

부스니더(Buss Kneader)에서 점탄성 고분자 재료의 압출해석

류 민 영

1. 서 론

부스니더(Buss Kneader)는 컴파운드와 혼련을 연속적으로 시키는 단축 압출기로서 간단히 니더(Kneader)라고 부르기도 한다. 부스니더가 다른 압출기와 다른 점은 배럴에 핀이 꽂혀져 있고 스크류는 회전 운동 뿐만 아니라 축 방향으로 왕복 운동을 하고 있다. 또한 스크류의 날개는 배럴의 핀이 지나가는 길을 만들어 주기 위해 잘려져 있다. 배럴의 핀은 스크류가 회전과 왕복 운동을 할 때 스크류 날개 부분을 지나가면서 스크류 날개에 붙어있는 재료를 씻어주는 역할을 하여 혼련을 증가시킨다. 스크류의 왕복운동 때문에 스크류를 통하여 토출되는 양은 일정하지 않고 변화하고 있는데 이러한 변동되는 토출량을 일정하게 하기 위해 스크류가 왕복 운동하는 배럴 끝에 기어 펌프나 직교 단축 압출기를 붙여 토출량을 일정하게 만든 다음 다이를 통하여 재료를 압출시킨다. 일반적으로 부스니더 압출기에서 배럴에 핀이 꽂혀 있으며 스크류가 회전 및 왕복 운동을 하고 있는 부분을 흔히 니더라고 호칭하고 그 니더 끝에 붙어있는 압출기를 직교 압출기라 부른다. 직교 압출기는 회전 운동만을 하는 단축 스크류를 포함하고 있으며 일반적인 단축 압출기와 똑 같다. 물론 직교 압출기의 배럴에는 핀이 없다. **그림 1**은 직교 압출기를 포함하고 있는 부스니더를 보여주고 있고 **그림 2**에는 부스니더에 쓰이는 스크류 요소들의 형상을 보여주고 있다.

List가^{1,2} 1945년에 부스니더를 고안한 이후 이 압출기의 기본적인 흐름에 관한 연구는 그리 많지 않았었다.³⁻⁵ Booy와 Kafka⁶ 그리고 Brozoskowski 등은⁷ 뉴톤유체에 대해서 핀 주위에서 국부적으로 일어나는 압력 및 flux에 대해서 해석하였다. Elemans와 Meijer⁸ 그리고 최근에 Lyu와 White^{9,10} 부스니더에 대해 압출 특성을 해

석하였으며, 또한 뉴톤유체와^{8,9} 비뉴톤유체에¹⁰ 대해 압출기의 축 방향으로의 압력곡선과 fill factor를 예측하였다. 부스니더 압출기에서의 비등온 현상은 Jeissy 등이¹¹ 스크류 channel에서 날개에 직각 방향으로의 온도 분포를 계산하였다. Lyu와 White는^{12,13} 비등온 현상을 고려하여 스크류 축방향으로 온도, 압력 분포와 fill factor를 계산하였다. 또한 최근에 와서는 부스니더 압출기 내에서 재료의 점탄성 특성을 고려하여 해석하였다.¹⁴ 그들의 점탄성 특성은 선형적인 특성만을 고려하였는데 실제 고분자 재료의 상황에 더 가깝게 해석하기 위해서는 비선형 점탄성 특성을 고려해야 할 것이다.

본 연구에서는 스크류가 회전과 왕복운동을 동시에 하고 있는 압출기 내에서 비선형 점탄성 흐름 특성을 해석할 수 있는 방법을 제시하고 선형 점탄성 흐름을 고려한 결과와 비교하였다.

2. 점탄성 재료의 유변학적 모델

2.1 선형 모델

부스니더 내에서 고분자 재료의 점탄성 특성을 고려하



류민영

- 1987 한양대학교, 기계공학부(학사)
- 1989 KAIST, 기계공학부(석사)
- 1989~1992 LG생산기술원
- 1997 The Univ. of Akron, Polymer Eng.(박사)
- 1997~현재 삼양그룹중앙연구소, 화성소재 Gr, 고분자가공 및 CAE

Flow Analysis of Viscoelastic Polymer Melts in the Buss Kneader

삼양그룹 중앙연구소(Min-Young Lyu, Samyang Central R & D Center, 63-2 Hwaam-Dong, Yusung-Gu, Taejeon 305-348, Korea)

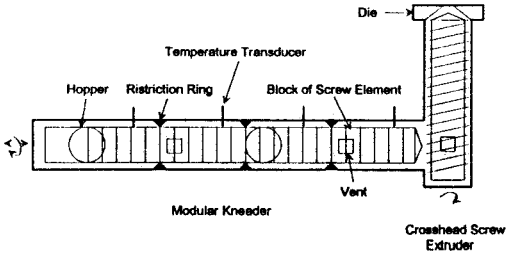


그림 1. Schematic diagram of modular buss kneader with cross-head screw extruder.

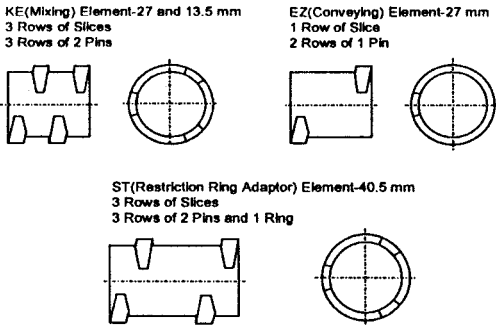


그림 2. Class of screw element.

기 위해 첫단계로 가장 간단하고 작은 변형에 적용이 되는 Maxwell 모델을 적용하여 보았다. 전체 응력텐서 $\underline{\sigma}$ 는 엑스트라 응력텐서 \underline{P} 와 정적 압력 p 로 표현 할 수 있다.

$$\underline{\sigma} = -p\underline{I} + \underline{P} \quad (1)$$

엑스트라 응력텐서의 3차원 Maxwell 유체는 다음 식으로 표현될 수 있다.¹⁵⁻¹⁷

$$\underline{P} = 2\eta \underline{d} - \tau \frac{D\underline{P}}{Dt} \quad (2a)$$

여기서 η 는 전단점도, τ 는 relaxation시간, \underline{d} 는 변형률 텐서, \underline{I} 는 unit 텐서, D/Dt 는 total시간 미분이다. 일반적으로 η 와 τ 는 변형률 텐서의 invariant에 의존된다. 식 (2a)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\underline{P} = 2\eta \underline{d} - \tau \left[\frac{\partial \underline{P}}{\partial t} + (\underline{v} \cdot \nabla) \underline{P} \right] \quad (2b)$$

일반적으로 η 와 τ 는 탄성률 G 에 의해 서로 다음과 같이 연관된다.^{15,16}

$$\tau = \frac{\eta}{G} \quad (3)$$

다음 식 (4)와 같은 시간 함수의 단순 전단 흐름을 고

려해 보자.

$$\underline{v} = v_1(x_2, t)\underline{e}_1 + 0\underline{e}_2 + 0\underline{e}_3 \quad (4)$$

식 (2)의 시간 함수로 나타나는 응력장은 식 (4)의 흐름에 대해서 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{12}(t) = \eta \frac{\partial v_1}{\partial x_2}(t) - \tau \frac{\partial \sigma_{12}(t)}{\partial t} \quad (5)$$

이 응력장은 변형과 변형률이 작은 경우에 적용된다. 선형모델에서 η 와 τ 는 상수로 취급된다. 식 (5)의 응력장에서 마지막 항은 응력장의 시간 미분과 재료의 relaxation시간에 의존되는 값으로 뉴턴유체에서의 결과에 추가로 더해지는 항이다. 즉 마지막 항은 시간에 의존되는 재료의 점탄성 특성을 나타내는 것이다.

2.2 비선형 모델

비선형 점탄성 재료에 대한 구성 방식의 종류는 수없이 많이 언급되고 있는데^{15,16} 그것들 중 어느 것도 고분자 재료의 특성을 정확히 나타내고 있지는 않다. 여기서는 전단점도와 시간에 따라 주기적으로 변하는 전단흐름을 적절히 표현할 수 있는 모델을 사용하고자 한다.

스크류의 회전과 왕복운동으로 인해 일어나는 흐름에서 비선형 점탄성 효과를 고려하기 위해 convected Maxwell 모델을¹⁵⁻¹⁷ 사용하였다. 일반적으로 3차원 convected Maxwell 모델은 White와 Metzner에¹⁷ 의해 다음과 같이 표현된다.

$$\underline{P} = 2\eta \underline{d} - \tau \frac{\delta \underline{P}}{\delta t} \quad (6a)$$

$$\frac{\delta P_{ij}}{\delta t} = \frac{DP_{ij}}{Dt} - \frac{\partial v_i}{\partial x_m} P_{mj} - \frac{\partial v_j}{\partial x_m} P_{im} \quad (6b)$$

여기서 $\delta/\delta t$ 는 convected 미분으로써 큰 변형을 수반하는 비선형 cross product를 포함하고 있다. 시간에 따라 변하는 단순전단 유동에 대한 식 (6)의 응력장은 다음과 같다.

$$P_{11}(t) = 2\tau^2 G \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 - \tau \frac{\partial P_{11}(t)}{\partial t} \quad (7a)$$

$$P_{12}(t) = \eta \frac{\partial v_1}{\partial x_2}(t) - \tau \frac{\partial P_{12}(t)}{\partial t} \quad (7b)$$

정상 전단유동에서 전단응력과 제1 및 제2수직 편차응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{12} = P_{12} = \eta \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \quad (8a)$$

$$N_1 = P_{11} - P_{22} = 2r\eta \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 \quad (8a)$$

$$N_2 = P_{22} - P_{33} = 0 \quad (8c)$$

여기서 η 와 τ 는 상수가 아니고 전단 변형율의 함수이다.

변형률 텐서의 불변량, $\text{tr } \underline{d}^2$ 을 구성 방정식에 적용하여 비선형성을 고려하면 η 와 τ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\eta = \eta(\text{tr } \underline{d}^2) = K(2\text{tr } \underline{d}^2)^{\frac{n-1}{2}} \quad (9a)$$

$$\tau = \tau(\text{tr } \underline{d}^2) = \frac{K}{G}(2\text{tr } \underline{d}^2)^{\frac{n-1}{2}} \quad (9b)$$

비선형성을 한 개의 매개변수로 표현하기 위해, η 와 τ 는 보통 τ 와 G 로 사용된다. 따라서 식 (6a)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{P} &= 2\tau G \underline{d} - \tau \frac{\partial \underline{P}}{\partial t} \\ &= 2K(2\text{tr } \underline{d}^2)^{\frac{n-1}{2}} \underline{d} - \frac{K}{G}(2\text{tr } \underline{d}^2)^{\frac{n-1}{2}} \frac{\partial \underline{P}}{\partial t} \quad (10) \end{aligned}$$

식 (10)은 비뉴턴성 전단 점도 뿐만 아니라 relaxation 시간이 전단 변형률에 따라 감소하는 것을 고려한 전단 유동에 의한 직교 응력과 시간에 따라 변하는 응력의 상태를 표현하고 있다.

3. 스크류 Channel에서의 지배 방정식

스크류가 회전과 왕복운동을 동시에 하는 상황에서 스크류 channel 내에서 고분자 유체의 흐름을 고려해 보자. 직각 좌표계를 스크류 channel의 밀면에 잡고 스크류를 가상적으로 펴서 생각하면 스크류 channel에 생기는 유체의 유동장은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{v} = v_1(x_2, t)\underline{e}_1 + 0\underline{e}_2 + v_3(x_2, t)\underline{e}_3 \quad (11)$$

운동 방정식에서 수직응력과 관성항을 무시하고 위의 흐름장을 고려하면 다음과 같은데, 기호사용의 편리성을 위하여 엑스트라 스트레스 \underline{P} 를 σ 로 바꿔 사용하였다.

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} \sigma_{12} \quad (12a)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x_3} + \frac{\partial}{\partial x_2} \sigma_{32} \quad (12b)$$

여기서 '1'은 스크류 channel의 진행방향과 평행한 방향

'2'는 스크류 channel 밀면에서 직각인 방향, 그리고 '3'은 스크류 channel에서 날개와 직각인 방향이다. 스크류의 운동상황에 맞는 경계조건은 다음과 같다.^{9,10}

$$v_1(0, t) = v_3(0, t) = 0 \quad (13a)$$

$$v_1(H, t) = U_{b1} = v_1^0(H) + v_1'(H, t) \quad (13b)$$

$$v_3(H, t) = U_{b3} = v_3^0(H) + v_3'(H, t) \quad (13c)$$

배럴 표면의 속도 $v_1(H, t)$ 과 $v_3(H, t)$ 는 스크류의 회전 수 N 과 스크류 왕복운동에서 stroke의 시간에 대한 변화, 즉 dS/dt 와 다음과 같이 관련이 있다.

$$v_1^0(H) = \pi DN \cos \phi \quad (14a)$$

$$v_3^0(H) = -\pi DN \sin \phi \quad (14b)$$

$$\begin{aligned} v_1'(H, t) &= \frac{dS}{dt} \sin \phi \\ &= v_1^*(H) \cos \omega t = S_0 \omega \sin \phi \cos \omega t \quad (14c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_3'(H, t) &= \frac{dS}{dt} \cos \phi \\ &= v_3^*(H) \cos \omega t = S_0 \omega \cos \phi \cos \omega t \quad (14d) \end{aligned}$$

스크류 channel 내에서 비선형 점탄성 모델에 따른 흐름을 고려해 보자. 식 (7)로 표현되는 비선형 점탄성 모델에서 수직응력을 무시한 '1'과 '3' 방향의 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{12}(t) = \eta \frac{\partial v_1}{\partial x_2}(t) - \tau \frac{\partial \sigma_{12}(t)}{\partial t} \quad (15a)$$

$$\sigma_{32}(t) = \eta \frac{\partial v_3}{\partial x_2}(t) - \tau \frac{\partial \sigma_{32}(t)}{\partial t} \quad (15b)$$

식 (15)를 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} &= \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \tau \frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_j \partial t} - \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} \\ & \quad i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (16) \end{aligned}$$

그리고 식 (16)을 식 (12)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \tau \frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_j \partial t} - \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t}$$

$$i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (17)$$

식 (17)에서 σ_{ij} 를 소거해 보자. 먼저 식 (12)로부터

$$\frac{\partial^2 \sigma_{ij}}{\partial x_j \partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial t \partial x_i}, \quad i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (18a)$$

그리고 x_j 에 대해 적분을 하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial t \partial x_i} x_j = f(t), \quad i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (18b)$$

여기서 $f(t)$ 는 적분상수로써 시간의 함수이며 경계조건으로부터 구할 수 있다. 식 (18)을 식 (17)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x_i} &= \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \tau \frac{\partial^2 p}{\partial x_j \partial t} \\ &- \frac{\partial \tau}{\partial x_j} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial t} x_j + f(t) \right), \quad i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (19) \end{aligned}$$

식 (19)는 비선형 점탄성 유체에 대한 지배방정식으로써 η 와 τ 는 전단변형률의 함수이다.

4. 지배방정식의 해

4.1 선형 점탄성 유체

식 (19)에서 전단점도 η 와 relaxation시간 τ 가 상수라면 그의 해답은 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} - \tau \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial t}, \quad i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (20)$$

이것은 선형 점탄성 유체에 대한 지배방정식이다.

식 (20)을 속도장 $v_1(x_2, t)$ 와 $v_3(x_2, t)$ 에 대해 풀 수 있는데, 이때 식 (13)과 식 (14)의 경계조건을 적용하면 다음과 같은 속도를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} v_j(x_2, t) &= \frac{U_{bj}}{H} x_2 \\ &- \frac{H^2}{2\eta} \left[\left(\frac{\partial p}{\partial x_j} \right) + \tau \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial p}{\partial x_j} \right) \right] \left[\left(\frac{x_2}{H} \right) - \left(\frac{x_2}{H} \right)^2 \right] \quad (21) \end{aligned}$$

여기서 j 는 '1' 과 '3'을 의미한다. 식 (21)의 v_i 의 속도를 스크류 channel 내에서 적분하면 스크류 channel을 따라 흐르는 체적유량을 구할 수 있다.

$$Q = W \int_0^H v_1 dx_2 = \frac{WH}{2} [v_1^0(H) + v_1^*(H) \cos \omega t]$$

$$- \frac{WH^3}{12\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} + \tau \frac{\partial^2 p}{\partial t \partial x_1} \right) \quad (22)$$

식 (22)는 압력구배의 시간에 대한 변화를 포함하고 있는 미분방정식인데 다시 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{\tau} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} \right) \\ = \frac{12\eta}{H^3 W \tau} \left[\frac{WH}{2} (v_1^0(H) + v_1^*(H) \cos \omega t) - Q \right] \quad (23) \end{aligned}$$

식 (23)의 풀이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x_1}(t) &= \frac{12\eta}{H^3 W} \left(\frac{WH}{2} v_1^0(H) - Q \right) \\ &+ \frac{6\eta v_1^*(H)}{H^2} \left(\frac{\tau \omega \sin \omega t + \cos \omega t}{1 + \tau^2 \omega^2} \right) \quad (24a) \end{aligned}$$

또한 식(24a)는 다시 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} Q &= \frac{WH}{2} v_1^0(H) - \frac{WH^3}{12\eta} \left(\frac{\Delta p}{Z} \right) + \frac{WH v_1^*(H)}{2\eta} \\ &\left(\eta' \cos \omega t + \frac{G'}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (24b) \end{aligned}$$

여기서 η' 는 동점도이고 G' 는 저장 탄성계수로 다음과 같이 표현된다.^{15,16}

$$\eta'(\omega) = \frac{G\tau}{1 + \tau^2 \omega^2} \quad (24c)$$

$$G'(\omega) = \frac{G\tau^2 \omega^2}{1 + \tau^2 \omega^2} \quad (24d)$$

4.2 비선형 점탄성 유체

비선형성을 고려한 점탄성 소재의 해답에 대해서 알아보도록 하자. 식 (19)는 스크류 channel 내의 유체 흐름에서 비선형 점탄성 재료에 대한 지배 방정식이나 일반적인 해를 구하기가 쉽지 않다. 그러나 그 해는 비선형 점성 해와 선형 점탄성 해의 중간에 위치한다고 볼 수 있다. 식 (19)에서 relaxation시간이 0이라면 다음과 같이 요약된다.

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = \eta \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial \eta}{\partial x_j} \frac{\partial v_i}{\partial x_j}, \quad i=1, 3 \text{ and } j=2 \quad (25)$$

이것은 비선형 점성 유체에 대한 지배방정식이 된다. 또한 식 (19)에서 relaxation시간 τ 와 전단점성 η 가 상수라면 선형 점탄성 유체에 대한 지배방정식으로 귀착된다.

우리가 기대하는 것은 체적유량을 식 (24b)와 같이 하나의 식으로 나타내는 것인데 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q = W \int_0^H \int_0^{x_2} K^{-\frac{1}{n}} \left[\left(\left| \frac{\partial p}{\partial x_1} x_2' + C_1 \right| \right)^{-\frac{n-1}{n}} \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} x_2' + C_1 \right) \right] dx_2' dx_2 + \frac{WHv_1^*(H)}{2\bar{\eta}} \left(\bar{\eta}' \cos \omega t + \frac{\bar{G}}{\omega} \sin \omega t \right) \quad (26a)$$

여기서 $\bar{\eta}'$ 그리고 \bar{G} 는 다음과 같이 정의할 수 있다.^{15,16}

$$\bar{\eta}' = \frac{\bar{G}\bar{\tau}}{1 + \bar{\tau}^2 \omega^2} \quad (26b)$$

$$\bar{G} = \frac{\bar{G}\bar{\tau}^2 \omega^2}{1 + \bar{\tau}^2 \omega^2} \quad (26c)$$

'upper bar'는 평균값을 의미한다. 이 평균값들은 평균 전단변형률의 함수인데 그의 관계는 식 (9)에 나타나 있다. 식 (26a)식에서 $\bar{\tau}$ 가 0이면 비선형 점성유체에 대한 체적유량이 되고, n 값이 1에 접근하면 선형 점탄성 유체에 대한 체적유량이 된다.

4.3 계산

식 (26)을 이용하여 체적유량을 계산하게 되는데, 식 (26)에서 사용되는 평균 전단변형률은 비선형 점성 유체의 해로부터 구할 수 있다. 비선형 점성 유체에 대한 체적유량 Q 와 압력구배 p 관계에서 평균 전단변형률을 이용한 전단점도를 사용하면 체적유량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Q = \frac{WH}{2} v_1(H) - \frac{WH^3}{12\bar{\eta}} \left(\frac{\Delta p}{Z} \right) \quad (27a)$$

평균 전단점성 $\bar{\eta}$ 는 평균 전단 변형률 $\left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \left[\left(\frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ 에 관련이 되어있다.

$$\bar{\eta} = K \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (27b)$$

스크류 channel내 유체 흐름 방향으로의 속도 만을 고려하면 평균 전단변형률은 다음과 같이 결정할 수 있다.

$$\left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\left(\frac{WH^3}{K(6WHv_1(H) - 12Q)} \frac{\Delta p}{Z} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2(n-1)}} \quad (28)$$

Relaxation시간 역시 식 (28)의 평균 전단변형률을 이용하면 다음과 같이 계산 할 수 있다.

$$\bar{\tau} = \frac{K}{G} \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2(n-1)}} = \tau_0 \left[\left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2(n-1)}} \quad (29a)$$

$$\tau_0 = \frac{K}{G} \quad (29b)$$

이제 우리는 평균 전단점도 $\bar{\eta}$ 와 평균 relaxation시간 $\bar{\tau}$ 를 식 (26)에 대입하여 비선형 점탄성 유체에 대한 근접해를 구할 수 있다.

그림 3에 스크류 channel 내에서 비선형 점탄성 유체에 대한 $\bar{\eta}'/\bar{\eta}$ 와 $\bar{G}/\bar{\eta}\omega$ 를 스크류 회전수 N 과 압력구배 Δp 에 대해 나타냈다. **그림 3**의 $\bar{\eta}'/\bar{\eta}$ 와 $\bar{G}/\bar{\eta}\omega$ 는 power law index n 과 relaxation시간 τ_0 에 대해서 변화하는 것을 나타내고 있는데 $n=1$ 일 때는 선형 점탄성 유체를 나타낸다.

스크류 특성 곡선도 식 (26)을 이용하여 계산하였으며 비선형 점탄성 유체에 대한 결과를 비선형 점성 유체와 비교하여 **그림 4**에 나타내었다. 스크류 특성 곡선 역시 power law index n 과 relaxation시간 τ_0 에 따라 변화함을 알 수 있다. 배럴이 스크류에 대한 상대운동으로 앞뒤로 움직일 때 체적유량의 위상차는 relaxation시간 τ_0 와 power law index n 에 따라 다르게 나타남을 알 수 있다. 스크류의 토출 능력은 power law index n 이 감소할수록 감소하고 relaxation 시간 τ_0 가 감소할수록 비선형 점성 유체의 결과에 접근함을 알 수 있다.

5. 잘려진 스크류 날개에서의 흐름

5.1 흐름의 개요

스크류의 날개가 잘려진 상황에서 스크류 channel 안에서 흐름을 해석할 때는 잘려진 스크류 날개를 통하여 새어나가는 흐름을 생각해야 하는데 이러한 고려는 맨 처음으로 Brozoskowski 등이^{18,19} 핀배럴 압출기에서 고려하였다. 또한 이러한 새어나가는 흐름에 대한 수치적 해석은 Lyu와 White에^{9,10,12,13} 의해 점성유체에서 시도되었다.

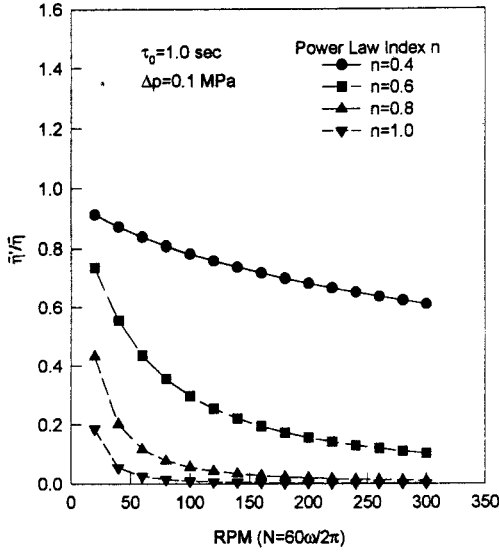
전체 스크류의 channel길이 Z 는 **그림 5**에 나타난 것과 같이 두개의 흐름 영역으로, 즉 Z_I, Z_{II} 로 나눌 수 있다.

$$Z = n_I Z_I + n_{II} Z_{II} \quad (30)$$

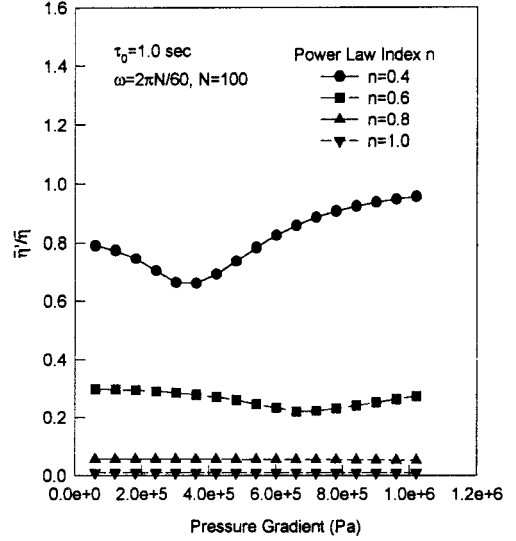
여기서 n_I 과 n_{II} 는 두 흐름영역의 반복회수이다. 전체 스크류 channel 안에서 압력강하는 각 영역의 압력 강하를 합한 것과 같다.

$$\Delta p = n_I \Delta p_I + n_{II} \Delta p_{II} \quad (31)$$

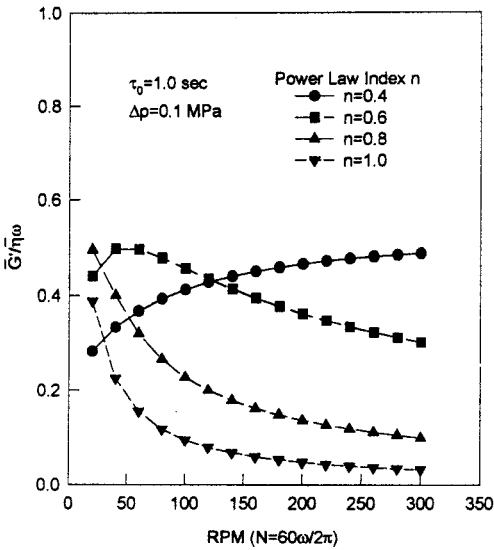
영역 I에서의 체적유량 Q_I 는 영역 II에서의 체적유



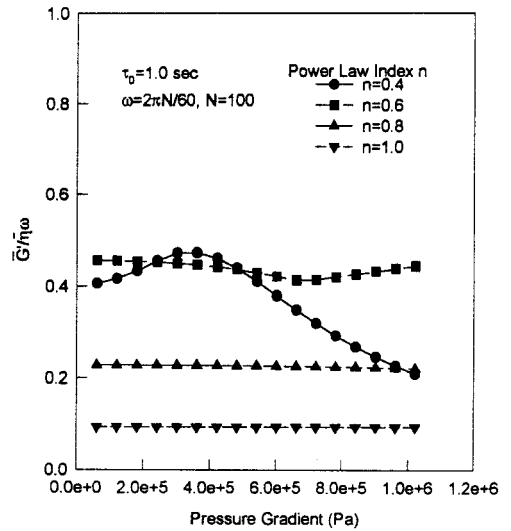
(a) $\bar{G}' / \bar{\eta}\omega$ vs screw RPM at $\tau_0 = 1.0$ sec



(b) $\bar{\eta}' / \bar{\eta}$ vs Δp at $\tau_0 = 1.0$ sec



(c) $\bar{\eta}' / \bar{\eta}$ vs screw RPM at $\tau_0 = 1.0$ sec



(d) $\bar{G}' / \bar{\eta}\omega$ vs Δp at $\tau_0 = 1.0$ sec

그림 3. $\bar{\eta}' / \bar{\eta}$ and $\bar{G}' / \bar{\eta}\omega$ in a screw channel for a non-linear viscoelastic fluid.

량과 잘려진 날개사이로 흐르는 체적 유량 Q_{leak} 의 합과 같다.

$$Q_I = Q_{II} + Q_{leak} \quad (32)$$

체적유량 Q_I , Q_{II} 그리고 Q_{leak} 은 앞에서 설명한 식 (24)에 의해 계산될 수 있는데 그들은 스크류의 형상과 압력강하의 함수이다.

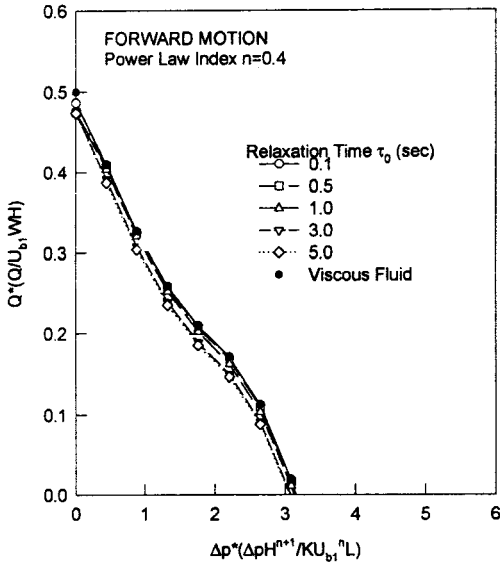
$$Q_I = Q_I(\Delta p_I) \quad (33a)$$

$$Q_{II} = Q_{II}(\Delta p_{II}) \quad (33b)$$

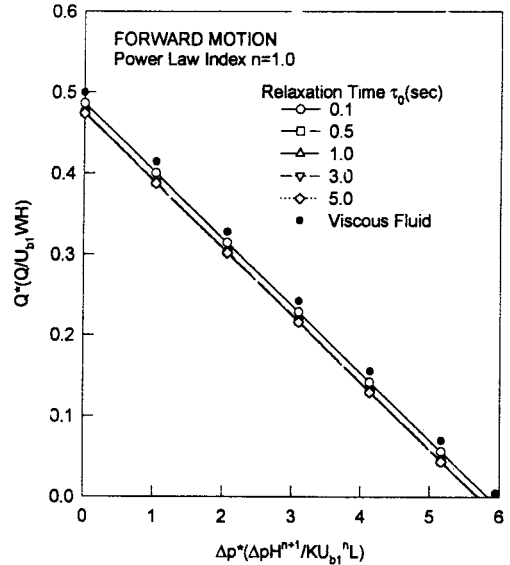
$$Q_{leak} = Q_{leak}(\Delta p_{II}) \quad (33c)$$

식 (31), 식 (32) 그리고 식 (33)을 조합하면 정해진 p 에 대해 p_I , p_{II} 그리고 Q_I , Q_{II} , Q_{leak} 를 계산할 수 있다. 최종적으로 스크류 날개가 잘려진 스크류 channel 내에서 전체적인 체적유량은 다음과 같이 표현된다.

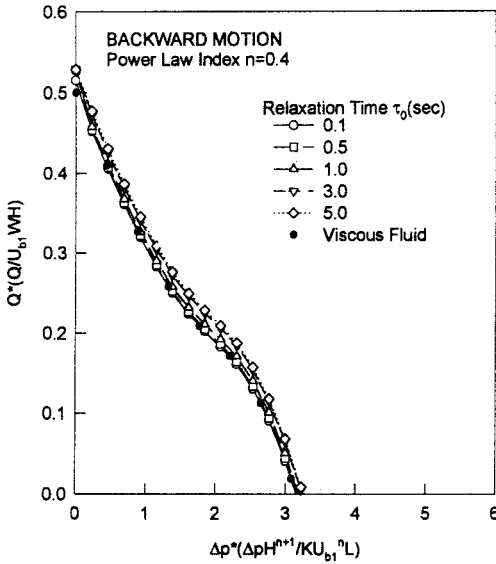
$$Q_{tot} = Q(\Delta p) + nQ_{leak}(\Delta p_{II}) \quad (34)$$



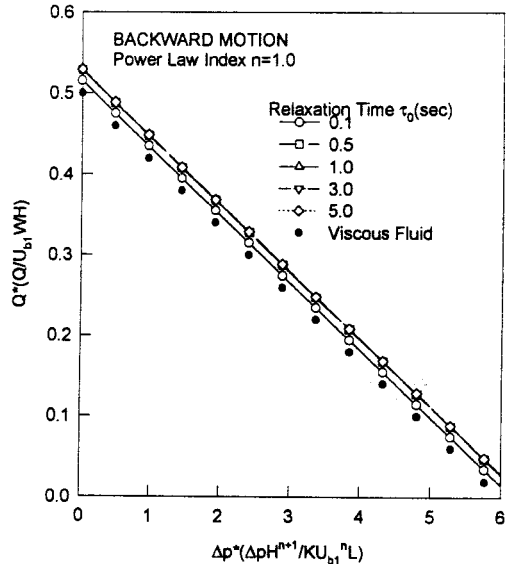
(a) Forward motion at the power law index $n=0.4$



(b) Forward motion at the power law index $n=1.0$



(c) Backward motion at the power law index $n=0.4$



(d) Backward motion at the power law index $n=1.0$

그림 4. Dimensionless screw characteristic curves for a non-linear viscoelastic fluid in a basic screw element.

여기서 Q 는 정상적인 스크류 channel에서의 체적 유량이고 n 은 스크류의 날개가 잘려진 개수이다. 일반적으로 스크류 날개의 잘려진 부분을 통하여 흐르는 Q_{leak} 은 음의 값을 갖는다.

5.2 체적유량

잘려진 스크류 날개를 갖는 부분에서 각 영역의 체적 유량과 새어나는 유량은 선형 점탄성 유체에 대해 다음과 같은 형식을 갖는다.

$$\begin{aligned}
 Q_I = & \frac{WH}{2} \left(v_1^0(H) + v_1^*(H)F \right) \\
 & + \frac{n_{II}}{Z_I n_I} \left[\frac{\frac{SH}{2} (v_3^0(H) + v_3^*(H)F)}{R} \right] \\
 & - \frac{WH^3}{12\eta} \left(\frac{\Delta p}{Z_I} \right) \left[\frac{1}{n_I} + \frac{n_{II}}{n_I} \left(\frac{1}{Z_I n_I} \right) \frac{1}{R} \right] \quad (35a)
 \end{aligned}$$

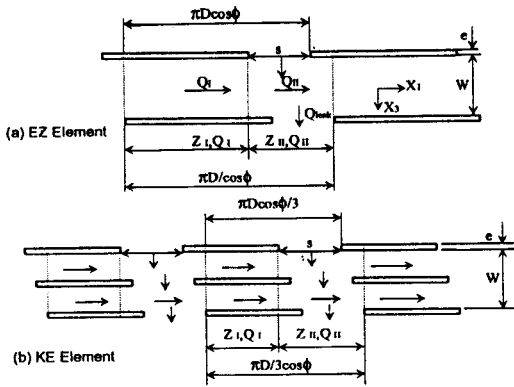


그림 5. Flattened out the screw channels.

$$Q_{II} = \frac{WH}{2} (v_1^0(H) + v_1^*(H)F) - \frac{1}{Z_{II}}$$

$$\left[\frac{SH}{2} (v_3^0(H) + v_3^*(H)F) \right] - \frac{WH^3}{12\eta} \left(\frac{\Delta p}{Z_I Z_{II}} \right) \left[\frac{1}{R} \right] \quad (35b)$$

$$Q_{leak} = \frac{sH}{2} (v_3^0(H) + v_3^*(H)F) \left[1 - \left(\frac{s}{e} \right) \frac{1}{WR} \right]$$

$$- \frac{sH^3}{12\eta} \left(\frac{\Delta p}{Z_I n_{II}} \right) \left[\frac{1}{eR} \right] \quad (35c)$$

여기서 s 는 스크류 날개의 잘려진 치수이고 e 는 스크류 날개의 두께이며 F 와 R 은 다음과 같이 정의된다.

$$F = \frac{1}{\eta} \left(\eta' \cos \omega t + \frac{G'}{\omega} \sin \omega t \right) = \frac{\cos \omega t + \tau \omega \sin \omega t}{1 + \tau^2 \omega^2} \quad (35d)$$

$$R = \frac{n_{II}}{Z_I n_I} + \frac{1}{Z_{II}} + \frac{s}{We} \quad (35e)$$

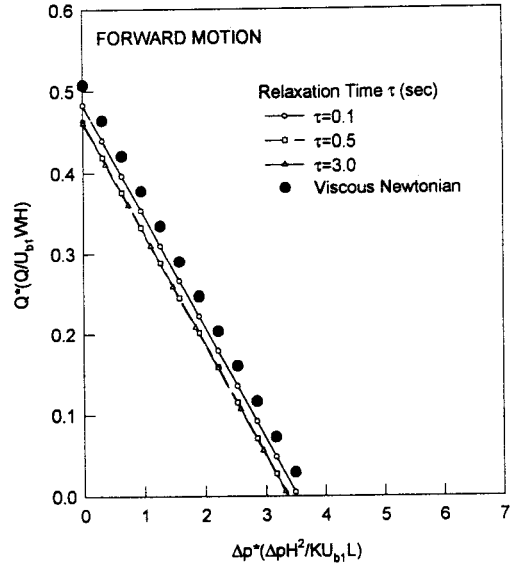
결론적으로 스크류의 날개가 잘려진 스크류 channel에서의 전체적인 체적유량은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$Q = \frac{WH}{2} v_1^0(H) - \frac{WH^3}{12\eta} \left(\frac{\Delta p}{Z} \right) + \frac{WH v_1^*(H)}{2\eta}$$

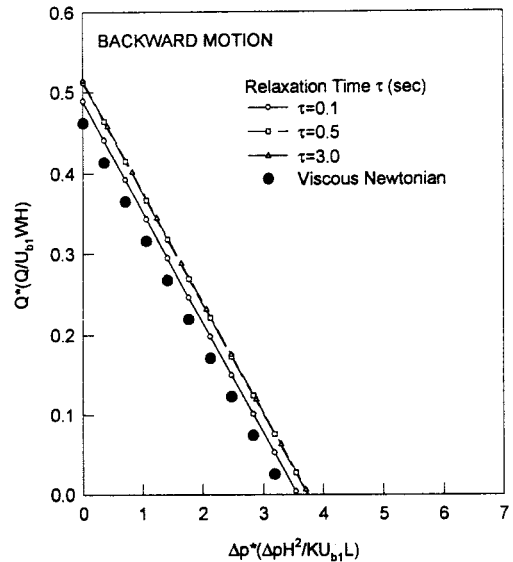
$$\left(\eta' \cos \omega t + \frac{G'}{\omega} \sin \omega t \right) + n Q_{leak} \quad (36)$$

또한 식 (35c)를 식 (36)에 대입하면 다음과 같다.

$$Q(t) = \frac{WH}{2} (v_1^0(H) + v_1^*(H)F)$$



(a) Forward motion



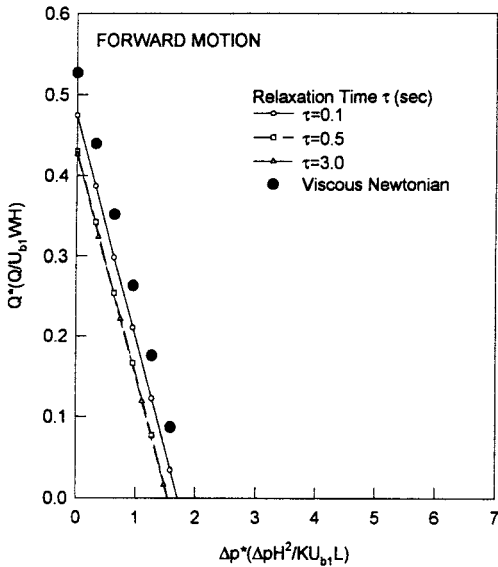
(b) Backward motion

그림 6. Dimensionless screw characteristics for a linear viscoelastic fluid in the EZ element.

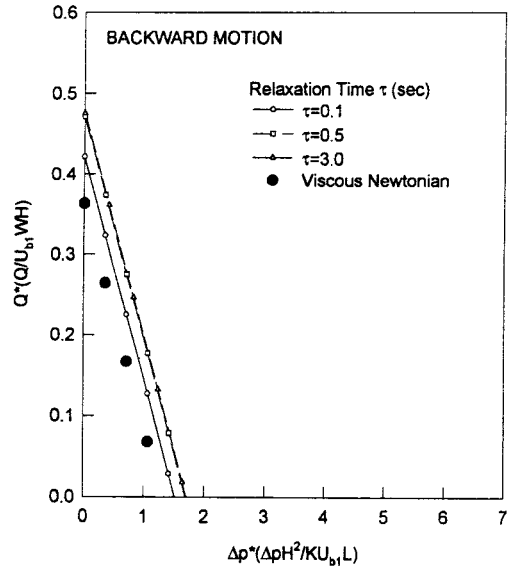
$$+ \frac{sH}{2} (v_3^0(H) n_{II} + v_3^*(H) F)$$

$$\left[1 - \left(\frac{s}{e} \right) \frac{1}{WR} \right] - \frac{H^3 \Delta p}{12\eta} \left\{ \frac{W}{Z} + \left(\frac{s}{e} \right) \frac{1}{Z_I n_I} \right\} \frac{1}{R} \quad (37)$$

식 (37)은 잘려진 날개를 갖는 스크류가 회전과 왕복운동을 할 때 생기는 체적유량을 나타내고 있다.



(a) Forward motion



(b) Backward motion

그림 7. Dimensionless screw characteristics for a linear viscoelastic fluid in the KE element.

6. 모듈러 압출기의 해석

스크류가 모듈러로 구성된 부스니더에 대한 해석은 White와 Szydowski²⁰ 그리고 Meijer와 Elemans가²¹ 이축 압출기에 적용한 예와, Elemans,²¹ Meijer⁸ 그리고 Lyu와 White가^{9,10} 부스니더에 적용한 예를 참고로 하여 해석할 수 있다. 모듈러 부스니더의 해석은 직교압출기 끝에 붙어 있는 다이로부터 계산을 시작하여 뒷 방향으로 직교 압출기 그리고 니더 부분을 계산한다.

그림 6과 그림 7의 선형 점탄성 유체에 대한 스크류의 토출 능력에서 보듯 니더의 모듈러로 구성된 스크류들은 서로 다른 토출 능력을 갖고 있다. 일반적으로 부스니더에 쓰이는 스크류 요소 중 EZ와 KE 요소는 압력을 생성시킬 수가 있지만 ST 요소 내에 있는 restriction ring은 토출이 될 때 음의 압력 구배를 보인다. 그림 8에는 선형 점탄성 유체에 대해서 모듈러 스크류에 따라서 압력 곡선과 fill factor를 계산하여 나타내었다.

7. 결 론

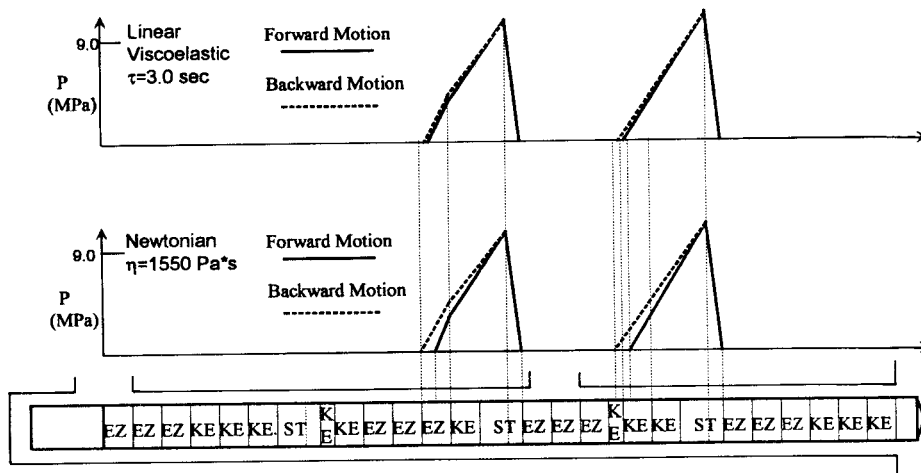
스크류가 회전과 왕복운동을 하는 압출기에 대해서 유체의 흐름 현상을 비선형 점탄성 유체를 고려하여 해석하는 방법을 제시하였다. 이것은 비선형 convected Maxwell 모델을 이용하여 계산하였다. 여기서 제안한 해답은 선형 점탄성 및 비선형 점성 유체의 해답으로부터 유추가 되었으며 전단점도와 relaxation 시간을 평균 전단변형률

을 이용하여 계산하였다. 제안한 방법을 이용하여 왕복과 회전운동을 하는 스크류 channel 안에서의 $\bar{\eta}'/\bar{\eta}$ 와 $\bar{G}'/\bar{\eta}$ 를 계산하였다. 그리고 그것을 이용하여 기본 스크류 요소, 즉 스크류 날개가 잘려져 있지 않은 스크류 channel에서의 스크류의 특성곡선을 계산하였다.

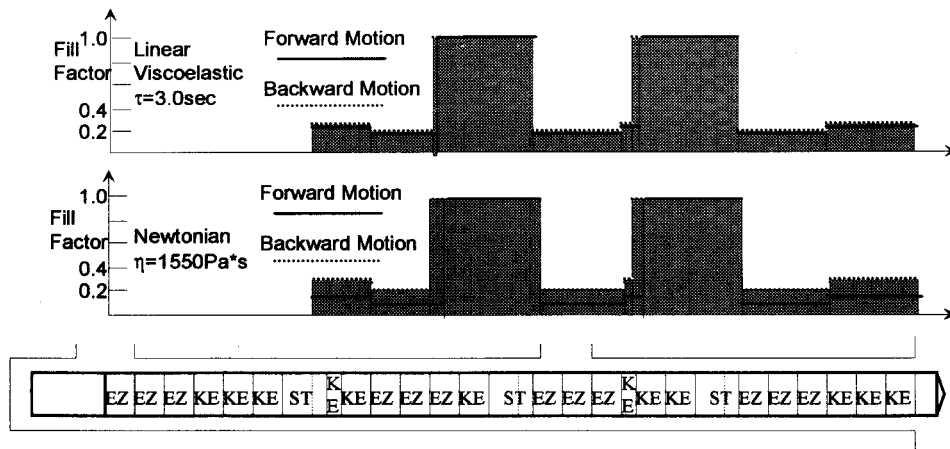
선형 점탄성 고분자 재료에 대해서는 첫째로 기본 스크류 요소에서 흐름 해석을 하고 그 다음 기본 스크류에 잘려진 스크류 날개를 적용하여, 즉 부스니더의 스크류 요소를 고려하여 해석하였다. 부스니더의 스크류 요소인 EZ와 KE 요소에 대해서 스크류 특성 곡선을 계산하였다. 계산된 특성곡선을 이용하여 모듈러로 설계되어 있는 부스니더에서 압출현상 즉 스크류 축에 따라 압력 곡선과 fill factor를 계산하였다.

참 고 문 헌

1. H. List, Swiss Patent 247, 704 (1947), U. S. Patent 2, 505, 125 (1950).
2. H. List, *Kunststoffe*, **40**, 185 (1950).
3. M. J. Herberg, R. F. Macander and T. R. Stegman, British Patent GB 2, 154, 596 A (1985).
4. P. Schnottale, *Kautschuk und Gummi Kunststoffe*, **38**, 116 (1985).
5. H. Thommen, *Plastverarbeiter*, **44**, 12 (1993).
6. M. L. Booy and F. Y. Kafka, *SPE Antec Tech. Papers*, **34**, 140 (1987).
7. R. Brozoskowski, T. Kumazawa and J. L. White, *SPE Antec Tech. Papers*, **35**, 54 (1989), *Int. Polym. Process.*, **3**, 191 (1990).



(a) Pressure profiles



(b) Fill factor profiles

그림 8. Pressure and fill factor profiles along the Kneader screw at RPM=130, Q=12 kg/h.

8. P. H. M. Elemans and H. E. H. Meijer, *Polym. Eng. Sci.*, **30**, 893 (1990).
9. M.-Y. Lyu and J. L. White, *SPE Antec Tech. Papers*, **41**, 208 (1995), *Int. Polym. Process.*, **10**, 305 (1995).
10. M.-Y. Lyu and J. L. White, *Int. Polym. Process.*, **11**, 208 (1996).
11. R. Jeisy, Y. Trouilhet and P. Grassmann, *Verfahrenstechnik*, **10**, 79 (1976).
12. M.-Y. Lyu and J. L. White, *SPE Antec Tech. Papers*, **42**, 160 (1996), *J. of Reinforced Plastics and Composites*, **16**, 1445 (1997).
13. M.-Y. Lyu and J. L. White, *Int. Polym. Process.*, **12**, 104 (1997).
14. M.-Y. Lyu and J. L. White, *Polym. Eng. Sci.*, **37**, 627 (1997).
15. R. B. Bird, R. C. Armstrong and O. Hassager, "Dynamics of Polymeric Liquids", 2nd Ed., vol. 1, John Wiley and Sons, New York, 1987.
16. J. L. White, "Principles of Polymer Engineering Rheology", John Wiley and Sons, New York, 1990.
17. J. L. White and A. B. Metzner, *J. Appl. Polym. Sci.*, **7**, 1867 (1963).
18. R. Brozoskowski, J. L. White, W. Szydowski, N. Nakajima and K. Min, *Int. Polym. Process.*, **3**, 34 (1988).
19. R. Brozoskowski and J. L. White, *Int. Polym. Process.*, **5**, 238 (1990).
20. J. L. White and W. Szydowski, *Adv. Polym. Technol.*, **7**, 419 (1987).
21. H. E. H. Meijer and P. H. M. Elemans, *Polym. Eng. Sci.*, **28**, 275 (1988).