

Inverse 기법을 이용한 아음속/천음속 익형 설계

이 영 기^{*1}, 이 재 우^{*2}, 변 영 환^{*3}

Subsonic/Transonic Airfoil Design Using an Inverse Method

Young-Ki Lee, Jae-Woo Lee and Yung-Hwan Byun

An inverse method for the subsonic and transonic airfoil design was developed using the Euler equations. Two testcases were performed. One was a verification of the method using the supercritical airfoil of the Korean mid-sized (100 passengers class) transport aircraft. The other was the design of an airfoil showing a good cruising performance (L/D ratio) in the high subsonic flow regime. These testcases demonstrated the efficiency and the robustness of the design method in the present study.

Key Words : Inverse 설계(Inverse Design), Euler 방정식(Euler Equations), 익형(Airfoil), 천음속 유동(Transonic Flow), 공력설계(Aerodynamic Design), 표면 압력-물체 형상 관계식(Surface Pressure-Body Geometry Relation)

1. 서 론

최근 들어 컴퓨터 연산 능력과 수치 기법의 발달로 컴퓨터를 이용한 공력 설계 방법이 많이 이용되고 있다. 최적 익형 설계를 위한 전산 유체 역학적 방법은 "Inverse 설계 기법" 과 "수치 최적화" 등으로 크게 구분 지을 수 있다. Inverse 설계 기법은 설계자가 설계된 형상에서

얻어내고자 하는 표면 압력 분포를 미리 명시하고 주어진 압력 분포를 만족하는 형상을 수치적으로 찾아내는 방법이다. 목표 압력의 설정은 주로 설계자의 경험에 의지하는 단점이 있으나 목표 압력을 적절히 설정하므로써 Inverse 설계 기법은 효율적으로 익형 설계에 이용될 수 있다.

여러 항공 선진국에서는 Inverse 설계 기법에 대한 연구가 오래 전부터 이루어져 왔다. 현재까지의 대표적인 연구의 흐름은 먼저 익형 설계를 Dirichlet-Type으로 연구한 Volpe & Melnik [1], Carlson [2] 등의 연구를 들 수 있고, 다른

^{*1} 건국대학교 대학원 항공우주공학과

^{*2} 정회원, 건국대학교 항공우주공학과

^{*3} 건국대학교 항공우주공학과

흐름으로는 좀더 근래에 들어 Residual-Correction Type으로 문제를 해석하는 기법들 들 수 있는데, Davis[3], Garabedian & McFadden[4], Takanashi [5], Campbell[6] 등의 연구가 대표적이다. 초창기의 연구는 대개가 Full Potential 방정식을 지배방정식으로 사용하여 Inverse 설계를 수행하였으나, 최근 들어서는 Euler 방정식, Navier-Stokes 방정식 등을 이용한 연구가 진행되고 있다.[5, 7, 8]

국내에서는 노오현, 김형진 등[8]의 연구를 비롯하여 Inverse 설계 기법에 대한 연구가 최근 들어 활발히 진행되고 있다.

최근에는 다중점 Inverse 설계 기법, 초음속/극초음속 형상 설계, 목표 압력 최적화, 그리고 Inverse 설계 기법과 수치 최적화의 결합 등의 연구가 국내외를 통하여 진행되고 있다.

본 연구에서는 고 아음속/천음속 영역에서 향상된 공력 특성을 갖는 익형 설계를 위한 Inverse 기법을 개발하였다. 공력 해석용 코드를 그대로 이용하므로써 해석용 코드 의존성을 크게 완화시키고, 표면 압력에 따라 물체 형상을 직접적으로 수정하는 방법을 적용하므로써 설계 기법의 강건성과 수렴성을 향상시키는데 목표를 두고 연구를 수행하였다.

2. Inverse 설계 기법

표면 압력-물체 형상의 관계는 여러 가지 근사식을 이용하여 표현할 수 있으며, 일반적으로 $C_p = f(M_L, y', y'')$ 의 형태로 나타낼 수 있다. 표면 압력-물체 형상 관계식으로부터 현재 격자점의 마하수 M_L 과 표면 압력 계수 C_p 가 주어져 있을 때 물체 형상(y 좌표)의 수정은 다음과 같은 식으로 표현되어질 수 있다.

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^k = \left(\frac{dy}{dx}\right)^{k-1} + \frac{d}{dC_p} \left(\frac{dy}{dx}\right)^{k-1} [C_p^T - C_p^{k-1}] \quad , M_L > 1 \quad (1)$$

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^k = \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{k-1} + \frac{d}{dC_p} \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^{k-1} [C_p^T - C_p^{k-1}] \quad , M_L < 1 \quad (2)$$

여기서 k 는 설계 반복 회수를, 그리고 C_p^T 는 목표 압력(Target Pressure) 계수를 나타낸다.

수정된 물체 형상에 대하여 수치해석을 수행하고 목표 압력과 비교하여, 그 차이가 오차 허용 범위(ϵ)를 만족할 때까지 Inverse 설계를 반복한다.

$$\sum_{i=1}^n |C_p^k(i) - C_p^T(i)| \leq \epsilon \quad (3)$$

2.1 표면 압력 분포와 물체 형상과의 관계

물체 형상 수정에서 중요하게 다루어져야 할 부분은 표면 압력 분포의 차이를 물체형상 수정과 관련 짓는 부분으로서 속도 영역과 이론에 따라 여러 가지 관계식을 생각할 수 있으며, 본 연구에서는 파형 벽면에 대한 근사식을 적용하여 물체 형상을 수정하였다. 파형 벽면에 대한 근사식은 아래와 같이 표현할 수 있다[9]. 여기서 하첨자 s 는 물체 표면을, l 은 파형벽의 길이를 나타내고 있다.

$$C_p = \frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} y_s' \quad , M_\infty > 1 \quad (4)$$

$$C_p = \frac{l}{\pi \sqrt{1 - M_\infty^2}} y_s' \quad , M_\infty < 1 \quad (5)$$

이러한 표면 압력-물체 형상 관계식을 형상 수정에 이용하기 위해서 표면 기울기(y_s') 또는 곡률 반경(y_s'')의 변화를 목표 압력과 계산된 압력의 차이 ΔC_p 로 표현한다.

$$\Delta C_p = f(M_L) \Delta y_s' \quad , \quad M_L > 1 \quad (6)$$

$$\Delta C_p = f(M_L) \Delta y_s'' \quad , \quad M_L < 1 \quad (7)$$

위 식에서 $f(M_L)$ 은 “물체 표면 기울기 또는 곡률 반경의 변화에 대한 표면 압력 분포의 변화”로 해석된다.

2.2 형상 수정 과정

Inverse 설계 중 목표 압력과 계산된 압력의 수렴 여부를 판단하기 위해서는 같은 지점에서의 목표 압력과 계산된 압력을 비교해야 하지만, 설계자에 의해 임의로 설정된 초기 목표 압력 분포는 공력 해석 프로그램상의 계산 격자점과 정확히 일치하지 않는 경우가 발생할 수 있다. 두 좌표를 일치 시켜주기 위하여 계산된 형상의 좌표 점을 수정하는 방법과 목표 압력의 분포를 계산된 형상의 좌표에 맞추어 수정하는 방법 등을 생각할 수 있으며, 본 연구에서는 수치적 보간 과정을 통하여 수정된 계산 격자계에 따라 목표 압력을 재배치할 수 있도록 하였다.

형상의 수정에 있어 몇 가지의 제약 사항을 두었다. 먼저, 수정되는 격자의 새로운 점은 날개 시위의 수직한 방향으로만 움직이도록 제약을 주었다. 일반적으로 물체 형상은 임의의 방향으로 수정될 수 있지만 새로운 점의 좌표가 주위의 좌표 점들과 연속적으로 연결되지 않을 가능성이 있고, 따라서 수직방향의 수정만을 허용한 경우에 비해 해가 존재하지 않을 가능성이 높아진다. 또한 해의 안정적인 확보를 위하여 날개의 앞전과 뒷전의 좌표는 고정시켜 뒷전이 열린 형상(Open Trailing Edge)을 갖거나, 뒷전 부근에서 음의 두께(Negative Thickness)를 갖는 형상의 도출을 방지하도록 하였다.

형상의 수정 과정은 임의의 익형의 시위방향의 위치에서 설계자가 정의한 목표 압력 분포를 익형 표면의 격자점 좌표로 보정하는 보간 과정부터 시작된다. 보정된 목표 압력을 해석 결과

로 얻어진 압력과 비교하여 수렴 여부를 판단하여 Inverse 설계의 수행 여부를 결정하고, 익형상의 모든 점에서 수렴할 때까지 Inverse 설계를 반복한다. 본 연구에서는 설계 수렴 조건을 $\sum \Delta C_p$ (모든 격자점에서 계산 압력과 목표 압력의 차이의 합)가 초기 형상의 20% 이하로 감소한 경우로 설정하였다.

물체 표면의 수정 과정이 시작되면 격자점의 국부 마하수에 따라 아음속 영역과 초음속 영역으로 설계점을 분리하고, 물체 표면 좌표의 수정은 상하 면을 동시에 진행시키게 된다. 전 유동장이 아음속인 경우 표면 압력-물체 형상 관계식으로부터 각 설계점에서 표면 곡률(y'')을 도출할 수 있다. 이 곡률을 중심 차분하여 현재 격자점(i)과 그 이웃하는 점($i-1, i+1$)의 y 좌표로 표현하면 익형의 윗면과 아랫면에 대한 각각의 해(y)를 얻을 수 있다. 이 때 앞전과 뒷전의 좌표는 해를 구하기 위한 경계 조건으로 이용된다. 또한 초음속 영역에서는 표면 압력이 표면 기울기(y')와 관련되므로, 곡률을 현재 격자점(i)과 그 이웃하는 점($i-1, i+1$)의 기울기로 표현하여 Tri-diagonal Matrix를 형성하게 된다. 익형 표면의 좌표가 모두 구해지면 새로운 익형에 대하여 계산 격자를 생성하고 해석을 수행한다.

3. Inverse 설계 결과

3.1 수치해석 방법

유동장의 해석을 위하여 2차원 Euler 방정식을 위한 공력 해석용 컴퓨터 코드[10]를 이용하였다. 공간의 이산화에는 유한체적법을 적용하였고, 수렴성 향상을 위하여 Roe의 FDS(Flux Difference Splitting)과 다중 격자(Multi-Grid) 계를 사용하였다. 시간 적분은 ADI(Alternative Direction Implicit) 방법이 사용되었다. 정상 유동 해를 찾기 위한 초기 조건으로 자유류의 유

동 조건을 적용하였다.

수치 계산은 시스템 공학연구소(SERI)의 CRAY C-90 슈퍼컴퓨터를 이용하여 수행하였고, 계산 격자는 177×49 개로 이루어진 C-type 으로 형성하였다.

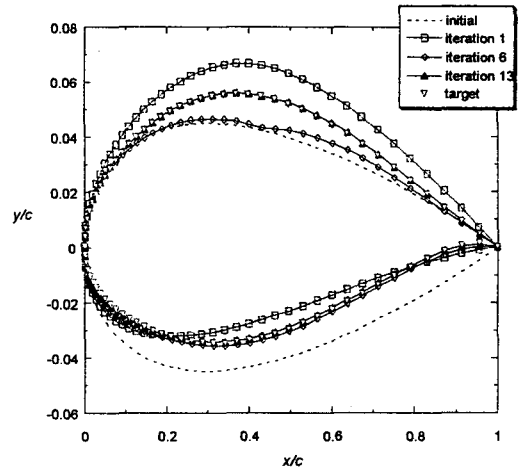
3.2 Inverse 설계기법의 검증

개발된 설계기법을 검증하기 위하여 형상을 이미 알고 있는 NACA 63-209 익형의 표면 압력 분포를 목표 압력으로 설정하고, NACA 0009 익형을 초기 형상으로 하여 원래 형상을 찾아내는지를 확인하였다. 이 때의 목표 압력과 도출된 형상은 Fig. 1에 도시되어 있다.

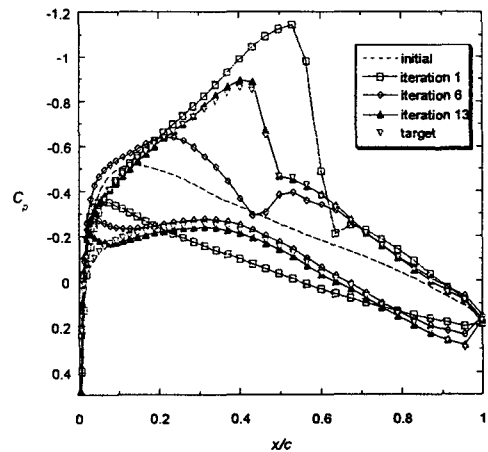
받음각이 0° 이고, 자유류 마하수 0.6와 0.75인 경우에 대하여 Inverse 설계를 수행한 결과, 두 경우 모두 비교적 적은 반복 설계(각각 9번, 13번 이내)로 수렴된 Inverse 해(y -좌표)를 얻을 수 있었다 Fig. 1에서 볼 수 있듯이 자유류 마하수 0.75인 경우 익형의 뒷면에 발생하는 충격파의 위치와 그에 따른 압력 분포가 목표 압력과 잘 일치함을 볼 수 있고, 실제 도중에 형성된 물체 형상에 굴곡(Bump)이 있는 경우에도 문제없이 Inverse 설계를 진행하여 수렴된 설계 형상을 도출하고 있음을 볼 수 있다.

3.3 Testcase I

천음속 항공기에 주로 사용되는 윗면의 일정 부분이 평평한(Roof-Top) 익형을 설계할 수 있는지를 확인하기 위하여, 100인승급 한국형 중형 항공기의 익형인 K100-04A의 압력 분포를 목표 압력으로 설정하고 Inverse 설계를 수행하였다. 초기 형상은 NACA 0009 이다. 자유류 마하수 0.6과 0.7에 대하여, 위와 같은 목표압력과 그로부터 도출된 물체 형상은 Fig. 2와 같고, Inverse 해의 수렴 경향은 Fig. 3에 도시되어 있다.



(a) Airfoil geometry

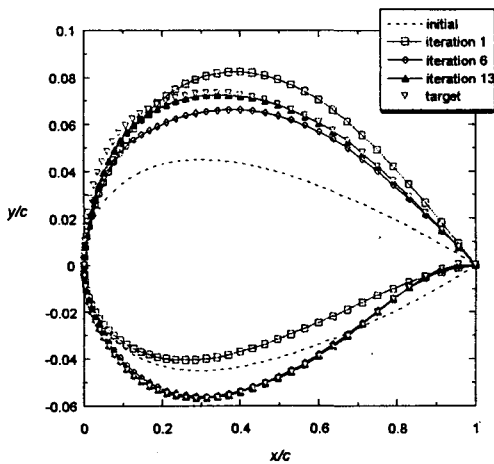


(b) Surface pressure distribution

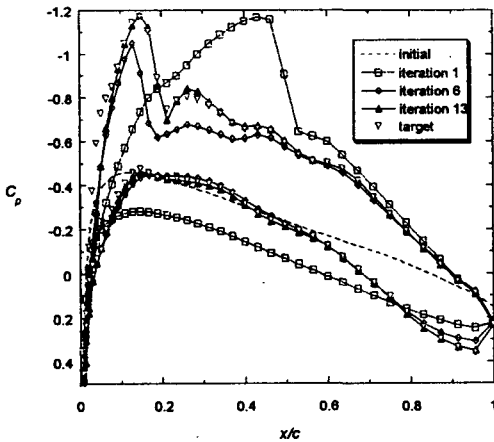
Fig.1 Inverse code validation. ($M_\infty=0.75$, $\alpha=0^\circ$)

9~13번의 반복 계산으로 $\sum \Delta C_p$ 가 초기 형상의 20% 이하로 감소하였고, 이 때 도출된 형상과 압력 분포가 거의 수렴된 Inverse 해임을 Fig. 2로부터 알 수 있다. 그러나 앞선 부근에서는 오차가 큰 것을 볼 수 있는데, 이것은 설계 중에 앞전이 고정됨에 따라 앞전 부근의 급

격한 압력 변화를 형상 수정에 제대로 적용하지 못하였기 때문에 사료된다. 그러나 초기 형상이 목표 형상과 상당히 많은 차이를 보임에도 불구하고 설계된 익형은 K100-04A 익형과 잘 일치하고 있어 개발된 설계 기법의 강건성을 확인할 수 있다.



(a) Airfoil geometry



(b) Surface pressure distribution

Fig. 2 Test target pressure I and resulting body shape. ($M_\infty=0.7, \alpha=0^\circ$)

3.4 Testcase II

K100-04A 보다 개선된 공력 특성을 갖는 익형을 설계하기 위하여 자유류 마하수 0.6, 받음각 2° 에서 앞전 부근의 실속이 억제되도록 급격한 압력의 증가를 피하고, 양력 특성이 개선될 수 있는 목표 압력을 설정하였다. 이때 초기 형상은 K100-04A이다. Inverse 설계 결과는 Fig. 4에 도시되어 있다. 9번의 설계 반복으로 목표 압력에 근접한 익형을 도출하며, 받음각이 있는 경우에도 Inverse 설계가 성공적으로 수행됨을 알 수 있다.

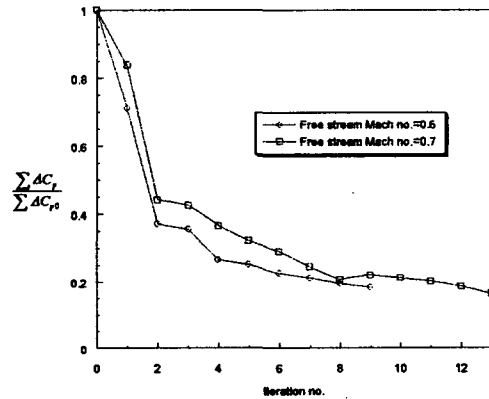
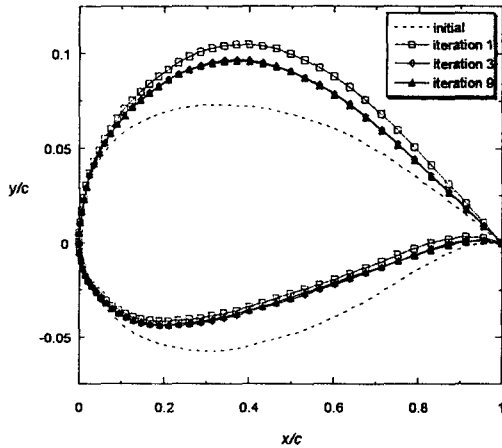
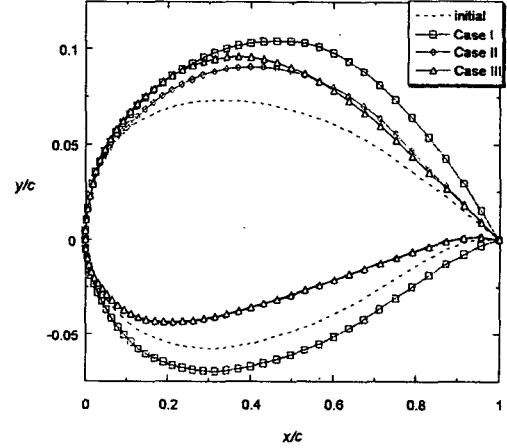


Fig. 3 Convergence histories of testcase I.

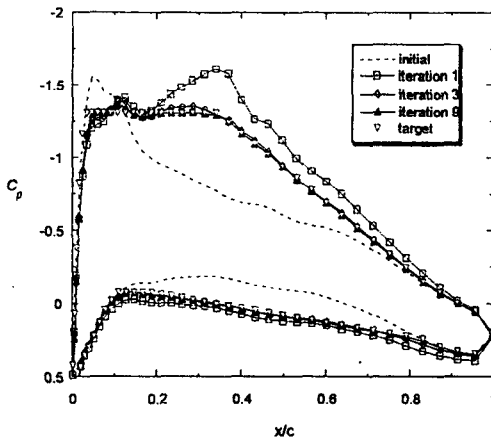
압력 분포의 변화에 따른 Inverse 해의 변화를 보기 위하여 여러 가지 비슷한 형태의 압력 분포에 대한 설계를 수행하여 보았으며, Fig. 5에 그 결과를 도시하였다. 압력 분포가 평평한 부분이 익형의 60%지점($x/c=0.6$)까지 이어진 경우(Case I) 익형이 매우 두꺼워지며, 그 부분의 압력이 낮을수록 익형 앞부분의 두께가 증가함을 볼 수 있다(Case III). 그리고 아랫면은 압력이 클수록 두께는 감소함을 알 수 있다(Case II, III). 즉, Inverse 설계시 목표 압력 분포를 적절히 조절하여 도출될 익형의 형상을 미리 간단히 예측할 수 있다.



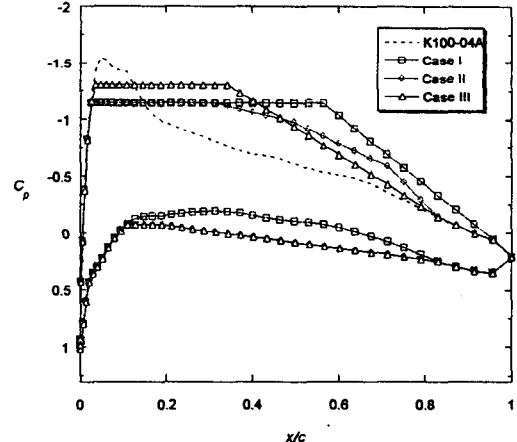
(a) Airfoil geometry



(a) Airfoil geometries



(b) Surface pressure distribution



(b) Surface pressure distributions

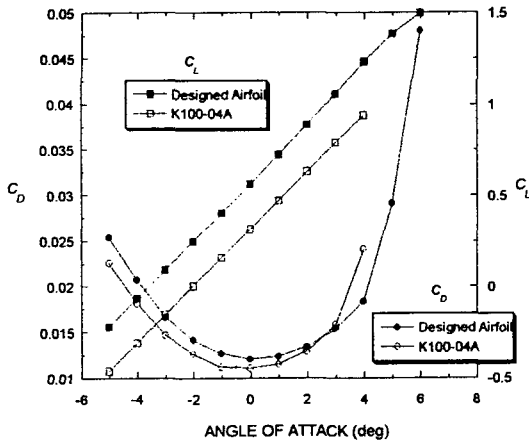
Fig. 4 Test target pressure II and resulting body shapes. ($M_\infty=0.6, \alpha=2^\circ$)

Fig. 5 The inverse design results for several pressure distributions. ($M_\infty=0.6, \alpha=2^\circ$)

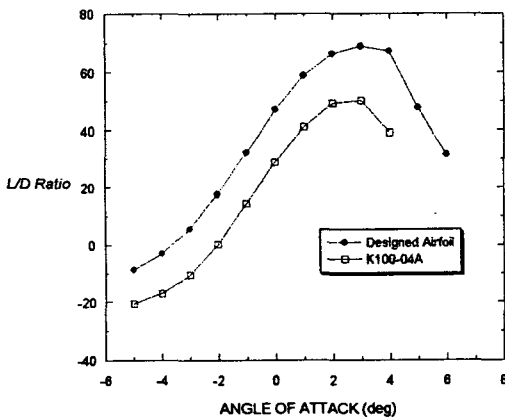
3.5 K100-04A 익형과 새로이 설계된 익형의 공력 특성 비교

자유류 마하수 0.6일 때 K100-04A 익형 및 공력 특성이 개선되도록 새로이 설계된 익형의 받음각에 따른 양력 계수, 항력 계수 및 양항비 (L/D Ratio)가 Fig. 6에 도시되어 있다. 받음각

$-5^\circ \sim 5^\circ$ 에서 설계된 익형의 양력은 K100-04A 익형에 비하여 크게 증가하였고(전 받음각 범위에서 $\Delta C_L \approx 0.25$ 증가), 항력은 $-5^\circ \sim 2^\circ$ 에서만 증가하였다. 또 받음각 $-5^\circ \sim 5^\circ$ 에서 새로이 설계된 익형의 양항비 또한 크게 개선되었음을 볼 수 있다.



(a) C_L and C_D



(b) L/D Ratio

Fig. 6 The characteristics of C_L , C_D and L/D of the designed airfoil.

4. 결 론

- 아음속/천음속 유동에 적용할 수 있는 Inverse 설계 기법을 개발하였으며, 이미 형상을 알고 있는 물체의 압력 분포를 적용하여

개발된 설계 기법을 검증하였다.

- 초기 형상과 목표 압력이 많은 차이를 보이는 경우에 대하여 Inverse 설계를 수행하여, 개발된 Inverse 기법의 “강건성(Robustness)”을 확인하였다.
- 비교적 적은 반복 설계로 익형의 윗면, 아래면 전체에 대하여 수립된 Inverse 해를 구할 수 있었다.
- 한국형 중형 항공기 익형(K100-04A)보다 앞전에서 실속이 억제되고 양력 특성이 개선된 익형을 새로이 설계하였다.

본 연구를 통하여 2차원 익형에 대하여 개발된 설계 기법은 삼차원으로 확장하여 천음속 날개 설계에 적용할 수 있을 것이다. 또 수치적 최적화와 결합하여 최적화된 목표 압력을 Inverse 설계에 적용하고, 형상 최적화에 필요한 형상 함수를 Inverse 설계를 통해 물리적 현상에 근거하여 도출할 수 있게 되어 수치 형상 최적화의 단점인 계산 시간 문제를 상당히 해결할 수 있을 것으로 기대된다.

후 기

본 연구는 한국 중형항공기 사업 조합의 연구비 지원으로 수행되었으며 연구비를 지원해 주신 한국 중형항공기 사업조합에 감사드립니다. 또한 해석용 코드를 제공해주신 국방과학 연구소의 이승수 박사님께도 감사를 드립니다.

참고문헌

[1] G. Volpe and R. E. Melnik, "The Role of Constraints in the Inverse Design Problem for Transonic Airfoils", AIAA Paper 81-1233 (1981).

[2] L. A. Carlson, "Transonic Airfoil Analysis and Design Using Cartesian Coordinates", *J. of Aircraft*, 13-5 (1976).

- [3] Davis, W. H. Jr., "Technique for Developing Design Tools from the Analysis Method of Computational Aerodynamics", *AIAA J.*, 18-9 (1980).
- [4] P. Garabedian and G. McFadden, "Design of Supercritical Swept Wings", *AIAA J.*, 20-3 (1982).
- [5] Hirose, N., Takanashi, S. and Kawai, N., "Transonic Airfoil Design Based on Navier-Stokes Equation to Attain Arbitrarily Specified Pressure Distribution - an Iterative Procedure ", *AIAA Paper* 85-1592 (1985).
- [6] R. L. Campbell and A. Smith, "A Hybrid Algorithm for Transonic Airfoil and Wing Design", *AIAA Paper* 87-2552 (1987).
- [7] Birckelbaw, L., "Inverse Airfoil Design Using the Navier-Stokes Equations", *AIAA Paper* 89-2202 (1989).
- [8] 김형진, 노오현, "역설계법을 이용한 천음속 익형의 전산 설계", 서울대학교 정밀기계 공동 연구소 연구보고서 (1995).
- [9] Liepmann H. W. and Roshko A., *Elements of Gasdynamics*, John Wiley & Sons Inc. (1957).
- [10] 이승수, 박민우, "내재적 및 외재적 Upwind 방법을 이용한 Euler 방정식의 다중격자해", 국방과학연구소 연구보고서 ASRD-501-91513 (1991).