

J. of the Korean Society for Heat Treatment  
Vol. 11, No. 2, June, pp. 131~139

《論 文》

## 유한요소법을 이용한 탄소강의 경화능 해석( I )

김옥삼\*, 구본권\*\*

\*여수대학교 기계공학과

\*\*서울산업대학교 금형설계과

Analysis of Hardenability for Carbon Steel using Finite Element Method ( I )

O.S. Kim\* and B.K. Koo\*\*

\*Dept. of Mechanical Engineering, Yosu National Univ.

\*\*Dept. of Die and Mould Design, Seoul National Polytechnic Univ.

### ABSTRACT

The object of this research is to estimate the hardenability of quenched carbon steels AISI 1050. The equation of transient heat conduction was analyzed to derive cooling curve by finite element method. The effects of temperature on physical properties, metallic structures and the latent heat by phase transformation were considered. A good agreement was found between analytical and experimental results to show that the proposed numerical procedure was reliable. This procedure could be used as the database for optimal condition of heat treatment cycle.

### 1. 서 론

최근들어 기계부품에 대한 강도향상, 내마모성 증대, 생산성 증대 및 원가의 절감 등을 위하여 재료의 최적 열처리조건이 점차 중요시되고 있다. 이는 종래 경험적 방법에 의존해왔던 열처리 분야에 과학적인 접근을 통하여 그 과정을 분석하고 합리적인 방법으로 개선시켜 나가려는 노력의 일환이라고 할 수 있다.

렌칭처리는 원재료에 열적 공정을 가하여 재료를 경화시켜서 높은 경도 및 강도를 갖는 부품으로 만들도록 재료 절감 및 수명 연장을 기할 수 있는 방법이다. 탄소강의 경화능은 재료의 화학적 조성, 특히 탄소강의 경우 탄소 함유량, 합금 원소 및 결정입도에 크게 좌우되며, 특히 재료의 질량효과와 밀접하

관련이 있어서 질량효과가 작을수록 경화능이 우수한 재료<sup>1)</sup>가 된다. 재료의 경화능을 추정하기 위해서는 냉각능의 결정이 선행되어야 하며, 이를 기초로 각 재료의 등온변태곡선 또는 연속냉각변태곡선과 조직의 이행방정식이 수식화되어야 한다. 이들을 중첩시켜서 해석하면 냉각과정 동안의 상변태 과정을 컴퓨터를 통하여 해석할 수 있다.

렌칭처리의 경우 임계냉각속도 이상이 되어야 재료가 경화되며 마르텐사이트(martensite)조직을 얻기 위하여 적어도 상부 임계냉각속도 이상이 되어야 한다. 즉 냉각능력의 좋고 나쁨에 따라 열처리에 의한 경화여부가 결정된다. 냉각제(coolant)의 냉각능에 관해서는 렌칭세기(severity of quench) H 파라메터(parameter)를 도입하여 정량적인 연구가 시작되었으며 J.B. Leblond 등<sup>2)</sup>이 일련의 연구를 통하여

실험적, 해석적인 방법으로 냉각능을 결정하는 방법을 제시하고 있다. 한편 국내에서는 민, 구 등<sup>3)</sup>이 연속적인 연구를 통하여 물, 기름 및 수용성 용액의 냉각능을 실험적, 해석적인 연구를 통하여 발표한 바 있으며, 김 등<sup>4)</sup>은 특히 나트륨계의 냉각제 유동상태, 온도 및 농도등을 변화시켜 가면서 실험을 행하고 임계구역인 펄라이트(pearlite) 변태영역과 위험구역인 마르텐사이트 영역으로 대별하여 냉각능 파라메터를 결정<sup>5~7)</sup>한 바 있다.

본 연구는 재료의 열처리 이전에 시뮬레이션(simulation)을 통하여 최적의 경도 및 경화깊이를 예측하여 이를 열처리 공정의 최적 cycle에 적용할 수 있도록 하기 위한 것이다. 따라서 냉각제의 냉각능과 퀸칭처리재의 경화능에 대한 연성효과(coupled effect)를 고려하여 해석을 시도하였다. 즉, 냉각제의 냉각능을 기초로 해석적인 냉각곡선의 도출을 시도하고 이를 이용하여 재료의 경화능을 추정함으로써 열처리 공전전에 해석적 기법의 접근을 통하여 보다 합리적이고, 정확한 열처리 조건을 제시하는데 그 목적이다.

## 2. 해석적 냉각곡선의 도출

냉각제의 냉각능이 금속조직 및 경화능에 미치는 영향으로서는 급속냉각과정중에 위치와 시간에 따른 온도이력으로 인하여 상변태가 발생하여 퀸칭처리후 서로 다른 相의 금속조직으로 분포하게 되고 따라서 각 相에 따라 경도 및 경화깊이가 상이하게 된다. 조직해석을 위해서는 냉각곡선을 해석적으로 도출할 필요가 있으며 이것은 조직의 이행방정식에 적용하여 조직이력 및 경화능의 추정<sup>8)</sup>을 가능케 한다.

본 연구에서는 축대칭 비정상 열전도 방정식의 유한요소 해석을 통하여 시험편에 대한 임의 위치에서 냉각곡선을 도출하였다. 엘로 선정한 축대칭 유한원주의 담금과정에 있어서 온도분포를 구하는데 있어서 다음과 같은 가정을 설정한다.

1. 기준상태(reference state)에서 시험편 전체의

온도 및 조직은 일정하며 무응력, 무변형률상태이다.

2. 퀸칭처리가 이루어지는 동안 냉각제온도는 일정하며 냉각제의 물성치는 변하지 않는다.
3. 온도와 변위에 대한 연성효과는 무시하며 변태점으로 인하여 역변태는 발생하지 않는다.

이러한 가정하에서 계를 지배하는 지배방정식을 변형에 의한 열발생을 무시하고 경계조건, 초기조건과 함께 표시하면,

a) 지배방정식

$$\rho \partial \theta / \partial t = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \rho (1+g), \quad 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq Z, t > 0 \quad (1)$$

b) 초기조건

$$\theta = \theta_0, \quad 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq Z, t = 0 \quad (2)$$

c) 경계조건

$$k_r \frac{\partial \theta}{\partial r} + h\theta = h\theta_a, \quad r = R, 0 \leq z \leq Z, t > 0 \quad (3)$$

$$k_z \frac{\partial \theta}{\partial z} + h\theta = h\theta_a, \quad 0 \leq r \leq R, z = 0, t > 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \quad r = 0, 0 \leq z \leq Z, t > 0 \quad (5)$$

식과 같이 표시되고 이 식들을 만족하는 해를 구하면 비정상 온도분포를 구할 수 있다. 유한요소법에 의한 해석방법은 상변태에 의한 잠열, 물리적성질의 온도의존성 및 조직의존성을 고려하여 해석한다. 유한요소법으로 식(1)에서 식(5)를 포함하는 지배방정식의 해를 구하기 위하여 Galerkin의 weighted residual은 다음의 식으로 표시<sup>9)</sup>된다.

$$\begin{aligned} & \iiint_v \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + Q - \rho \partial \theta \right] \\ & \omega_A dV + \iint_s \left[ K_r \frac{\partial \theta}{\partial r} L_r + K_z \frac{\partial \theta}{\partial z} L_z + g + 2(\phi - \phi_a) \right] \\ & \omega_s dS = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

단,  $Q = \rho(g+1)$ 이며 여기서 요소의 체적  $dV$  및 표면  $dS$ 는

$$dV = r d\theta \ dr dz = r d\theta \ dA \quad (7)$$

$$dS = r d\theta \ dS \quad (8)$$

로 표시되고  $\theta$ 에 무관하다면

$$dV = 2\pi r dA \quad (9)$$

$$dS = 2\pi r dS \quad (10)$$

으로 되므로 식(6)은

$$\begin{aligned} & \iiint_v \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( K_r \cdot r \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \cdot r \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + Qr - \rho cr\theta \right] \\ & \omega_A dV + \int_s \left[ K_r \cdot r \frac{\partial \theta}{\partial r} L_r + K_z \cdot r \frac{\partial \theta}{\partial z} L_z + q + hr(\phi - \theta_a) \right] \omega_s dS' = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

식이 된다. 미지함수  $\theta$ 는 유한요소 이산화(finite element discretization)에 의하여

$$\theta = \sum_{i=1}^n L_i \theta_i \quad (12)$$

식으로 표시할 수 있으며  $n$ 는 절점총수,  $N_i$ 는 형상함수로서 삼각형요소를 취하는 경우 면적좌표  $L_i$ 와 동일하며  $\theta_i$ 는  $\theta$ 의 절점식이다. Galerkin법에 있어서는 weighting function과 형상함수(shape function)를 같게 선택하므로

$$W_i = N_i \quad (13)$$

$$\text{단 } W_s = -W_i = W \quad (14)$$

식으로 하고 식(11)에 식(12)을 대입하면

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \left\{ \iint_A \left[ K_r \cdot r \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + K_z \cdot r \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] dA + \right. \\ & \left. hr \int_s N_i N_i dS \right\} \phi_i + \sum_{i=1}^n \iint_A \rho cr N_i N_i \phi dA = \\ & \iint_A Qr N_i dA - \int_s (q - h\theta_a) N_i dS + X_i \end{aligned} \quad (15)$$

식과 같이 표시되며 행렬(matrix) 형태로 표시하면

$$K_1 \theta + K_2 \theta = f_i \quad (17)$$

$$\begin{aligned} K_1 &= \iint_A \left[ K_r \cdot r \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_i}{\partial r} + K_z \cdot r \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_i}{\partial z} \right] dA + \int_s hr N_i N_i dS \\ & \quad (18) \end{aligned}$$

$$K_2 = \iint_A \rho cr N_i N_i dA \quad (19)$$

$$f_i = \iint_A \theta r N_i dA = \int_s (q - hQ_a) N_i dS + X_i \quad (20)$$

식(17)에서 온도의 시간미분항  $\dot{\theta}$ 는 전진차분형으로

표시하면

$$\dot{\theta} = \frac{(\theta_i + 4_i \theta)}{\Delta t} \quad (21)$$

식과 같고  $\Delta t$ 는 시간증분이다. explicit법에 의하여 식(17)은

$$K_T \theta_i + 4_i = f_i \quad (22)$$

$$\text{단, } K_T = K_1 + \frac{K_2}{\Delta t} \quad (23)$$

$$f_i = f_i + \frac{K_2 \theta_i}{\Delta t} \quad (24)$$

와 같이 표시된다. 식(17)의 강성방정식은 경계조건식과 초기조건식을 이용하여 미소시간 증분에 의하여 풀면 냉각시간에 따른 온도분포를 구할 수 있다. 한편 식(20)의  $\theta$ 는 물체내부의 열발생 및 상변태에 의한 잠열을 포함하고 있으나 펜칭처리시에는 상변태시의 잠열로 생각할 수 있다. 물리적 성질의 온도의존성 및 조직의존성을 고려<sup>10</sup>하는 경우는 증분이론을 사용하여 전단계에서의 이행식과 前段階의 온도, 시간 및 조직을 알면 현재의 온도분포를 구할 수 있다.

### 3. 모델설정 및 해석과정

설정한 두 모델은 완전 펜칭모델로서 직경 40mm, 높이 40mm의 유한원주와 직경 25mm, 높이 10mm의 조미니(Jominy) 말단 펜칭시편 등 두 가지로서 시편의 초기온도 820°C에서 25°C의 물에 펜칭(quenching) 급냉시키는 경우에 대하여 비정상 온도분포를 해석하였다. 펜칭처리 과정 중에는 복잡한 전열과정을 수반하므로 물리정수를 일정하게 하는 경우 실제의 과정을 표현하기는 어렵다. 따라서 냉각곡선해석을 위하여 실측에 의해 계산된 열전달계수를 이용하였고 해석에서 물리적 성질, 기계적 성질의 온도의존성 및 조직의존성을 고려하였다.

유한요소 모델의 형상은 축대칭이므로 완전 펜칭의 모델의 경우 Fig. 1과 같이 원주의 종단면부에 대하여 고려하고, 시편의 형상 및 경계조건이 좌우상하대칭이므로 모델의 우측상단 1/4부분만을 요소수 228

개, 절점수 169개의 삼각형요소로 해석하였다. 죠미니 말단 펜칭시험편도  $y$ 축을 기준으로 좌우대칭이므로 Fig. 2와 같이 우측 1/2부분에 대하여 해석하였다.

해석을 위한 입력 data작성은 시간을 줄이고 정확성을 제고시키기 위하여 자동요소분할을 위한 auto mesh generation program과 Gauss 소거법을 이용하여 각각 완전펜칭모델과 죠미니 펜칭모델의 온도해석을 위한 요소분할을 나타내었다.

완전담금과 죠미니 말단 경화능모델의 온도계산과 조직, 경도, 경화깊이계산을 위한 유한요소 프로그램의 흐름도를 Fig. 3에 나타냈으며 결과의 타당성을 확보하기 위하여 완전 펜칭 및 죠미니 말단 경화능장

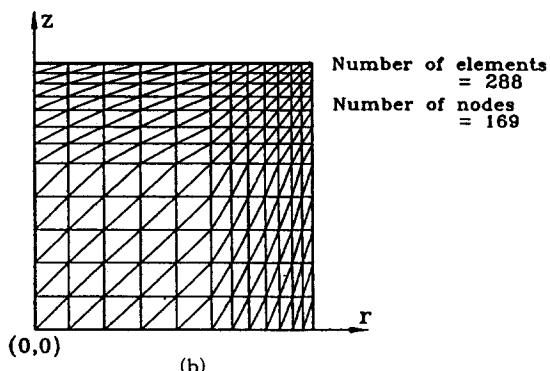
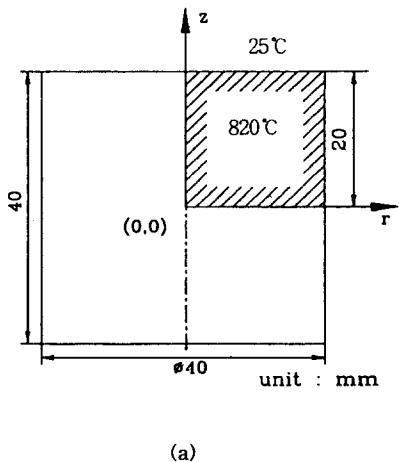


Fig. 1 Finite element mesh and the full quenching model.

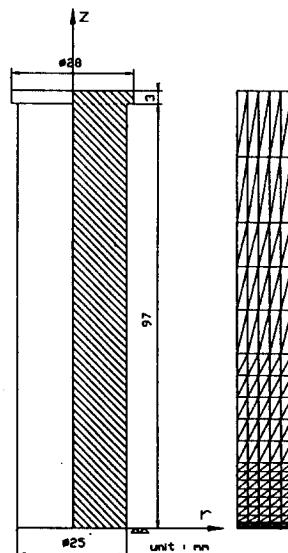


Fig. 2 Jominy end quench model and finite element mesh.

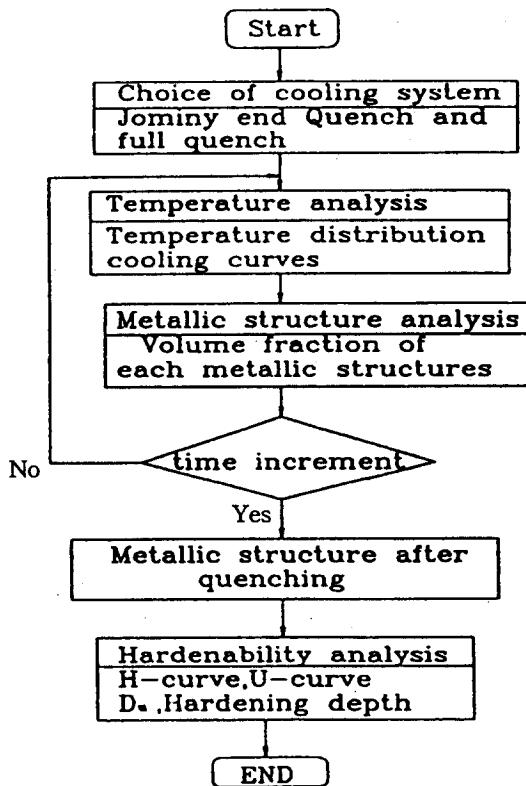


Fig. 3 Analytical method for hardenability prediction.

치를 제작하고 냉각곡선을 실측하여 해석결과와 비교 및 검토하였다.

#### 4. 실험장치 및 실험방법

##### 4-1. 실험장치

완전렌칭 및 죄미니말단 경화능시험을 행할 수 있는 장치를 제작하였으며 그 개요도를 Fig. 4에 도시하였다. 가열로는 PID제어가 가능한 직립원통 전기로를 이용하였으며, 전기로내에서 오스테나이트화(austeniting)와 온도보다 다소 높은 820°C에서 완전렌칭의 경우 60분, 말단 경화능시편은 40분간 유지시켜서 시편전체를 오스테나이트화시킨 후 하단에 설치된 렌칭조에서 냉각하였다.

죄미니 말단 경화능시험은 KS D 0206에 규정되어 있는 시험법에 의하여 장치를 제작하여 사용하였다. 12mm 직경의 노즐 출구로부터 12mm 위치에 시편의 말단 중앙이 위치하도록 하고 이미 설정된 분수 자유고(약 65mm)에 해당하는 유량으로 말단만을 냉각시켰으며, 전체 시편의 온도가 100°C 이하가 될 때 까지 냉각시켰다. 한편 냉각조의 온도를 일정하게 하기 위하여 heater(E)에 의하여 일정온도로 조절되도록 하였다.

록 하였으며 냉각제의 수온이 균일하도록 교반기(F)에 의하여 혼합시켰다.

##### 4-2. 실험방법

실측의 열전달계수를 구하기 위하여 완전렌칭 및 죄미니 말단 경화능시의 냉각곡선을 측정하였다. 완전렌칭의 경우 Fig. 5에 도시한 바와 같이 하다면으로부터  $z=1\text{mm}$ ,  $2\text{mm}$ ,  $10\text{mm}$  및  $20\text{mm}$  위치에 CA열전대를 삽입, 점용접시키고 이를 digital thermometer에 연결시켜서 직접 관찰하면서 실험하였으며, 실험data는 thermo couple amplifier를 거쳐서 analogue to digital convertor가 설치된 컴퓨터에서 실시간으로 data를 축적시켜면서 실험하였다. 여기에 사용된 program은 Unkelscope를 이용하였으며 data의 처리는 Grapher를 사용하였다. Fig. 6은 죄미니 말단경화능시험의 냉각곡선을 측정하기 위한 시험편이다. 말단면으로부터  $z=1\text{mm}$  떨어진 곳까지 드릴(drill)로 천공한 후 보호관에 삽입된 CA열전대를 삽입, 용접한 후 완전·칭의 경우 동일하게 냉각곡선을 계측하였다.

물체 표면에서의 종합열전달계수는 시편의 특정위치에서 이미 계측한 냉각곡선과 동일위치에서 해석적

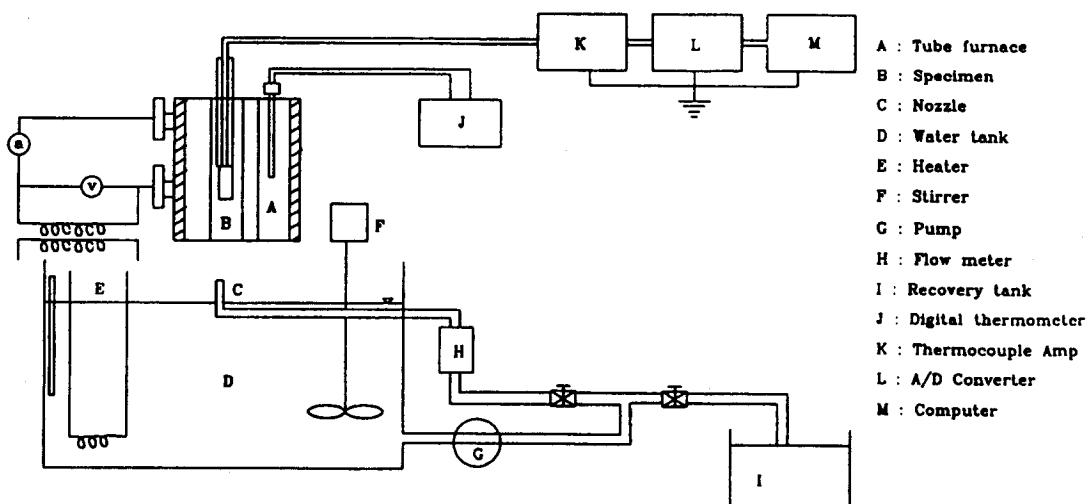


Fig. 4. Schematic diagram of experimental apparatus for quenching.

으로 구한 냉각곡선이  $\pm 10^{\circ}\text{C}$  이내가 되는 때의 열전달계수를 반복법으로 구하여 온도해석시 적용하였으며 각 냉각단계의 온도에 따라 크게 차이가 나기 때문에 온도의 함수로써 curve fitting 시켜서 사용하였다.

## 5. 해석 및 실험결과

켄칭재의 냉각능과 경화능을 해석하고 실험결과와 비교 고찰하기 위하여 완전肯칭 및 말단경화능시험을 함께 할 수 있는 장치를 제작하였다. 말단경화능의 경우 이미 설정된 噴水自由高(65mm) 만큼 nozzle로부터 물을 분사시키는 상태에서 낙하시켜 말단肯

칭하였으므로 완전肯칭의 경우 nozzle부를 제거하고 완전하게 침적하여肯칭시켰다.

Fig. 7은 완전肯칭 및 말단肯칭시 SM50C의 실측 냉각곡선이다. 표면열전달계수의 결정은 임의의 시간단계에서 동일 위치에서의 온도가 실측 온도 및 해석적으로 구하 온도와의 차이가  $\pm 10^{\circ}\text{C}$  이하로 되는 때의 열전달 계수를 반복법으로 구하여 전 냉각단계에 걸쳐서 이용하였으며 각각 완전Ken칭은  $a e^{b\theta}$  ( $a = 1.44 \times 10^4$ ,  $b = 8.39 \times 10^4$ ,  $c = -2.39$ )의 계수값을 보이고 있으며 말단Ken칭의 경우  $a e^{b\theta}$  ( $a = 688.95$ ,  $b = -3.32 \times 10^{-5}$ )의 열전달 계수의 값으로 온도의 spline함수로 나타난다. 여기서  $\theta$ 는 계산시점의 온도를 의미한다.

완전Ken칭에 있어서 임계구역인  $550^{\circ}\text{C}$  부근에서 실측 및 해석적인 온도가 일치되는 물의 열전달 계수를  $22000\text{W/m}^2\text{C}$  으로 하여 SM50C 시편을 해석한 냉각곡선과 동일위치의 실측냉각곡선을 도시한 것이 Fig. 8이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 냉각초기단계인 膜沸騰과 核沸騰段階에서는 잘 일치하고 있

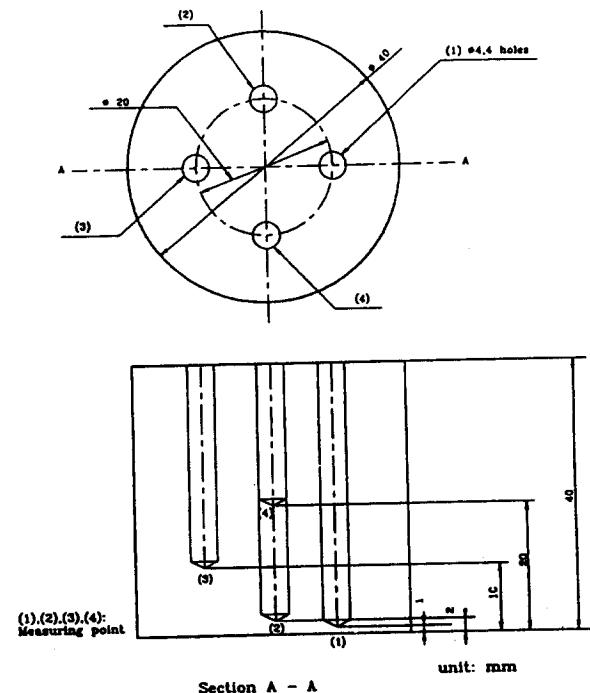


Fig. 5 Measuring points for cooling curve of full quenching specimen(5M50C).

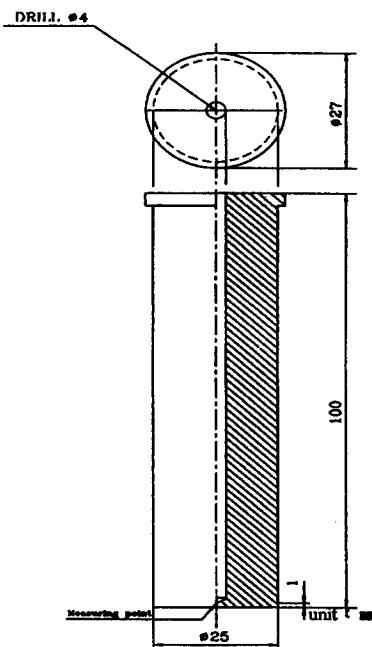


Fig. 6 Measuring point for cooling curve of end quenching specimen(SM50C).

으나 핵비등영역에서 대류단계로 이행되는 하부遷移領域부터는 열전달계수의 값이 크기 때문에 실험보다 해석의 결과가 냉각이 빨리 이루어지고 있다. 그러나潜熱을 고려한 경우와 그렇지 않은 경우의 차이는 거의 존재하지 않았다.

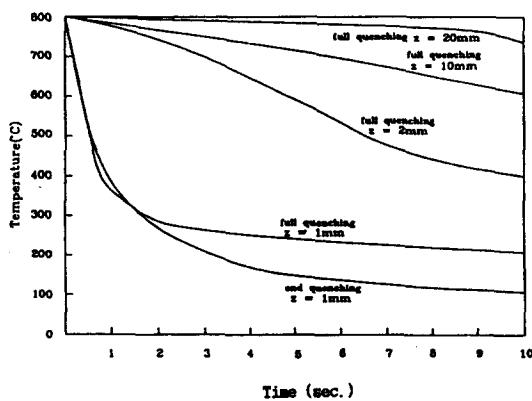


Fig. 7 Experimental cooling curves of full quenching and end quenching (SM50C).

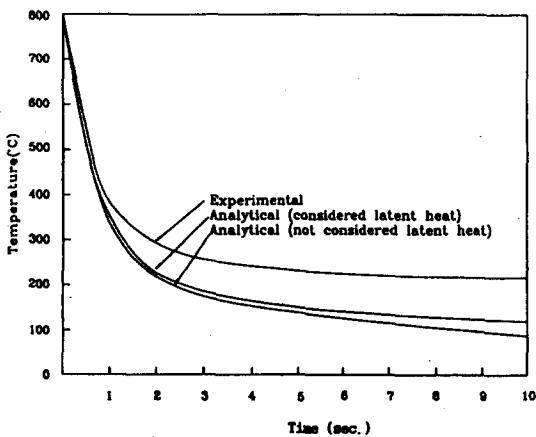


Fig. 8. Experimental and analytical cooling curves at  $z=1\text{mm}$  (SM50C).

이를 보완하기 위하여 막비등, 핵비등 및 대류단계로 세분하여 각 냉각단계마다 실측냉각곡선과 해석적인 냉각곡선이 잘 일치(온도차  $\pm 10^\circ\text{C}$  이내)하는 열전달계수를 역으로 산출하여 이를 Fig. 7의 함수식으로 만들어 사용하였으며 이렇게 하여 구해진 냉각곡선은 Fig. 9에 도시된바와 같이 잘 일치하고 있다.

Fig. 10의 (a)와 (b)는 SM50C 시편의 중심부로부터 각각 원주방향과 축방향으로의 시간에 따른 냉각곡선을 도시한 것이다. 반경비 0.8, 축비 0.8까지의 냉각속도는  $80^\circ\text{C/sec}$  이내로  $\text{Ar}_1$ 변태가 예상되며, 표면부로 가까워질수록  $\text{Ar}'$ ,  $\text{Ar}''$ 변태가 예상된다.

각각 SM50C 시편의 중심부에서 원주방향과 축방향에 따른 온도분포를 냉각시간에 따라 도시한 Fig. 11의 (a)와 (b)는 냉각초기에 큰 온도구배를 보이며, 냉각이 계속 진행됨에 따라 점차 온도구배는 작아져서 50초 경과후에는 시편의 전영역 온도가  $100^\circ\text{C}$  이하로 대류단계까지 냉각되었다.

이상과 같이 열처리모델의 냉각곡선을 유한요소법으로 도출하고 이를 조직 이행방정식과 중첩시키면 시편내의 온도분포와 냉각곡선이 계산되며, 이를 기초로 재료의 경화능을 용이하게 추정할 수 있다. 또한 등온변태곡선이나 연속냉각변태곡선 및 경화능곡

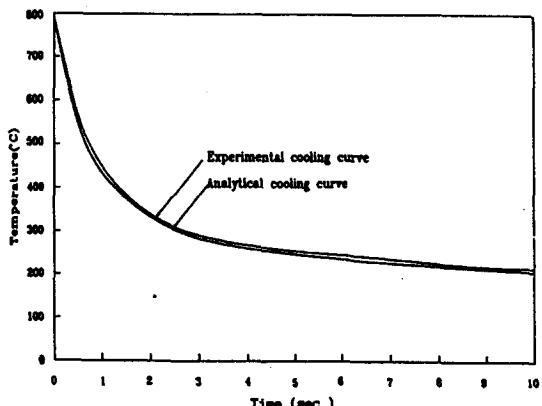


Fig. 9 Experimental and complementary analytical cooling curves at  $z=1\text{mm}$  (SM50C).

선의 함수화에 Cubic spline curve를 이용하면 실제의 열처리에 유사한 영향인자들의 해석에 도움을 줄 수 있을 것으로 사료된다.

## 6. 결 론

렌칭처리재 경화능을 시뮬레이션 해석으로 추정하

기 위하여 유한요소법에 의하여 계산된 냉각곡선은 렌칭처리재의 물리적 성질에 대한 온도의존성, 조직의존성 및 상변태시의 잠열을 고려하여 구하였다.

해석의 타당성을 검토하기 위하여 SM50C 탄소강을 이용하여 완전렌칭처리 및 죠미니 말단렌칭처리 모델과 동일한 시편을 제작하고 실험장치를 제작하여 냉각곡선을 측정한 결과 해석결과와 잘 일치하고 있

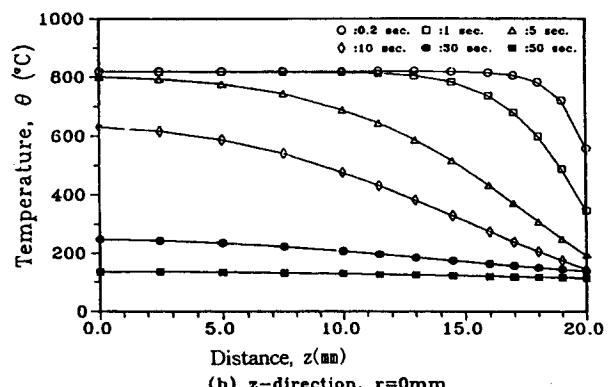
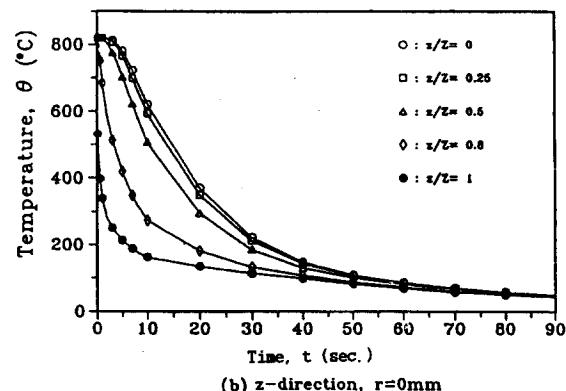
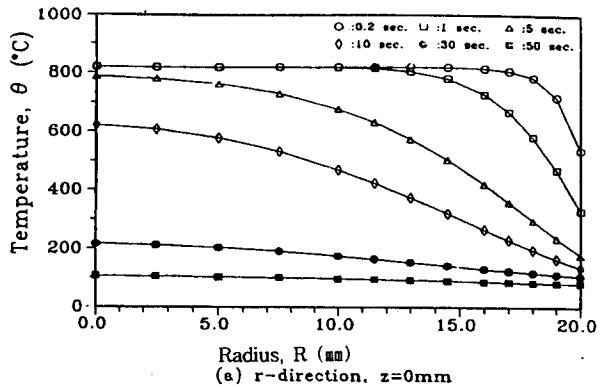
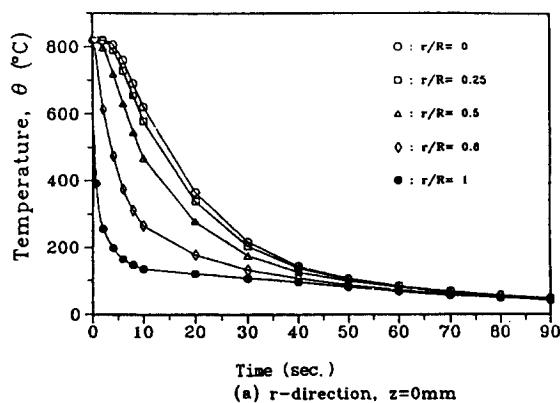


Fig. 10 Analytical cooling curves(SM50C).

Fig. 11 Temperature gradients during quenching (SM50C).

음을 알 수 있었다.

모델의 특정 위치에서 계산된 냉각곡선과 실측냉각곡선이  $\pm 10^{\circ}\text{C}$  이내로 일치하는 완전·칭처리 모델 및 죠미니 말단·칭처리 모델의 표면열전달 계수는 아래와 같으며 이 식을 사용함으로써 보다 실제에 가까운 해석이 이루어질 수 있음을 확인하였다.

완전 펜칭처리;  $h(\theta) = ae^{b\theta}$  ( $a=1.44 \times 10^4$ ,

$$b=8.39 \times 10^4, c=-2.39)$$

말단 펜칭처리;  $h(\theta) = ae^{b\theta}$  ( $a=688.95$ ,

$$b=-3.32 \times 10^{-5})$$

이상과 같이 펜칭처리과정의 냉각곡선을 통하여 열처리 후의 펜칭처리재의 경화능을 추정할 수 있는 방법을 모색할 수 있으며 향후 항온변태곡선의 spline함수화를 통해서 수치해석적 접근을 시도할 수 있을 것으로 기대한다.

### 참고문헌

- 1) 민수홍, 구본권, “변태점열을 고려한 담금시편의 온도 및 조직분포에 대하여”, 한국자동차공학회지, 6권, 4호, pp.46~53, 1987.
- 2) J.B. Leblond, G. Mottet and J. Debaux, “Mathematical Models for Description of Anisothermal Phase Transformations in Steel and Their Consequences of the Plastic Behavior”, ibid, pp.221~246, 1984, Sweden.
- 3) 민수홍, 구본권, 김태옥, “담금액의 냉각성능 평

가에 관한 연구” 대한기계학회 ’86년도 추계학술 대회 초록집 pp.422~426, 1986.

- 4) 김옥삼, 최은순, 민수홍, “· 칭시 나트륨계 수용액의 냉각성능에 관한 연구” 한국열처리공학회, 제5권 제4호, pp.224~232, 1992
- 5) 민수홍, 구본권, 김상열, “각종 담금제의 냉각성능에 관한 연구(I)”, 대한기계학회론문집 제13권 제3호, pp.411~418, 1989.
- 6) 민수홍, 구본권, 김상열, “각종 담금제의 냉각성능에 관한 연구(II)”, 대한기계학회론문집 제13권 제3호, pp.419~423, 1989.
- 7) 時弘義雄, 田村今男, 冷却母曲線の作際とその應用について. 鐵と鋼, Vol 57, No 11 pp.582, 1971
- 8) 時弘義雄, 田村今男, 燒入詩片の中心部冷却曲線の一般化, 鐵と鋼, Vol 60, No 6 pp.661, 1974
- 9) F. Abbasi and A.J. Fletcher, “The Effect of Transformation Plasticity on the Generation of Thermal Stress and Strain in Quenched Steel Plates”, ibid, pp.247~274. 1984. Sweden.
- 10) Z. Wenyu and Z. Yuhai, “The Residual Stresses Determination for Complex Shaped Components Calculation of Additional Stresses by Finite Element Method”. ibid. pp.326~337, 1984 Sweden.