

LQ 형 H_{∞} 제어기법에 의한 다층 구조물의 진동제어

A Vibration Control of Multi-layer Structure by LQ Type H_{∞} Control Theory

양주호 · 정해종 · 김창화 · 변정환 · 심성호

J. H. Yang, H. J. Jeong, C. H. Kim, J. H. Byun and S. H. Sim

Key Words : Vibration control(진동제어), LQ Type H_{∞} control(LQ 형 H_{∞} 제어), Multi-layer structure(다층 구조물), Two degree-of-freedom(2 자유도)

Abstract : This paper presents the vibration control for the two degree-of-freedom which is a reduced model of multi-layer structure. This reduced model is designed for the first and second order resonance in the low frequency domain where the disturbance such as the earth quake has the large energy. And a designed controller using the LQ type H_{∞} control theory shows the good performance for the impulse disturbance through the experimental results and the simulation results respectively.

1. 서론

최근에 신축되고 있는 빌딩, 교량 등의 구조물은 고층화, 대형화, 유연 경량화 경향을 보이고 있다. 이 구조물들은 바람, 지진 등에 의해 발생하는 진동문제에 대한 대책이 강구되어야 한다.

선진국에서는 구조물의 건설 단계에서부터 동흡진기 등의 제진 장치를 설치하여 진동으로 인한 사고발생에 대비한 예방대책을 마련하고 있고, 최근에는 대형 교량의 건설에 액티브 진동제어 기술이 도입되고 있다.^{1)~4)}

한편 국내외에서는 지진과 기상이변이 자주 일어나서 고층 건물과 교량의 내진 설계 등 안전성에 대한 대책이 요구되고 있으나, 이러한 진동문제 및 제진 대책에 관한 액티브 진동제어 연구가 국내에서는 그렇게 활발하지 못한 상태에 있다.

그러므로 본 연구에서는 향후 많이 건설될 초고층 구조의 건물과 다층 고가 교량 등에 대한 진동제어 및 제진 대책에 관한 기초 연구로서, 지진과와 같은 저주파수 대역에서 가진력이 큰 외란에

대해 만족스러운 제어성능을 얻을 수 있도록 하기 위해⁵⁾ 다층 형상 구조물을 이 주파수 대역에서 공진을 일으킬 수 있는 저차모드인 1차, 2차 모드에 중점을 두어 2 자유도계로 모델링하였다. 그리고 이 모델을 실험대상으로 하여 실험장치를 제작하고, 지진과 같은 외란을 가하기 위한 가진 장치를 설계·제작하고, 아울러 능동적으로 진동을 제어하기 위하여 제진 장치를 부착한다. 이와 같이 설계·제작된 제어대상을 수학적으로 모델링한 후 실험에 의하여 파라미터를 구한다.

제진 실험을 하기 위하여 제작한 본 실험장치는 실제 구조물에서 나타날 수 있는 고차 모드가 생략되어 있어, 고주파 영역에서 모델의 불확실성이 크게 나타나게 된다. 이러한 불확실성에 대해 강인한 제어성능을 확보할 수 있는 제어기의 설계가 요구된다.

이미 저차 등에 의하여 투고된 바 있는 LQ 제어기법에 의한 다층 층상 구조물의 진동제어는 1, 2차 모드를 어느 범위 내에서 제진 시키는 것은 가능하였으나⁶⁾, 이 경우는 모든 상태를 계속하거나 관측기를 이용하여야 하는데, 관측기의 이용할 경우 고차모드 등에 관한 강인성이 문제될 수 있다. 그리고 표준형 H_{∞} 제어기를 실험장치에 적용하여 기초실험을 한 결과, 외란 등에 대해 제어 입력이 다소 크게 되어야 요구된 성능에 만족됨을 확인할 수 있었다.⁷⁾

접수일 : 1998년 6월 29일
양주호 : 부경대학교 제어기계공학과
정해종 : 한국해양수산연수원
김창화 : 경남정보대학
변정환 : 부경대학교 산학연센터
심성호 : 부경대학교 대학원

그래서 본 연구에서는 제어입력에 제한을 두면서 강인한 제어계의 설계에 유용한 LQ 형 H_∞ 제어기법을 이용하여, 외란 등에 대해서 강인한 성능을 갖는 제어기를 설계하고, 실험을 통하여 유효성을 검증한다.

2. 실험 장치의 구성

다층 층상 구조물은 일반적으로 n 개의 공진점을 갖게 되는데 이를 저차원화 모델로 간략화하기 위해 제어대상에 가해지는 외란을 지진으로 상정하고, 이 외란에 대한 주파수 특성을 먼저 조사해서 실험장치를 제작하였다.

먼저 세계적으로 인명과 재산에 많은 피해를 입힌 대표적인 지진의 예를 살펴보면, 1940년 5월 18일 미국, Imperial Valley에서 발생한 지진으로, 최대 가속도 326[gal], 규모(Magnitude) 7.1이며, 이 지진의 탁월 주파수는 약 1~3[Hz]로 Fig. 1과 같다.

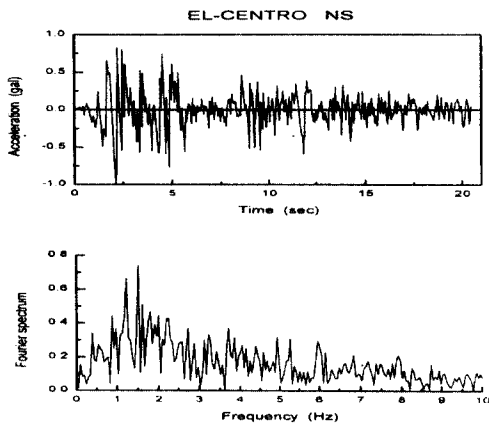


Fig. 1 EL-Centro wave of Imperial Valley in U. S. A

즉, 일반적으로 지진이 갖는 탁월 주파수 대역은 대략 3.5[Hz] 미만임을 알 수 있었고, 이 주파수 대역에서 공진을 일으킬 수 있는 저차 모드인 1차, 2차 모드에 중점을 두어 2 자유도계로 축소 모델링하여 Fig. 2와 같이 제작하였다.

3. 대상 구조물의 모델링

3.1 수학적 모델링

Fig. 2에 표시된 2자유도 구조물의 모델은 Fig. 3과 같이 등가적으로 표현할 수 있다.

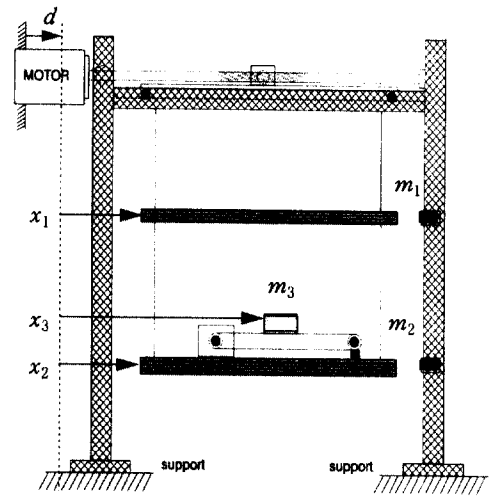


Fig. 2 Schematic diagram of multi-layer structure with two-degree-of-freedom

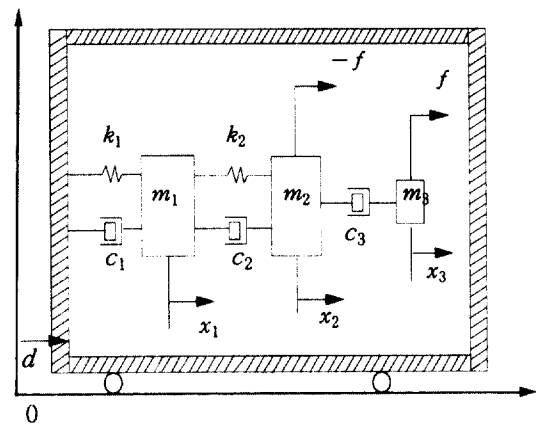


Fig. 3 Analytical model of multi-layer structure with two-degree-of-freedom

Fig. 3과 같은 해석모델에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{d}) = -c_1 \dot{x}_1 - k_1 x_1 - c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2(x_1 - x_2) \quad (1)$$

$$m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{d}) = -f - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1) - c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \quad (2)$$

$$m_3(\ddot{x}_3 + \ddot{d}) = -f - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) - k_2(x_2 - x_1) - c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \quad (3)$$

단, $m_i, c_i (i=1,2,3), k_i (i=1,2)$ 는 각각 질량, 감쇠 및 강성계수를 나타내고 있으며, x_1, x_2, x_3 는 외곽 프레임(frame)을 기준으로 한 상대변위이며, d 는 가진변위이다.

여기서, 이 변위들의 좌표계를 $X_1=x_1+d, X_2=x_2+d, X_3=x_3+d$ 로 하는 절대 좌표계로 변환하고, 제진력을 $f=k_T u$ 라 두면, 식(1)~식(3)은 식(4)와 같은 상태방정식으로 된다.

$$\begin{cases} \dot{x}_p = A_p x_p + B_p u + E_1 \dot{d} + E_2 d \\ y_p = C_p x_p + D_p u \end{cases} \quad (4)$$

단, $x_p = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6]^T$

여기서, 식(4)의 각 계수행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & -\frac{c_1+c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2+c_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_T}{m_2} & \frac{k_T}{m_3} \end{bmatrix}^T$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C_p = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad D_p = [0]$$

3.2 각 파라미터 값의 추정

식(4)에 포함되어 있는 파라미터 m_i, c_i, k_i 중 m_i 는 계량기로 실측한 값을 이용하였으며, c_i 와 k_i 의 값들은 다음과 같은 실험을 통하여 추정하였다.

우선 c_1 과 k_1 의 값을 추정하기 위하여 Fig. 2에서 하판부를 제거한 후, 질량 m_1 을 좌측으로 일정한 변위 만큼 잡아 당겼다가 놓았을 때의 자유진

자 운동하는 것을 레이저 센서로 변위를 계측하였으며, c_2 와 k_2 의 값을 추정하기 위해서는 상판부를 제거하고 하판부만을 고정한 후 앞에서와 같은 실험을 통하여 자유 진자 운동시의 응답으로부터 각 파라미터의 값들을 추정하였으며, 그 결과는 Table 1과 같다.

Table 1 Specifications of experimental apparatus

Parameter	Value	Unit
Mass	m_1	150.3 kg
	m_2	116.5 kg
	m_3	1.5 kg
Damping coefficient	c_1	29.12 N·s/m
	c_2	14.22 N·s/m
	c_3	11.33 N·s/m
Stiffness coefficient	k_1	23,817 N/m
	k_2	25,855 N/m
Motor torque constant	k_T	2.5 N·m/A

4. LQ 형 H_∞ 제어기의 설계

4.1 LQ 형 H_∞ 제어기

하중함수를 포함한 일반화 플랜트 $P_g(s)$ 와 제어기 $K(s)$ 로 구성되는 LQ 형 H_∞ 제어기는 Fig. 4와 같다.

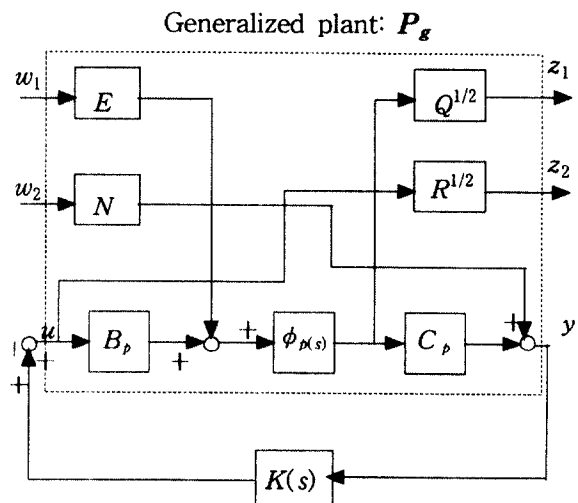


Fig. 4 LQ type H_∞ control system

이때 일반화 플랜트에 대한 상태공간표현은 다음과 같이 된다

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & (E \ 0) & B_p \\ \begin{pmatrix} Q^{1/2} \\ 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 \\ R^{1/2} \end{pmatrix} \\ C_p & (0 \ N) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \\ u \end{bmatrix}$$

여기서, $x = x_p$, $z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$, $w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix}$

또한 Fig. 4에서 $\phi_p(s)$ 는 식(5)와 같고, 출력방정식의 y_p 는 $y = y_p$ 와 같이 두었다.

$$\phi_p(s) = (sI - A_p)^{-1} \quad (5)$$

피드백 제어입력 $u(s) = K(s)y(s)$ 를 가하면, 페루프 전달함수는 다음 식(6)과 같이 된다.

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = T(s) \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix},$$

$$T(s) = \begin{bmatrix} T_{z_1 w_1}(s) & T_{z_1 w_2}(s) \\ T_{z_2 w_1}(s) & T_{z_2 w_2}(s) \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서,

$$T_{z_1 w_1}(s) = Q^{1/2}(I - \phi_p(s) B_p K(s) C_p)^{-1} \phi_p(s) E$$

$$T_{z_2 w_1}(s) = R^{1/2}(I - K(s) C_p \phi_p(s) B_p)^{-1} K(s) C_p \phi_p(s) N$$

$$T_{z_1 w_2}(s) = Q^{1/2}(I - \phi_p(s) B_p K(s) C_p)^{-1} \phi_p(s) B_p K(s) N$$

$$T_{z_2 w_2}(s) = R^{1/2}(I - K(s) C_p \phi_p(s) B_p)^{-1} K(s) N$$

이다.

결국 LQ 형 H_∞ 제어라고 하는 것은 Fig. 4와 같이 표현된 일반화 플랜트 P_g 에 대해 식(7)로 표시된 무한대 노음을 최소로 하는 최적 제어문제로 된다.

$$\left\| \begin{bmatrix} T_{z_1 w_1}(s) & T_{z_1 w_2}(s) \\ T_{z_2 w_1}(s) & T_{z_2 w_2}(s) \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (7)$$

앞에서도 언급된 바 있지만 외부입력(외란과 측정잡음)의 특성을 고려하여 하중 E 와 N 을 잘 선정하여야 함과 동시에 제어량과 제어입력에 대한 하중 $Q^{1/2}$ 과 $R^{1/2}$ 값의 선정 또한 제어의 질을 좌우하는 것으로 매우 중요하다.

일반적으로 하중 $Q^{1/2}$ 를 $R^{1/2}$ 에 비해 크게 하

면 제어의 질을 높일 수 있는 반면 제어입력이 크게 됨으로, 제어입력의 크기가 적절한지를 고려해야 한다.

4.2 하중행렬의 선정 및 제어기 설계

Fig 4에서의 하중행렬은 제어성능과 외란의 크기 및 제어입력 크기의 제한치 등을 고려하여 반복시행을 거쳐 식(8)과 같이 선정하였다.

$$Q = [10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad R = 2.0, \quad E = E_2, \quad N = 0.1 \quad (8)$$

이 하중행렬에 대해 구해진 최적 H_∞ 제어기는 식(9)과 같다.

$$K(s) = \frac{n(s)}{d(s)} \quad (9)$$

여기서,

$$n(s) = 3.101261s^5 - 15.031655s^4 + 29.123042s^3 - 28.191560s^2 + 13.634310s - 2.635396$$

$$d(s) = s^5 - 4.942383s^4 + 9.771687s^3 - 9.660724s^2 + 4.775918s - 0.944499$$

이다.

5. 응답결과 및 고찰

본 실험은 제어대상 구조물에 임펄스를 가한 후 하판 변위 y 에 대한 응답결과를 고찰하였다.

Fig. 5는 공칭 모델 및 페루프계의 주파수 응답이고, Fig. 6은 제어를 행하지 않았을 때와 설계된 제어기에 의한 제어를 행할 때의 시간응답에 대한 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. Fig. 5로부터 알 수 있는 바와 같이 공칭 모델의 1차 및 2차 공진치는 각각 8.55[rad/s]에서 37.94[dB], 21.91[rad/s]에서 21.89[dB]이었으나, 본 연구에서 설계된 제어기에 의한 페루프계의 주파수 응답은 (1차 및 2차 공진치 모두) 약 7[dB] 이하가 됨을 알 수 있다.

그리고 Fig. 6의 시뮬레이션 결과로부터 알 수 있듯이, 정정시간(settling time)이 약 2초로서 제진이 잘 되고 있음을 보이고 있다.

Fig. 7은 실험에 의한 시간 응답 결과와 시뮬레이션 결과를 비교한 그림으로서, 두 경우가 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 8은 임펄스 가진에 의한 제어대상 구조물의 하판 변위에 대해서 제진할 때에 제어입력 크

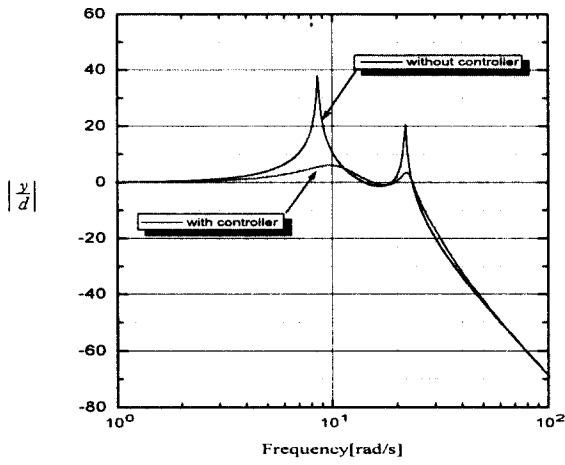


Fig. 5 Simulation result of frequency response

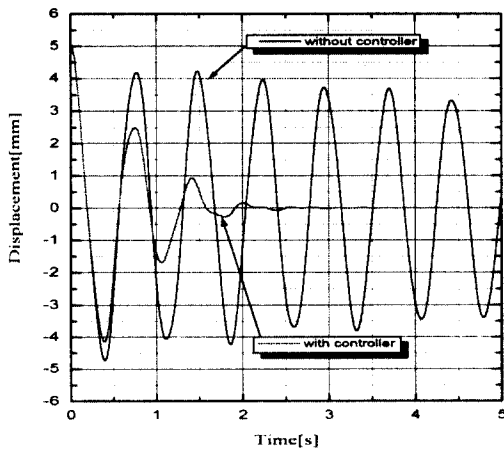


Fig. 6 Simulation result of time response

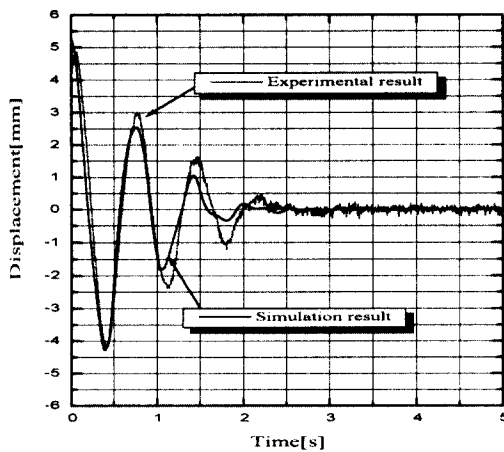


Fig. 7 Time response under simulation vs experiment

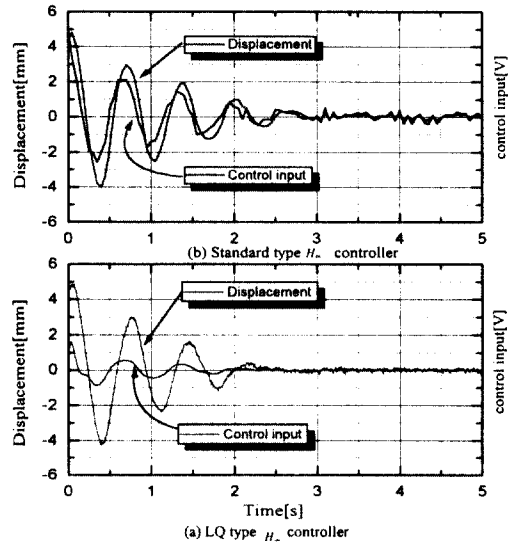


Fig. 8 Experimental result for displacement and control input

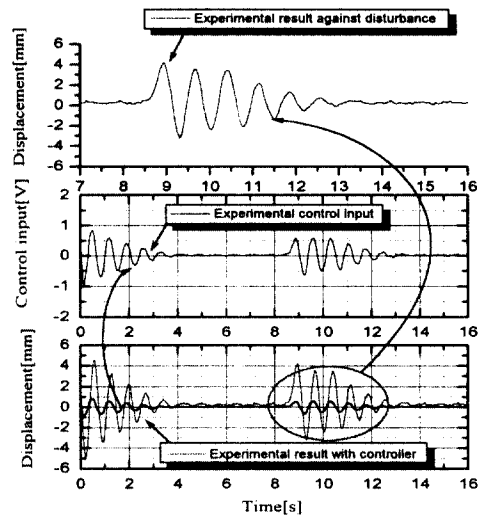


Fig. 9 Time response against impulse disturbance

기를 비교하였다. Fig. 8(a)은 기 투고된 표준형 H_∞ 제어기법에⁷⁾ 의한 응답결과이고, Fig. 8(b)은 LQ 형 H_∞ 제어기법에 의한 응답결과이다.

여기서, 상호 비슷한 제진 특성(시간응답)을 유지하지만, 전자의 경우가 제어입력이 상당히 작음을 확인할 수 있었다.

Fig. 9는 임펄스 외란에 대한 응답 결과로서 외란에 대해서도 강인한 성능을 보이고 있음을 알 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 고층건물과 같은 다층 층상 구조물을 2 자유도계로 모델링하고, LQ 형 H_∞ 제어 이론을 이용하여 제진 제어계를 설계하였으며, 시간 응답 및 주파수 응답을 통하여 설계된 제어계의 제진 효과를 검증하였다. 아울러 제어대상 구조물에 본 연구에서 설계된 제어기를 적용하여 임펄스 외란을 가하여 실험을 시행한 결과, 외란에 대해서도 강인한 성능을 보이고 있다. 그러므로 실제 구조물에 적용 시에도 모델의 불확실성에 대해 강인할 것이라는 것을 실험을 통하여 예상할 수 있었다.

제작된 가진기를 이용하여 외란을 가한 경우의 실험과 질량을 부가하거나 다층으로 구조물을 변경시켰을 경우에 대한 검토는 향후의 과제로 미룬다.

참고 문헌

1. 加賀谷 博昭, “ H^∞ 制御による橋梁主塔の 振動制御”, システム制御情報學會論文誌, Vol. 39, No. 6, pp. 282~285, 1995
2. Li-Tec Lu, Wei-Ling Chiang and Jhy-Pyng Tang, “LQG/LTR Control Methodology in Active Structural Control”, JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS, pp. 446~454, 1998
3. 崔衛民, 野派健藏, 西村秀和, “ H^∞ 最適制御による多自由度構造物のアクティブ振動制御”, 日本機械學會論文集(C編), Vol. 58, No. 553, pp. 2859~2865, 1992
4. 吉田和夫, 姜聲國, 金泰林, “多自由度の振動絶縁のLQG制御와 H^∞ 制御”, 日本機械學會論文集(C集), Vol. 61, No. 583, pp. 975~980, 1995
5. 이희현, 채원규, 남순성, “지진파의 스펙트럼 해석 입문”, 도서출판 골드, 1996
6. 정해중, 변정환, 양주호, “다층 층상 구조물의 진동제어에 관한 연구(I)”, 韓國漁業技術學會, 제33권 2호, pp. 142~146, 1997
7. 정해중, 김창화, 변정환, 양주호, “ H_∞ 제어기법에 의한 다층 층상 구조물의 진동제어에 관한연구”, 한국소음진동공학회지, 제7권 제5호, pp. 803~810, 1997