

# Dynamic Condensation Method를 이용한 차량-교량계의 동적해석

## Dynamic Analysis of Vehicle-Bridge System by the Dynamic Condensation Method

한 재 익<sup>1)</sup>      이 경 동<sup>2)</sup>  
Han, Jae-Ik      Lee, Kyeong-Dong

### Abstract

The equation of motion on the vehicle-bridge system is established as the simultaneous equations which are combined the equation of vehicle and bridge by the interaction elements. A vehicle element is modeled as lumped masses supported by springs and dashpots, and a bridge element with pavement roughness is modeled as beam elements. An interaction element is defined to consist of a bridge element and the suspension units of the vehicle resting on the element. By the dynamic condensation method, the degrees of the freedom are eliminated, and compared with all the degrees of freedom on the bridge, the efforts of calculation is decreased. Thus, although a very small computational error is occurred, the present technique appears to be computationally more efficient. It is particularly suitable for the simulation of bridges with a series of vehicles moving on the deck.

**Key words** : vehicle-bridge system, interaction element, dynamic condensation method

### 1. 서      론

이동차량하중을 받는 교량의 동적응답에 대한 연구는 Jeffcott의 연구에서 시작하였으며, 초기의 연구에서는 교량을 따라 이동하는 차량의 이동은

관성의 효과를 무시한 이동하중으로 모델화하였다.<sup>1),2),3)</sup> 이러한 가정은 차량의 관성이 교량의 관성에 비하여 현저히 적을 경우에는 여전히 유효하게 이용되고 있다. 차량의 관성이 고려할 수 없을 정도로 적은 경우에는 이동-질량모델이 사용

1) 정회원, 서남대학교 토목공학과 전임강사, 공박

2) 정회원, 순천대학교 토목공학과 조교수, 공박

● 본 논문에 대한 토의를 7월 30일까지 학회로 보내주시면 1998년 10월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

된다.<sup>4),5),6)</sup> 최근에는 이동차량의 다양한 동적특성을 고려한 개발된 모델이 사용되고 있다.<sup>7),8),9)</sup> 차량-교량계의 동적응답은 차량과 교량에 대한 각각의 운동방정식으로부터 구할 수 있는데, 두 구조계 사이의 접촉점에는 상호작용력(Interaction force)이 존재한다.

이러한 종류의 접촉점에 관한 문제의 특징은 접촉점이 시간에 따라 변하기 때문에, 두 쌍의 운동방정식을 풀기 위해서는 일반적으로 반복과정이 필요하다.<sup>8),10)</sup> 이러한 반복과정에서 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬 등은 차량의 위치가 변함에 따라 계산을 하여야 하므로 교량의 자유도가 많고 연행차량의 대수가 많은 경우에는 계산량이 많아지게 된다.

따라서 본 연구에서는 차량-교량계의 해석에 효과적으로 적용할 수 있는 Dynamic Condensation Method을 이용하여, 고찰하고자 하는 절점의 변위에 대한 진동모드만을 계산하므로써 다소의 계산오차는 수반하나 계산시간 및 계산량을 줄여 효과적으로 교량의 동적특성을 파악하고자 한다.

## 2. 차량-교량계의 운동방정식

### 2.1 교량-차량계의 상호작용요소

Fig. 1은 전형적인 차량-교량의 모델을 나타내는데, 속도  $v$ 로 진행하는 차량은 spring과 dash-pots에 의하여 나타내는 현가장치에 놓인 강체보로 이상화 되고, 교량은 프레임(frame)구조물로 이상화 한다. 상호작용요소는 서로 접촉하고 있는 교량요소와 차량의 현가장치로 구성되는 요소로 정의된다. 이때 차량과 직접 접촉하고 있는 상호작용요소는 노면의 조도를 고려함과 동시에 차량의 현가장치의 영향을 동시에 고려하여 운동방정식이 유도되어야 한다. 따라서 교량의 운동방정식 및 차량의 운동방정식은 각각 상호작용요소의 영향을 고려하여 유도된다.<sup>11)</sup>

먼저, 상호작용요소의 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$[m_a]\{\ddot{z}_d\} + [c_v]\{\dot{z}_d - \dot{z}_v\} + [k_v] \quad (1)$$

$$\{\dot{z}_d - \dot{z}_v\} = [m_v]g + \{f_d\}$$

그리고 차량요소의 운동방정식을 구하면 다음과 같다.

$$[m_v]\{\ddot{z}_v\} + [c_v]\{\dot{z}_v - \dot{z}_d\} + [k_v] \quad (2)$$

$$\{\dot{z}_v - \dot{z}_d\} = \{m_a g\}$$

또한, 교량요소의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[m_b]\{\ddot{z}_b\} + [c_b]\{\dot{z}_b\} + [k_b]\{z_b\} = \{p_b\} - \{D(x)\}\{f_d\} \quad (3)$$

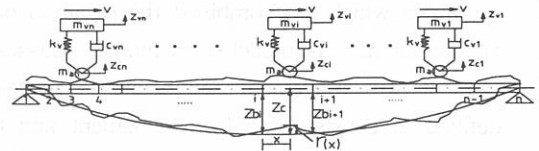


Fig. 1 일련의 차량이 진행하는 차량-교량의 모델화

앞의 식(1),(2),(3)에서  $\{f_d\}$ 는 교량요소와 차량요소사이의 상호작용력,  $\{p_b\}$ 는 교량에 작용하는 외부절점하중,  $[m_a]$ 는 차량의 차축(axle) 아래의 질량,  $[m_v]$ 는 차량의 차축 위의 질량,  $[c_v]$ ,  $[k_v]$ 는 각각 차량의 감쇠와 강성을 나타내는 행렬,  $\{z_d\}, \{z_v\}$ 는 차량과 교량의 접촉점의 변위 및 차량의 변위,  $[m_b], [c_b], [k_b]$ 는 각각 교량요소의 질량, 감쇠, 강성을 나타내는 행렬이고,  $\{z_b\}$ 는 교량요소의 변위를 나타낸다.

또, 식(3)에서  $\{D(x)\}$ 는 차량의 주행위치에서의 작용하중을 교량의 절점에 작용하는 하중으로 변환하기 위한 벡터로서 다음과 같다.<sup>11)</sup>

$$\{D(x)\} = \{0, \dots, \{g(x)\}, \dots, 0\}^T \quad (4)$$

여기서,  $\{g(x)\}$ 는 하중분배계수 벡터로 차량이 시간의 경과에 따라 이동하기 때문에 시간의 함수이고, 교량의 요소를 2차원 프레임(frame)요소로 가정하여 한 요소에 대하여 6자유도계로 표시하면 다음과 같다.

$$\{g(x)\}^T = \{g_1(x), g_2(x), g_3(x), g_4(x), g_5(x), g_6(x)\} \quad (5)$$

식(5)에서 벡터  $\{g(x)\}$ 의 각각의 요소들은 차량 접촉점의 교량요소의 요소길이를  $l$ , 절점번호를  $i, i+1$ 라 하고, 차량 접촉점이  $i$ 절점에서  $x$ 만큼 떨어진 점에 위치할 경우, 다음과 같이  $x$ 의 함수로 표시되고 길이  $x$ 는 다시 시간  $t$ 의 함수가 된다.<sup>11)</sup>

$$g_1(x) = 1 - \left(\frac{x}{l}\right), \quad g_2(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3, \\ g_3(x) = x - 2x\left(\frac{x}{l}\right) + x\left(\frac{x}{l}\right)^2, \quad g_4(x) = \left(\frac{x}{l}\right), \\ g_5(x) = 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3, \quad g_6(x) = -x\left(\frac{x}{l}\right) + x\left(\frac{x}{l}\right)^2$$

이제, 교량과 차량의 접촉점에서 노면의 조도(roughness)를  $\{r_x\} = \{r(x)\}$ 라고 하면, 접촉점에서 상호작용요소의 변위  $\{z\}$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{z\} = \{D(x)\}^T \{z_b\} + \{r(x)\} \quad (6)$$

$$\{\dot{z}\} = \{D(x)\}^T \{\dot{z}_b\} + v\{D'(x)\}^T \{z_b\} + v\{r'(x)\} \quad (7)$$

$$\{\ddot{z}\} = \{D(x)\}^T \{\ddot{z}_b\} + 2v\{D'(x)\}^T \{\dot{z}_b\} + a\{D'(x)\}^T \{z_b\} + v^2\{D''(x)\}^T \{z_b\} + a\{r'(x)\} + v^2\{r''(x)\} \quad (8)$$

여기서,  $a, v$ 는 차량의 주행가속도 및 주행속도를 나타내고, 함수의 prime(')은 거리  $x$ 에 대한 미분을 나타낸다.

## 2.2 교량의 자유진동모드

식(3)의 교량요소의 운동방정식을 모드중첩법(mode-superposition method)을 이용하여 풀기 위해서 정규좌표변환을 이용한다. 즉, 어떤 모드 성분(modal component)을  $\widehat{z}_n$ 라 할 때, 변위는 모드진폭(modal amplitude)  $z_n$ 에 모드형상벡터(mode-shape vector)  $\phi_n$ 를 곱하여 구할 수 있다.<sup>12),13),14)</sup>

$$\widehat{z}_n = \phi_n z_n \quad (9) \\ \{z\} = [\Phi]\{z_b\}$$

이제, 식(3)은 다음과 같이 자유진동을 하는 비감쇠계에 대한 운동방정식으로 표현된다.

$$[m_c]\{\ddot{z}_b\} + [k_b]\{z_b\} = \{0\} \quad (10)$$

Dynamic Condensation Method를 이용하여 교량의 진동모드를 구하기 위해서는 식(10)을 다음과 같이 주자유도계(primary degrees of freedom)와 부자유도계(secondary degrees of freedom)로 나누어 부분행렬로 표시하면 다음과 같다.<sup>12)</sup>

$$\begin{bmatrix} [m_{ss}] & : & [m_{sp}] \\ \dots & & \dots \\ [m_{ps}] & : & [m_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{z_s\} \\ \dots \\ \{z_p\} \end{Bmatrix} + \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} [k_{ss}] & : & [k_{sp}] \\ \dots & & \dots \\ [k_{ps}] & : & [k_{pp}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{z_s\} \\ \dots \\ \{z_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \dots \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

식(11)은 조화진동으로 가정할 수 있으므로 고유치문제에 대한 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} [k_{ss}] - \omega_i^2 [m_{ss}] & : & [k_{sp}] - \omega_i^2 [m_{sp}] \\ \dots & & \dots \\ [k_{ps}] - \omega_i^2 [m_{ps}] & : & [k_{pp}] - \omega_i^2 [m_{pp}] \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} \{Z_s\} \\ \dots \\ \{Z_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \dots \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

식(12)에서  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 반복수행에서 얻어진 고유치의 근사값을 표시하며, 다음의 3단계로 반복수행함으로써 더 나은 고유치( $\omega_{i+1}$ )와 고유벡터( $\{Z_i\}$ )를 얻는다.

단계 1. 식(12)의  $\omega_i^2$ 에 근사값 또는 0을 대입하고 Gauss-Jordan 소거법을 사용하면, 식(12)는 다음과 같이 간단히 된다.

$$\begin{bmatrix} [I] & : & -[\overline{T}_i] \\ \dots & & \dots \\ [0] & : & [\overline{D}_i] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Z_s\} \\ \dots \\ \{Z_p\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \dots \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

식(13)의 첫 번째식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\{Z_s\} = [\overline{T}_i] \{Z_p\} \quad (14)$$

결국  $\{Z\}$ 는 다음식으로 표현된다.

$$\{Z\} = \begin{bmatrix} \{Z_s\} \\ \dots \\ \{Z_p\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\overline{T}_i] \\ \dots \\ [I] \end{bmatrix} \{Z_p\} = [T_i] \{Z_p\} \quad (15)$$

단계 2. 축소(reduced)질량행렬  $[\overline{M}_i]$ 와 축소강성행렬  $[\overline{K}_i]$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$[\overline{M}_i] = [T_i]^T [M] [T_i] \quad (16)$$

$$[\overline{K}_i] = [D_i] + \omega_i^2 [\overline{M}_i] \quad (17)$$

단계 3. Condensation System에 대한 다음과 같은 고유치방정식을 풀어서  $\omega_i^2$ 과  $\{Z_p\}_i$ 를 구한다.

$$([\overline{K}_i] - \omega_i^2 [\overline{M}_i]) \{Z_p\} = \{0\} \quad (18)$$

식(12)~식(18)까지를 반복계산하여 더 나은 정도를 갖는 고유치를 구할 수 있고, 고유벡터와 모드형상행렬(modal shape matrix)는 각각 식(18)과 식(15)로부터 구할 수 있으며, 많은 연구결과 고유치의 수렴은 반복회수 2, 3회로 알려져 있다.

### 2.3 차량-교량계의 동적해석

이제 비감쇠자유진동해석으로부터 구한 모드형상행렬  $[\Phi]$ 의 전치행렬을 식(3)의 앞에 곱해주면 식(3)은 다음 식으로 선형좌표변환이 이루어진다.

$$\begin{aligned} & [\Phi]^T [m_b] [\Phi] \{\dot{Z}\} + [\Phi]^T [c_b] [\Phi] \{Z\} \\ & + [\Phi]^T [k_b] [\Phi] \{Z\} = [\Phi]^T (\{p_b\} - \{D(x)\} \{f_d\}) \end{aligned} \quad (19)$$

또한, 식(6)~(8)에 표시한 상호작용요소의 변위, 속도, 가속도는 다음과 같이 변환된다.

$$\{z_d\} = \{D(x)\}^T [\Phi] \{Z\} + \{r(x)\} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \{\dot{z}_d\} &= \{D(x)\}^T [\Phi] \{\dot{Z}\} + v \{D'(x)\}^T \\ & [\Phi] \{Z\} + v \{r'(x)\} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \{\ddot{z}_d\} &= \{D(x)\}^T [\Phi] \{\ddot{Z}\} + 2v\{D'(x)\}^T \\ &[\Phi] \{\dot{Z}\} + a\{D'(x)\}^T [\Phi] \{Z\} \\ &+ v^2\{D''(x)\}^T [\Phi] \{Z\} \\ &+ a\{r'(x)\} + v^2\{r''(x)\} \end{aligned} \quad (22)$$

식(20),(21),(22)을 각각 식(1)에 대입하고, 상호 작용력  $\{f_d\}$ 에 대하여 정리한 후, 다시 교량의 운동방정식인 식(19)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &[\Phi]^T ([m_b] + \{D(x)\} [m_a] \{D(x)\}^T) [\Phi] \{\ddot{Z}\} \\ &+ [\Phi]^T ([c_b] + 2v\{D(x)\} [m_a] \{D'(x)\}^T \\ &+ \{D(x)\} [c_v] \{D(x)\}^T) [\Phi] \{\dot{Z}\} + [\Phi]^T ([k_b] \\ &+ \{D(x)\} (a[m_a] \{D'(x)\}^T + v^2[m_a] \{D''(x)\}^T \\ &+ v[c_v] \{D'(x)\}^T + [k_v] \{D(x)\}^T) [\Phi] \{Z\} = [\Phi]^T \\ &\{D(x)\} [c_v] \{\dot{z}_d\} + [\Phi]^T \{D(x)\} [k_v] \{z_d\} + [\Phi]^T \\ &\{p_b\} - [\Phi]^T \{D(x)\} ([m_v]g + v^2[m_a] \{r''(x)\} \\ &+ a[m_a] \{r'(x)\} + v[c_v] \{r'(x)\} + [k_v] \{r(x)\}) \end{aligned} \quad (23)$$

또, 식(2)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &[m_v] \{\ddot{z}_d\} + [c_v] \{\dot{z}_d\} + [k_v] \{z_d\} \\ &- [c_v] \{D(x)\}^T [\Phi] \{\dot{Z}\} - v[c_v] \{D'(x)\}^T \\ &[\Phi] \{Z\} - [k_v] \{D(x)\}^T [\Phi] \{Z\} = \\ &- [m_a]g + v[c_v] \{r'(x)\} + [k_v] \{r(x)\} \end{aligned} \quad (24)$$

식(23)와 식(24)를 조합하여 행렬식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} [m_v] & 0 \\ 0 & [M] + [m_c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{z}_d\} \\ \{\dot{Z}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c_v] & [c_{12}] \\ [c_{21}] & [C] + [c_c] \end{bmatrix} \\ &\begin{Bmatrix} \{\dot{z}_d\} \\ \{Z\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_v] & [k_{12}] \\ [k_{21}] & [K] + [k_c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{z_d\} \\ \{Z\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_d\} \\ \{f_b\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,  $[m_c] = [\Phi]^T \{D(x)\} [m_a] \{D(x)\}^T [\Phi]$ ,

$$[c_{21}] = -[\Phi]^T \{D(x)\} [c_v],$$

$$[k_{21}] = -[\Phi]^T \{D(x)\} [k_v],$$

$$[c_{12}] = -[c_v] \{D(x)\}^T [\Phi],$$

$$[k_{12}] = v[c_v] \{D'(x)\}^T - [k_v] \{D(x)\}^T [\Phi],$$

$$[c_c] = [\Phi]^T \{D(x)\} (2v[m_a] \{D'(x)\}^T$$

$$+ [c_v] \{D(x)\}^T) [\Phi]$$

$$[k_c] = [\Phi]^T \{D(x)\} (a[m_a] \{D'(x)\}^T$$

$$+ v^2[m_a] \{D''(x)\}^T + v[c_v] \{D'(x)\}^T,$$

$$+ [k_v] \{D(x)\}^T) [\Phi]$$

$$\{f_d\} = -[m_a]g + v[c_v] \{r'(x)\} + [k_v] \{r(x)\},$$

$$\{f_b\} = [\Phi]^T \{p_b\} - [\Phi]^T \{D(x)\} ([m_v]g +$$

$$v^2[m_a] \{r''(x)\} + a[m_a] \{r'(x)\}$$

$$+ v[c_v] \{r'(x)\} + [k_v] \{r(x)\})$$

$$[M] = [I], \quad [K] = \omega_n^2 [I], \quad [C] = 2\xi_n \omega_n [I]$$

이다.

식(25)의 미분방정식의 해를 구하기 위하여 직접적분법인 Newmark- $\beta$  법( $\beta=1/6$ )를 사용하였다.<sup>15)</sup>

## 2.4 교량포장면의 조도

보통 교량위를 주행하는 자동차는 엔진의 회전 및 차체의 탄성진동, 그리고 노면의 조도에 의하여 진동하게 된다. 그 중에서 노면의 조도(roughness)는 power spectral density(PSD)함수로 표현되는 랜덤처리에 의하여 고려되는데, 지금까지의 많은 연구보고에서 PSD함수는 다음과 같이 표현된다.<sup>16),17)</sup>

$$S_r(\Omega) = a \Omega^{-n} \quad (26)$$

여기서,  $\Omega$ 는 노면주파수(cycle/m)이고,  $a$ 는 노면의 평탄성을 나타내는 변수이며,  $n$ 은 주파수에 의한 power분포를 나타내는 지수이다.

또, 노면조도의 Sample함수는 다음식으로 구해진다.<sup>18)</sup>

$$r(x) = \sigma \sqrt{2/N} \sum_{j=1}^N \cos(\Omega_j x + \psi_j) \quad (27)$$

$$\sigma = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} S_r(\Omega) d\Omega} \quad (28)$$

여기서,  $S_r(\Omega)$ 는 PSD함수,  $\Omega_j$ 는 PSD함수가 정의된 구간에서의 노면주파수,  $\psi_j$ 는 0에서  $2\pi$ 까지 일정하게 분포한 random phase,  $N$ 는 노면주파수의 범위 ( $\Omega_{\min}$ ,  $\Omega_{\max}$ )에서 증가하는 주파수의 총수를 나타내고,  $\Omega_{\min}$ ,  $\Omega_{\max}$ 는 PSD함수를 정의하는 주파수의 하한값과 상한값을 나타낸다.

본 연구에서는 노면의 평탄성계수  $a=0.004$ ,  $cm^2/(m \cdot cycle^{-1})$  지수  $n=1.9$ 로 하여, 노면조도의 sample함수를 Fig. 2과 같이 구한 HONDA의 연구결과를 이용하였다.<sup>18)</sup>

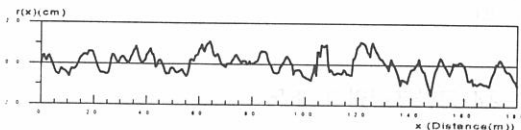


Fig. 2. 노면조도의 sample함수

### 3. 수치해석 및 고찰

#### 3.1 수치해석모델

Dynamic Condensation Method를 이용하여 교량의 동적 특성을 파악하기 위하여 대상모델을 회전변위 및 수직변위만이 허용되는 절점당 2자유도계의 단순교량으로 하였으며, 강성행렬, 감쇠행렬, 질량행렬 등은 유한요소법을 사용한 연속절

점으로 구하였다.

수치해석 대상모델은 다음과 같다.

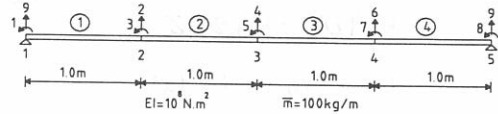
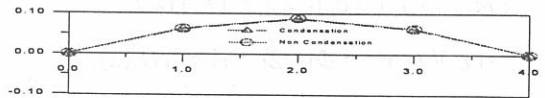


Fig. 3. 수치해석대상 모델인 단순교량

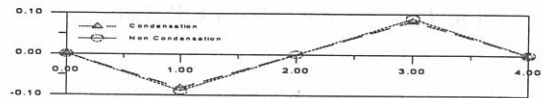
#### 3.2 대상모델의 진동모드

Fig. 3의 대상모델에 대하여 강성행렬(Stiffness matrix)과 질량행렬(Mass matrix)를 구한후 비감쇠 자유진동으로 가정하여, 2, 4, 6번의 변위성분을 주(Primary)자유도로 하고 1, 3, 5, 7, 8번의 변위성분을 부(Secondary)자유도로 분할한 후, Dynamic condensation method를 사용하여 고유치(Eigenvalues) 및 고유벡터(Eigenvectors)를 구하여 나타내면 Table 1 및 Fig. 4와 같다.

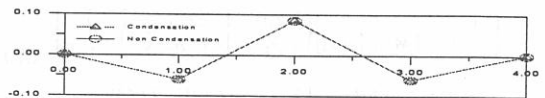
Table 1 및 Fig. 4에서 보는 바와 같이 진동모드는 Dynamic Condensation Method를 사용하여 계산한 결과와 사용하지 않고 계산한 결과는 고유치는 일치하고, 고유진동모드는 부자유도의 고유진동모드에서 약간의 오차가 있으나 큰 차이는 없고 주자유도에서는 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.



(a) 제 1 차 진동모드



(b) 제 2 차 진동모드



(c) 제 3 차 진동모드

Fig. 4. 수치해석 대상모델의 진동모드

Table 1. 고유치 및 고유진동모드

Order	1st		2nd		3rd	
	Condensation Method	Non Condensation	Condensation Method	Non Condensation	Condensation Method	Non Condensation
Eigenvalues	0.5970E+06	0.5790E+06	0.9683E+07	0.9683E+07	0.5049E+08	0.5049E+08
Natural Circular Frequency(rad/s)	0.7727E+03	0.7727E+03	0.3112E+04	0.3112E+04	0.7106E+04	0.7106E+04
Natural Frequency(Hz)	0.1230E+03	0.1230E+03	0.4953E+03	0.4953E+03	0.1131E+04	0.1131E+04
Natural Period(s)	0.8132E-02	0.8132E-02	0.2019E-02	0.2019E-02	0.8843E-03	0.8843E-03
Eigenvectors	.89540E-01	.69662E-01	-.17725E+00	-.14362E+00	-.24505E+00	-.24507E+00
	.63315E-01	.49264E-01	0.0	0.0	.17328E+00	.17328E+00
	0.0	0.0	.17725E+00	.14362E+00	0.0	0.0
	-.63315E-01	-.49264E-01	0.0	0.0	-.17328E+00	-.17328E+00
	-.89540E-01	-.69662E-01	-.17725E+00	-.14362E+00	.24505E+00	.24507E+00
	.61429E-01	.62644E-01	-.82479E-01	-.89080E-01	-.59943E-01	-.59942E-01
	.86873E-01	.88592E-01	0.0	0.0	.84772E-01	.84773E-01
	.61429E-01	.62644E-01	.82479E-01	.89080E-01	-.59943E-01	-.59942E-01

3.3. 수치해석 대상구조물의 동적거동

Fig. 3의 모델을 대상으로 차량-교량계의 운동방정식에 의한 동적 수치해석을 수행하기 위하여 차량의 질량  $m_v = 4,4081kg$ , 강성계수  $k_v = 630KN$ , 감쇠정수  $\xi_v = 0.0331$ 을 사용하고 교량의 감쇠정수  $\xi_b = 0.017$ , 차량의 주행속도  $v = 10m/s$ 로 가정하였다.<sup>19)</sup>

또한, 노면조도에 대해서는 평탄성계수  $a = 0.004cm^2/(m \cdot cycle^{-1})$ , 지수  $n = 1.9$ 로 하여, 노면조도의 sample함수를 Fig. 2과 같이 구한 HONDA의 연구결과를 이용하였다.

수치해석 대상구조물의 중앙점의 처짐을 Dynamic condensation method를 사용하여 계산한 결과는 Fig. 5와 같으며, 이것은 Dynamic condensation method를 사용하지 않은 경우와 비교할 때 그 오차는 미소함을 알 수 있다.

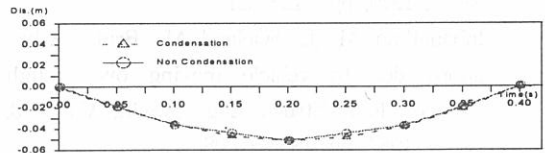


Fig. 5. 차량의 진행에 따른 교량중앙점의 처짐응답

4. 결 론

차량-교량계의 운동방정식은 상호작용요소를 사용하여 차량방정식과 교량방정식을 연립식미분방정식으로 구할수 있는데, 이때 연립방정식은 차량의 진행시간에 따라 질량, 강성, 감쇠행렬이 변하기 때문에 자유도가 많고, 진행차량의 대수가 많은 경우에는 대단히 많은 계산시간 및 노력이 소요 된다. 따라서 자유도가 많은 경우에는 고려하고자 하는 자유도만을 가지고 계산할 수 있는 Dynamic condensation method를 사용하면 훨씬 계산 시간 및 노력을 절감할 수가 있다.

따라서 본 연구는 Dynamic condensation method를 사용하여 차량-교량계의 동적거동을 계산

한 결과 약간의 오차를 수반하나 미소하기 때문에, 자유도가 많고 연행차량의 대수가 많은 구조물에 대해서는 효과적이고 유용한 방법이라 사료된다.

#### 참 고 문 헌

- 1) Tan C. P., Shore S., Dynamic response of a horizontally curved bridge., *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 94, No. 3, 1968, pp. 761~781.
- 2) Tan C. P., Shore S., Dynamic response of a horizontally curved bridge., *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 94, No. 9, 1968, pp. 2135~2151.
- 3) Timoshenko S., Young D. H., Weaver W. Jr., *Vibration problems in engineering.*, Wiley, New York, 1974.
- 4) Blejwas T. E., Feng C. C., Ayre R. S., *Dynamic Interaction of moving vehicles and structures.*, *Jour. Sound & Vibration*, Vol. 67, No. 4, 1979, pp. 513~521.
- 5) Inbanathan M. J., Wieland M., *Bridge vibrations due to vehicle moving over rough surface.*, *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 113, No. 9, 1987, pp. 1994~2008.
- 6) Akin J. E., Mofid M., *Numerical solution for response of beams with moving mass.*, *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 115, No. 1, 1989, pp. 120~131.
- 7) Chu K. H., Garg V. K., Wang T. L., *Impact in railway prestressed concrete bridge.*, *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 112, No. 5, 1986, pp. 1036~1051.
- 8) Hwang E. S., Nowak A. S., *Simulation of dynamic load for bridge.*, *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 117, No. 5, 1991, pp. 1423~1434.
- 9) Wang T. L., Garg V. K., Chu K. H., *Railway bridge/vehicle interaction studies with new vehicle model.*, *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 117, No. 7, 1991, pp. 2099~2116.
- 10) Wang T. L., Huang D., *Cable-stayed bridge vibration due to road surface roughness.*, *Jour. Struct. Eng., ASCE*, Vol. 118, No. 5, 1992, pp. 1354~1374.
- 11) Goroumaru H., Shiraishi K., Hara H., Kobori T., *Analysis of low frequency sound radiating from simple girder highway bridge by a moving vehicle.*, *Jour. of JSCE*, Vol. 427, No. IV-14, 1991, pp. 133~142.
- 12) Paz M., *Structural dynamics -theory & computation.*, Van Nostrand reinhold company, New York, 1985.
- 13) Roy R., Craig Jr., *Structural dynamics -An introduction to computer methods.*, John Wiley & Sons Inc. New York, 1981.
- 14) Clough R. W., Penzien J., *Dynamic of structures.*, McGraw-Hill Kogakusha Ltd., Tokyo, 1975.
- 15) 小堀爲雄, *應用土木振動學-構造物の振動と耐震設計*, 森北出版株式會社, 東京, 1979, pp.120~124.
- 16) Honda H., Kobori T., Yamada Y., *Some consideration impact coefficient of multispan continuous highway bridge.*, *JSCE*, Vol. 331, No. 3, 1983, pp. 65~88.
- 17) Shinozuka M., Kobori T., *Fatigue analysis of highway bridges.*, *Proc. of JSCE*, Vol. 208, No. 12, 1972, pp. 137~148.
- 18) Honda H., Kido T., Kajikawa Y., Kobori T., *Spectral characteristics of roadway roughness on bridges.*, *Jour. of JSCE*, Vol. 315, No. 11, 1981, pp. 149~155.
- 19) Honda H., Kobori T., *Dynamic response and impact coefficient of three span continuous steel girder bridge under moving vehicles.*, *Jour. of JSCE*, Vol. 313, No. 9, 1981, pp. 13~21.

(접수일자 1998. 2. 13)