

## 성형한계를 고려한 디프 드로잉 공정설계에 대한 유한 요소 해석

최 영\* · 이규호\*\* · 고대철\*\*\* · 김병민\*\*\*\* · 최재찬\*\*\*\*\*

(1998년 7월 1일 접수)

## The Application of Finite Element Method to Process Design Considering Forming Limit in Deep Drawing

Young Choi , Kyu-Ho Lee , Dae-Chul Ko , Byung-Min Kim and Jae-Chan Choi

### Abstract

The limit drawing ratio (LDR) is a major process parameter in the process design of deep drawing. If the actual drawing ratio is greater than the LDR for a particular stage, then an intermediate stage has to be added the process sequence to avoid failure during the drawing operation and the optimal process design considering forming limit is performed for the first-drawing and redrawing by using finite element method combined with ductile fracture criterion. From the results of finite element analysis, the optimal value of drawing ratio is obtained, which contributes to the more uniform distribution of thickness and the smaller values of the ductile fracture infinal cup.

**Key Words :** Deep Drawing, Finite Element Method, Process Design, Ductile Fracture, Limiting Drawing Ratio, Uniform Distribution of Thickness, Optimal Process

### 1. 서 론

판재 성형 분야에서 디프 드로잉은 납작한 바닥을 가진 펀치를 가지고, 얇고 평평한 판재로부터 컵을 생산하는 공정이다. 디프 드로잉에서는 한계 드로잉비(LDR)는 공정 설계에서 중요한 공정변수이다. 만일, 만들고자 하는 제품의 드로잉비가 한계 드로잉비보다 크다면, 재드로잉(redrawing) 공정이 필요하게 된다. 일반적으로, 공정 설계에서 판재 성형성(formability)의 평가는 숙련가들의 경험에서 오는 시행 착오에 주로 의존해 왔다. 시행 착오에 드는 노력과 시간을 줄이고, 효과적으로 공정을 제어하기 위하여, 공정 모델링(process modeling)에 대한 조작

적인 방법이 필요하게 된다.

변형 공정을 해석하기 위하여, 유한 요소법이 임의 형상 해석을 다루는데 유연성과 정확성으로 인해 자주 사용되고 있다. Kobayashi와 Kim<sup>(1)</sup>은 수직 이방성을 고려한 축대칭 판재 해석을 수행하였다. Kim과 Yang<sup>(2)</sup>은 기하학적 비 선형을 고려한 유한 요소 해석을 수행하였다. 이들 연구는 박막(membrane) 요소를 사용하여 해석되어지므로 두께 방향의 변형을 고려하지 못한다. Takuda 등<sup>(3)</sup>은 축대칭 컵의 디프 드로잉을 해석하고, 알루미늄 합금의 한계 드로잉비를 결정하였다. Mori 등<sup>(4)</sup>은 연성 파괴 이론을 도입하여, 축대칭 컵의 초드로잉(first-drawing)과 재드로잉(redrawing) 해석을 수행하여 성형 한계를 결정하였다.

\* 부산대학교 기계기술연구소

\*\* 한국교어 주식회사 금형설계팀

\*\*\* 양산대학 메카트로닉스과

\*\*\*\* 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 센터

본 연구에서는 2단계 공정을 갖는 축대칭 컵의 유한 요소 해석을 수행하여, 최적 공정을 제시하고자 한다. 이를 위하여 유한 요소법과 결합된 연성 파괴 이론을 도입하여, 성형 한계를 예측하였다. 파단에 영향을 주는 공정 변수들 중 초드로잉비를 공정 변수를 두어, 초드로잉과 재드로잉 공정을 해석하였다. 초드로잉과 재드로잉 공정은 경험적인 설계 방법을 도입하여, 공정 변수들을 정하였다. 재료의 이방성은 수직 이방성(normal anisotropy)을 고려하여 유한 요소 정식화를 수행하였다. 해석의 타당성을 검증하기 위하여, 축대칭 컵드로잉을 해석하여, 그 결과를 실험과 비교하였다.

## 2. 해석 방법

### 2.1 변형 해석

유한 요소 해석에서는, 재료에 평면 이방성은 없는 것으로 하여, 축대칭 문제로 취급하였고, Hill<sup>(5)</sup>이 제안한 이방성 항복 조건식에, 판면 등방성을 가정하여 식을 정리하면, 다음과 같은 유효 응력식을 얻을 수 있다.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2(2+\bar{r})} \{ r(\sigma_\phi - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_r - \sigma_\phi)^2 \}} + \frac{3}{2+\bar{r}} \frac{M}{F} \tau_{t\phi}^2 \quad (1)$$

이때, 유효 변형률 속도는 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{2(2+\bar{r})}{3(1+2\bar{r})^2} \{ \bar{r}(\dot{\varepsilon}_\phi - \dot{\varepsilon}_\theta)^2 + (\dot{\varepsilon}_\theta - \bar{r}\dot{\varepsilon}_r)^2 + (\bar{r}\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\phi)^2 \}} + \frac{(2+\bar{r})F}{3M} \cdot \gamma_{t\phi} \\ = \sqrt{\dot{\varepsilon}^T D \dot{\varepsilon}} \quad (2)$$

여기서,  $\dot{\gamma}_{t\phi} = 2\dot{\varepsilon}_{t\phi}$ 이고,  $\{\dot{\varepsilon}\}^T = \{\dot{\varepsilon}_\phi, \dot{\varepsilon}_r, \dot{\varepsilon}_\theta, \dot{\gamma}_{t\phi}\}$ 이다. 그리고,

$$D = \begin{bmatrix} 2(1+\bar{r}) & \bar{r} & \bar{r} & 0 \\ \bar{r} & 2(1+\bar{r}) & \bar{r} & 0 \\ \bar{r} & \bar{r} & 2\bar{r}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1+2\bar{r})^2}{2(2+\bar{r})} \end{bmatrix} \quad (3)$$

이다.

본 해석에서는, 강소성 유한 요소법을 이용하여 정식화

를 행하였다. 강소성 재료에 대한 범함수(functional)  $\Pi$ 는 다음과 같다.

$$\Pi = \int_V \bar{\sigma} \dot{\varepsilon} dV - \int_{S_F} \bar{t}_i v_i dS \quad (4)$$

비압축성 조건을 고려하기 위하여, 벌칙함수(penalty function) K를 도입하고, 일반적인 유한 요소 분활화 과정을 거치면 절점 속도가 미지수인 비선형 방정식을 얻을 수 있다. 한편, 마찰력은 Coulomb 마찰력을 사용하였다.

### 2.2 연성 파괴 예측

다양한 연성 파괴 이론에 기초해, 지금까지 많은 연성 파괴 이론이 제안되었다.<sup>(6~7)</sup> 본 연구에서는 취급이 간단하고, 넓은 범위의 냉간 단조와 압출에 적용되고 있는 Oyane 등<sup>(6)</sup>이 제시한 식을 사용한다.

$$\int_0^{\bar{\varepsilon}_f} \left( \frac{\sigma_m}{\bar{\sigma}} + A \right) d\bar{\varepsilon} = G \quad (5)$$

여기서,  $\bar{\varepsilon}_f$ 는 파괴가 발생한 부분의 유효 변형률,  $\sigma_m$

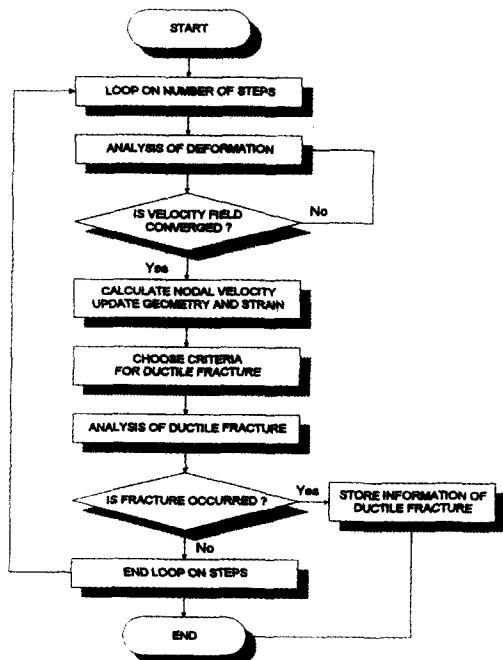


Fig. 1 Flowchart for accomplishing both the analysis of deformation and the prediction of deformation and the prediction ductile fracture in metal forming

은 정수압 응력, A와 G는 재료상수이다. Table 1에 상수 A, G를 나타내었다. 유한 요소 해석에서는, 식(5)를 증분 개념으로 다음과 같이 근사화 한다.

$$\sum_{i=1}^n \left( \frac{\sigma_m}{\sigma} + A \right) \Delta \bar{e} = G \quad (6)$$

여기서, n은 스텝수,  $\Delta \bar{e}$ 은 유효 변형률 증분, 식(6)은 소재의 전 영역에 대하여 각 요소의 적분점에서 계산되고, 변형의 전 공정동안 식(6)의 값은 누적되고, 이때 상수 G의 값을 초과했을 때 연성 파괴가 일어나는 것으로 하였다. Fig. 1에 변형 해석 및 연성 파괴 예측을 동시에 수행하기 위한 유한 요소 프로그램의 흐름도를 나타내었다.

### 3. 유한 요소 모델링

#### 3.1 문제 정의와 공정변수

본 연구에서 해석하고자 하는 디프 드로잉 공정을 Fig.2에 나타내었다. 이 경우 드로잉비는 2.4이다. 그러므로, 공정을 성공적으로 수행하기 위해서는 중간컵이 필요하다.<sup>(8)</sup> 본 연구에서는 연성 파괴와 결합된 유한 요소법을 사용하여 중간컵을 설계하였다. Fig.3은 본 연구에서 사용되는 정보의 흐름을 나타낸다. 디프 드로잉 공정 변수

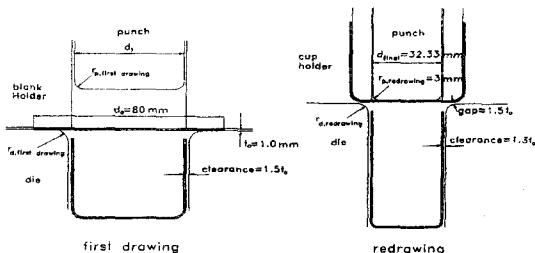


Fig. 2 Tool dimensions and workpiece configurations in deep drawing process

Table 1 Material properties and constants of A1100-O

Flow stress	$\bar{\sigma} = 178 \bar{\epsilon}^{0.26}$ (MPa)
Average r-value	$\bar{r} = 0.8$
Yield stress	$\sigma_y = 81.7$ (MPa)
Tensile strength	$\sigma_u = 96$ (MPa)
Materials constants in Eq.(5)	$A = 0.33, G = 0.42$

를 정하기 위하여, 경험적인 규칙들이 사용되었다.<sup>(9)</sup> 해석에 사용되는 재질은 A1100-O이고, 재질의 특성치를 Table 1에 나타내었다. 공정 설계에는 많은 변수들이 있으나, 본 연구에서는 초드로잉비를 공정 변수로 고려하였다. Table 2에 디프 드로잉과 관련된 공정 변수를 나타내었다.

본 연구에서는 블랭크 훌더력을 결정하기 위해 Seibel 등<sup>(10)</sup>의 식을 사용하였다. 본 연구에서는 블랭크 훌더력을 모델링하기 위하여, 두께 방향의 평형방정식으로부터 블랭크 훌더에 작용하는 압력을 계산하였다.

$$p = \frac{F_{bh}}{2\pi(r_{out} - r_{in}) r} \quad (7)$$

여기서, p는 압력,  $F_{bh}$ 는 블랭크 훌더력, r은 반경 방향 좌표이고,  $r_{out}$ 와  $r_{in}$ 은 각각 블랭크 훌더와 접촉하는 노드의 반경방향 최대, 최소 좌표이다.

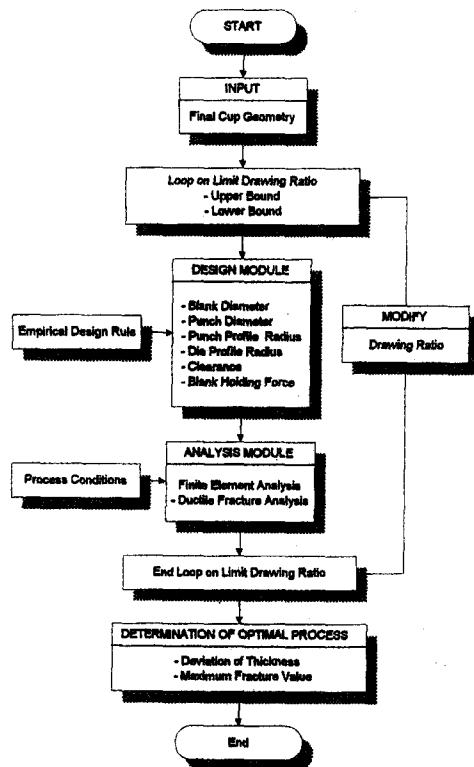


Fig. 3 Block diagram of process sequence design in axisymmetric deep drawing

### 3.2 프로그램의 검증

개발된 프로그램을 검증하기 위하여, 컵의 디프드로잉 해석을 하여, 실험<sup>(11)</sup>과 비교하였다. 해석에 사용된 치수는 Table 3에 주어져 있다. 블랭크 훌더력은 54kN으로 하여 일정하게 두었다. Fig.4에 펀치 하중선도를 나타내었다. 실험과 좋은 일치를 보이나, 초기 펀치 행정과 나중 펀치행정에서 다소 차이를 나타낸다. Fig.5는 예측된 반경 방향과 원주 방향 변형률을 실험과 비교한 것이다. 전체적인 경향은 잘 일치하나, 두께 변형률을 계산하면 펀치 바닥에서 실제보다 약간 더 큰 값을 얻게 된다. 헴성 파괴 이론을 사용하여 해석한 펀치 행정과 실험<sup>(12)</sup>과 비교하였다. 이 경우에, 재료 상수 A, G는 식(5)와 실험<sup>(12)</sup>에서 몇 가지 블랭크 훌더력을 가지고 해석한 결과로부터 결정하였다. 그 결과를 Fig.6에 나타내었다.

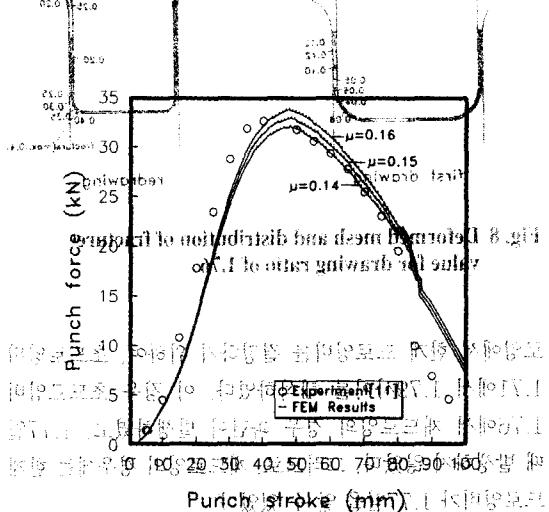


Fig. 4 Comparison of punch force between the present FEM results and the experiment

	First drawing	Redrawing
Blank diameter ( $d_0$ )	80 mm	80 mm
Blank thickness ( $t_0$ )	1.0 mm	1.0 mm
Clearance ( $c$ )	1.5 $t_0$	1.3 $t_0$
Gap between cup holder and die profile ( $g$ )	1.5 $t_0$	1.5 $t_0$
Friction coefficient ( $\mu$ )	0.05	0.05
Blank holder	Pressure controlled blank holder	Fixed blank holder
Punch profile radius ( $r_p$ )	First drawing Redrawing	First drawing Redrawing
Die profile radius ( $r_d$ )	First drawing Redrawing	First drawing Redrawing

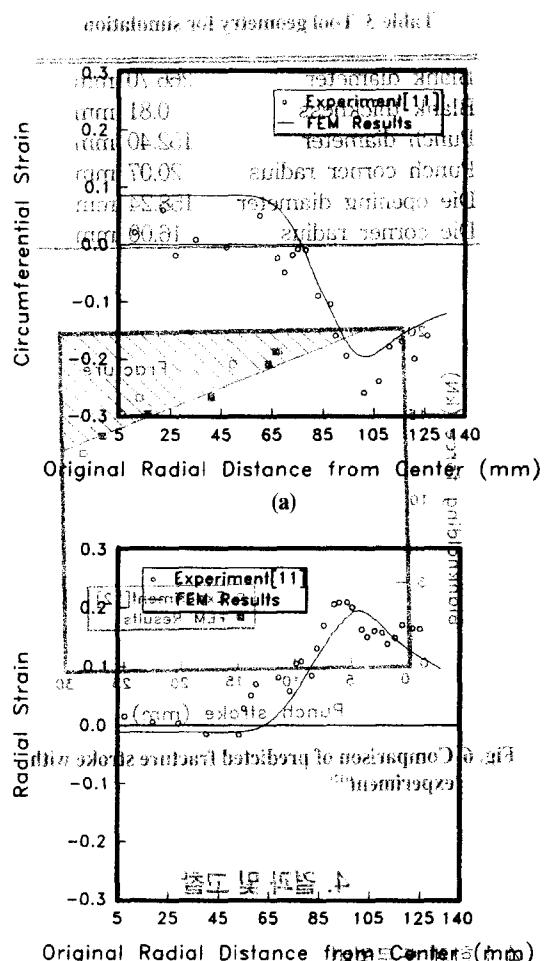


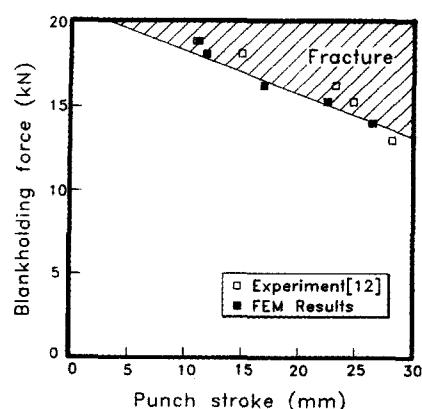
Fig. 5 Comparison of predicted (a) radial strain and (b) circumferential strain with experiment at 50 mm punch stroke

Blank diameter ( $d_0$ )	80 mm
Blank thickness ( $t_0$ )	1.0 mm
Clearance ( $c$ )	1.5 $t_0$
Gap between cup holder and die profile ( $g$ )	1.5 $t_0$
Friction coefficient ( $\mu$ )	0.05
Blank holder	Pressure controlled blank holder Fixed blank holder
Punch profile radius ( $r_p$ )	First drawing Redrawing
Die profile radius ( $r_d$ )	First drawing Redrawing

$$\begin{aligned} r_{p, \text{first drawing}} &= 0.05(d_0 - d_{\text{final}}) + r_{d, \text{final}} & r_{p, \text{redrawing}} &= 0.15 \\ r_{p, \text{first drawing}} &= 1.25r_{d, \text{first drawing}} & r_{p, \text{redrawing}} &= 0.7r_{d, \text{first drawing}} \end{aligned}$$

Table 3 Tool geometry for simulation

Blank diameter	266.70 mm
Blank thickness	0.81 mm
Punch diameter	152.40 mm
Punch corner radius	20.07 mm
Die opening diameter	158.24 mm
Die corner radius	16.00 mm

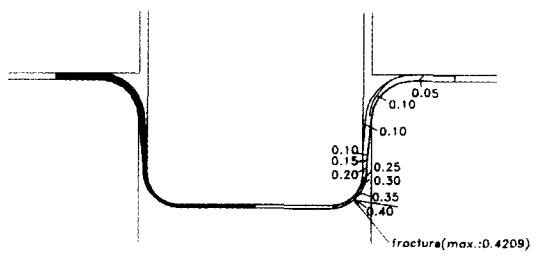
Fig. 6 Comparison of predicted fracture stroke with experiment<sup>(12)</sup>

#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 한계 드로잉비

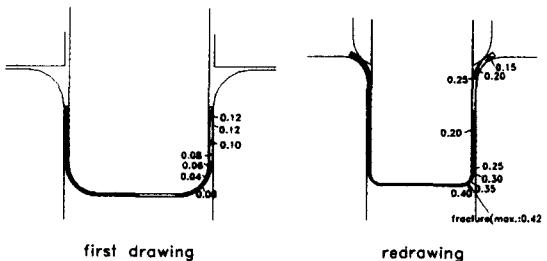
한계 드로잉비(LDR)를 결정하기 위하여, 첫째로 다양 한 드로잉비 2.4, 2.3, 2.2, 2.1, 2.0, 1.9, 1.8, 1.7에 대하여, 초드로잉 공정을 해석하였다. 이때 드로잉비가 2.4, 2.3, 2.2, 2.1의 경우에 연성파괴가 발생하였다. 그러므로, 한계 드로잉비는 2.01과 2.09사이에 존재함을 알 수 있다. 초드로잉에서 한계 드로잉비를 결정하기 위하여, 초드로잉비 2.01에서 2.09사이를 해석하였다. 이 경우, 초드로잉에서 한계 드로잉비은 2.07임을 알 수 있었다.

초드로잉과 마찬가지로 재드로잉은 한계 감소율에 의해 제한된다. 만일, 재드로잉비가 너무 크다면, 파단은 컵 벽에서 일어날 수 있다. 초드로잉 해석후 파단이 발생하지 않은 드로잉비 2.07, 2.0, 1.9, 1.8, 1.7에 대하여, 재드로잉 공정을 해석하였다. 이 경우에 재드로잉비는 각각 1.16, 1.20, 1.26, 1.33, 1.41이다. 유한 요소 해석의 결과로부터, 초드로잉비 1.7의 경우에 재드로잉에서 연성파괴가 발생하였다. 이 경우 재드로잉비는 1.41이다. 재드



first drawing

Fig. 7 Deformed mesh and distribution of fracture value for drawing ratio of 2.08



first drawing

redrawing

Fig. 8 Deformed mesh and distribution of fracture value for drawing ratio of 1.76

로잉에서 한계 드로잉비를 결정하기 위하여, 초드로잉비 1.71에서 1.79사이를 해석하였다. 이 경우 초드로잉비 1.76에서 재드로잉의 경우 파단이 발생하였고, 1.77일 때 발생하지 않았다. 그러므로, 재드로잉의 경우에는 한계 드로잉비가 1.77임을 알 수 있었다.

해석의 결과로부터, 디프 드로잉에서 중간컵의 드로잉비는 하한과 상한의 드로잉비에 의해 제한 받음을 알 수 있었다. 2단계 공정을 갖는 디프 드로잉에서 상한의 드로잉비는, 초드로잉 공정에서 결정되고, 반면에, 하한의 드로잉비는 재드로잉 공정에서 결정된다. 이 경우 2단계로 최종 제품을 만들기 위해서, 중간컵의 직경은 38.46 mm 보다 크거나, 45.45 mm보다 작아야 한다. Fig.7과 Fig.8에 드로잉비 2.08과 1.76에 대한 연성 파괴 분포와 변형상을 나타내고 있다.

##### 4.2 최적 드로잉비

연성 파괴 기준과 결합된 유한 요소 해석에 의해, 앞서 언급한 대로 중간컵의 직경은 상한과 하한의 드로잉비에 의해 제한된다. 그러므로, 최종 제품에서 가장 낮은 연성

파괴치와 균일한 두께를 얻기 위한 최적 드로잉비는 이 범위 안에서 결정될 수 있다. 최적 드로잉비를 결정하기 위하여, 다양한 드로잉비 2.05, 2.00, 1.95, 1.90, 1.85, 1.80에 대하여 초드로잉 공정을 해석하였다. 재드로잉 공정의 해석은 초드로잉 공정 해석 후 수행하였다.

Fig.9에 다양한 초드로잉비에 대한 드로잉후의 최소 두께 변형률을 나타내었다. 그림에서 알 수 있듯이, 최소 두께 변형률은 초드로임비 1.91에서 최대값을 갖는다. 그러나, 만일 두께가 더 균일하다면, 더 좋은 공정으로 생각할 수 있다. 그러므로, 본 연구에서는 편차 두께를 고려하였다. Fig.10에 계산된 편차 두께를 나타내었다. 초드로잉비 1.95에서 편차 두께가 최소로 된다. Fig.11에 최대 연

성 파괴치를 나타내었다. 초드로잉비 1.93에서 최대 연성 파괴치가 최소로 됨을 알 수 있다.

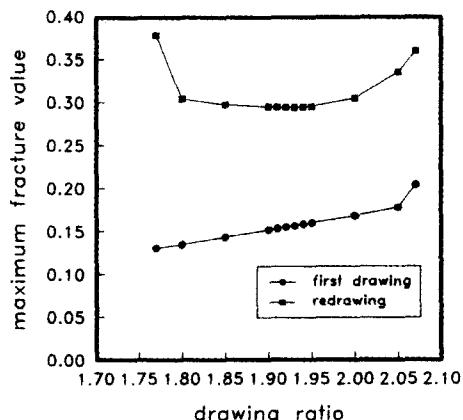


Fig. 11 Variation of maximum fracture value for various drawing ratio

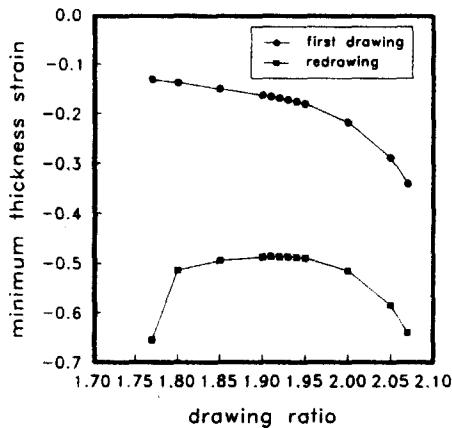


Fig. 9 Variation of minimum thickness strain for various drawing ratio

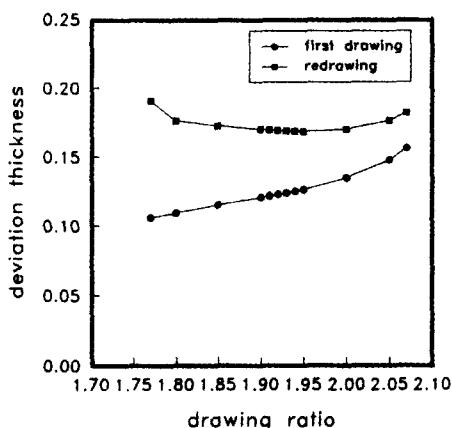


Fig. 10 Variation of deviation thickness for various drawing ratio

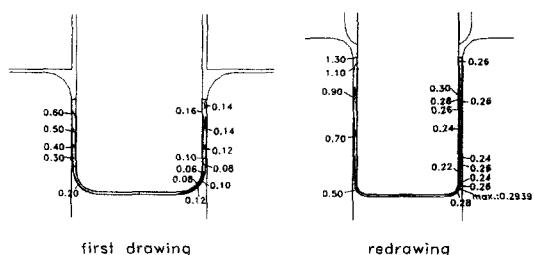


Fig. 12 Distribution of effective strain and fracture value for drawing ratio of 1.93

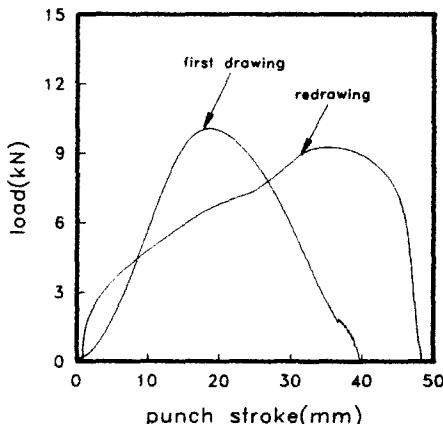


Fig. 13 Load-punch stroke diagram in deep drawing process with drawing ratio of 1.93

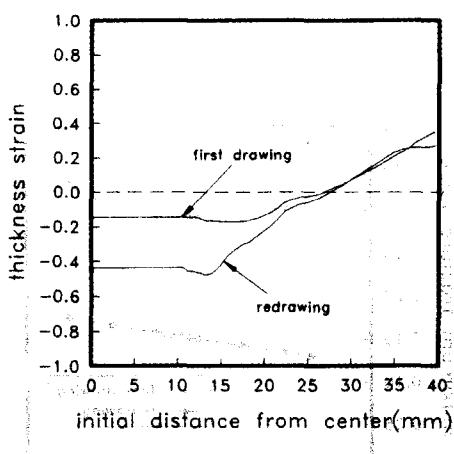


Fig. 14 Thickness strain distributions in deep drawing with drawing ratio of 1.93

초드로잉비 1.91, 1.93, 1.95의 결과들을 비교한 결과, 2단계 공정을 갖는 최적 디프 드로잉 공정은 드로잉비 1.93에서 파단이 일어날 가능성이 현저히 낮았기 때문에, 드로잉비 1.93이라고 결론지었다. Fig. 12에 예측된 드로잉비의 유효 변형률과 연성 파괴치 분포를 나타내었다. Fig. 13과 Fig. 14에 설계된 공정의 하중선도와 두께 변형률 분포를 각각 나타내었다.

## 5. 결 론

판재 성형 공정을 해석하기 위하여 “강조정 유한 요소 프로그램”이 개발되어, 이를 2단계 공정을 갖는 디프 드로잉 문제에 적용하였다. 해석 결과로부터 다음의 결론을 이끌어내었다.

첫째, 개발된 프로그램을 검증하기 위하여, 축대칭 컵의 디프 드로잉을 해석하여 실험과 비교하였다. 해석에 의해 예측된 흰치력은 실험과 잘 일치하는 경향을 보이나, 초기와 최종 행정에서 차이를 나타내고 있다. 변형률 분포를 비교한 결과, 전체적으로 잘 일치하나 편치 비약에서 실제 보다 두께 감소가 더 일어남을 볼 수 있다.

둘째, 해석 결과로부터 최적 드로잉비를 조사하였다. 그 결과 최적 드로잉비는 1.93임을 알 수 있고, 이 때 최종 제품에서는 가장 낮은 연성 파괴치와 균일한 두께 분포를 가진다.

세째, 파단없이 최종 제품을 성형하기 위하여, 중간컵의 설계는 상한과 하한의 드로잉비에 제한을 받는다. 상한 드

로잉비는 2.07임을 얻었고, 하한 드로잉비는 1.77임을 알 수 있었다. 해석 결과로 부터 상한 드로잉비는 초드로잉에서의 파단과 관련이 있고, 하한 드로잉비는 재드로잉에서의 파단과 관련이 있음을 알 수 있었다.

네째, 2단계 공정을 갖는 디프 드로잉 문제에 적용해본 결과, 실제 공정 설계 문제에 유용성이 있음을 알 수 있었고, 다른 공정 설계 문제에도 적용이 가능함을 보인다.

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구 센터 지원금에 의한 것입니다.

## 후 기

### 참고문헌

- (1) Kobayashi, S. and Kim, J. H., 1978, "Defomation analysis of axisymmetrical sheet metal forming processes by the rigid-plastic finite element method", In Mechanics of Sheet Metal Forming-Material Behavior and Deformation analysis, Plenum press, New York.
- (2) Kim, Y. J. and Yang, D. Y., 1985, "A rigid-plastic finite element formulation considering the effect of geometric change and its application to hydrostatic bulging", Int. J. Mech. Sci., Vol. 27, pp. 453.
- (3) Takuda, H., Mori, K., Hirose, T. and N. Hatta, 1995, "Prediction of Forming Limit in Deep Drawing Using Finite Element Simulation and Ductile Fracture Criterion", J. JSTR, Vol.36, No. 416, pp. 985~990. (in Japanese).
- (4) Takuda, H., Mori, K., Jinno, A. and N. Hatta, 1996, "Finite Element Simulation of Redrawing Processes with Ductile Fracture Criterion", Proceedings of AEPA 96, Hiroshima, Japan, pp. 691~696.
- (5) Hill, R., 1950, "The Mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press.
- (6) Oyane, M., Sato, T., Okimoto, K. and Shima, S., 1980, "Criteria for Ductile Fracture and their Applications", J. of Materials Processing Tech-

- nology, Vol. 4, pp. 65~81.
- (7) McClintock, F. A., 1968, "A Criterion for Ductile Ducture by the Growth of Holes", J. of Applied Mechanics, Vol. 90, pp. 363~371
- (8) Iliescu, C., 1990, "Cold-Pressing Technology", Elsevier.
- (9) Eary,D.F. and Reed,E.A., 1974, "Techniques of Pressworking Sheet Metal", Prentice-Hall.
- (10) Siebel, E. and Beisswanger, H., 1955, "Deep Drawing", Munchen, Carl Hanser.
- (11) Esche, S. K., Khamitkar, S., Kinzel, G. L. and Altan, T., 1996, "Process and die design for multi-step forming of round parts from sheet metal", J. of Material Processing Technology, Vol. 59, pp. 24~33.
- (12) Yossifon, S., Sweeney, K., Ahmetoglu, M. and Altan, T., 1992, "On the acceptable blank holder force range in the deep-drawing process", J. of Materials Processing Technology, Vol. 33, pp. 175~194.