

전달강성계수법에 의한 보형구조물의 종·굽힘진동해석

Longitudinal and Flexural Vibration Analysis of a Beam Type Structure by Transfer Stiffness Coefficient Method

문덕홍 · 최명수 · 김용복

D. H. Moon, M. S. Choi and Y. B. Kim

Key Words : Free Vibration(자유진동), Frequency Response(주파수응답), Beam Type Structure (보형 구조물), Nodal Dynamic Stiffness Coefficient(절점동강성계수), Finite Element Method (유한요소법), Coupled Vibration(연성진동)

Abstract : The authors have studied vibration analysis algorithm which was suitable to the personal computer. Recently, we presented the transfer stiffness coefficient method(TSCM). This method is based on the concept of the transfer of the nodal dynamic stiffness coefficients which are related to force and displacement vectors at each node.

In this paper, we describes the general formulation for the longitudinal and flexural coupled vibration analysis of a beam type structure by the TSCM. And the superiority of the TSCM to the finite element method(FEM) in the computation accuracy, cost and convenience was confirmed by results of the numerical computation and experiment.

1. 서 론

기계, 조선, 항공, 토목 등 분야를 막론하고, 구조물의 설계시에 가장 중요한 일은 구조물의 성능, 강도 그리고 거동 등을 정확히 예측하는 일이다. 그러므로 강력하고 편리한 구조해석 기법의 개발과 이 기법을 바탕으로한 해석 소프트웨어의 개발은 대단히 중요하다.

저자들은 퍼스널 컴퓨터에 적합한 진동해석 기법의 개발에 수년간 연구해 왔고^{1,3)}, 그 결과 최근 傳達剛性係數法이라는 새로운 진동해석 기법을 개발·제안하였다³⁾.

본 연구에서는 선박의 축계, 배관계, 굴곡부를 갖는 I형 구조물 등 공학분야에서 자주 볼 수 있는 보형 구조물을 해석대상으로 하여, 종·굽힘진동을 해석할 수 있는 자유진동 및 강제진동 해석 알고리즘을 전달강성계수법으로 정식화한다. 그리고 수치계산을 통하여 본 해석기법과 유한요소법

의 계산 결과와 실험 결과를 비교·검토하여, 본 해석기법의 신뢰성 및 유효성을 제시한다.

2. 전달강성계수법

2.1 모델링

보형 구조물의 자유진동 및 강제진동을 전달강성계수법으로 정식화하는 과정을 설명하기 위하여, 해석대상 구조물을 Fig. 1과 같이 모델링한다.

본 연구에서 해석대상 구조물의 좌단과 우단, 강제외력이나 강제변위에 의한 가진점, 그리고 보요소와 기초지지요소와의 결합점과 같은 힘벡터의 불연속점을 절점(node)이라 부르고, 좌단에서 우단으로 각 절점을 절점 0, 절점 1, ..., 절점 n이라고 한다.

구조물 좌우의 경계조건은 구조물 좌단(절점 0)과 우단(절점 n)의 기초지지 스프링요소로 고려한다. 예를 들어, 경계조건이 자유인 경우에는 해당 스프링상수의 값이 0, 고정인 경우에는 ∞가 된다.

그리고 종·굽힘 연성진동을 해석할 경우, 각 절점의 변위벡터는 종변위 x , 횡변위 y 그리고 각 변위 θ 로 구성되고, 힘벡터는 축력(axial force) N , 전단력 F 그리고 모멘트 M 으로 구성된다.

접수일 : 1998년 5월 22일

문덕홍 : 부경대학교 제어기계공학과

최명수 : 부경대학교 산학연협동연구센터

김용복 : 한국해양수산연수원

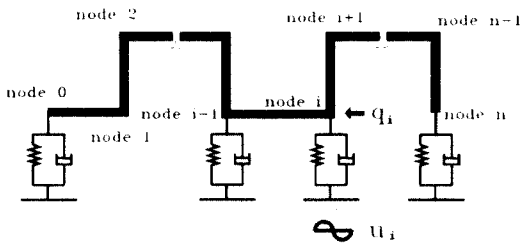


Fig. 1 Analytical model

2.2 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터의 정의

Fig. 1과 같은 해석모델은 Fig. 2와 같은 부분계(subsystem)의 연속으로 볼 수 있다. Fig. 2의 i번째 부분계는 일정 단면 연속계(continuous system)로 모델링된 직선 보요소와 기초지지요소로 구성된다. 외란으로는 조화외력 q_i , 그리고 조화변위 u_i 가 작용한다. 기초지지요소는 기초(base)와 보요소 사이의 병진 스프링(k_x, k_y)과 회전 스프링(K_z) 그리고 점성 감쇠기(c_x, c_y, C_z)로 이루어진다.

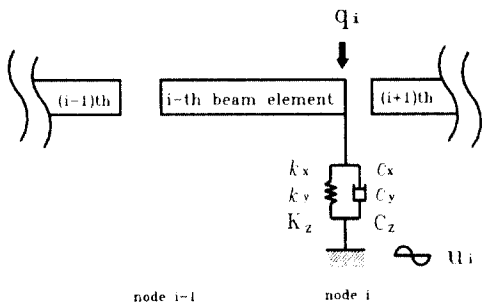


Fig. 2 I-th subsystem

Fig. 2의 i 번째 부분계에서, 절점 i 좌우측의 힘벡터(f)와 변위벡터(d) 사이의 관계를 절점동강성계수행렬(S) 및 힘보정벡터(e)를 이용하여 다음식과 같이 정의한다.

$$\bar{f}_i^i = \bar{S}_i^i \bar{d}_i^i + \bar{e}_i^i \quad (1)$$

$$f_i^i = S_i^i d_i^i + e_i^i \quad (2)$$

$$f_i^{i+1} = S_i^{i+1} d_i^{i+1} + e_i^{i+1} \quad (3)$$

본 연구에서, 하첨자 "i"는 i번째 절점 또는 i번째 부재에 관한 물리량을 뜻하고, 상첨자 "i"는 상태량을 정의할 때 사용된 좌표계가 i번째 보요소의 국부좌표계와 동일함을 뜻한다. 그리고 본 해석기법의 정식화 과정을 쉽게 설명하기 위하여, 절점을 해석적으로 좌측과 우측으로 나누어 생각한다. 동일 기호 위에 "-"를 붙인 것은 절점 좌측의 물리량, 붙이지 않은 것은 절점 우측의 물리량을 나타낸다.

Fig. 3과 같이 i+1번째 보요소가 i번째 보요소로부터 반시계방향으로 α_i 만큼 기울어져 있다면, 두 좌표계로 나타낸 변위벡터와 힘벡터 사이의 관계는 다음과 같다.

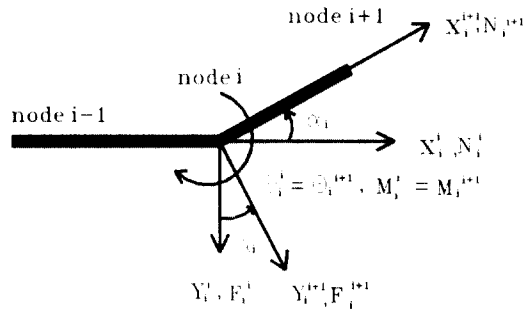


Fig. 3 Definition of positive direction of state variables

$$d_i^{i+1} = R(\alpha_i) d_i^i, \quad f_i^{i+1} = R(\alpha_i) f_i^i \quad (4)$$

여기서

$$R(\alpha_i) = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_i) & -\sin(\alpha_i) & 0 \\ \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

이고, 좌표변환행렬 $R(\alpha_i)$ 은 다음과 같은 성질을 가진다.

$$R(-\alpha_i) = {}^T R(\alpha_i) = R(\alpha_i)^{-1} \quad (6)$$

그리고 첨자 T는 행렬의 전치를 뜻한다.

2.3 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터의 전달

Fig. 2에서 절점 i-1의 우측(i번째 보요소의 좌측)과 절점 i의 좌측(i번째 보요소의 우측)의 상태량 벡터 사이의 관계는 다음식과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{f}}_i^i \\ \mathbf{f}_{i-1}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_i & \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{d}}_i^i \\ \mathbf{d}_{i-1}^i \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서 3×3 의 부분행렬 $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{D}_i$ 는 종진동 동강성 $A_{11}, B_{11}, C_{11}, D_{11}$ 과 오일러(Euler) 보요소로 모델링할 경우 굽힘진동 동강성 행렬 $\mathbf{A}'_i, \mathbf{B}'_i, \mathbf{C}'_i, \mathbf{D}'_i$ 로 다음과 같이 구성된다⁴⁾.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \text{diag}(A_{11}, \mathbf{A}') & \mathbf{B}_i &= \text{diag}(B_{11}, \mathbf{B}') \\ \mathbf{C}_i &= \text{diag}(C_{11}, \mathbf{C}') & \mathbf{D}_i &= \text{diag}(D_{11}, \mathbf{D}') \end{aligned}$$

$$B_{11} = -\frac{E'A\delta}{l \sin \delta} = -C_{11}$$

$$A_{11} = C_{11} \cos \delta = -D_{11}, \quad \delta = l\omega \sqrt{\frac{\mu}{E'A}}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}' &= \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{bmatrix} & \mathbf{B}' &= \begin{bmatrix} B'_{11} & B'_{12} \\ B'_{21} & B'_{22} \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}' &= \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} \\ C'_{21} & C'_{22} \end{bmatrix} & \mathbf{D}' &= \begin{bmatrix} D'_{11} & D'_{12} \\ D'_{21} & D'_{22} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$A'_{11} = \frac{E'I}{\beta^3}(\alpha) = -D'_{11}$$

$$A'_{12} = \frac{E'I}{\beta^3}(-\bar{\gamma}l) = A'_{21} = D'_{12} = D'_{21}$$

$$A'_{22} = \frac{E'I}{\beta^3}(\beta l^2) = -D'_{22}$$

$$B'_{11} = \frac{E'I}{\beta^3}(-\bar{\alpha}) = -C'_{11}$$

$$B'_{12} = \frac{E'I}{\beta^3}(-\gamma l) = -B'_{21} = C'_{12} = -C'_{21}$$

$$B'_{22} = \frac{E'I}{\beta^3}(\bar{\beta} l^2) = -C'_{22}$$

$$\alpha = (\cos \varepsilon \sinh \varepsilon + \sin \varepsilon \cosh \varepsilon)\varepsilon^3/\Delta$$

$$\bar{\alpha} = (\sin \varepsilon + \sinh \varepsilon)\varepsilon^3/\Delta$$

$$\beta = (-\cos \varepsilon \sinh \varepsilon + \sin \varepsilon \cosh \varepsilon)\varepsilon/\Delta$$

$$\bar{\beta} = (-\sin \varepsilon + \sinh \varepsilon)\varepsilon/\Delta$$

$$\gamma = (-\cos \varepsilon + \cosh \varepsilon)\varepsilon^2/\Delta$$

$$\bar{\gamma} = (\sin \varepsilon \sinh \varepsilon)\varepsilon^2/\Delta$$

$$\Delta = (1 - \cos \varepsilon \cosh \varepsilon),$$

$$\varepsilon = l\sqrt{\omega \sqrt{\frac{\mu}{E'I}}}, \quad E' = E(1 + j\eta)$$

ω 는 각진동수, l 은 부재 요소의 길이, μ 는 선 밀도, A 는 단면적, I 는 단면 2차 모멘트, E 는 종탄성계수, η 는 구조감쇠계수, E' 는 복소 종탄성계수이다. 그리고 $\text{diag}(\)$ 는 블록 대각행렬을 뜻한다.

절점 $i-1$ 우측의 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_{i-1}^i 와 힘보정벡터 \mathbf{e}_{i-1}^i 를 이미 알고 있다면, 절점 i 좌측의 절점동강성계수행렬 $\bar{\mathbf{S}}_i^i$ 와 힘보정벡터 $\bar{\mathbf{e}}_i^i$ 를 식(1), (7) 그리고 식(3)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식으로부터, 식(9)와 같이 구할 수 있다. 즉, 식(9)는 i 번째 부분계에서, 절점 $i-1$ 우측과 절점 i 좌측사이의 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터의 필드(field) 전달식이 된다.

$$\bar{\mathbf{S}}_i^i = \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{V}_i, \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{e}}_i^i = -\mathbf{B}_i \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{e}_{i-1}^i$$

여기서

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{C}_i, \quad \mathbf{G}_i = \mathbf{S}_{i-1}^i - \mathbf{D}_i \quad (10)$$

이다.

Fig. 2에서, 절점 i 에 조화 외력 \mathbf{q}_i^i 또는 조화 강제변위 \mathbf{u}_i^i 로 가진할 경우, 절점 i 에서 동적인 힘의 평형식은 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_i^i = \bar{\mathbf{f}}_i^i + \mathbf{P}_i^i(\mathbf{d}_i^i - \mathbf{u}_i^i) - \mathbf{q}_i^i \quad (11)$$

여기서 포인트(point) 강성행렬 \mathbf{P}_i^i 는 아래와 같이 절점 i 의 기초지지요소로 구성된다.

$$\mathbf{P}_i^i = \text{diag}(k_x + jc_x\omega, k_y + jc_y\omega, K_z + jC_z\omega)_i \quad (12)$$

식(1), (2), (11) 그리고 절점에서 변위벡터의 연속조건($\mathbf{d}_i^i = \bar{\mathbf{d}}_i^i$)으로부터, 절점 i 우측의 절점동강성계수 \mathbf{S}_i^i 와 힘보정벡터 \mathbf{e}_i^i 는 식(13)과 같이 구할 수 있다. 즉, 식(13)은 절점 i 좌측과 절점 i 우측사이의 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터의 포인트(point) 전달식이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i^1 &= \bar{\mathbf{S}}_i^1 + \mathbf{P}_i^1, \\ \mathbf{e}_i^1 &= \bar{\mathbf{e}}_i^1 - (\mathbf{q}_i^1 + \mathbf{P}_i^1 \mathbf{u}_i^1) \end{aligned} \quad (13)$$

따라서 식(9)와 (13)으로부터 i 번째 부분계에서, 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_i^1 와 힘보정벡터 \mathbf{e}_i^1 의 필드-포인트 전달식을 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i^1 &= \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{V}_i + \mathbf{P}_i^1, \\ \mathbf{e}_i^1 &= -\mathbf{B}_i \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{e}_{i-1}^1 - (\mathbf{q}_i^1 + \mathbf{P}_i^1 \mathbf{u}_i^1) \end{aligned} \quad (14)$$

절점 i 에 굴곡점(crooked point)이 있다면 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터도 좌표변환이 필요하다. 이는 식(2), (3), (4) 그리고 식(6)으로부터 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i^{1+1} &= \mathbf{R}(\alpha_i) \mathbf{S}_i^{1+1 T} \mathbf{R}(\alpha_i), \\ \mathbf{e}_i^{1+1} &= \mathbf{R}(\alpha_i) \mathbf{e}_i^1 \end{aligned} \quad (15)$$

첫번째 부분계에 필드-포인트 전달식인 식(14)를 적용하기 위해서는, 절점 0의 \mathbf{S}_0^1 와 \mathbf{e}_0^1 를 미리 알고 있어야 한다. 이는 좌단의 경계조건과 힘의 평형식으로부터 구한다. 즉, 구조물의 좌단에서의 경계조건을 절점 0의 기초지지 스프링으로 고려하였으므로, 절점 0 좌측의 힘벡터 $\bar{\mathbf{f}}_0^1$ 는 해석적으로 영벡터(null vector)로 간주한다. 따라서 보요소 1의 국부좌표계로 나타낸 절점 0에서 힘의 평형식(식(11) 참조)과 식(3)에 $i=0$ 를 대입한 식으로부터 절점 0의 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_0^1 와 힘보정벡터 \mathbf{e}_0^1 를 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_0^1 = \mathbf{P}_0^1, \quad \mathbf{e}_0^1 = -(\mathbf{q}_0^1 + \mathbf{P}_0^1 \mathbf{u}_0^1) \quad (16)$$

따라서 식(16)을 시작으로 식(14)와 식(15)에 $i = 1, 2, \dots, n$ 을 반복적으로 대입하면, 각 절점의 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터를 전달하면서 구할 수 있고, 최종적으로 구조물 끝단의 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_n^1 과 힘보정벡터 \mathbf{e}_n^1 를 구할 수 있다.

2.4 강제진동 해석

구조물 우단(끝단)의 경계조건을 절점 n 의 기초지지 스프링으로 고려하였으므로, 절점 n 우측은

해석적으로 자유($\mathbf{f}_n^1 = \mathbf{0}, \mathbf{d}_n^1 \neq \mathbf{0}$)로 간주한다. 따라서 $\mathbf{f}_n^1 = \mathbf{0}$ 와 식(2)에 $i=n$ 을 대입한 식으로부터 우단의 변위벡터 \mathbf{d}_n^1 을 아래와 같이 절점 n 우측의 절점동강성계수행렬 및 힘보정벡터로부터 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}_n^1 = -(\mathbf{S}_n^1)^{-1} \mathbf{e}_n^1 \quad (17)$$

변위벡터의 연속조건과 식(7) 그리고 식(3)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입하여 구한 식으로부터 다음식을 유도할 수 있다.

$$\mathbf{d}_{i-1}^1 = \mathbf{V}_i \mathbf{d}_i^1 - \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{e}_{i-1}^1 \quad (18)$$

따라서 식(18)과 좌표변환식인 식(4)로부터, 우단을 제외한 각 절점의 변위벡터는 절점 $n-1$ 에서부터 절점 0(좌단)까지 순차적으로 계산할 수 있다. 절점 좌우의 힘벡터는 절점의 변위벡터를 먼저 계산한 후, 식(1)과 (2)로부터 구할 수 있다.

2.5 자유진동해석

본 해석기법으로 자유진동을 해석할 경우에는 힘보정벡터는 전달할 필요가 없고, 2.3절에서 오직 절점동강성계수행렬만 좌단에서 우단으로 전달해 가면 된다. 절점 n 의 우측은 해석적으로 자유가 되므로, $\mathbf{f}_n^1 = \mathbf{0}, \mathbf{d}_n^1 \neq \mathbf{0}$ 가 된다. 이 조건과 식(2)에서 힘보정벡터를 제외하고 $i=n$ 을 대입한 $\mathbf{f}_n^1 = \mathbf{S}_n^1 \mathbf{d}_n^1$ 으로부터 진동수방정식을 다음식과 같이 유도할 수 있다.

$$\det \mathbf{S}_n^1(\omega) = 0 \quad (19)$$

식(19)는 고유진동수 ω 의 함수이므로 이분법을 이용하여 근(고유진동수)을 찾을 수 있다. 그러나 실제 수치계산시에 식(19)에서 가끔 반대칭 극(asymmetric poles)이 발생하는데 이분법은 이 반대칭 극도 부호의 변화가 있으므로, 근으로 오인해 버리는 문제가 생긴다. 이러한 거짓근(false roots)은 보요소의 동강성계수(식(8) 참조) 중 분모항인 $\sin \delta$ 와 Δ 가 0이 되거나, 절점동강성계수를 전달하는 과정 중에 식(10)의 행렬 \mathbf{G} 의 행렬식이 0이 되는 경우에 발생한다. 따라서 거짓근을 해소하기 위해서는 절점동강성계수를 전달하는 중에 행

렬 \mathbf{G} 의 행렬식과 $\sin \delta$ 와 Δ 의 부호함수를 곱해 주면 된다. 즉, 거짓근의 해소가 가능한 다음식에 이분법을 적용하면, 참근(고유진동수)만을 구할 수 있다.

$$Z(\omega) = \text{sign} \left(\left(\prod_{i=1}^n \sin \delta_i \cdot \Delta_i \cdot \det \mathbf{G}_i \right) \cdot \det \mathbf{S}_n^n \right) \quad (20)$$

고유모드는 고유진동수를 구한 후, 절점 n 의 변위벡터 \mathbf{d}_n^n 중의 한 요소를 기준으로 나머지 절점 n 의 변위벡터를 구한다. 그리고 힘보정벡터를 제외한 식(18)을 이용하여 절점 $n-1$ 부터 절점 0까지 모든 절점의 변위벡터를 계산한다.

3. 계산 결과 및 검토

2장에서 전달강성계수법(TSCM)으로 정식화한 진동해석 알고리즘을 MATLAB 언어로 프로그래밍한 후, 퍼스널컴퓨터 상에서 Fig. 4와 같이 경계조건이 자유-고정인 Γ 형 구조물과, Fig. 7과 같은 탄성지지된 문형(門形) 평면 골조구조물의 자유진동 및 강제진동을 해석하였다.

그리고 본 해석기법의 신뢰성 및 유효성을 확인하기 위하여, 비교 대상으로 유한요소법(FEM)에 그 기본개념을 두고 있는 상용 구조해석 소프트웨어인 NISA II로 동일한 모델에 대하여 계산을 하였고, 실제 보조 실험도 병행하였다.

3.1 Γ 형 구조물

Fig. 4에 나타낸 계산모델 I은 3개의 직선 보요소로 구성되고, 각 보요소는 길이가 195mm, 99mm, 100mm이고, 두께가 2.9mm, 폭이 50mm인 σ 구조물(종탄성계수 $2.06 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, 밀도 $7.6034 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 구조감쇠계수 $\eta=0.01$)이다. 구조물의 경계조건은 좌단(시작단)이 자유, 우단(끝단)은 고정이다. 이 경우 전달강성계수법에서는 고정단인 우단의 경계조건을 스프링상수 $k_x = k_y = K_z = \infty$, 점성감쇠계수 $c_x = c_y = C_z = 0$ 으로 간주하였고, 자유단인 좌단의 경계조건은 스프링상수 및 점성감쇠계수를 0으로 간주하였다.

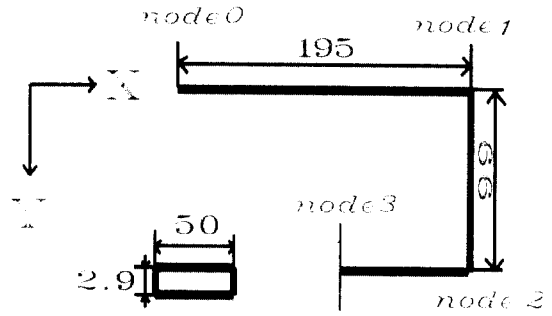


Fig. 4 Computational model I

3.1.1 Γ 형 구조물의 자유진동 해석

Table 1은 계산모델 I에 대한 유한요소법(FEM), 전달강성계수법(TSCM) 그리고 실험(experiment)을 통해 고유진동수를 얻은 결과이다. Table 내의 ()는 계산모델 I의 모델링에 사용된 보 요소의 분할수이다.

Table 1에서 구조물을 3개의 보요소로 분할한 FEM(3)보다 20개로 분할한 FEM(20)의 계산결과가 전달강성계수법(TSCM)의 결과에 접근함을 알 수 있었다. 그리고 8개의 보요소로 모델링하여 계산한 FEM(8)의 계산결과를 보면, 고차로 갈수록 계산정도가 급격히 나빠짐을 알 수 있었다.

따라서 FEM을 이용한 고유치해석에서는 분할수가 많을수록 저차에서는 엄밀해에 가까운 정확한 계산결과를 얻을 수 있지만, 분할수가 많아지면, 최종적인 고유치해석에 사용될 행렬이 기하급수적으로 커지므로, 많은 계산 시간과 컴퓨터 메모리를 필요로 하게된다. 반면에 동강성계수행렬의 전달에 기본 개념을 두고 있는 TSCM으로 고유진동수를 계산할 경우에는 최종적인 진동수방정식이 식(19)와 같이 끝단 절점의 자유도로 축소되므로, 컴퓨터 메모리면에서 유한요소법에 비해 훨씬 우수하여 퍼스널 컴퓨터에서도 복잡한 구조물의 진동해석이 가능해진다. 그리고 사용자측면에서도 FEM과는 달리 TSCM은 직선 보요소의 내부를 분할하지 않고도 고차까지 정확한 계산이 가능하므로, 모델링시에 부재 내부의 해석적인 분할을 고려할 필요가 없어 편리하다.

Fig. 5는 TSCM을 사용하여 계산한 1차 고유모드이다.

Table 1 Comparison of computational accuracy of natural frequency for model I [Hz]

	FEM (3)	FEM (8)	FEM (20)	TSCM (3)	Experiment
1	26.9	26.8	26.8	26.8	26.3
2	60.8	60.6	60.6	60.6	56.3
3	156	155	155	155	148
4	493	390	390	390	373
5	1132	885	881	881	839
6	1982	1199	1189	1189	1156
7	10938	1543	1522	1522	---
8	12602	2121	2096	2096	---
9	19530	3539	3163	3162	---

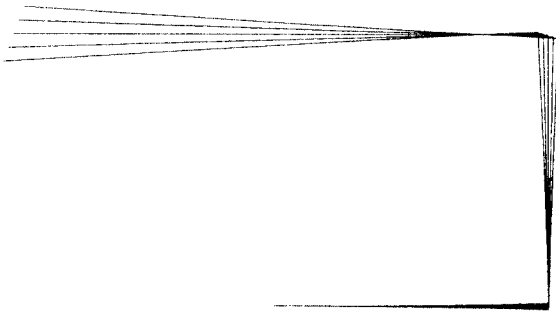


Fig. 5 1st characteristic mode for model I using TSCM

3.1.2 I형 구조물의 강제진동 해석

Fig. 4의 계산모델 I에서 절점 0에 Y방향의 조화외력 (진폭은 1N, 가진 주파수는 1Hz, 2Hz, ..., 200Hz)을 가할 때, 절점 1에서 X, Y방향의 주파수응답을 TSCM으로 계산한 결과가 Fig. 6이다. 자유진동 해석 결과인 Table 1의 3차까지의 고유진동수가 Fig. 6의 공진점과 잘 대응하고 있다.

TSCM에 의한 주파수응답 계산 결과를 확인하기 위하여, 자유진동 해석에서 계산 결과가 비교적 정확했던 FEM(20)의 계산 결과인 고유모드를 가지고 NISA II 소프트웨어를 이용하여 주파수응답을 계산하였다.

계산 모델 I의 절점 0에 Y방향의 조화외력(진폭 1N, 주파수 1, 20, 40, ..., 200Hz)을 가할 때, 절

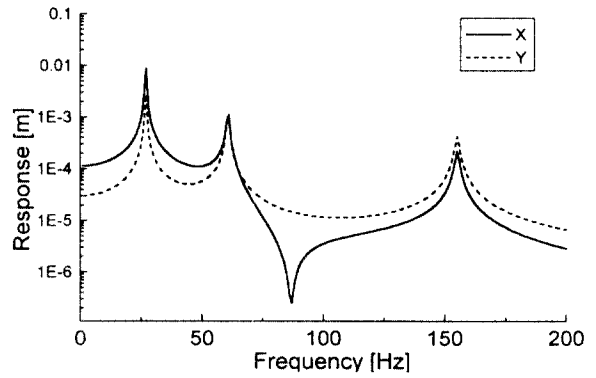


Fig. 6 Frequency-response curves for model I using TSCM

Table 2 Comparison of computational accuracy of frequency-response for model I [mm]

Freq.	FEM<3>	FEM<10>	TSCM
1.0	3.14e-2	3.07e-2	3.07e-2
20	8.17e-2	8.10e-2	8.10e-2
40	5.54e-2	5.62e-2	5.62e-2
60	6.44e-1	6.45e-1	6.44e-1
80	2.03e-2	1.95e-2	1.95e-2
100	1.26e-2	1.18e-2	1.18e-2
120	1.35e-2	1.27e-2	1.27e-2
140	2.50e-2	2.42e-2	2.41e-2
160	6.32e-2	6.41e-2	6.42e-2
180	1.13e-2	1.23e-2	1.23e-2
200	5.72e-3	6.73e-3	6.73e-3

점 1에서 Y방향의 주파수응답을 두 방법으로 계산한 결과가 Table 2이다. Table 내의 < >는 FEM에서 모드해석시에 사용된 고유모드의 수이다. 1차에서 3차 고유모드를 합성하여 주파수응답을 계산한 FEM<3>보다 1차에서 10차 고유모드를 합성하여 계산한 FEM<10>의 계산결과가 TSCM의 주파수응답 결과와 잘 일치하고 있다. 그러나 Table 1에서 이미 확인한 바와같이 유한요소법은 고차로 갈수록 해석결과가 부정확하므로, 강제진동 해석시에 고차의 부정확한 고유모드를 계속 더해가는 것은 무의미하다. 따라서 FEM에서

정확한 주파수응답 결과가 필요할 때, 계산에 사용될 적절한 고유모드를 선택하는 일은 사용자 입장에서는 까다로운 문제이다.

반면에 전달강성계수법은 주파수응답 계산시에도 고유모드의 선택에 대해서 전혀 고려할 필요가 없고, 단지 동강성계수행렬과 힘보정벡터의 전달 과정을 통하여 각 절점의 주파수응답을 계산할 수 있으므로 사용자적인 입장에서 무척 편리하다.

3.2 탄성지지원 평면 문형 구조물

수치모델 II는 3개의 직선 보요소로 구성된 평면 문형(門形) 구조물이다. 각 보요소는 길이가 모두 2m이고, 두께와 폭이 각각 2cm인 鋼구조물(중탄성계수 $2.06 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, 밀도 $7.860 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 구조감쇠계수 $\eta=0.01$)이다. 구조물의 각 절점은 병진방향(X방향과 Y방향) 스프링과 점성 감쇠기로 지지되어 있다.

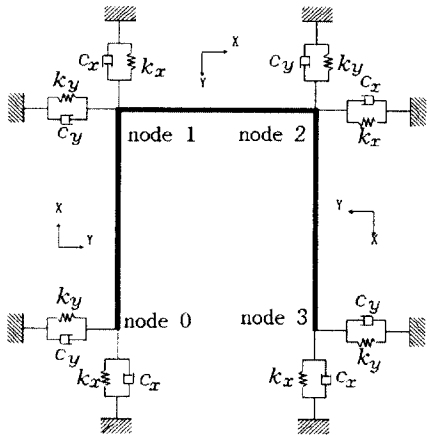


Fig. 7 Computational model II

3.2.1 문형 구조물의 자유진동 해석

Table 3은 계산모델 II에서 병진 스프링상수의 값을 10^5 N/m 로 하고, 점성 감쇠기의 감쇠상수의 값을 0 Ns/m 으로 하여, 유한요소법(FEM) 및 전달강성계수법(TSCM)을 이용하여 고유진동수를 얻은 결과이다. Table 내의 ()는 계산모델 II의 모델링에 사용된 보 요소의 분할수이다.

Table 3에서 구조물을 3개의 보요소로 분할한 FEM(3) 보다 24개로 분할한 FEM(24)의 계산결과가 전달강성계수법(TSCM)의 결과에 접근함을 알 수 있었다.

Table 3 Comparison of computational accuracy of natural frequency for model II[Hz]

	FEM (3)	FEM (6)	FEM (12)	FEM (24)	TSCM (3)
1	12.30	11.24	11.20	11.20	11.20
2	14.84	13.20	13.14	13.14	13.14
3	22.77	19.05	18.89	18.88	18.88
4	25.97	25.88	25.77	25.77	25.77
5	26.79	26.00	25.82	25.81	25.81
6	35.35	30.25	30.13	30.12	30.12
7	52.12	46.45	43.98	43.85	43.85
8	83.30	47.80	45.14	44.98	44.97
9	97.80	69.62	62.77	62.41	62.40
10	911.4	88.16	79.78	79.04	79.00
11	1199	104.0	87.67	86.81	86.76
12	1262	153.8	121.8	119.7	119.6

3.2.2 문형 구조물의 강제진동 해석

Fig. 7의 계산모델 II에서 각 절점의 병진방향의 점성감쇠기의 감쇠상수가 0 Ns/m 인 경우, 절점 0에 Y방향의 조화외력(진폭은 1N, 가진 주파수는 0.1Hz, 0.2Hz, ..., 20Hz)을 가할 때, 절점 3에서 X방향의 주파수응답을 계산한 결과가 Fig. 8이다. 1차에서 5차까지의 고유모드를 합성하여 주파수응답을 계산한 FEM<5>보다 1차에서 20차까지의 고유모드를 합성하여 계산한 FEM<20>의 계산결과가 본 해석기법인 TSCM의 주파수응답 결과와 잘 일치하고 있다. 그리고 공진점들도 이미 계산한 바 있는 Table 3의 1차에서 3차까지의 고유진동수와 잘 대응하고 있다.

Fig. 7의 계산모델 II에서 각 절점의 병진방향의 점성감쇠기의 감쇠상수가 0, 100, 300, 500Ns/m인 경우, 절점 0에 Y방향의 조화외력(진폭은 1N, 가진 주파수는 0.1Hz, 0.2Hz, ..., 20Hz)을 가할 때, 절점 3에서 X방향의 주파수응답을 TSCM으로 계산한 결과가 Fig. 9이다. 감쇠상수가 커질수록 진폭이 감소하고 있다.

해석대상 구조물의 임의의 절점에 국부적인 감쇠요소가 존재하더라도, 본 해석기법인 전달강성계수법은 알고리즘상 주파수응답을 계산하는데 전혀

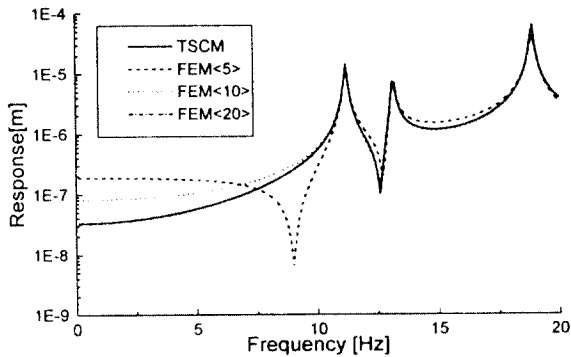


Fig. 8 Frequency-response curves for model II using TSCM and FEM

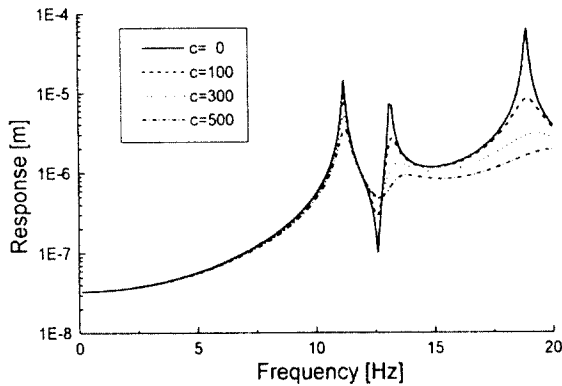


Fig. 9 Frequency-response curves for model II with viscous damper using TSCM

문제가 없지만, 유한요소법은 해석하기가 상당히 까다로워지는 단점이 있다.

4. 결 론

굴곡이 있는 보형 구조물의 중·급힘 연성 진동을 해석할 수 있는 알고리즘을 전달강성계수법으로 정식화하였고, 수치실험 및 보조실험을 통하여 유한요소법에 의한 계산결과와 비교·검토하였다.

그 결과 보형 구조물과 같은 1차원적인 구조물의 진동을 해석할 경우에는 현재 널리 사용되고 있는 유한요소법보다 전달강성계수법이 계산정도나 계산 메모리면에서 우수하고, 사용자적인 측면에서도 편리함을 제안한다.

앞으로는 2차원적인 평판구조물이나 셸 구조물에 적용할 수 있는 해석기법의 개발에 노력을 기울일 예정이다.

참고문헌

1. T. Kondou et al., "Free Vibration Analysis of a Distributed Flexural Vibrational System by the Transfer Influence Coefficient Method," Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 37, pp. 289~304, 1989
2. 문덕홍, 여동준, "전달영향계수법에 의한 단성지지를 갖는 원통형 셸구조물의 자유진동해석", 한국소음진동공학회지, 제4권, 제4호, pp. 469~478, 1994
3. 문덕홍, 최명수, 심재문, "동강성계수의 전달을 이용한 축계의 비틀림 진동해석", 한국동력기계공학회지, 제1권, 제1호, pp. 91~97, 1997
4. James F. Doyle, "Statics and Dynamic Analysis of Structures", Kluwer Academic Publishers, pp. 228~279, 1991