한국초등수학교육학회지 2, 15-22. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 2, 15-22.

창의적 사고 형성을 위한 기본적인 사고 활동 유형

현 종 익[1] · 한 인 기[2]

최근 들어 초등학교의 수학교육 개선을 위해 다양한 방향으로의 연구들이 진행되고 있는데, 이들이 공통적으로 관심을 가지는 주제들 중의 하나가 학습자의 사고 활동, 특히 수학 학습과 관련된 사고 활동을 활성화시켜 창의적인 수학 학습 활동을 촉진시키는 것이다. 본 연구에서는 학습자의 사고 활동에 관련된 많은 심리학적 연구들을 기초로 하여, 아동들의 창의적 사고 활동을 구성하는 기본 요소들, 그리고 그 요소들의 본질을 밝히려고 시도하였다. 그리고 초등학교 수학 교수-학습에서 이러한 사고 유형들을 형성, 활성화하는 데 도움을 줄 수 있는 수학 문제들을 구체적으로 제시하였다.

I. 서 론

최근 들어 초등학교의 수학교육 개선을 위해 다양한 방법으로의 연구가 진행되고 있다. 예를 들면, 개별화 학습, 열린교육, 창의성 신장을 위한 교육 등등의 측면에서 많은 연구들이 활발히 진행되고 있다. 이러한 연구들에서 공통적으로 관심을 가지는 주제들 중의 하나가 학습자의 사고 활동, 특히 수학 학습과 관련된 사고 활동을 활성화시켜, 창의적인 수학 학습 활동을 촉진시키는 것이다. 인간(학습자)의 사고 활동에 관련된 많은 심리학적 연구들의 루빈슈타인, S. L과 그의 제자들에 의해서 이루어졌다. 루빈슈타인, S. L., 스미르노프, A. A., 레르네르, I. A., 아르뚜루, V. P., 보고야블렌스키, D. I., 멘친스카야, N. A., 발티얀스키, V. G. 등은 인간의 사고 활동에서 기본적인 구성 요소로서 분석과 종합을 들고 있으며, 비교, 유추, 일반화, 유목화, 추상화, 구체화 등의 사고 활동은 분석과 종합에 기초하여 형성되어진다고 하였다.

한편, 레르네르, I. A.(1981)는 학습 과제를 창의적으로 이해하고, 새로운 학습 활동 방법들을 개발, 육성하는 등의 창의적인 활동에 ① 높은 수준으로 기본적인 정신 작용(분석과 종합, 비교, 유추, 분류 등등)이 형성되고; ② 문제해결의 가설 등을 설정하거나 다양한 해를 찾아내고, 비정형적인 아이디어를 생산하는 과정에서 높은 수준으로 사고 활동이 활성화되어야 하며; ③ 어떤 현상이나 사고 등의 본질적인 요인을 추출하는 과정에서 높은 수준으로 사고 활동이 조직화되고 목적 지향적인 것 등이 영향을 미친다고 하였다. 즉, 분석과 종합, 비교, 유추, 분류 등의 사고 활동 형성, 높은 수준에서 이러한 사고 활동의 활성화, 그리고 조직화, 목적 지향성 등은 학습자의 학습 과제 획득 과정에서 발생하는 어려움을 창의적으로 극복할 수 있도록 할 뿐만 아니라, 학습자의 창의적 인성 형성에 영향을 준다. 본 연구에서는 학습자의 사고 활동을 분석-종합적 측면에서 접근하여, 아동들의 사고 활동의 유형과 그 본질을 밝히고, 다양한 사고 활동을 형성, 활성화하는 데 도움을 줄 수 있는 문제들을 제시할 것이다.

---

1) 제주 교육 대학교 ([690-061] 제주도 제주시 화북 1동 4810)
2) 한국 교원 대학교 ([363-791] 충북 청원군 강내면 다락리 산 7)

II. 본 론

1. 창의적 수학 학습의 바탕이 되는 사고 활동의 본질

가. 분석과 종합

심리학에서 분석이란 어떤 대상이나 그 대상의 성질들을 그것을 구성하는 부분으로, 혹은 구성 요소들로 나누는 것; 어떤 대상에 대해 그 대상의 성질들, 여러 측면들, 그들 사이의 관계 등을 뽑아내는 것을 의미한다. 모든 것들은 분석의 대상이 될 수 있으며, 심지어는 임의의 심리학적 행위, 감각, 지각, 표상, 사고의 방법들도 분석의 대상이 된다. (현종익 1996).

분석은 다단계의 과정으로 이해되기도 하는데, 즉 첫째 분석에 의해 얻어진 부분들은 더 심오한 분석의 대상이 되고, 이러한 이동(어떤 수준의 분석이 다른 더 깊은 수준의 분석으로)은 인식의 단계에서 발생되는 새로운 문제의 성격이나 요구들에 의해 정의된다. 수학교육 분야에서 분석은 결론(목표)에서 출발하여 원인(주어진 것)을 찾아가는 사고 방법을 의미한다.

심리학에서 종합이란 분석에 의해 추출된 부분들을 결합하여 어떤 새로운 것을 만들거나, 이러한 결합을 통해 본질적인 관계나 새로운 결과들을 얻어내는 것을 의미한다. 종합은 우리가 분석을 할 때까지 가지고 있었던 지식들을 정교화, 심화시키고, 더 풍부하게 해 준다. 수학교육 분야에서 종합은 원인(주어진 것)에서 출발하여 새로운 결론(목표)을 찾아가는 사고 방법을 의미한다.

분석과 종합은 서로 서로가 분리된 별개의 사고 과정이 아니며, 서로 보완하면서 인간의 사고 활동을 구성하는 기본 메카니즘이다. 물론, 사람들의 일상 생활에서 나타나는 사고 활동들이 한 번의 분석이나 한 번의 종합으로 구성되는 것은 아니다. 반복적인 분석과 종합 활동을 통해 사고 활동들을 통해 사고 활동들은 좀더 심화되고 주어진 문제 해결로 조금씩 더 접근해 가게 된다.

나. 비교와 유추

주어진 대상들을 비교하기 위해선, 우선 대상들의 개별적인 부분이나 성질들을 추출하고(분석), 그리고 그 대상들이 어떤 유사점과 차이점을 가지는가 확인해야 한다(종합). 살펴본 바와 같이, 비교의 과정에서 '분석'과 '종합'이 그 바탕에 있다는 것을 알 수 있다. '비교'는 다양한 수학 문제들을 풀 때에 풀이 과정의 일부분으로 자주 사용된다.

한편, 유추는 비교에 기초하며, 가령, 대상 A가 성질 a, b, c, d, e, f, x를 가졌고, 대상 B가 성질 a, b, c, d, e, f를 가졌다면, 우리는 대상 B가 아마도 성질 x를 가지고 있을 것이라는 결론을 내릴 수 있는데, 이러한 것이 대표적인 유추의 한 유형이다. 이때, 대상 A와 B의 각각의 성질을 분리해 내는 것은 분석에 관련되고, 그로부터 새로운 결론, 즉 대상 B가 아마도 성질 x를 가졌다는 것을 유도하는 것은 종합에 관련된다.

유추는 얻어진 결론이 반드시 참이 되는 것은 아니지만, 도형의 새로운 성질을 찾아내는 등의 창의적인 수학 활동에 있어서 매우 중요한 역할을 한다.

다. 일반화와 유목화

일반화는 대상들이나 현상들에 있어서 공통적인 것들을 추출하고, 그것들을 결합시키는 사고 작용이다.

일반화를 위해선, 우선 대상들을 비교하는 것이 필요하다. 즉, 대상들을 비교하여 공통적인 것들을 밝힘으로써 그 대상들을 일반화할 수 있다. 일반화는 개념의 형성이나 관계나 성질 등의 규칙성을 발견하는 것과 깊게 관련되며, 특히 일반화는 언어 사용과 깊게 관련된다.

이스또미나 N. B.(1997)에 의하면, 초등학교에서 사용되는 일반화의 방법은 실제적인 예들의 귀납인데, 이때 학습자들이 올바른 결론을 얻기 위해서는

① 적절한 수학적 대상을 선별하고, 목적에 부합하는 관찰과 비교가 이루어지기 위해 타당한 질문들을 체계적으로 생각해야 한다;

② 알아내야 할 규칙성을 포함하고 있는 개별적인 대상들을 가능하면 많이 살펴보아야 한다;

③ 개별적인 대상들의 표상 유형을 변화시켜야 한다. 즉, 규칙성을 포함하는 표, 도식, 식 등등을 활용해야 한다;

④ 학습자들에게 유도 질문을 하여 학습자 스스로 일반화하고, 그것을 수정하고 정교화하도록 도와야 한다.

한편, 유목화는 대상들에게 일반적인 것들을 추출하고, 그리고 그 대상들 사이의 차이점들을 밝힘으로써 가능하다. 즉, 유목화란 대상들을 유사성과 차이점들에 근거해 그것들을 분류하는 것을 말한다. 물론, 유목화에서 비교의 역할은 매우 중요하다.

라. 추상화와 구체화

대상이나 현상들을 일반화하면서, 즉 공통적인 것들을 추출하면서, 우리는 그 나머지의 성질들이나 특성들은 배제시키는데, 이러한 사고 과정을 추상화라고 한다. 그러므로, 이 추상화는 일반화와 긴밀한 관계에 있다.

추상화와 대응되는 개념으로 구체화를 들 수 있다. 구체화란 공통적인 것에 상응하는 부분적인 것들에 대한 사고로써, 주어진 대상의 다양한 특성들에 대해서 고려하는 것이다. 일반화된 대상에 대한 구체화는 일반화된 대상들을 학습자들의 실제 경험과 관련시켜 좀더 깊게 이해하도록 도와주며, 학습자들이 기존에 아는 것들과 관련시킬 수 있는 가능성을 제공해 준다.

이상에서 살펴본 바와 같이, 학습자들의 창의적 수학 학습에 관련되는 다양한 유형의 사고 활동의 바탕에는 분석과 종합, 비교 등이 있음을 알 수 있다. 본 연구에서는 창의적 사고 활동을 구성하는 기본적인 사고 유형에 관련된 수학 문제들을 제시할 것이다.

2. 분석과 종합에 관련된 수학 문제

창의적 사고 활동의 활성화를 위해 분석과 종합에 관련된 수학 문제들을 구체적으로 제시할 것이다. 우선, 분석과 종합적인 사고와 관련된 기본적인 문제들을 살펴보도록 하자. 이스또미나 N. B.(1997)는 ① 주어진 대상을 다른 측면(관점)에서 고찰하는 것; ② 주어진 수학적 대상에 대해 다양한 과제를 설정하는 것이 분석과 종합이 형성을 촉진시킨다고 하였다.

초등학교 저학년에서는 주어진 대상을 다른 측면에서 고찰하는 것에 관련해 다음과 같은 학습 과제들을 생각할 수 있다:

[문제 1]. 식 16-5를 다양한 방법으로 읽어보아라.

(가능한 대답은 16에서 5를 뺐다; 16과 5의 차; 16을 5만큼 작게 만들었다 등등)

[문제 2]. 정사각형을 다르게 어떻게 부를 수 있는가?

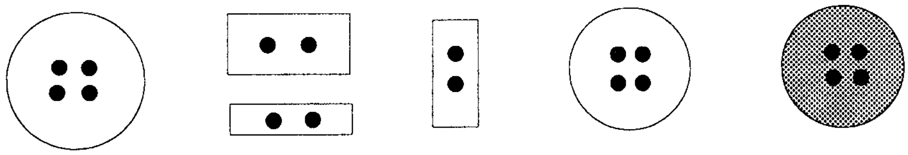
(가능한 대답은 직사각형, 사각형, 다각형 등등)

[문제 3]. 수 325에 대해서 여러분이 아는 것을 모두 말하시오.

(가능한 대답은 이 수는 세 자리 수; 숫자 3, 2, 5에 의해 쓰여졌고; 325에는 100이 3개, 10이 2개, 1이 5개 등등)

이러한 유형의 문제들은 분류나 규칙성을 찾아내는 문제들과 깊게 관련된다.

[문제 4]. <그림 1>의 어떤 징표에 의해 다음 단추들을 두 가지로 분류할 수 있는가?



<그림 1>

가능한 대답은 단추의 모양에 따라, 단추의 구멍 수에 따라, 단추의 색깔에 따라, 단추의 크기에 따라 등등으로 나눌 수 있다.

주어진 수학적 대상에 대해 다양한 과제를 설정하는 것이 관련된 학습과제를 예를 들면, 1에서 20까지의 수에서 홀수와 짝수를 각각 나누어 쓰면 다음과 같다.

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

이제 이 수학적 대상을 이용해 다음과 같은 과제를 만들 수 있다:

[문제 5]. 각각의 줄에 있는 수들을 서로 비슷한 수들이 놓이도록 두 개의 집단으로 나누어라.

[문제 6]. 첫째 줄에서 다음에 오는 수들은 바로 앞에 오는 수보다 4만큼 크도록 하려면, 어떤 수들에 밑줄을 그어야 하는가?

[문제 7]. [문제 6]과 같은 문제를 둘째 줄에서도 풀 수 있는가?

[문제 8]. 첫째 줄에서 그 차이가 10되는 수의 쌍을 골라라.

이제 '분석'과 '종합'에 관련된 좀더 심화된 문제들을 살펴보도록 하자.

<주제 1>: 도형의 표상

종합에 관련된 문제들은

[문제 9]. 여러분 눈앞에 정육면체 모형을 놓아보자. 어떤 면이 보이지 않고, 또 어떤 모서리가 보이지 않는가?

[문제 10]. 공책에 정육면체를 ABCDEFGH를 그려 보자. 어떤 면이 여러분들에게 보이는가? 어떤 면들이 보이지 않는가? 여러분들은 이것들을 어떻게 그렸는가? 그림에서 여러분들은 보이지 않는 면과 보이는 면을 어떻게 구분하여 그렸는가?

분석에 관련된 문제들은

[문제 11]. 다음과 같이 보이도록 정육면체를 여러분들 눈 앞에 놓을 수 있는가?

가) 정육면체의 오직 하나의 면만 보이도록

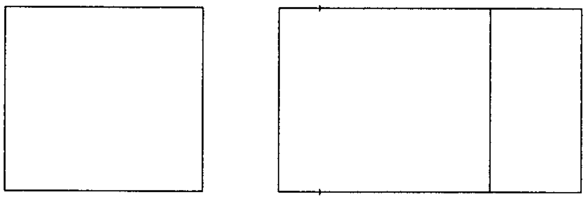
나) 정육면체의 오직 두 면만 보이도록

다) 정육면체의 오직 세 면만 보이도록

각각이 경우에 대해서 여러분들이 어떻게 정육면체를 놓았는지 기술해 보아라.

[문제 12]. 앞의 문제를 정육면체의 모서리에 대해서 풀어 보아라.

[문제 13]. 아래 <그림 2>는 각각 정육면체를 표현한 것이라고 할 수 있는가?



<그림 2>

<주제 2>: 점과 직선의 상호 위치

종합에 관련된 문제는

[문제 14]. 한 점이 있다. 이 점을 지나는 직선을 그을 수 있는가? 어떻게? 몇 개의 직선을 그을 수 있는가?

[문제 15]. 두 개의 점이 있다. 이 점들을 지나는 직선을 그을 수 있는가? 어떻게? 몇 개의 직선을 그을 수 있는가? 왜?

[문제 16]. 세 개의 점이 있다. 이 점들은 어떻게 위치해 있을 수 있는가? 이 점들을 지나는 직선을 몇 개 그을 수 있는가? 왜? (이 문제는 4, 5, …, n개 등의 임의의 점에 대해서 생각할 수 있다.)

[문제 17]. 한 직선이 있다. 이 직선에는 몇 개의 점이 있는가?

[문제 18]. 한 점과 한 직선이 있다. 이들은 어떻게 위치해 있을 수 있는가? 한 직선과 두 점은 어떻게 위치해 있을 수 있는가?

분석에 관련된 문제는

[문제 19]. 한 개의 직선을 그어야 한다. 이것을 위해서 우리는 평면에 몇 개의 어떤 점들을 가지고 있어야 하는가?

[문제 20]. 평면에 두 개(세 개, 네 개)의 직선을 그어야 한다. 이것을 위해서 우리는 평면에 몇 개의 어떤 점들을 가지고 있어야 하는가? 만약, 주어진 점들에 대해서 공간에서 생각한다면, 이 문제의 풀이에 어떤 변화가 발생하는가?

[문제 21]. 종이에 다섯 개의 점을 찍고, 이 점들 중의 임의의 두 점을 지나는 모든 가능한 직선들을 긋자. 이때 ① 5 개; ② 6 개의 직선을 얻기 위해서는 이 점들이 어떻게 위치해 있어야 하는가?

[문제 22]. 종이에 n개의 점들을 찍고, 이 점들 중의 임의의 두 점을 지나는 모든 가능한 직선들을 긋자. 만약, 6개의 직선을 얻었다면, $n=3$; $n=4$; $n=5$; $n=6$이 가능한가? 만약, 가능하다면 작도를 하여라.

[문제 23]. 만약, 어떤 직선이 ① 직육면체의 오직 한 모서리와 공통점들을 가진다면; ② 직육면체의 오직 두 모서리와 공통점들을 가진다면, 이 직선은 직육면체의 면 위에 놓여 있을 수 있는가?

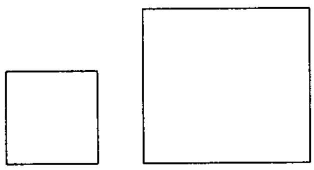
앞에서 분석적 사고와 종합적 사고에 관련하여 몇 가지 전형적인 문제들을 체계화하여 살펴보았다. 학습 과제를 제시할 때 주의해야 할 것들 중의 하나가 문제를 산발적으로 제시하는 것보다는 문제들을 어떤 속성에 의해 체계화하여야 한다는 점이다. 개별적인 문제들은 '종합'이나 '분석'적인 사고의 예는 될 수 있지만, 학습자의 수학적 활동에서 그러한 사고 작용이 효과적으로 형성되고 심화되기 위해서는 다양

한 문제들을 마치 고리와 같이 연결시켜야 한다.

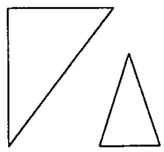
3. 비교와 유추에 관련된 수학 문제들

'비교'에 관련된 기본적인 수학 문제들을 살펴보자.

[문제 24]. 아래 <그림 3>과 <그림 4>에서 각각 공통인 것과 다른 것들을 찾아라.

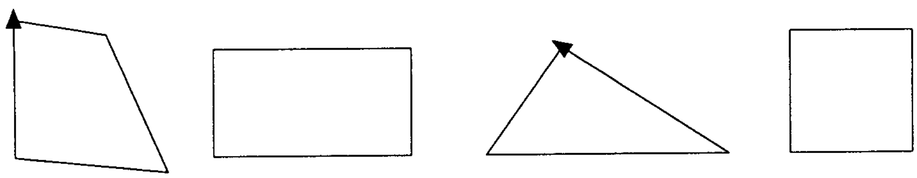


<그림 3>

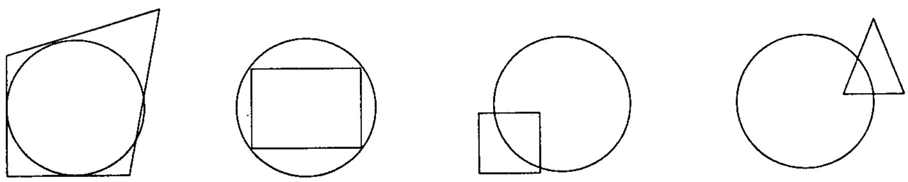


<그림 4>

[문제 25]. 아래 도형들에서 구별되는 하나를 골라 내어라. 무엇에 의해 구별되는가?



[문제 26]. 아래 도형들에서 구별되는 하나를 골라 내어라. 무엇에 의해 구별되는가?



점대칭과 선대칭을 중심으로 유추의 예를 살펴보자.

점대칭에 대해서 다음 정리가 성립한다.

(27a). 다각형의 꼭지점은 대칭의 중심이 될 수 있다.

마찬가지로, 선대칭에 대해서 다음 결론을 얻을 수 있다:

(27b). 다각형의 변을 포함하는 직선은 대칭축이 될 수 없다.

평형사변형에서 대각선의 교점이 대칭의 중심이라는 사실로부터 다음의 결론을 얻을 수 있다.

(28a). 만약 다각형이의 대칭의 중심을 가지고 있으면, 다각형의 각각의 꼭지점은 그 다각형의 다른 꼭지점과 대칭이다.

(28b). 다각형이 대칭축을 가지고 있으면, 대칭축에 놓여있지 않은 다각형의 각각의 꼭지점들은 그 다각형의 꼭지점과 대칭이다.

성질 (27a)와 (28a)로부터 다음 성질을 얻을 수 있다:

(29a). n각형이 대칭의 중심을 가지고 있으면, n은 짝수이다.

이 성질을 구체화하여, n 대신에 3을 대입하면, 삼각형은 대칭의 중심을 가지지 않는다는 것을 유도할 수 있다. 한편 n 대신에 4를 대입하면, ① 평형사변형이 아닌 사각형은 대칭의 중심이 없다; ② 평형사변형은 두 대각선의 교점과 일치하는 대칭의 중심을 하나 가지고 있다는 것을 유도할 수 있다.

n각형의 선대칭에 대해 (29a)와 같은 똑같은 성질을 직접 유도하는 것은 다음 사실에서와 같이 불가능하다: 이등변삼각형은 대칭축을 가지지만, 이때 변의 수 3은 짝수가 아니다. 그러나, 다각형의 변의 수와 관련해서 (29a)로부터 다음과 같은 약한 유추를 할 수 있다.

(29b). 꼭지점의 수가 홀수인 다각형이 대칭축을 가지면, 다각형의 적어도 한 꼭지점은 이 대칭축 위에 있다.

앞에서 언급한 평형사변형의 대칭의 중심에 관한 사실로부터 다음을 알 수 있다.

(30a). 다각형의 대각선의 중점들만이 그 다각형의 대칭의 중심이 될 수 있다.

(30b). 다각형의 변 또는 다각형의 대각선에 대한 수직 이등분선들만이 그 다각형의 대칭축이 될 수 있다.

III. 결 론

학습자들의 사고 활동, 특히 창의적 사고 활동의 본질을 규명하고, 그 구성 요소들을 밝히고, 상응하는 수학 문제들을 학습자들에게 제시하는 것은 수학 분야에서 창의성 신장 및 영재아 교육을 위해 매우 중요하다.

본 연구에서는 분석과 종합, 비교와 유추에 관련된 전형적인 수학 문제들을 제시해 보았다. 밝힌 바와 같이, 한 두 문제를 풀었다고 하여 창의적 사고가 생성되었다거나 그것이 신장되었다고 말하기는 힘들다. 분석과 종합, 비교, 유추, 일반화, 유목화, 추상화, 구체화 등등의 사고 활동을 포함하는 다양한 수학 문제들을 체계화하여 제시하여야 한다. 특히, 수학 문제는 그 자체로서도 의미를 가지지만, 그 문제가 어느 시점에서 제시되는가 또한 커다란 의미를 지닌다.

그래서 다양한 사고 유형에 관련된 문제들의 제시와 더불어 그 문제들 사이에 체계를 가지도록 수학 문제들을 구체적으로 제시하였다.

참 고 문 헌

꾸즈네초바, E. V. (1997). 재미있는 문제 해결 과정에서 5-6학년 학생들의 창의적 활동들. *학교에서의 수학[3], No 5.*

레르네르, I. A. (1981). *교육 방법의 교수학적 근거.* 모스크바: 교육학.

루빈슈타인, S. L. (1958). *사고와 탐구 방법들.* 모스크바: 소연방출판.

브르슐린스키, A. V. (1983). *사고의 심리학과 문제 중심의 교육.* 모스크바: 지식출판사.

이스토미나, N. B. (1997). *초등학교에서 수학 교수 방법론.* 모스크바: Linka-Press.

3) 수학교육 잡지

한인기, 구세프, V. A. (1996). 학습자의 수학적 개발. *한국수학교육학회지* *35*(1).

현종익 (1996). *수학과 교수-학습방법 탐구*. 학문사.

<Abstract>

Patterns of activities for the development of creative thinking in elementary mathematics

Hyun, Jong-Ik[4], & Han, Inki[5]

Various methods have recently tried to improve elementary mathematics education. One of the common themes is how to activate learners' creative thinking and thus facilitate their learning activities in mathematics. This research attempts to find out what basic elements constitute students' creative thinking, based on psychological studies with regard to learners' thinking activities. Also, the research presents specific mathematics problems and questions which can be used as patterns for the activation and the formation of students' creative thinking in elementary mathematics education.

4) Cheju National University of Education (4810 Hwabuk 1-dong, Cheju, Cheju-do 690-061, Korea; FAX: 064-755-5061; E-mail: hyunji@ns.cheju-e.ac.kr)

5) Korea National University of Education (7 Darak-ri Gangrae-myeon, Chongwon, Choogbook 363-791, Korea; FAX: 0431-233-3526; E-mail: inki@math 1.knue.ac.kr)