뮬레이션

개발한 부싱 모듈의 검증을 위한 예제로서 차량의 3차원 전차량 모델(full vehicle model)을

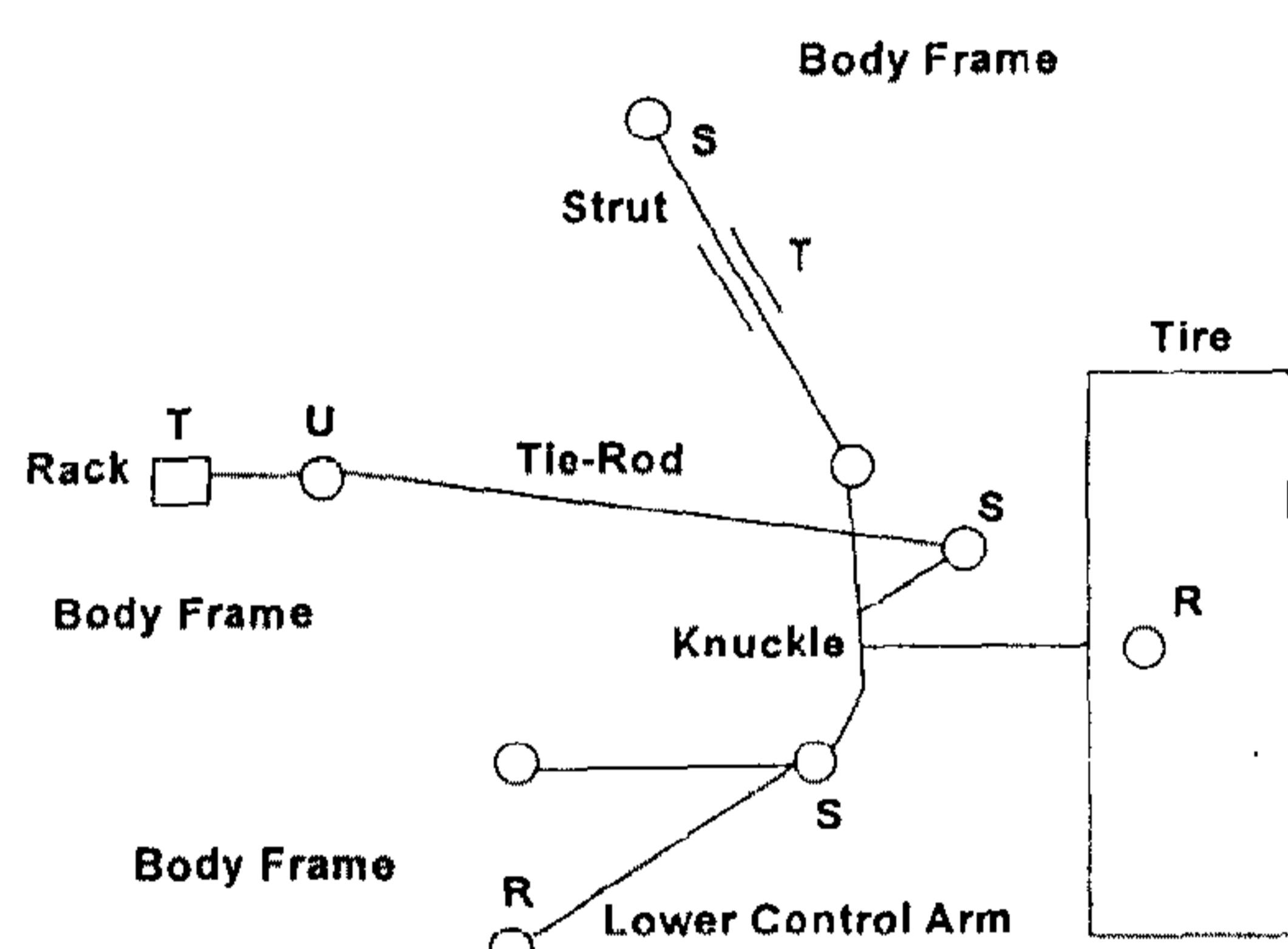


Fig.3 Front suspension

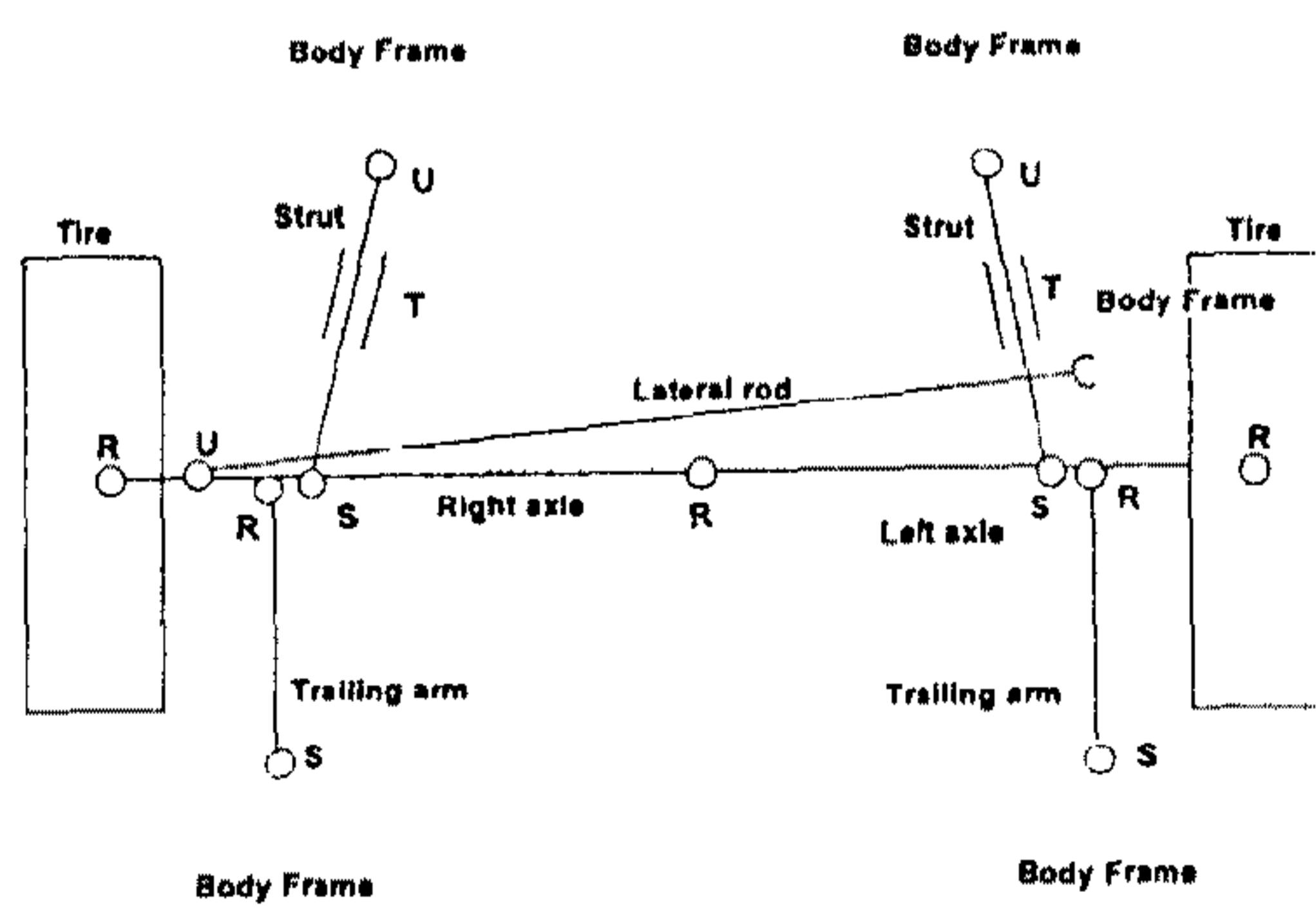


Fig.4 Rear suspension

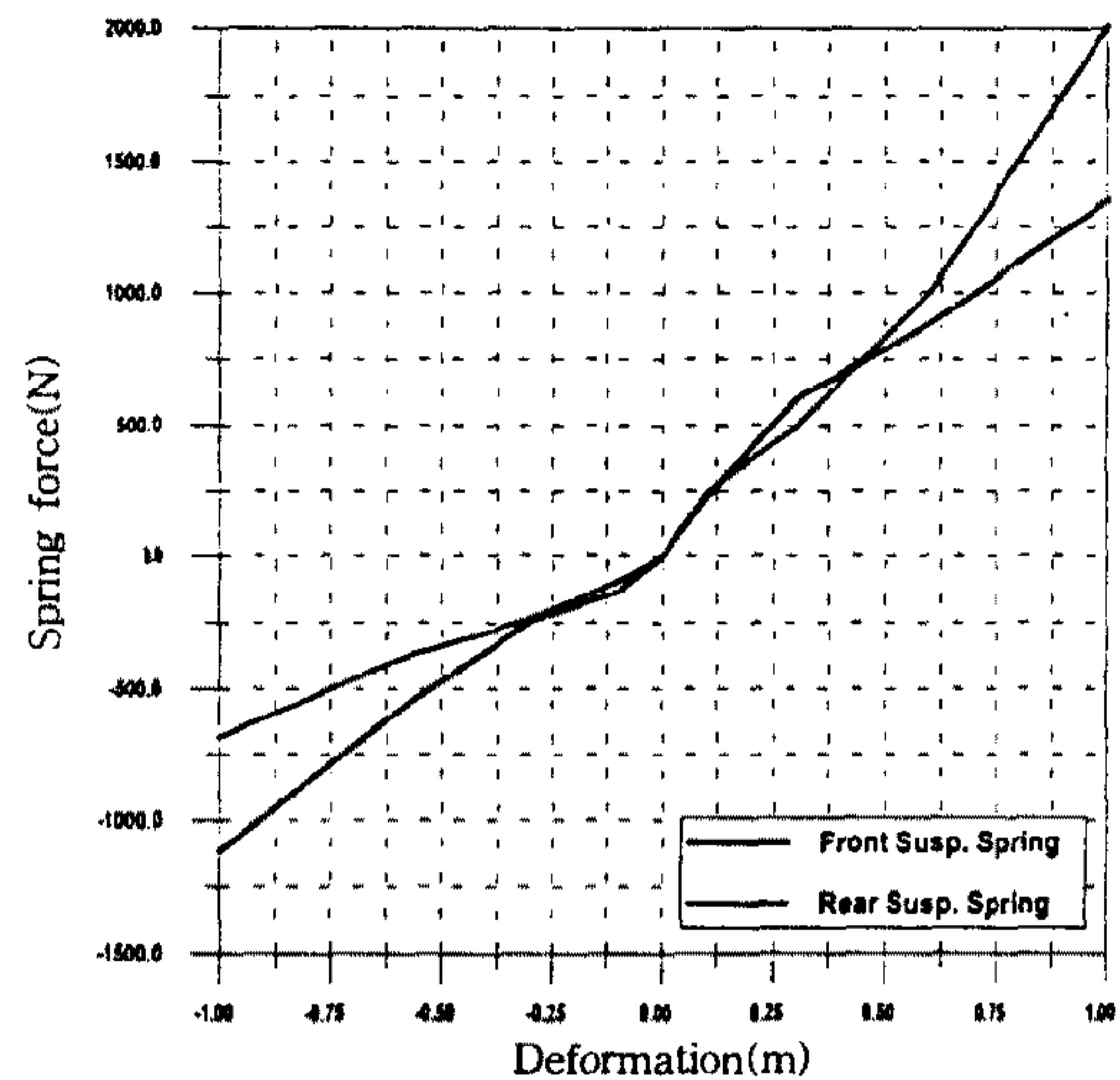


Fig.5 Properties of front and rear suspension spring

Table 1 Vehicle model using simulation

Model 1	아래 컨트롤 아암과 차체를 회전조인 트로 연결
Model 2	아래 컨트롤 아암과 차체를 전·후 부싱 요소로 연결
Model 3	Model 2의 부싱 물성치를 50% 감소시킨 부싱 요소로 연결

시뮬레이션 하였다. 차량은 Fig.3과 Fig.4와 같이 앞쪽의 현가장치는 맥퍼슨형이고, 뒤쪽의 현가장치는 비틀림축(twist axle) 형으로 구성되어져 있다. 전륜과 후륜에 사용한 현가장치의 비선형 스프링 강성은 Fig.5와 같다.

3차원 차량 모델의 앞쪽 현가장치에서 아래 컨트롤 아암(lower control arm)과 차체의 연결 조건을 Table 1과 같이 3가지 경우로 나누어 3종류를 만들었다. 모델 1의 자유도는 15이고, 모델 2와 모델 3의 자유도는 25이다. 만들어진 차량모델을 사용하여 개발한 부싱 모듈 사용결과를 상용 프로그램인 DADS를 이용한 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다.

4.1 선형 부싱 물성치를 이용한 시뮬레이션

선형 부싱 요소에 대한 예제로서, 초기속도 36km

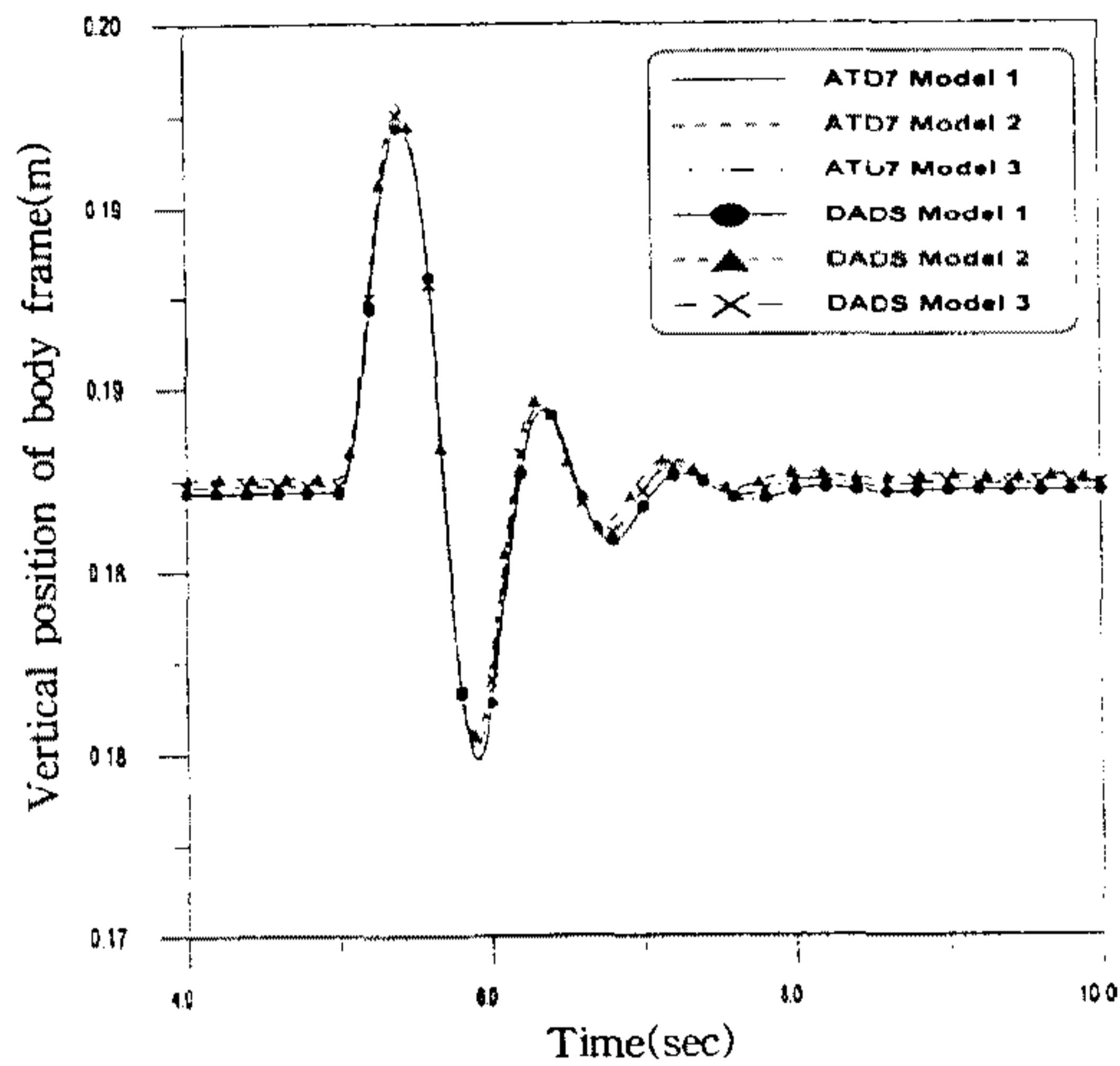


Fig.6 Vertical position of the body
(bump simulation)

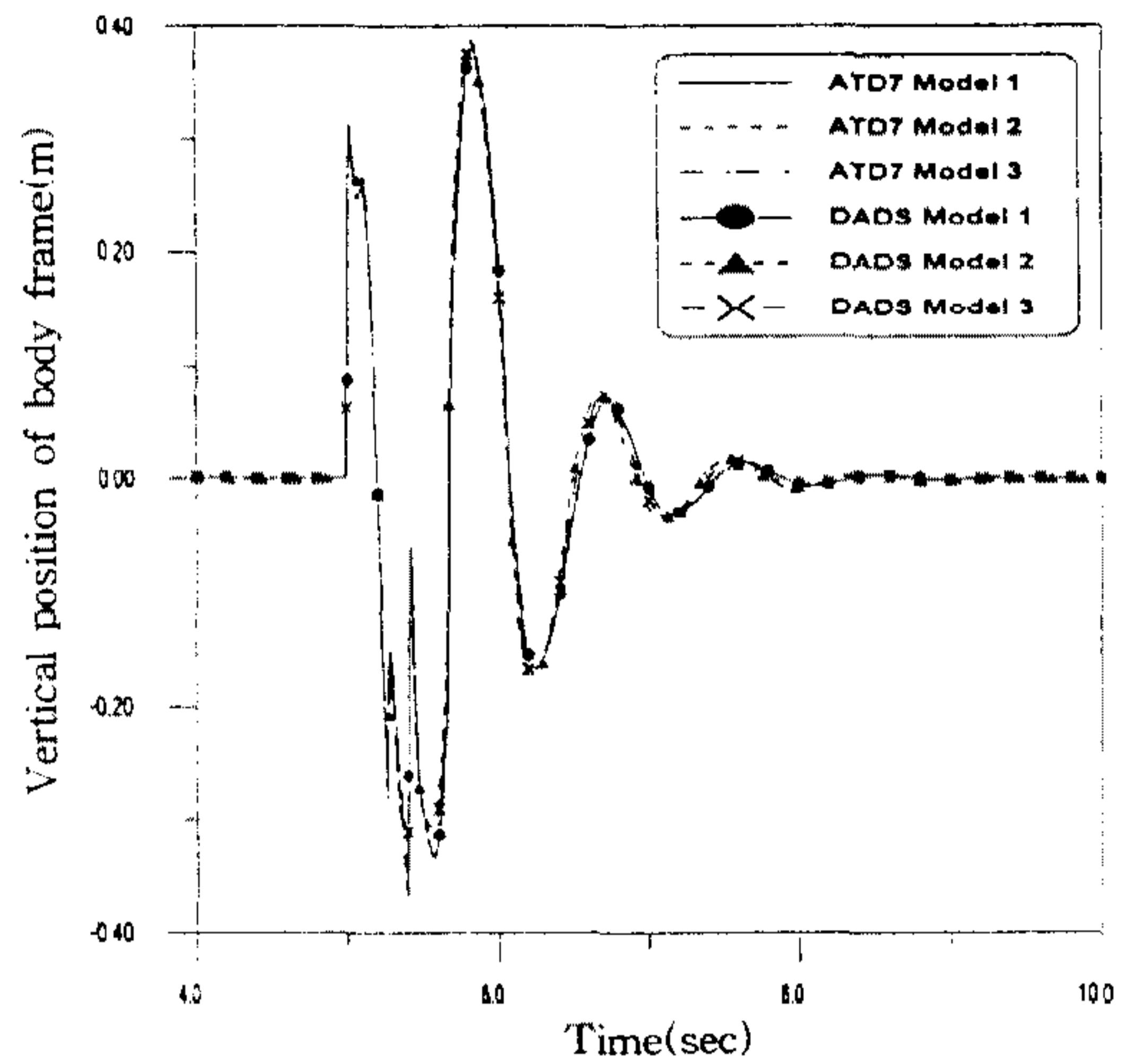


Fig.7 Vertical acceleration of the body
(bump simulation)

/h로 주행할 때 5초 후부터 길이 4m, 높이 0.015m인 반사인 범퍼(half-sine bump)를 만나는 시뮬레이션을 수행하였다. 이러한 범퍼통과 해석은 차량의 수직 방향 운동을 통한 승차감 해석 예제로 이용된다. 여기서, 사용한 타이어 모델은 DADS 프로그램에서 제공하는 수직방향의 힘만 고려하는 타이어 모델과 동일하게 구성하여 사용하였다.

차체의 수직변위를 비교한 Fig.6에서 보면, 부싱 요소를 장착한 모델 2와 모델 3의 수직 변위가 모델 1보다 약간 크게 나오는 것을 알 수 있었다. 이는 부싱 요소의 강성이 아래 컨트롤 아암과 차체의 상대회전운동에 영향을 미친 것으로 보여지며, DADS의 결과와 AUTODYN7의 결과가 일치함을 알 수 있다.

Fig.7은 차체의 수직 가속도로서 모델 3의 최대치가 모델 2의 최대치보다 작아짐을 볼 수 있는데, 이는 부싱 요소가 유연할수록 차체로 전달되는 충격이 완화됨을 의미한다. Fig.8은 모델 1에서 아래 컨트롤 아암과 차체를 연결하는 회전조인트에 걸리는 조인트 반력과 이를 전·후 부싱으로 대치한 모델 2와 모델 3의 부싱 반력으로, 부싱 반력이 조인트 반력보다 더 작음을 볼 수 있다. 이는 기구학적 조인트에서 허용하지 않는 전륜현가장치의 유연성을 부싱요소가 제공하기 때문이다.

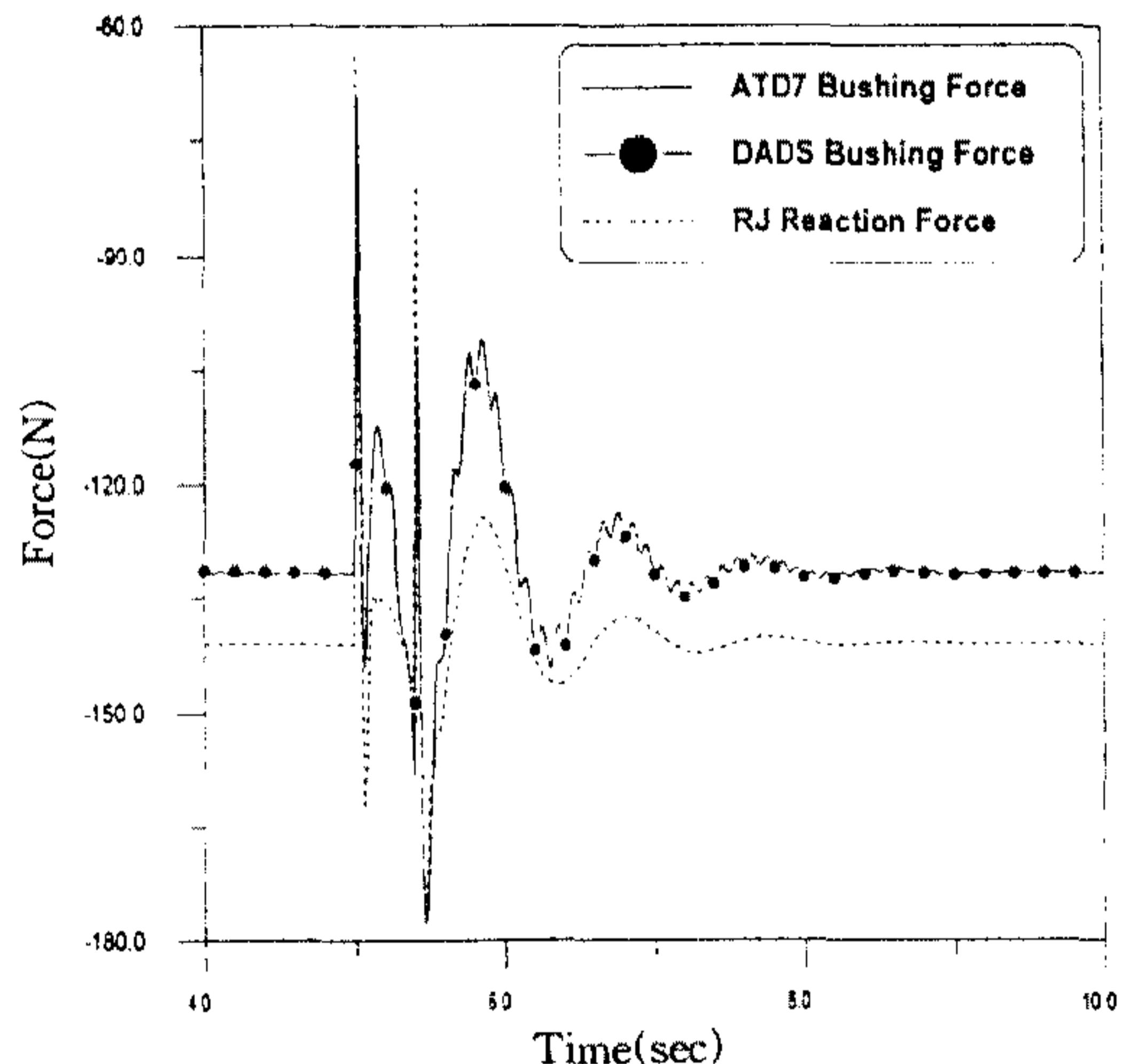


Fig.8 Force at control arm attachment point
(bump simulation)

Fig.9는 차체의 진행방향의 가속도로서 부싱 요소의 강성이 작을수록 가속도에 대한 응답 주파수가 10Hz대역에서 크게 나타남을 알 수 있다.

4.2 비선형 부싱 물성치를 이용한 시뮬레이션

비선형 부싱 요소에 대한 예제로서 초기속도 36km/h로 주행할 때 5초 후부터 J-선회(J-turn)하는 시뮬레이션을 수행하였다. 전륜 로우 컨트롤 암과 차체는 Fig.10 (a)와 같이 앞, 뒤 두 개의 부싱을

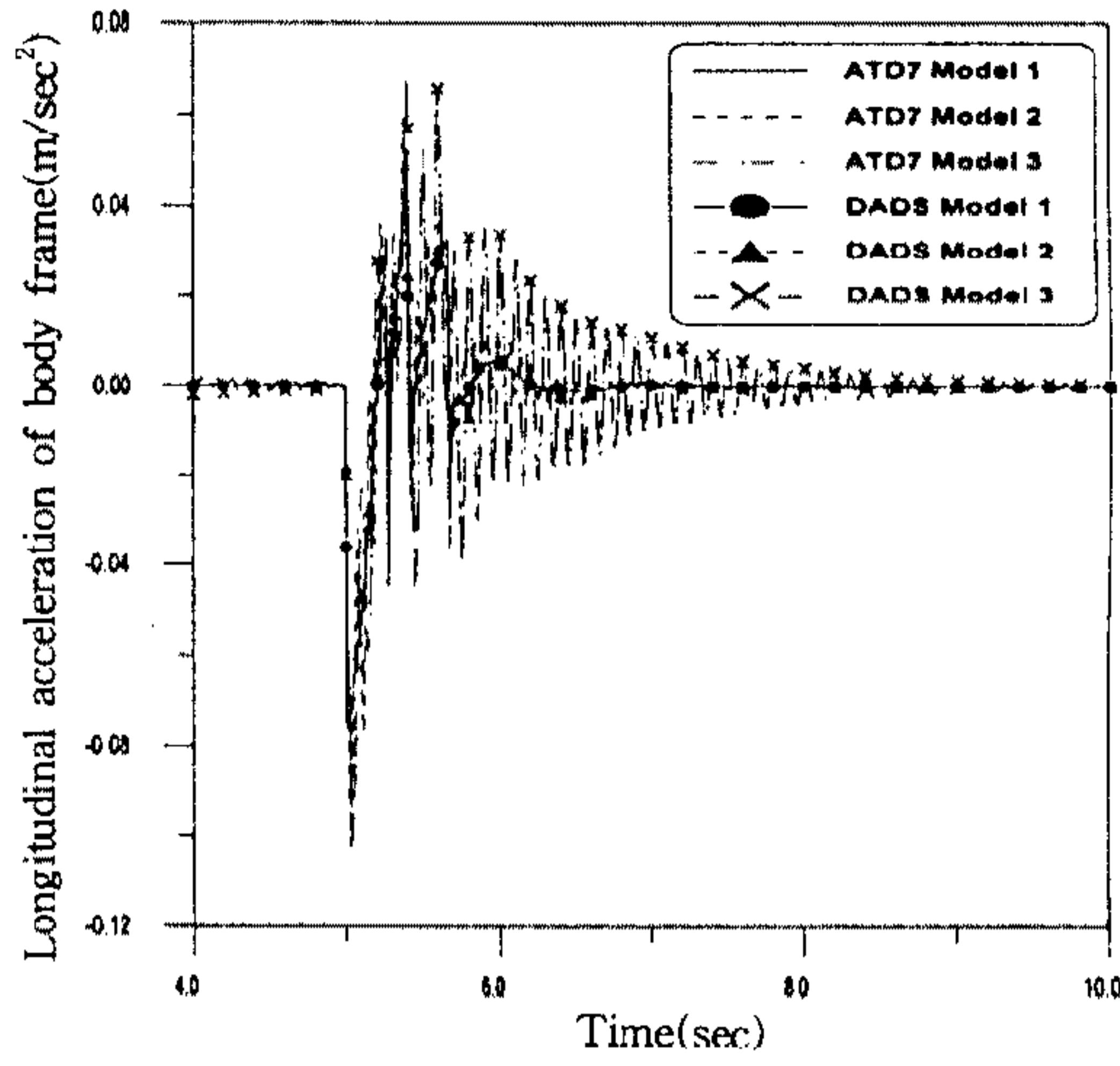
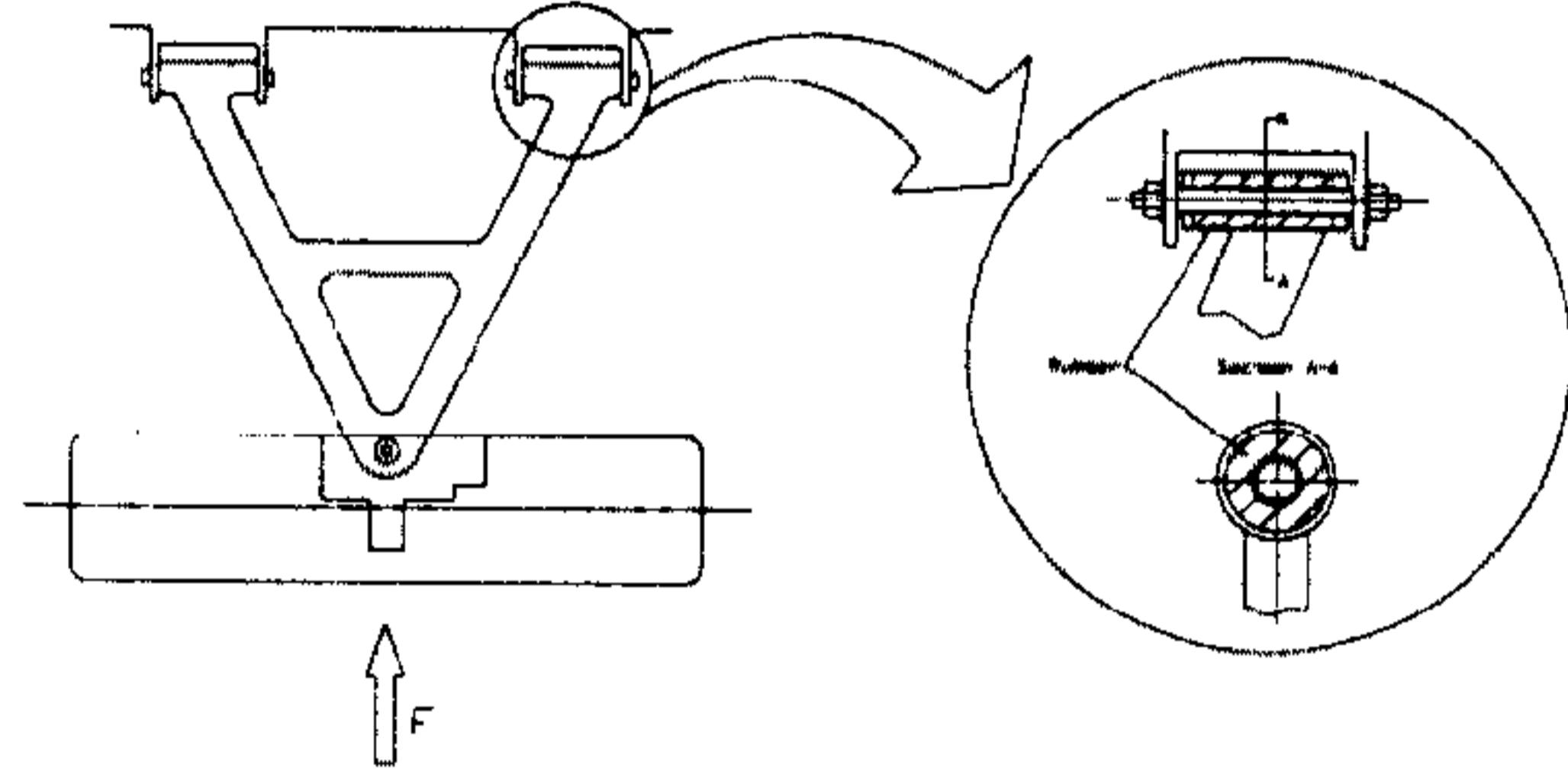


Fig.9 Longitudinal acceleration of the body (bump simulation)



(a) Rubber bushing in Low-Control-Arm

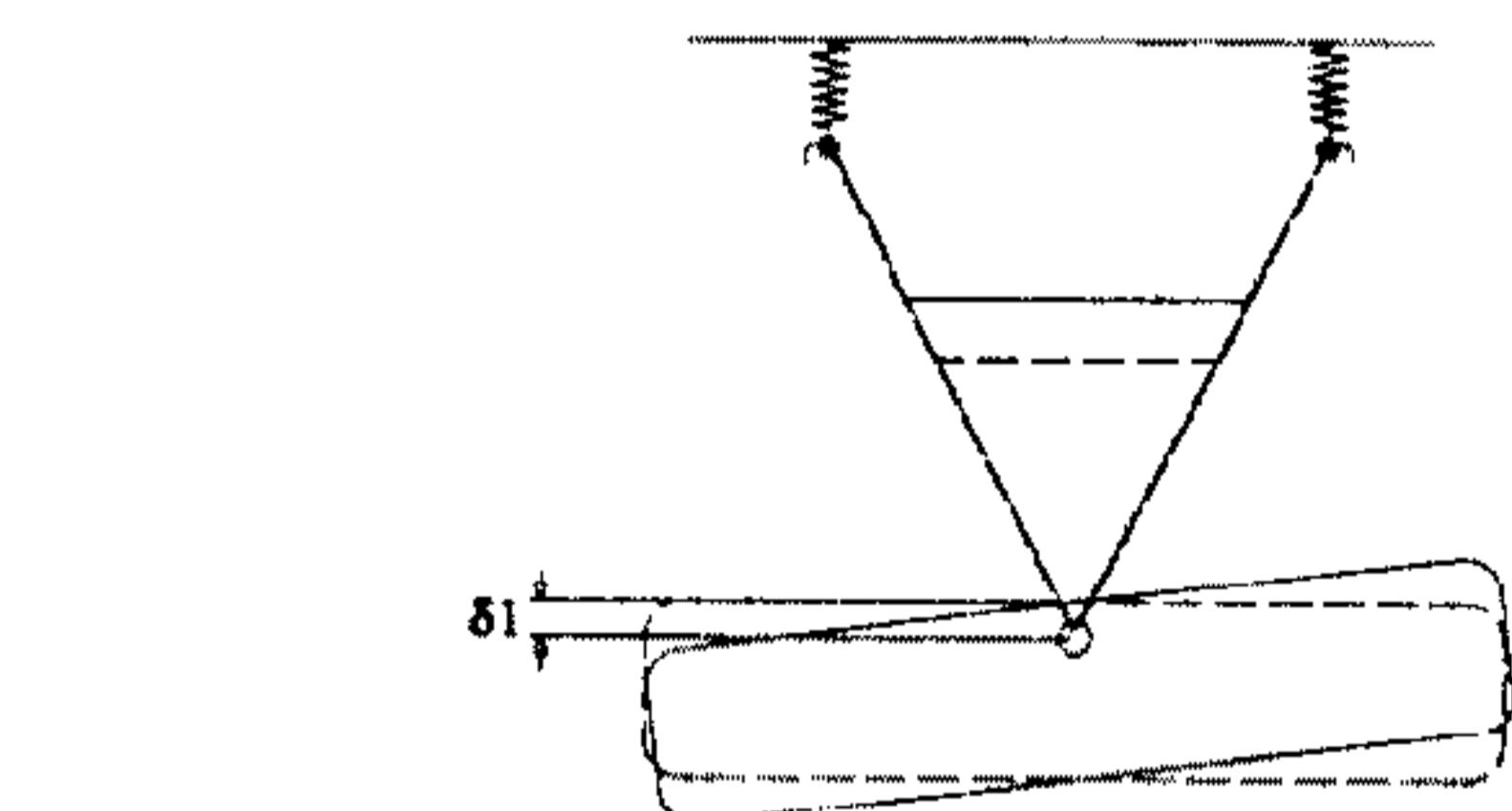
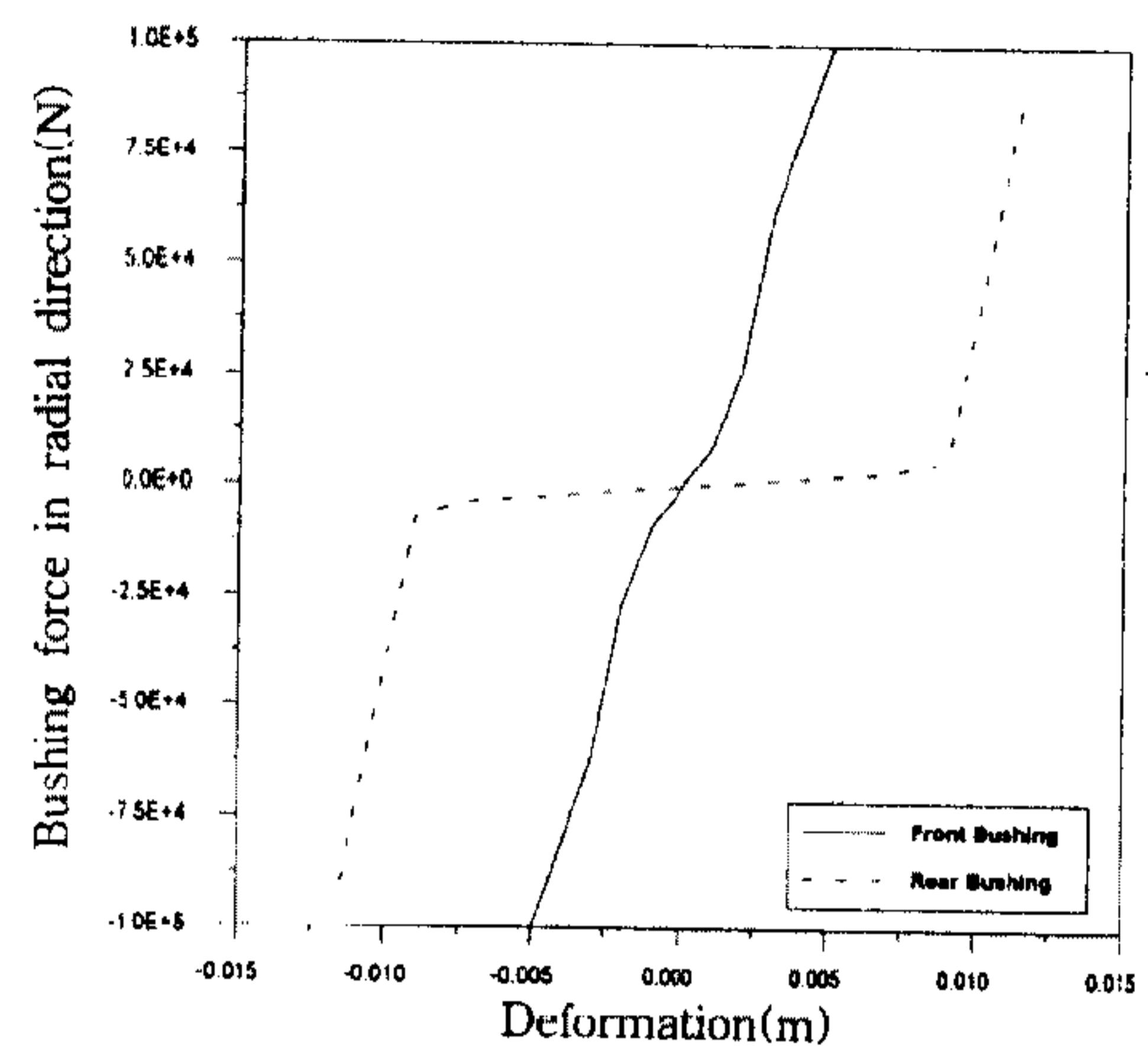


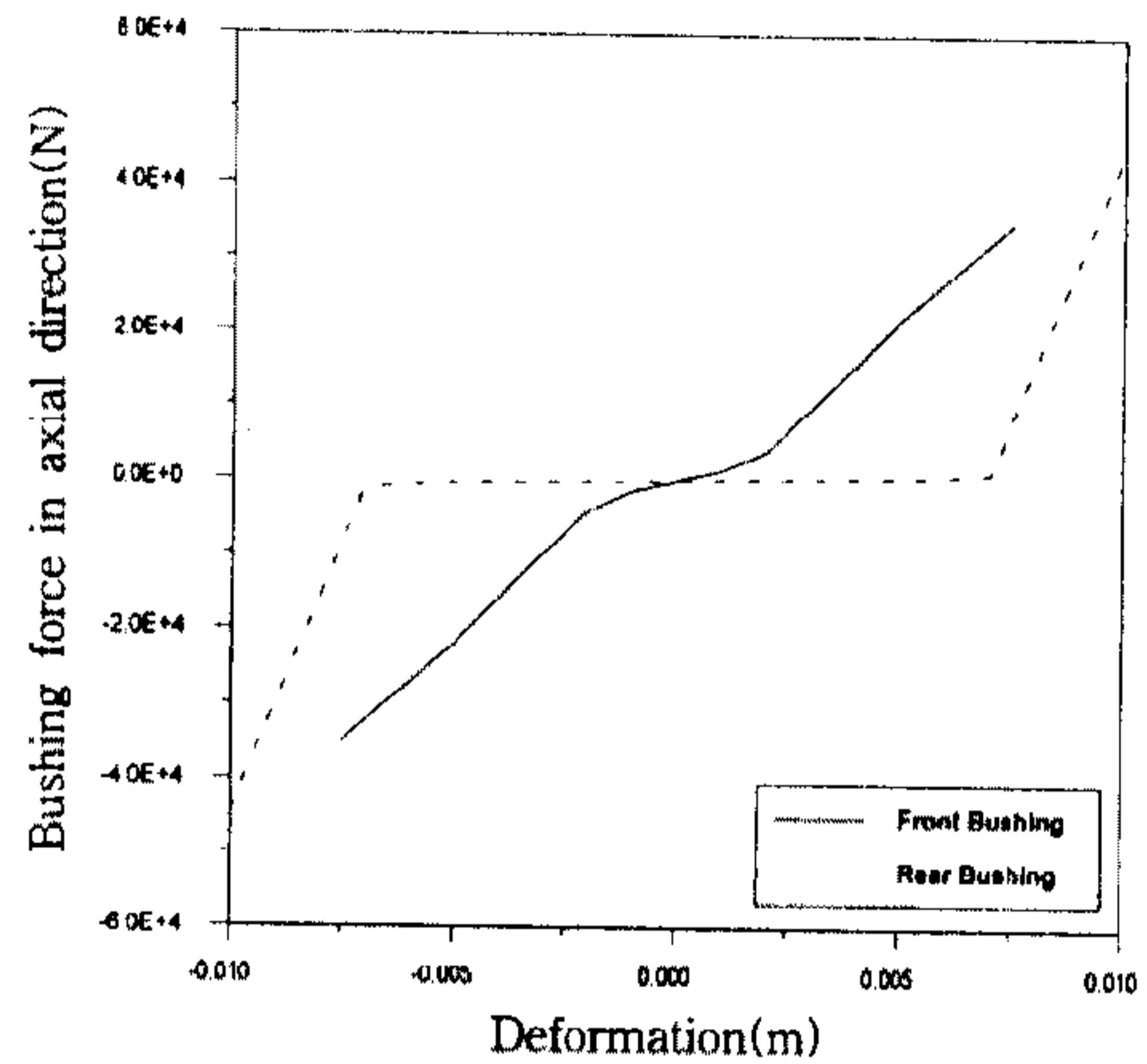
Fig.10 Schematic of rubber bushing

사용하여 연결하였다. 부싱의 불성치는 뒤쪽의 부싱을 유연하게 만들어 줌으로써 작용하는 코너링 힘에 대하여 토아웃(toe out)이 되도록 설계하였다. 이를 Fig.10 (b)에 표시하였다. 사용된 부싱의 비선형 불성치는 Fig.11에 표시하였다.

J-선회 조향 방법은 계단입력(step input)을 사



(a) Bushing force in radial direction



(b) Bushing force in axial direction

Fig.11 Comparison of non-linear bushing properties

용하였다. Fig.3과 같은 전륜 조향 장치 모델에서 차체와 타이로드(tie rod)에 부착된 랙(rack) 사이의 상대운동을 5초에서 5.5초 사이에 0.01m가 움직이는 계단함수 형태의 조향입력을 가하였다. 실제 조향장치는 조향 축(steering column)에 부착된 피니언(pinion)과 타이로드(tie rod)에 부착된 랙(rack)으로 구성된다. 여기서, 사용한 타이어 모델은 DADS 프로그램에서 제공하는 수직방향과 횡방향의 힘을 고려하는 타이어 모델과 동일하게 구성하여 사용하였다.

차체의 횡가속도(lateral acceleration)를 나타내는 Fig.12에서 보면, 조향입력 후 정상상태에서

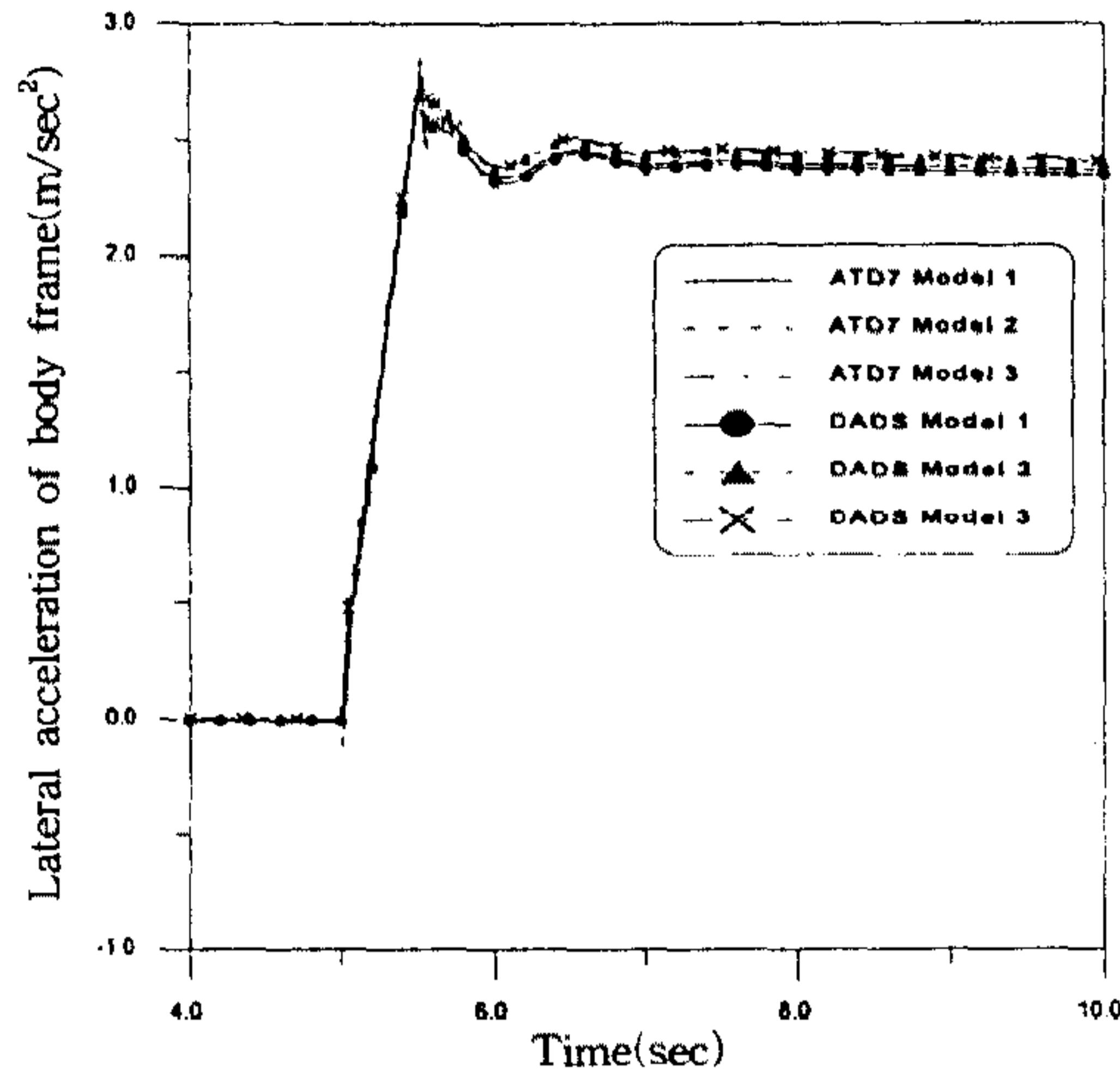


Fig.12 Lateral acceleration of the body (lane change)

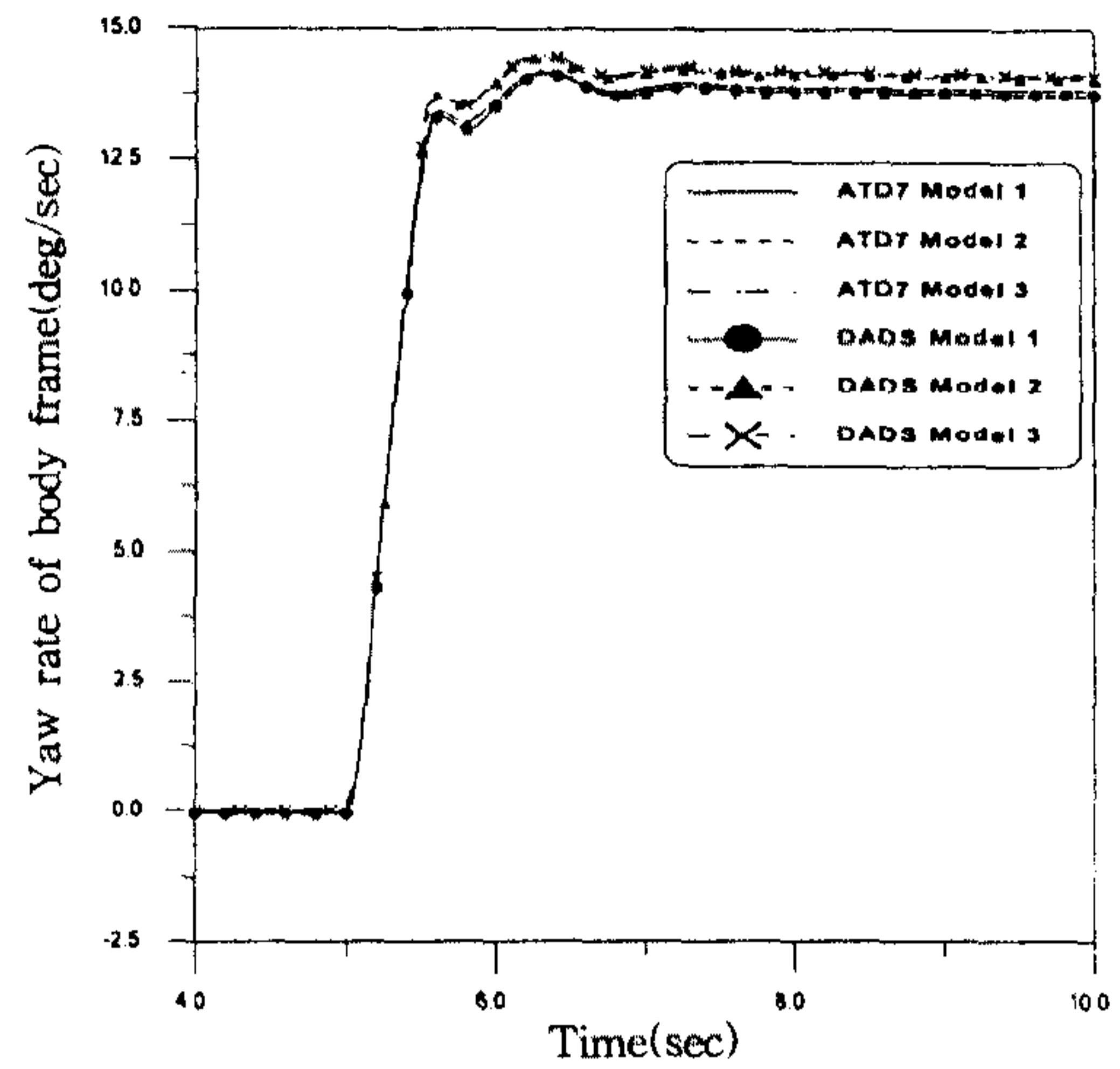


Fig.13 Yaw velocity of the body(lane change)

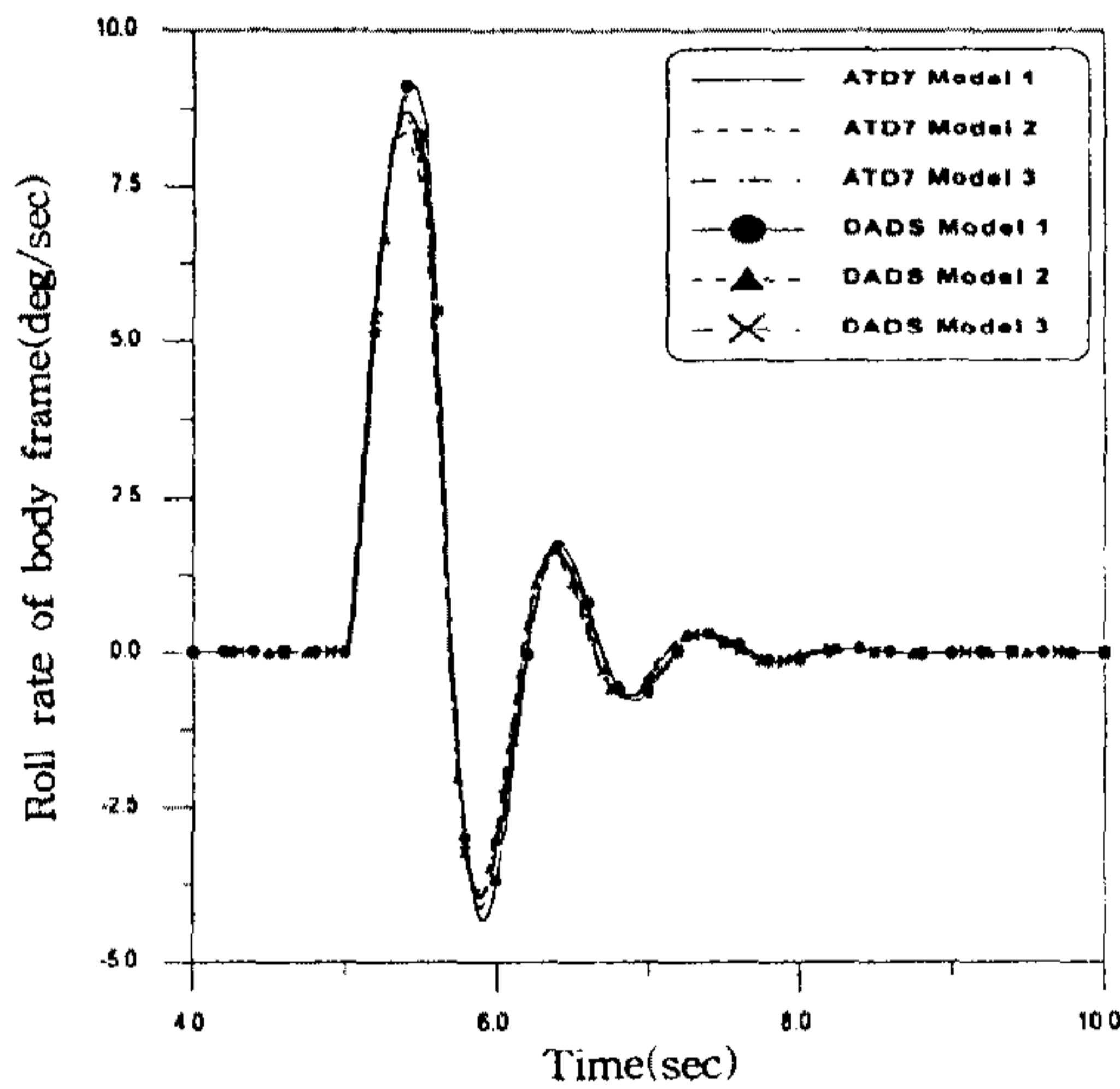


Fig.14 Roll velocity of the body(lane change)

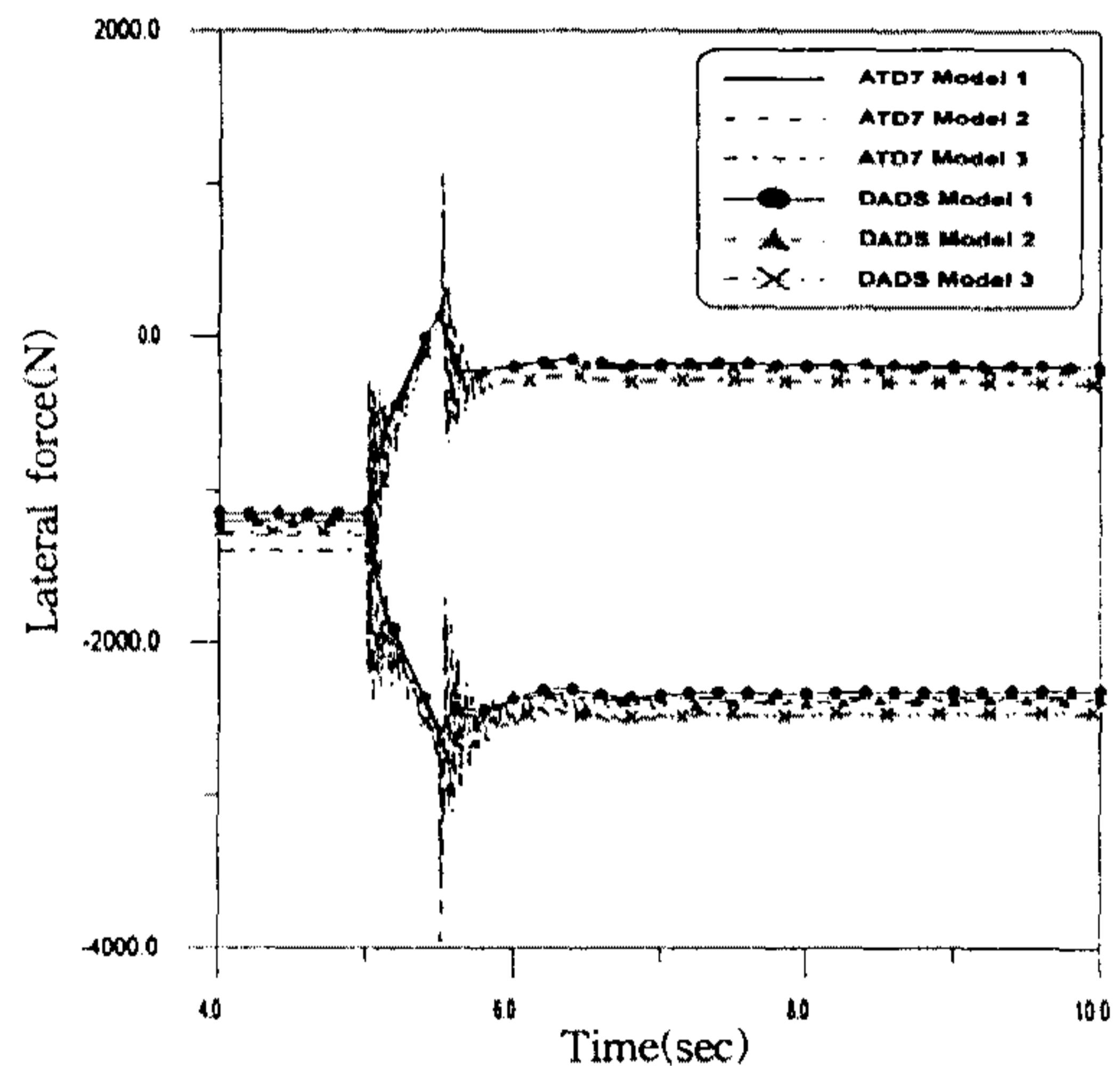


Fig.15 Force at control arm attachment point (lane change)

선회하는 방향으로 대략 0.24g의 가속도를 가지는 데, 차체와 아래 컨트롤 아암 사이를 연결하는 경우가 회전조인트로 모델링된 경우보다 작은 값을 보였고, 부싱이 유연할수록 큰 값을 가짐을 볼 수 있다. 차체의 요속도(yaw rate)를 나타내는 Fig.13에서 보면, 부싱이 유연할수록 요속도가 큰 값을 가짐을 볼 수 있다. Fig.12와 Fig.13의 결과로부터 부싱이 유연할수록 조향 거동이 언더스티어(understeer) 경향을 보이는 것을 알 수 있다.

차체의 롤각속도를 나타낸 Fig.14에서 보면, 차체의 롤운동이 부싱 요소의 회전 운동에 대한 강성이 작을수록 크게 나타남을 알 수 있다. 차체와 아래 컨트롤 아암을 연결한 회전조인트에 대한 조인트 반력의 y방향 성분과 부싱 요소 반력의 y방향 성분을 나타낸 Fig.15를 보면, 부싱 요소의 강성이 작을수록 차체와 아래 컨트롤 아암 사이의 간격을 적당히 유지하기 위한 힘이 더 크게 작용함을 알 수 있다.

5. 결 론

이상의 3차원 차량 모델링을 이용하여 현가장치에서 부싱 요소를 사용한 차량 모델과 그것을 회전조인트로 대체한 차량 모델의 거동을 알아보았으며, 제안한 부싱 모델의 검증을 통하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

- 1) 상용 프로그램 DADS의 결과와 개발한 차량 동역학 해석 전용 프로그램의 결과가 잘 일치하므로, 개발한 부싱 모듈의 타당성을 확인하였다.
- 2) 유연한 부싱 요소를 사용할수록 차체에 전달되는 충격이 완화되는 것을 알 수 있었다.
- 3) 범퍼 통과시 부싱 요소의 반력이 조인트 반력에 비해 작게 작용함을 알 수 있었으며, 조향시 부싱요소의 반력이 조인트 반력에 비해 크게 작용함을 알 수 있었다.
- 4) 보다 정확한 차체의 거동 해석, 즉 승차감 해석이나 조향 성능 해석을 위해서는 부싱 요소를 사용하는 것이 다당하다고 사료된다.

후 기

이 논문은 1996년도 학술진흥재단의 대학부설 연구소 연구비 지원에 의하여 연구되었음

참 고 문 헌

1. 유완석, 김광석, 김외조, 강동권, “차량동역학 해석 프로그램 AUTODYN7의 개발(II)”, 한국자동차공학회 차량운동성능부문 학술강연회, 국민대학교, pp. 46~55, 1997.
2. 유완석, 김광석, 박영숙, “섀시시스템의 차량동역학 해석기술”, G7 1차년도 최종보고서, 1994.
3. 김광석, 김외조, 유완석, “차량동역학 해석 프로그램 AUTODYN7의 개발”, 한국자동차공학회 추계학술대회 학술강연 논문집, pp. 267~273, 1995.
4. Jerkovsky. W., “The Structure of Multi-body Dynamics Equations”, Journal of Guidance and Control, Vol. 1, No. 3, 173~182, 1978.
5. DADS(Dynamic analysis and Design System) User's Manual, Computer Aided Design Software Inc., USA, 1995.
6. ADAMS(Automated Dynamic Analysis and Mechanical System) User's Manual, Mechanical Dynamics Inc., USA, 1994.
7. Parviz. E. Nikravesh, “Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems”, Prentice-Hall, 1987.
8. 조병관, 송성재, “ADAMS를 이용한 조정안정성 해석”, 한국자동차공학회논문집, 제4권 제5호, 109~118, 1996.