

論文98-35S-12-9

ICP 알고리즘의 회전 성분 신뢰도 행렬 유도

(Derivation of a Confidence Matrix for Orientation Components in the ICP Algorithm)

李炳旭*, 金哲珉**, 朴來弘***

(Byung-Uk Lee, Chul-Min Kim, and Rae-Hong Park)

요 약

본 논문에서는 ICP (Iterative Closest Point) 알고리즘을 이용한 영상등록에서의 회전 성분 신뢰도를 추정할 수 있는 행렬을 유도하였다. 일반적으로 ICP 알고리즘 결과의 신뢰도는 영상등록을 하려는 입력 물체의 모양에 따라 다르다. 보통 원통과 같은 어떤 축에 대한 회전체보다는 더 복잡하고 두드러진 특징이 많은 물체일수록 신뢰도가 높은 결과를 얻게 된다. 본 논문에서는 ICP 알고리즘으로 구한 값의 신뢰도를 점으로 표현되는 입력물체에서의 각 점의 위치와 법선 벡터에 대한 식으로 나타내었다. 입력물체에 잡음이 들어갔을 때, 이로 인한 ICP 결과의 오차를 제시한 신뢰도를 이용해 추정하였다. 마지막으로 타원체 합성영상에 대한 신뢰도와 잡음이 들어갔을 때의 ICP 결과의 오차를 컴퓨터 모의 실험으로 비교 분석하여 이론치와 부합되는 것을 보였다.

Abstract

This paper proposes a matrix which represents the confidence in the rotation components of the Iterative Closest Point (ICP) algorithm in image registration. The reliability of the ICP algorithm depends on the shape of the object. For example, an object with more complex features shows higher reliability than the one with rotation symmetry such as a cylinder. We show that the reliability of the ICP algorithm depends on the surface normal vectors on the object. Also they are compared with the second moment matrix. Employing the proposed reliability formula, the error of the ICP algorithm can be estimated when the input range data has additive noise. Finally, we demonstrate that the proposed reliability formula is in good agreement with the computer simulation.

I. 서 론

거리영상은 관측점으로부터 물체 표면까지의 거리를 나타내므로 3차원 영상인식분야에 널리 사용된다. 이에 따라 거리영상을 획득하는 방법들이 많이 연구되어

왔다^[1].

이 거리영상 취득기를 이용할 경우에도 한 장의 거리영상으로는 전체 물체를 표현할 수 없다. 즉 카메라가 바라보는 물체의 뒷면에 대한 정보를 얻을 수 없다는 것이다. 이러한 경우 하나의 완전한 물체 모델을 구성하기 위해 여러 방향에서 거리영상을 취득하고 이를 종합하는 과정이 필요하다. 이 경우 각 거리영상간의 이동 및 회전 변환관계를 알아낼 필요가 있다. 이렇게 두 장의 거리영상 사이의 회전 및 이동 변환관계를 나타내는 변환 T 를 얻어내는 작업을 영상등록(image registration)이라 한다. 이 영상등록을 위한

* 正會員, 梨花女子大學校 電子工學科

(Dept. of Electronics Eng., Ewha Womans Univ.)

** 準會員, *** 正會員, 西江大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Eng., Sogang University.)

接受日字: 1998年2月28日, 수정완료일: 1998年10月15日

방법에는 두 영상에 공통적으로 나타나는 점이나 선, 면 등의 특징 (feature)의 대응관계를 결정한 후에 계산하는 방법, 2차원 모멘트를 계산하고 이를 상호 일치시켜서 계산하는 방법, 두 거리영상간의 대응관계를 모르는 상황에서도 가장 가까운 점을 대응점으로 가정하고 변환을 계산하는 과정을 반복하는 Iterative Closest Point (ICP) 알고리즘이 있다^[2]. 이 중에서 ICP 알고리즘은 대응관계를 설정하지 않아도 되고, 그 수렴속도가 빠르기 때문에 널리 사용되고 있다.

영상등록 알고리즘으로 구한 결과 역시 오차가 있으므로 그 결과 값의 신뢰도 분석이 필요하다. 영상등록에 있어서의 오차에 대한 분석은 몇 가지 방향으로 이루어져 왔다. Blostein과 Huang은 물체를 나타내는 점들의 위치가 단위 부피 안에서 균일한 확률을 가진다는 가정에서 오차의 분포함수를 유도했고^[3], Matthies와 Shafer는 stereo geometry에 따라 취득된 점의 위치에 따른 분산 행렬을 이용한 가중치로 오차의 영향을 최소화하였다^[4]. 이상의 영상등록에 있어서의 오차분석은 스테레오 영상에서의 센서 측정오차를 고려한 분석이다. 즉 센서에서 멀어질수록 영상의 각 화소에 대응하는 공간이 넓어져서 그만큼 양자화 잡음이 많이 생긴다고 가정하고 이를 영상등록시 고려하는 데 중점을 두고 있다. Dorai 등은 물체의 표면이 z축, 즉 거리영상 취득기 방향과 이루는 각이 ICP 알고리즘 결과에 미치는 영향을 보이고, 이를 ICP 알고리즘의 목적함수에 가중치 항으로 이용하였다^[5]. 하지만 ICP 알고리즘 결과는 이렇게 개별적인 점에 들어간 측정오차의 크기나 대상 물체 표면이 z축과 이루는 각에 의해 결정되기보다는 전체적인 대상물체의 형태에 의해서 큰 영향을 받는다. 예를 들어, 대상으로 하는 물체가 복잡한 경우 하나의 측정오차나 잡음이 있는 경우에도 참값에 정확히 접근하게 되지만, 반대로 구와 같은 회전대칭인 경우에는 미소한 잡음에도 ICP 알고리즘으로 얻은 결과의 신뢰도도 떨어지게 된다. 특히 두 거리영상간의 회전 변환관계를 얻어냄에 있어서는 대상물체가 얼마나 회전체에 가까운 지에 따라 결과의 신뢰도가 큰 차이를 보이게 된다^[6]. 본 논문에서는 이러한 대상물체의 회전 비대칭성의 정도와 이에 따른 ICP 알고리즘의 결과의 신뢰도를 판단할 수 있는 척도를 제시하고자 한다.

먼저 II절에서 ICP 알고리즘의 개략적인 설명과 ICP 알고리즘의 목적함수에서 신뢰도를 제시하고, III

절에서 이 신뢰도를 구하기 위한 식과 신뢰도 행렬을 제시하였다. IV절에서는 점대점 대응관계를 알고있는 경우 III절에서 유도한 신뢰도식을 2 차 모멘트 행렬로 표현되는 것을 보이고, V절에서는 III, IV절에서 제시한 신뢰도와 잡음에 의한 ICP 결과 오차와의 관계를 구했다. VI절에서는 이에 대한 실험결과를 실었고 마지막 VII절에서 결론을 내렸다.

II. ICP 알고리즘과 목적함수 모델링

ICP 알고리즘은 카메라 위치에 대한 사전 정보나 모멘트를 이용한 방법 등의 다른 방법으로 구한 등록계수의 초기 값을 이용하여 두 거리영상간의 가장 가까운 점의 쌍을 구해 이를 임시 대응점으로 두고, 이 임시 대응점들의 쌍을 반복법으로 개선시키는 형태를 취하고 있다^[2,7,8].

두 거리영상을 각각 P, Q 라 하자. 거리 영상 P 에서의 점 P_i 에 대해 초기 등록계수 T_0 으로 변환시킨 결과 점을 $T_0(P_i)$ 으로 표시하고 이 점 $T_0(P_i)$ 에 가장 가까운 거리영상 Q 상의 점 Q_i 를 P_i 에 대한 초기 대응점으로 삼는다. 영상 P 상의 N 개의 모든 제어점들에 대한 초기 대응관계가 결정되면 각각 대응점들의 평균을 구하여 그 차이가 이동성분이 되고 그 평균으로부터 각 점까지의 거리의 제곱을 더하여 scale factor를 구할 수 있다^[9]. 여기에서

$$f(T) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\vec{q}_i - T(\vec{p}_i)\|^2 \quad (1)$$

로 표현되는 이 대응 쌍들간의 거리 제곱의 평균 f 를 목적함수로 두고 이 목적함수를 최소화시키는 등록계수를 구할 수 있다^[9,10]. 여기서 N 은 ICP 알고리즘 계산에 사용되는 제어점의 갯수를 뜻한다. 제어점들은 ICP 알고리즘을 적용하기 위해 사용되는 것으로 거리영상의 모든 점들을 이용하거나 계산량 감축을 위해 일정간격으로 추출된 점들을 이용할 수도 있고 거리영상에서의 특징들을 추출하여 이 특징에 해당하는 점들을 이용할 수도 있다. 이렇게 구한 등록계수를 T_1 이라 둔다. 이 T_1 은 두 거리영상간의 점대점 대응을 실제 대응관계에 있는 점을 사용하지 못하고 단순히 가장 가까운 점을 대응점으로 삼았기 때문에 구하려고 하는 등록계수와 차이를 보이게 된다. 하지만 이러한 잘못된 대응관계에도 불구하고 일반적으로 새로 구한

T_1 은 두 거리영상사이의 거리를 뜻하는 목적함수를 최소화하므로 T_0 에 비해 구하려는 등록계수에 더 가깝게 된다. 여기에서 이 T_1 을 이용해 위의 과정을 반복하면 구하려는 등록계수에 더 가까운 T_2 를 얻을 수 있고, 이 과정을 계속 반복하므로써 두 영상간의 실제 등록계수 T 로 수렴하게 된다.

이렇게 구한 등록계수는 여러 가지 원인에 의해 참값과 조금 다를 수 있다. 입력영상에 들어간 잡음, 거리 값을 양자화하는 과정에서 발생하는 오차, 대상 물체의 회전에 의해 나타난 거리짐 현상 등이 이러한 원인에 해당한다. 이외에 입력 물체의 형태도 등록계수를 구하는 데에 영향을 준다. 예를 들어 원통(cylinder) 형태의 물체에서는 원통의 중심선을 축으로 하는 회전변환은 잡음에 매우 민감하게 된다. 특히 구와 같은 회전 대칭 형태의 물체에서는 ICP 알고리즘으로 구한 회전변환값이 의미가 없다.

이러한 등록계수는 근본적으로 ICP 알고리즘에서 최소화시키고자 하는 목적함수의 회전에 대한 변화도에 따라서 그 신뢰도가 결정된다. 식 (1)과 같은 목적함수의 형태가 전역 최소값(global minimum) 방향으로 급한 기울기를 가지는 형태이면 미소한 잡음이 있어도 전역 최소값의 위치는 거의 변하지 않을 것이다. 즉 ICP 알고리즘을 사용하여 추정된 회전값이 신뢰성 있는 값을 의미한다. 그렇지 않고 목적함수의 형태가 회전에 대하여 평탄한 형태를 가질 때 그 값의 최소값은 구별하기 힘들고 그 방향, 즉 추정된 결과의 신뢰도가 낮음을 의미한다.

식 (1)에서 볼 수 있듯이, ICP 알고리즘의 목적함수는 두 대응점간의 거리의 제곱형태로 정의되므로 2차 함수의 형태로 모델링할 수 있다. 그리고 ICP 알고리즘의 결과가 회전변환에 대해 3개, 이동변환에 대해 3개, 모두 6개의 독립변수가 있으므로, 목적함수는 7차원 공간상의 2차 함수 형태로 나타날 것이다. 사실 7차원 공간상의 곡면으로 목적함수로 표현하는 것은 상당히 복잡하다. 하지만 두 거리영상 사이의 등록계수의 추출에 있어서는 ICP 알고리즘을 적용할 초기값에서 참값 방향으로의 방향에 대한 목적함수의 변화곡선만이 중요하다. 여기에서는 7차원 공간상에서 참값 방향으로 자른 2차원 단면상의 목적함수 곡선의 모양 분석에 중점을 두도록 하겠다. 즉 물체를 특정한 하나의 축을 중심으로 회전시킨 경우에 대하여 고려해 보

기로 한다. 이때 목적함수의 형태는 ϕ_0 에서 최소값을 갖고 측정오차에 의해 최소점에서 e 값을 갖는다고 하자. 참값부근에서 목적함수를 Taylor 급수로 전개하면

$$f(\phi) = K(\phi - \phi_0)^2 + e \quad (2)$$

의 꼴로 근사시킬 수 있다. 이 목적함수를 따라서 해에 수렴하는 속도, 그리고 해가 그 주변의 잡음에 의하여 받는 영향은 근사화된 2차 곡선의 2차항 계수값 K 로 나타낼 수 있다. 이 2차항 계수값 K 가 본 논문에서 유도하려는 신뢰도이다.

III. 회전변환에 대한 신뢰도 행렬의 유도

II절에서 언급한 신뢰도 K 는 물체의 형태와 변환 방향에 의해 결정된다. 예를 들어 럭비공과 같은 물체를 공의 돌레방향으로의 회전시킨 것과, 럭비공의 양 끝단 방향으로 회전한 경우의 목적함수를 비교해볼 때 후자의 경우가 더 참값에 접근하기 쉬운, 즉 참값방향으로의 목적함수 기울기가 더 급한 형태를 취하게 된다.

여러 가지 물체에 있어서 회전변환에 대한 신뢰도 K 는 다음과 같이 생각할 수 있다. 대상 물체의 표면이 작은 평면들로 이루어져 있다고 가정한 경우, 회전 이동에 대한 목적함수는 세 가지 원인에 의해 결정된다. 먼저 목적함수는 회전이동한 각도에 따라 증가한다. 정확한 회전각에 가까운 회전변환 값일수록 그 목적함수는 작아진다. 두 번째 원인으로 같은 각도만큼 회전이동이 일어나더라도 회전축에서의 거리가 멀수록 그 목적함수가 커지는 차이를 보이게 된다. 보통 회전축의 위치를 대상물체의 중심에 두고 알고리즘을 수행하지만 이 회전축의 위치가 바뀔에 의해 목적함수 값도 바뀐다. 마지막으로 물체 표면의 모양에 의해서도 목적함수 값의 차이가 있게 된다. 예를 들어 회전축이 중심을 지나는 구와 같은 물체를 생각해 볼 때 몇도 회전했을 지에 상관없이 거의 0의 목적함수 값을 가지게 된다. 즉 그림 1에서 점 P_i 에서의 접평면과 \overline{OP}_i 가 이루는 각 α_i 에 의해서도 이 목적함수가 영향을 받게 된다.

그림 1은 회전변환에 대한 대상물체 위의 한 점이 목적함수에 끼치는 영향 d_i 를 나타낸 것이다. 여기에서 O 는 원점, P_i 는 물체 표면상의 임의의 점, S_i 는

P_i 에서의 접평면, \tilde{P}_i 는 P_i 를 회전축 \vec{a} 를 중심으로 ϕ 만큼 회전시킨 점을 의미하고, O_i 는 P_i 에서 회전축에 내린 수선의 발이다. 이때 일반적으로 O , O_i , P_i , \vec{n}_i 등은 동일평면에 존재하지 않게 된다. ICP 알고리즘에 적용하는 물체의 각 점은 그림 1에서의 d_i^2 만큼 목적함수에 영향을 미치게 된다. 즉 전체 목적함수를 모델링하기 위해 각 d_i^2 값들을 구하여 합산하면 된다. d_i 값을 구하는 식은 ϕ 가 0에 가까운 경우

$$\|\overrightarrow{P_i\tilde{P}_i}\| = \frac{d_i}{\sin\beta_i} = 2\|\vec{r}_i\|\sin\frac{\phi}{2} \approx \|\vec{r}_i\|\phi$$

로부터

$$d_i = \|\vec{r}_i\|\phi \sin\beta_i = \|\vec{r}_i\|\phi \cos\alpha_i$$

으로 표현된다. 각 점 P_i 에 의한 d_i 값들의 합이 전체 목적함수가 되므로 목적함수는

$$f(\phi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\| \cos\alpha_i)^2 \right] \phi^2$$

로 표현되고, 구하고자 하는 신뢰도 K 값은 독립변수 ϕ 에 대한 2차항 계수값이므로 앞의 식 (2)에서 $\phi_0=0$, $e=0$ 인 경우에 해당된다. 즉

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\| \cos\alpha_i)^2 \quad (3)$$

와 같이 나타낼 수 있다.

식 (3)의 형태로 표현되는 신뢰도는 다음과 같이 회전축을 나타내는 단위 벡터 \hat{a} 와 회전축에서 물체의 형태를 나타내는 행렬로 전개할 수 있다.

P_i 가 회전한 방향은 그림 1에서 수직인 두 벡터의 외적 $\hat{a} \times \vec{r}_i$ 로 나타낼 수 있으며, $\cos\alpha_i$ 는 \hat{n}_i 와의 내적으로

$$\cos\alpha_i = \hat{n}_i \cdot (\hat{a} \times \vec{r}_i) = \frac{1}{\|\vec{r}_i\|} \hat{n}_i \cdot (\hat{a} \times \vec{r}_i) \quad (4)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 여기에서 $\vec{r}_i = \vec{p}_i - (\vec{p}_i \cdot \hat{a})\hat{a}$ 임을 이용하면

$$\hat{a} \times \vec{r}_i = \hat{a} \times \vec{p}_i - (\vec{p}_i \cdot \hat{a})\hat{a} \times \hat{a} = \hat{a} \times \vec{p}_i$$

로 쓸수 있다. 이를 식 (4)에 넣으면

$$\cos\alpha_i = \frac{1}{\|\vec{r}_i\|} [\hat{n}_i \cdot (\hat{a} \times \vec{p}_i)]$$

이고, vector identity $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a}) = \vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$ 를 적용한후 (3)식에 넣으면 신뢰도는

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\| \cos\alpha_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{a} \cdot (\vec{p}_i \times \hat{n}_i)]^2$$

의 형태로 나타나게 된다. 이 식의 벡터들을 행벡터로 표시하면

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{a} \cdot (\vec{p}_i \times \hat{n}_i)] [(\vec{p}_i \times \hat{n}_i) \cdot \hat{a}] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\hat{a}^T (\vec{p}_i \times \hat{n}_i) (\vec{p}_i \times \hat{n}_i)^T \hat{a}] \\ &= \frac{1}{N} \hat{a}^T \left[\sum_{i=1}^N (\vec{p}_i \times \hat{n}_i) (\vec{p}_i \times \hat{n}_i)^T \right] \hat{a} \end{aligned}$$

이 된다. 여기에서 가운데 항을 회전변환에 대한 신뢰도 행렬

$$M_{ICP} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\vec{p}_i \times \hat{n}_i) (\vec{p}_i \times \hat{n}_i)^T \quad (5)$$

로 정의하면, 회전변환에 대한 신뢰도는

$$K = \hat{a}^T M_{ICP} \hat{a} \quad (6)$$

로 신뢰도 행렬과 회전축을 나타내는 벡터로 표현된다. 이 식은 한 물체에 대한 ICP 모멘트 행렬 M_{ICP} 를 한번 구하면, 임의의 회전축 \hat{a} 를 중심으로 한 회전신뢰도를 구할 수 있음을 의미한다. 구와 같은 경우에는 위의 식으로 구한 M_{ICP} 는 영행렬로 어떤 회전축에 대해서도 신뢰도가 0이 된다. 또 임의의 물체에서 회전에 가장 민감한, 조금의 회전도 두드러진 차이를 내는 회전축은 ICP 모멘트 행렬 M_{ICP} 의 최대 고유치에 해당하는 고유벡터에 해당할 것이라는 것도 유추할 수 있다. 그리고 이 M_{ICP} 를 이용해 구한 신뢰도 K 값은 Besl과 McKay 논문에서^[2] 언급한 “shape complexity”를 정량적으로 표시하는 값이 된다.

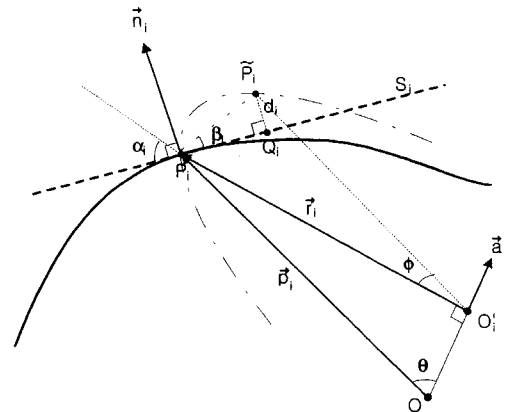


그림 1. 회전에 의한 한 점에서의 오차
Fig. 1. Error of an individual point due to rotation.

정리하면 임의의 입력 영상에 대해 그 입력 영상의 복잡도를 나타내는 식 (5)와 같은 신뢰도 행렬을 구할 수 있고 이를 이용해서 임의의 회전방향에 대한 신뢰값을 식 (6)을 통해 구할 수 있다.

IV. 대응점을 아는 경우의 신뢰도

III절에서 제시된 식 (5), (6)은 ICP 알고리즘에서 두 거리영상간의 정확한 대응 관계를 모르는 상황에서 가장 가까운 이웃한 점을 임시로 대응점으로 선택한 경우의 신뢰도식이다. 입력으로 사용되는 거리영상이 점들의 집합으로 표현되어 있고 회전변환각이 매우 작을 경우, 임시 대응점으로 삼은 가장 가까운 점들은 정확한 대응점이 될 것이다. 다시 말해서 목적함수 그 래프에서 참값에 매우 가까운 경우에서의 두 거리영상의 점간 대응관계는 정확한 대응관계를 가리키게 된다. 이렇게 참값에 매우 근사한 경우나 혹은 이미 대응관계를 알고 등록계수를 구하는 경우에는 앞에서 유도한 식에서 각 점 P_i 에서의 주변 점들과의 관계, 즉 점 P_i 가 속한 면의 특성을 나타내는 $\cos \alpha_i$ 항이 필요없게 된다. 즉 모델링된 목적함수는 거리영상을 이루는 점의 위치에 대한 식으로 나타나고, 이 식은 점들의 분포를 나타내는 2차 모멘트 행렬을 이용하여 표현 가능하다. 그리고 이렇게 표현된 식은 식 (3)의 상한에 해당하는 값이 된다.

식 (3)에서 $\cos \alpha_i$ 항을 제거하면

$$K = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2$$

이다. $|\cos \alpha_i| \leq 1$ 이므로, 대응관계를 아는 경우의 신뢰도 K' 는 대응관계를 모르는 경우의 신뢰도 K 보다 항상 크거나 같다. 다시 말하여 정확한 대응관계의 정보가 주어지면 보다 더 정확하게 방향값을 계산할 수 있다. 이 식을 2차 모멘트 행렬을 이용하여 표현하면 다음과 같이 전개된다. 먼저 2차 모멘트 행렬의 정의 식은

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \vec{p}_i^T = Q \Lambda Q^T \\ &= [v_1 \ v_2 \ v_3] \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^T \\ v_2^T \\ v_3^T \end{bmatrix} \\ &= \lambda_1 v_1 v_1^T + \lambda_2 v_2 v_2^T + \lambda_3 v_3 v_3^T \end{aligned}$$

로 쓸 수 있다^[11]. 여기에서 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 는 M 의 고유

치, v_1, v_2, v_3 는 M 의 고유벡터이다. 그림 2는 대응관계를 아는 경우에 각 점이 목적함수에 끼치는 영향 d_i 를 나타내고 있다. 여기에서 표시된 각 점은 그림 1과 같이 O 는 원점, P_i 는 물체 표면상의 임의의 점, \vec{P}_i 는 P_i 를 회전축 \vec{a} 를 중심으로 ϕ 만큼 회전시킨 점을 의미하고, O_i 는 P_i 에서 회전축에 내린 수선의 발이다. 회전축을 나타내는 단위 벡터를 \hat{a} 라고 했을 때, 그림 2에서 측까지의 거리의 제곱 $\|\vec{r}_i\|^2$ 은

$$\|\vec{r}_i\|^2 = \|\overrightarrow{OP_i}\|^2 - \|\overrightarrow{OO_i}\|^2$$

로 표시되고, 이 값의 합은

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{ \|\vec{p}_i\|^2 - (\|\vec{p}_i\| \cos \theta)^2 \} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i^T \vec{p}_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{a}^T \vec{p}_i)^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i^T \vec{p}_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{a}^T \vec{p}_i \vec{p}_i^T \hat{a}) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i^T \vec{p}_i - \hat{a}^T \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\vec{p}_i \vec{p}_i^T) \right] \hat{a} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i^T \vec{p}_i - \hat{a}^T M \hat{a} \end{aligned} \quad (7)$$

로 전개된다. 여기서 θ 는 \vec{p}_i 와 \hat{a} 가 이루는 각이다. 또 여기에서 $\vec{p}^T \vec{p} = \text{tr}(\vec{p} \vec{p}^T)$ 임을 이용하면

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i^T \vec{p}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{tr}(\vec{p}_i \vec{p}_i^T) = \text{tr} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \vec{p}_i^T \right)$$

이고, 위에서 제시한 2차 모멘트 행렬의 정의식에서

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i \vec{p}_i^T = \lambda_1 v_1 v_1^T + \lambda_2 v_2 v_2^T + \lambda_3 v_3 v_3^T$$

이므로 이를 대입하면,

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i^T \vec{p}_i &= \text{tr}(\lambda_1 v_1 v_1^T + \lambda_2 v_2 v_2^T + \lambda_3 v_3 v_3^T) \\ &= \lambda_1 v_1^T v_1 + \lambda_2 v_2^T v_2 + \lambda_3 v_3^T v_3 \\ &= \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 \end{aligned}$$

이다. 이 결과를 식 (7)에 넣으면 신뢰도식은

$$K' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 - \hat{a}^T M \hat{a} \quad (8)$$

로 나타나게 된다.

결과식은 2차 모멘트 행렬과 회전축 벡터에서 신뢰도를 구하는 형태이다.

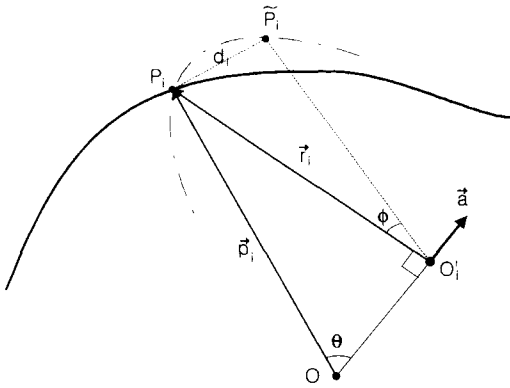


그림 2. 정확한 대응점을 아는 경우의 오차
Fig. 2. Error when the corresponding points are known.

V. ICP 신뢰도와 ICP 결과값 오차와의 관계

III, IV절에서 유도한 식 (6), (8)을 이용해 구한 ICP 알고리즘의 신뢰도는 회전 오차의 민감도를 나타내는 값이므로 잡음 등의 원인에 의해 구한 답이 참값과 다른 정도를 나타낸다. 이 잡음에 의해 나타난 ICP 알고리즘의 결과값의 오차와 구한 신뢰도와의 관계를 살펴보면 다음과 같다.

임의 회전축을 중심으로 ϕ 만큼 회전시킨 경우에 대한 목적함수는

$$f(\phi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\phi \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i)^2 = \phi^2 \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i)^2$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 d_i 에 평균이 0이고 분산이 σ_e^2 인 잡음 e_i 가 더해지면 목적함수는

$$f(\phi) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (d_i + e_i)^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i \phi + e_i)^2$$

로 표시된다. ICP 알고리즘의 결과값은 이 목적함수가 최소가 되는 점, 즉 미분값이 0인 지점이다. 위 식을 ϕ 에 대해 미분한 값을 0으로 두면

$$\frac{\partial f}{\partial \phi} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i \phi + e_i) \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i = 0$$

즉,

$$\sum_{i=1}^N (\|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i \phi + e_i \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i) = 0$$

와 같이 되고 이를 ϕ 에 대해 정리하면

$$\phi = - \frac{\sum_{i=1}^N e_i \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i}$$

로 표시할 수 있다.

이 회전각 ϕ 의 평균과 분산을 구하면 다음과 같다. 먼저 평균값은 잡음의 평균이 0 이므로

$$\langle \phi \rangle = - \frac{\sum_{i=1}^N \langle e_i \rangle \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i} = - \frac{\langle e_i \rangle \sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i} = 0$$

이다. 여기에서 ' $\langle \cdot \rangle$ '는 평균을 의미하는 기호이다. 이와 유사하게 분산은

$$\begin{aligned} \langle \phi^2 \rangle &= \left\langle \left(\frac{\sum_{i=1}^N e_i \|\vec{r}_i\| \cos \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i} \right)^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i \right)^2} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N e_i e_j \|\vec{r}_i\| \|\vec{r}_j\| \cos \alpha_i \cos \alpha_j \right\rangle \end{aligned}$$

으로 표시된다. 여기에서 잡음이 i.i.d. (independent identically distributed) 라고 가정하면

$$\langle e_i e_j \rangle = \begin{cases} \sigma_e^2 & (\text{for } i=j) \\ 0 & (\text{for } i \neq j) \end{cases}$$

이므로,

$$\langle \phi^2 \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N \langle e_i^2 \rangle \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i}{\left(\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i \right)^2} = \frac{\sigma_e^2 \sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i}{\left(\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i \right)^2}$$

이다. 거의 모든 경우에 $\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i \neq 0$ 이므로,

$$\langle \phi^2 \rangle = \frac{\sigma_e^2}{\sum_{i=1}^N \|\vec{r}_i\|^2 \cos^2 \alpha_i}$$

으로 정리되므로, 식 (3)에 의하여

$$\langle \phi^2 \rangle = \frac{\sigma_e^2}{KN} \quad (9)$$

으로 표현된다.

정리하면 평균이 0인 잡음에 의한 ICP 알고리즘을 적용한 결과, 회전각의 오차는 평균값이 0이고, 그 분산은 식 (9)와 같이 잡음의 분산에 비례하고 사용한 점의 수와 신뢰도에는 반비례하는 형태임을 유도하였다.

VI. 실험결과

신뢰도와 잡음에 의한 오차와의 관계를 확인하기

위하여

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

의 형태를 갖는 타원체로 은면이 없는 온전한 형태의 물체를 컴퓨터 모의실험에 사용하였다. 타원체는 반지름의 길이를 조절하여 형태에 따른 신뢰도를 확인하였고, 잡음의 정도와 사용된 제어점 수를 바꾸어 가며 다양하게 실험하여 잡음과 ICP 알고리즘 오차와의 관계도 확인해 보았다. 본 논문에서는 다양한 실험 결과 중에서 일부를 요약하였다.

표 1은 타원체에 대한 x, y, z축 방향 회전에 대한 신뢰도를 나타낸 표이다. a = 80, b = 120, c = 160 인 타원체의 경우 x축 회전에 대한 신뢰도가 가장 낮다. x축 회전의 경우 y-z 축 단면의 모양이 신뢰도에 큰 영향을 주는데, 다른 단면보다 가장 원에 가깝기 때문이다. 반면에 y축 회전에 대해서는 그 단면 타원 반지름이 80, 160으로 1:2의 가장 큰 비를 가지므로 신뢰도가 높게 나왔다. a=120, b = 120, c = 160 의 경우 z축 단면이 원이므로 z축 회전 각도는 전혀 알아 낼 수 없다. 즉 표 1과 같이 신뢰도가 0이 된다. x축과 y축 신뢰도는 각 단면의 모양이 같으므로 이론적으로는 같아야하는데 표에서 조금 차이를 보이는 것은 실험에 사용한 제어점의 배열이 대칭을 고려하지 않고 설정되었기 때문이다.

표 1. 각 회전축에 대한 신뢰도
Table 1. Sensitivity value about each rotation axis.

타원체	회전축	신뢰도 K
a = 80	x축	288
b = 120	y축	1790
c = 160	z축	499
a = 120	x축	389
b = 120	y축	398
c = 160	z축	0.00

표 2는 표 1의 신뢰도를 이용하여, 식 (9)를 통해 유도한 ICP 결과의 분산과 실제 실험을 통해 얻은 ICP 결과의 분산을 비교한 표이다. 실험을 통해 얻은 ICP 결과는 한쪽 입력에 각각 표에 표시된 표준편차의 가우시안 잡음을 3가지 좌표에 더하고, ICP 알고리즘을 수행한 결과를 사용했다. 표에서의 실험에 의

한 분산은 얻은 500개의 의사 잡음에 대한 ICP 결과의 분산을 구해 놓은 것이다. 그리고 계산에 의해 예측한 분산은 표 1의 신뢰도와 잡음의 표준편차, ICP 알고리즘에 사용한 점의 수를 이용해 구한 값이다. 이 실험에서 ICP 알고리즘에 사용한 점의 수 N은 a=80, a=120의 경우 각각 419, 1070이다. a=120에 대한 z축 회전 예측 분산이 구해지지 않은 것은 표 1에서 신뢰도가 0이기 때문이다. 표 2의 결과는 잡음의 표준편차가 2배씩 커짐에 따라 식 (9)에서 보이는 것과 같이 오차의 분산은 4배씩 커지고, 정의한 신뢰도의 변화에 따라 오차의 분산이 커짐을 보여준다. 그리고 실험에 의한 값과 예측한 값이 거의 같아 둘의 비가 1에 가까움을 확인할 수 있다.

표 2. ICP 결과의 오차 분산과 신뢰도를 이용하여 예측한 값의 비교
Table 2. Comparison of estimated variances and simulation results.

타원체	잡음분산	회전축	예측 분산값	실제 분산값	비	
a = 80	0.25	x	2.123E-06	1.975E-06	0.930	
		y	3.370E-07	3.456E-07	1.026	
		z	1.193E-06	1.069E-06	0.896	
	1	x	8.493E-06	7.865E-06	0.926	
		y	1.348E-06	1.218E-06	0.904	
		z	4.770E-06	4.342E-06	0.910	
	b = 120	4	x	3.397E-05	3.154E-05	0.928
			y	5.391E-06	5.540E-06	1.028
			z	1.908E-05	1.938E-05	1.016
	c = 160	16	x	1.359E-04	1.601E-04	1.178
			y	2.157E-05	2.395E-05	1.111
			z	7.633E-05	8.225E-05	1.078
64		x	5.436E-04	5.883E-04	1.082	
		y	8.626E-05	1.069E-04	1.239	
		z	3.053E-04	3.751E-04	1.229	
a = 120	0.25	x	6.015E-07	5.868E-07	0.976	
		y	5.869E-07	5.576E-07	0.950	
		z	--	0	--	
	1	x	2.406E-06	2.415E-06	1.004	
		y	2.348E-06	2.212E-06	0.942	
		z	--	0	--	
	b = 120	4	x	9.623E-06	9.232E-06	0.959
			y	9.390E-06	9.219E-06	0.982
			z	--	0	--
	c = 160	16	x	3.849E-05	4.107E-05	1.067
			y	3.756E-05	3.732E-05	0.994
			z	--	8.000E-10	--
64	x	1.540E-04	1.400E-04	0.909		
	y	1.502E-04	1.443E-04	0.961		
	z	--	3.200E-09	--		

VII. 결 론

ICP 알고리즘의 결과로 나온 해의 신뢰도를 목적함수의 회전에 대한 2차항 계수로 삼았고, 이를 계산하기 위한 수식에 대하여 고찰하였다. 그리고 이 신뢰도와 잡음이 들어간 ICP 알고리즘 결과의 편차와의 관계에 대해 규명하였다. 또한 실험을 통해 ICP 알고리즘 결과의 오차의 분산이 들어간 잡음의 분산에 비례하고, 신뢰도와 ICP 알고리즘에 사용한 점의 수에 반비례함을 확인하였다.

여기에서 구한 ICP 신뢰도 값은 ICP 알고리즘의 결과, 즉 등록계수를 이용하는 여러 가지 응용에 사용될 수 있다. 예를 들어 여러 쌍의 거리영상과 등록계수를 이용하는 영상통합(image integration) 과정에서 등록계수의 신뢰도 값이 높은 자료를 더 중시하는 것이 좋은 최종결과를 이끌어낼 것이다. 이런 신뢰도 값의 응용에 대한 연구가 앞으로의 과제가 될 것이다.

※ 본 논문은 일부 여자대학교 연구기반 확충사업의 지원으로 이루어졌습니다.

참 고 문 헌

- [1] 이병욱, "거리영상을 이용한 3차원 물체 인식기술," 전자공학회지, 제 23권, 제 6호, pp. 682-687, 1996년 6월.
- [2] P. J. Besl and N. D. McKay, "A method for registration of 3-D shape," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-14, no. 2, pp. 239-256, Feb. 1992.
- [3] S. D. Blostein and T. S. Huang, "Error analysis in stereo determination of 3-D point position," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-9, no. 6, pp. 752-765, Nov. 1987.
- [4] L. Matthies and S. A. Shafer, "Error modeling in stereo navigation," *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. RA-3, no. 3, pp. 239-248, June 1987.
- [5] C. Dorai, J. Weng, and A. K. Jain, "Optimal registration of object views using range data," *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, vol. PAMI-19, no. 10, pp. 1131-1138, Oct. 1997.
- [6] 김철민, 이병욱, 박래홍, "ICP 알고리즘의 회전 오차 민감도," 1997년도 신호처리합동학술대회 논문집, 제 10권, 부산대학교, pp. 3-6, 1997년 9월.
- [7] 정도현, 윤일동, 이상욱, "복수의 거리영상 간의 변환계수의 추출," 전자공학회논문지, 제 34권, S편, 제 2호, pp. 52-62, 1997년 2월.
- [8] T. Masuda, K. Sakaue, and N. Yokoya, "Registration and integration of multiple range images for 3-D model construction," in *Proc. Int. Conf. Pattern Recognition*, vol. 1, pp. 879-883, Vienna, Austria, Aug. 1996.
- [9] B. K. P. Horn, "Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 4, no. 4, pp. 629-642, Apr. 1987.
- [10] W. H. Press, S. A. Flannery, W. T. Teukolsky, and B. P. Vetterling, *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 1992.
- [11] H. Goldstein, *Classical Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1974.

저 자 소 개

李炳旭(正會員) 第33卷 B編 第1號 參照
현재 이화여자대학교 전자공학과
부교수

朴來弘(正會員) 第33卷 B編 第9號 參照
현재 서강대학교 전자공학과 교수



金 哲 珉(正會員)

1974년 6월 5일생. 1997년 2월 서강대학교 전자공학과 졸업(학사). 1997년 2월 ~ 현재 서강대학교 전자공학과 석사 과정. 주관심분야는 컴퓨터비전, 영상인식 등임.