

상계해법에 의한 압출가공의 비틀림 해석

김한봉* · 진인태**

(1998년 2월 19일 접수)

An Upper Bound Analysis for the Twisting Phenomenon of Extrusion

Han Bong Kim and In Tai Jin

Abstract

A kinematically admissible velocity field is developed for the analysis of twisting of the extruded products with elliptical shapes from round billet. The twisting of extruded product is caused by the linearly increased rotational velocity from the center on the cross-section of the workpiece at the die exit. In the analysis, the rotational velocity in angular direction is assumed by the multiplication of radial distance and angular velocity. The angular velocity is zero at the die entrance and is increased linearly by axial distance from the die entrance. The increase rate of angular velocity is determined by the minimization of plastic work. The results of the analysis show that the angular velocity of the extruded product increases with the die twisting angle, the aspect ratio of product, the friction condition, the reduction of area, and decreases with the die length.

Key Words : Extrusion(압출), Twisting(비틀림), Upper Bound Method(상계해법), Ellipse(타원), Aspect Ratio(형상비)

1. 서 론

일반적으로 異形材의 압출가공중에 발생하는 비틀림과 굽힘 현상에 대한 원인을 분석하여 비틀림과 굽힘이 없는 압출제품을 만들기 위한 가공변수에 대해 연구할 필요가 있다. 또한 역으로 비틀어지거나 굽어져 있는 압출제품을 가공할 필요가 있는 경우 압출가공후에 비틀림 가공이나 굽힘 가공의 추가공정 없이 압출가공 중에 비틀어지게 하거나 굽어지게 할 수 있는 가공방법에 대한 연구의 필요성이 제기되어 편심 압출공정에 관한 연구를 저자^(1,2) 등에

의해 수행된 바 있다.

본 내용은 비틀림 현상을 일으키는 주요 원인이 되는 금형의 비틀림에 의하여 압출공정에 발생하는 제품의 비틀림현상에 대하여 상계해법으로 해석한다. 이에 관련된 연구로서는 Yang등⁽³⁾이 원형빌렛으로부터 타원단면을 가진 압출제품의 비틀림 해석을 비틀어진 경사형 금형을 사용하여 해석한 바 있다. 木內등⁽⁴⁾은 나선상부품의 압출해석을 UBET를 사용하여 해석한바 있다. 또한 저자^(5,6) 등에 의해 압출가공시 발생하는 비틀림 현상을 S형 단면을 가진 압출제품에 비틀림 속도장을 적용하여 압출제품의 단

* 부경대학원 기계공학과

** 부경대학교 기계 자동차공학부

면 형상에 의해서도 비틀어짐을 확인하였고 또한 타원 단면을 가진 압출제품을 대상으로 DEFORM™-3D에 의해서 비틀림 현상을 확인한바 있다.

본 연구는 비틀어진 타원 단면을 가진 異形材의 압출가공 문제에 대해서 비틀림 속도장을 제안하여 비틀어진 금형을 사용한 금형의 형상에 의해 비틀림이 발생함을 해석하였고 비틀림 현상과 가공변수와의 관계 즉 제품의 회전각속도와 금형 비틀림 각도의 관계 및 회전각속도와 형상비 그리고 회전각속도와 금형길이와의 관계 또한 회전각속도나 마찰상수 및 단면감소율과의 관계 등을 기술한다.

2. 비틀림 현상 해석용 3차원 동적가속도장의 구성

2.1 3차원 동적가속도장

금형 출구에 있어서 제품의 비틀림 현상은 Fig.1처럼 일정한 회전방향으로 각속도를 가지며 출구중심으로부터 선형적으로 증가된 회전속도분포에 의해서 발생한다. 이 회전각속도는 Fig.2처럼 경사형 금형입구에서는 발생하지 않고 경사형 금형출구에서 최대값을 가지며 소재가 금형내부에서 진행될 때 선형적으로 증가하는 것으로 가정한다.

따라서 비틀림속도장 구성의 기본개념은 다음과 같다. 비틀림속도장에서 회전각속도의 분포를 계산하기 위해서는 어느 일정 면에서의 기준면 초기회전각속도를 알아야만 된다. 보통 대칭면이 있는 제품의 경우는 이 대칭면에서의 기준면 초기회전각속도는 영이 되어 대칭 단면을 가진 압출제품에 비틀림이 발생하지 않는다. 그러나 금형의

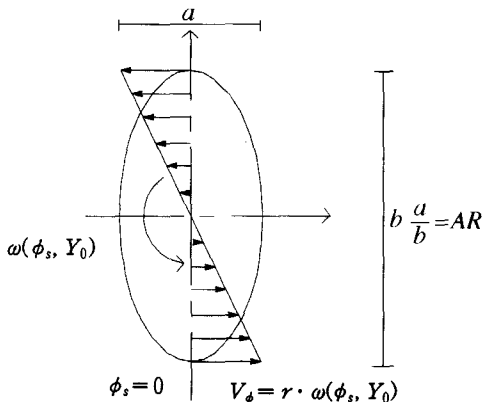


Fig. 1 Rotational velocity distribution at die exit

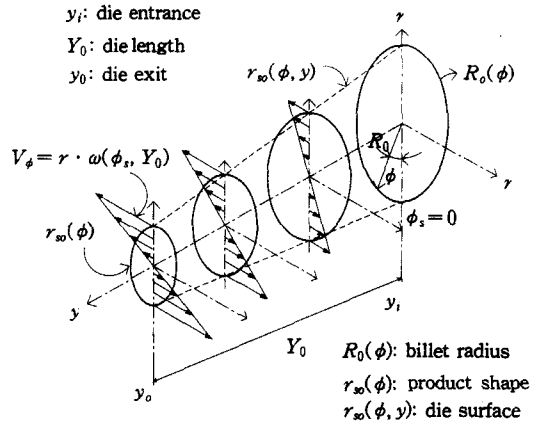


Fig. 2 Rotational velocity distribution at each stage

표면 형상이 회전방향으로 비틀어져 있을 경우 비틀림이 발생한다. 변형영역 내에서의 회전각속도는 기준면 초기회전각속도와 금형형상에 의한 회전각속도의 합으로 가정하면 다음의 (1)과 같은 식으로 표시할 수 있다

$$\omega(\phi, y) = \omega(\phi_s, y) \cdot \frac{\int_0^{r_{so}(\phi, y)} r \cdot dr}{\int_0^{r_{so}(\phi, y)} r \cdot dr} + \Delta\omega(\phi, y) \quad (1)$$

여기서 기준면 초기회전각속도 $\omega(\phi_s, y)$ 를 구하기 위해 우선 이 기준면 초기회전각속도의 경계조건으로서 금형의 입구단면에서는 기준면 초기회전각속도가 없으며 소재가 압출방향으로 진행할 때 점점 커지면서 금형 출구단면에서 최대가 되는 것으로 가정하며 출구단면의 기준면 초기회전각속도를 압출제품의 비틀림 각속도로 한다.

금형의 입구단면과 금형의 출구단면사이에서의 기준면 초기회전각속도가 선형적으로 증가하는 것으로 가정하면 다음의 식(2)와 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\omega(\phi_s, y) = T \cdot y \quad (2)$$

여기서 T는 비틀림 각속도의 증가율을 나타내는 비틀림 상수이고 소성일 최소원리에서 T를 결정하게 된다. 금형 형상에 의한 회전각속도 식은 (3)과 같이 되고

$$\Delta\omega(\phi, y) = -\frac{1}{\int_0^{r_{so}(\phi, y)} r \cdot dr} \times \left\{ \int_0^{\phi} \int_0^{r_{so}(\phi, y)} r \cdot \right.$$

$$\frac{\partial V_y(r, \phi, y)}{\partial y} \cdot dr + r_{so}(\phi, y) \cdot V_y(r_{so}(\phi, y), \phi, y) \cdot \frac{\partial r_{so}(\phi, y)}{\partial y} \} d\phi \quad (3)$$

위의 각속도를 대입하여 회전방향의 속도 분포를 구하면 다음 식(4)와 같다.

$$V_\phi(r, \phi, y) = r \cdot \omega(\phi, y) \quad (4)$$

다음, 축방향 속도 $V_y(r, \phi, y)$ 는 식(5)과 같이 평균속도 $\bar{V}_y(y)$ 와 편차속도 $\Delta V_y(r, \phi, y)$ 로 나누어 생각할 수 있다.

$$V_y(r, \phi, y) = \bar{V}_y(y) + \Delta V_y(r, \phi, y) \quad (5)$$

이 때 체적흐름일정의 조건 식으로부터 평균속도 $\bar{V}_y(y)$ 는 식(6)와 같이 정식화 될 수 있다.

$$\bar{V}_y(y) = V_0 \cdot \frac{\int_0^\pi r_{so}^2(\phi, y_i) \cdot d\phi}{\int_0^\pi r_{so}^2(\phi, y_i) \cdot d\phi} \quad (6)$$

편차속도 $\Delta V_y(r, \phi, y)$ 는 비틀림 속도장에서는 고려하지 않고 평균 속도장으로만 표시한다. 그때의 ΔV_y 는 제로가 된다.

상기의 두 속도 V_ϕ 와 V_y 에 따라 반경방향속도 $V_r(r, \phi, y)$ 를 구하면 식(7)과 같이 표시할 수 있다.

$$V_r(r, \phi, y) = -\frac{1}{r} \cdot \int_0^r \left\{ r \cdot \frac{\partial V_y(r, \phi, y)}{\partial y} + \frac{\partial V_\phi(\phi, y)}{\partial \phi} \right\} \cdot dr \quad (7)$$

2.2 비틀어진 금형 표면 방정식

금형 표면의 비틀림각은 회전방향으로 일정각도로 비틀어져 있는 각도이다. 비틀림이 없는 금형 표면식 $r_{so}(\phi, y)$ 는 금형 입구와 출구를 선형적으로 연결하는 표면식으로 식(8)과 같이 표현될 수 있다.

$$r_{so}(\phi, y) = \frac{r_{so}(\phi) - R_0}{Y_0} \cdot y + R_0 \quad (8)$$

따라서 비틀어진 금형 표면식은 ϕ 의 각도에 ϕ_b 를 더 함으로서 금형표면을 회전시킬 수 있으나 이때 ϕ_b 를 y

의 함수로 가정하여 y 에 따라 선형적으로 비틀어지게 하였다. 이와 같이 하여 비틀어진 금형 표면식은 식(9)와 같이 표현될 수 있다.

$$r_{so}(\phi, y) = \frac{r_{so}(\phi + \phi_b(y)) - R_0}{Y_0} \cdot y + R_0 \quad (9)$$

이때 출구단면이 타원이므로 타원 방정식은 식(10)로 표시되고 회전방향으로 $\phi_b(y)$ 만큼 비틀어져 있는 타원방정식이다. 식(10)에서 y 가 영일때는 비틀림이 없는 금형 출구측 단면 형상이고, y 가 증가하면서 금형 출구측 단면이 선형적으로 비틀어진다. y 가 Y_0 일 때는 실제 금형의 출구측 단면 형상을 나타내는 방정식이 되며 비틀림 각도(TW)만큼 비틀어진 단면이 된다.

$$r_{so}(\phi + \phi_b(y)) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2(\phi + \phi_b(y)) + b^2 \cos^2(\phi + \phi_b(y))}} \quad (10)$$

그리고, 식(11)은 금형의 비틀림 각도를 나타내며, y 의 1차 함수로 표시되며 y 가 Y_0 일 때 출구 단면에서의 금형의 비틀림 각도(TW)가 된다

$$\phi_b(y) = -TW \cdot \frac{y}{Y_0} \quad (11)$$

3. 해석결과 및 고찰

3.1 해석조건 및 비틀어진 금형 표면의 형상

해석조건은 Table 1에 표시되어져 있고 제품의 형태는 Fig.3에 그리고 비틀림각(TW)이 다른 타원 단면의 비틀어진 금형 표면 형상은 Fig.4와 같다.

Table 1 Condition of analysis

Inlet speed (V0)	10 mm/sec
Billet radius (R0)	40 mm
Yield stress (Y)	120 N/mm2
Aspect ratio (AR)	0.5 - 1.0
Die length (Y0)	30 - 120 mm
Twisting angle (TW)	0.0 - 0.5 rad
Reduction of area(RA)	0.55 - 0.8
Friction constant(XM)	0.1 - 0.7

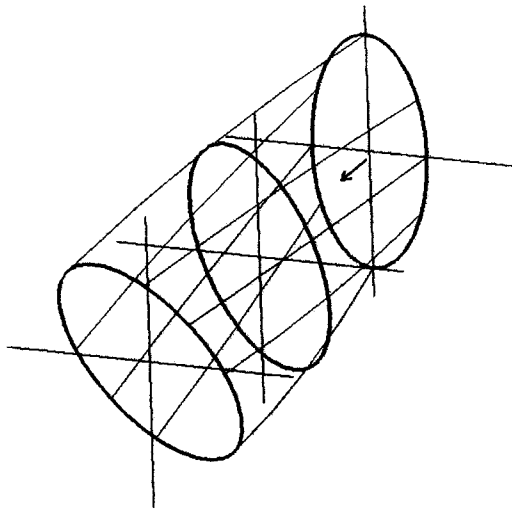


Fig. 3 Product shape

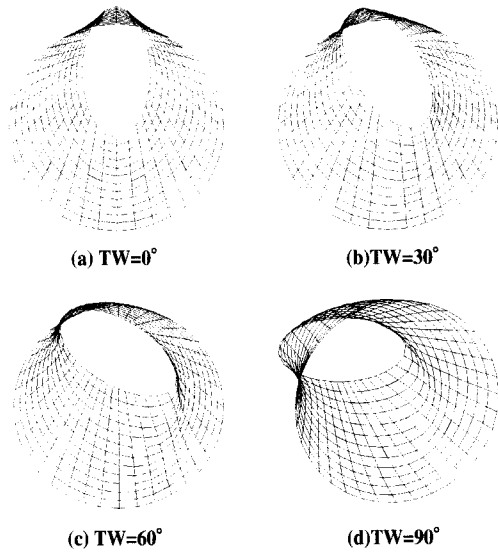


Fig. 4 Twisted surfaces of dies

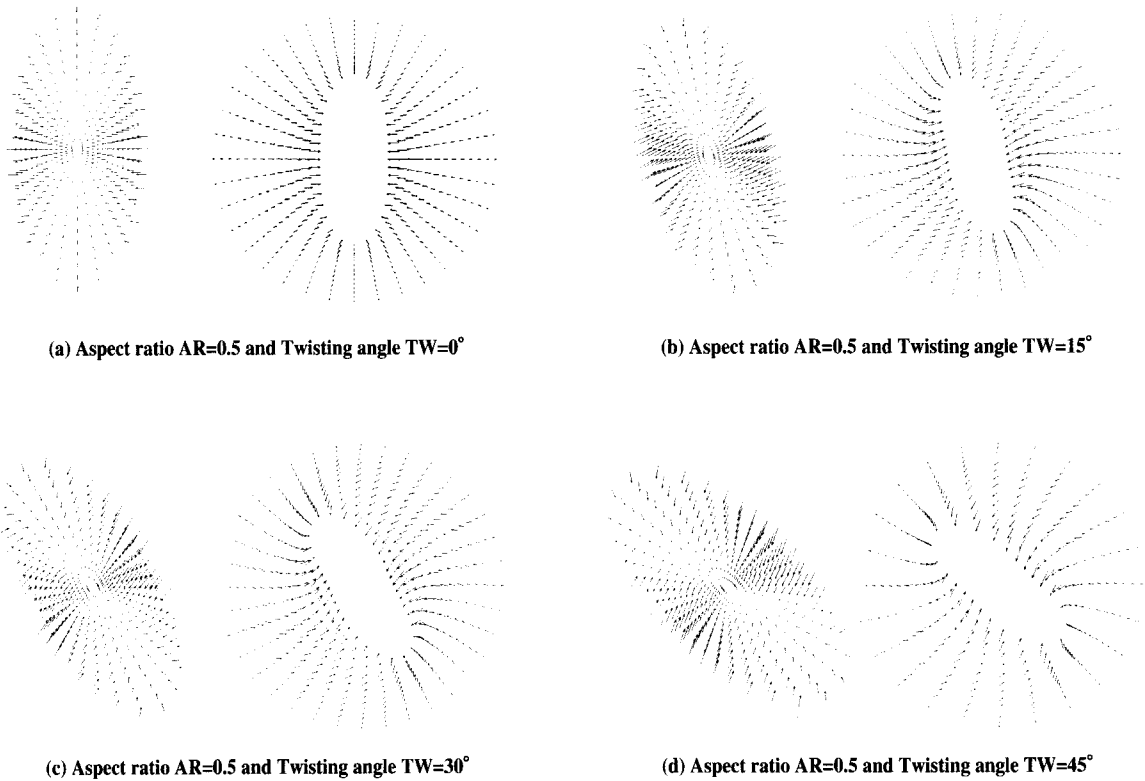


Fig. 5 Velocity distribution on die surface and die exit section

3.2 비틀어진 금형 및 출구단면에서의 속도분포

Fig.5(a)는 형상비가 0.5인 경우의 금형 표면상에서의 3차원속도분포 및 금형출구면상의 2차원속도분포를 나타낸다.

이 경우는 비틀림각이 없는 속도분포로서 대칭축을 중심으로 좌우대칭의 구조를 보여주며 제품의 비틀림 현상은 발생하지 않는다.

즉, 금형의 비틀림이 없는 타원단면의 압출인 경우 비틀림이 발생하지 않음을 나타낸다. 또한, Fig.5(b)에서 금형의 비틀림각이 15°인 경우 비틀린 방향으로 소재의 비틀림 속도분포를 나타내며, Fig.5(c),(d)에서 금형의 비틀림 각을 30°, 45°인 경우 금형표면 속도분포를 나타낸 것으로서 금형의 비틀림 방향으로 소재가 비틀어져 압출되고 있는 속도분포를 나타낸다.

3.3 압출제품의 비틀림 상수(T)와 압출압력

제품의 비틀림 회전각속도는 금형 출구 단면상에서의 기준면 회전각속도에 의한 압출압력을 최소로 하는 점에 의해 결정되어 진다. 따라서 출구단면에서의 기준면 회전각속도의 증가율을 결정하는 비례상수 T와 압출압력의 관계로부터 압출압력을 최소로 하는 기준면 회전각속도값을 Fig.6에 도시하였다.

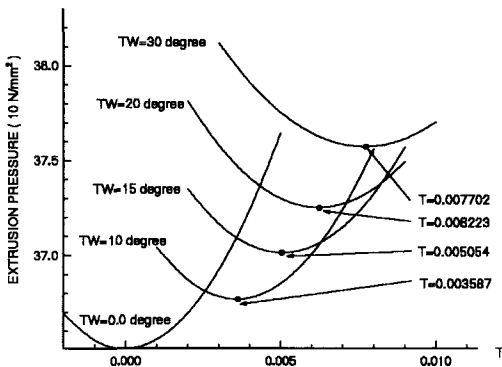


Fig. 6 Twisting constant and extrusion pressure

3.4 비틀림각도와 회전각속도

Fig.7을 보면 비틀림각(TW)이 클수록 회전각속도가 커지고 형상비(AR)가 적어질수록 회전 각속도가 커짐을 보여준다. 그림에서 점선은 형상비가 1.0일 때 즉, 금형의 출구측 단면 형상이 원일 경우로서 비틀림각이 커짐에도 회전각속도의 변화가 없음을 확인할 수 있다.

Fig.8을 보면 비틀림각이 커질수록 압출압력이 커짐을 확인할 수 있고, 또한 형상비가 작을수록 압출압력이 커짐을 보여주고 있고 또한, 형상비가 작을수록 비틀림각의 변화에 따른 압출압력의 변화정도가 더욱 커짐을 확인할 수 있다. 형상비가 1.0인 경우 압출압력의 변화가 없음을 알 수 있다.

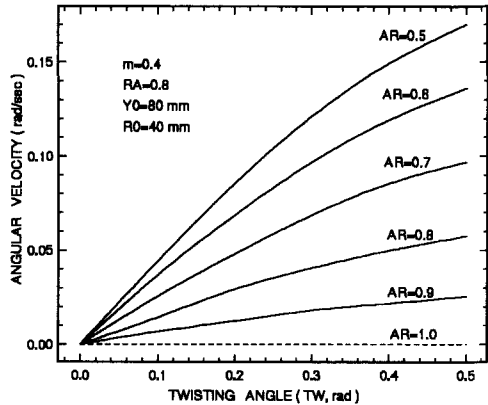


Fig. 7 Twisting angle and angular velocity

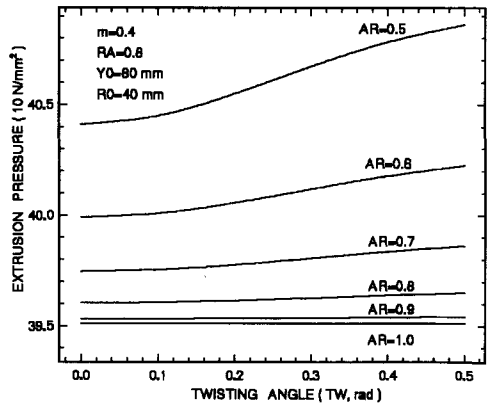


Fig. 8 Twisting angle and pressure

3.5 금형 길이와 회전각속도

금형 전체의 비틀림각이 일정할 경우 금형길이(Y0)가 작을수록 단위길이당 비틀림각이 커지므로, 금형 길이가 작을수록 회전각속도가 커질 것이다.

Fig.9를 보면 금형길이가 작으면 회전각속도가 커짐을 보여주며, 비틀림각이 클수록 회전각속도가 커짐을 알 수 있다. 점선은 비틀림각이 영일 경우이므로 금형길이의 변화에 따른 회전각속도의 값은 변함없이 영을 나타낸다.

Fig.10에서 금형길이에 따라서 압출압력의 분포를 보여

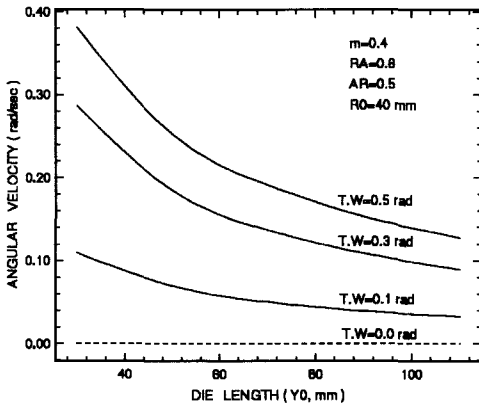


Fig. 9 Die length and angular velocity

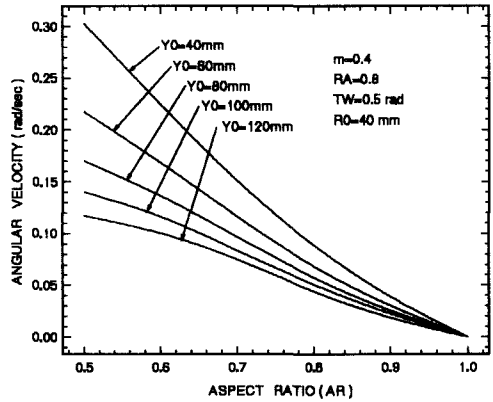


Fig. 11 Aspect ratio and angular velocity

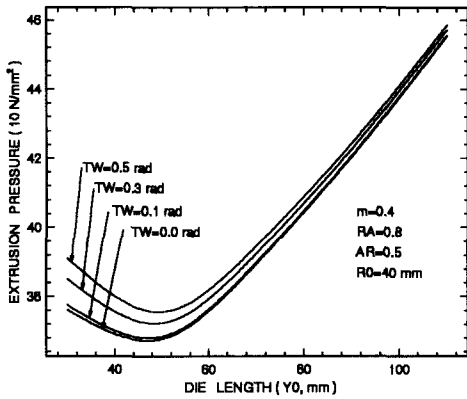


Fig. 10 Die length and pressure

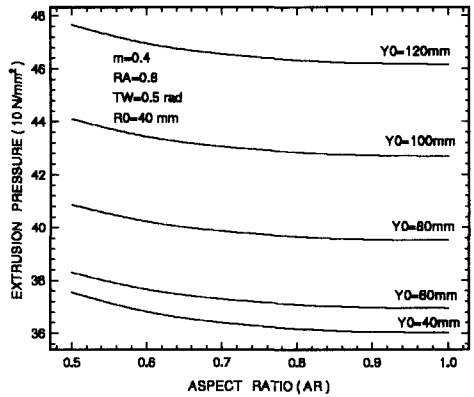


Fig. 12 Aspect ratio and pressure

주고 있으며 금형길이가 어느 일정 거리에서 최소의 압출 압력을 나타내는 길이가 있음을 보여주고 있다.

3.6 형상비와 회전각속도

Fig.11에서 형상비(AR)가 클수록 즉, 출구측 단면의 형상이 원에 가까울수록 회전각속도가 작아져서 결국 영에 가까워진다. 형상비와 금형길이가 작을수록 회전각속도가 커짐을 확인할 수 있다.

Fig.12는 형상비가 작을수록 압출압력이 커짐을 보여주고 금형길이가 클수록 압출압력이 커지는 것을 보여준다.

3.7 단면감소율과 회전각속도

Fig.13에서 단면감소율(RA)이 클수록 회전각속도가 커짐을 확인할 수 있고 형상비가 작을수록 즉, 원에서 타원으로 변할수록 회전각속도가 커짐을 확인할 수 있다. 점선은 형상비가 1.0으로서 출구측 단면형상이 원이다. 따

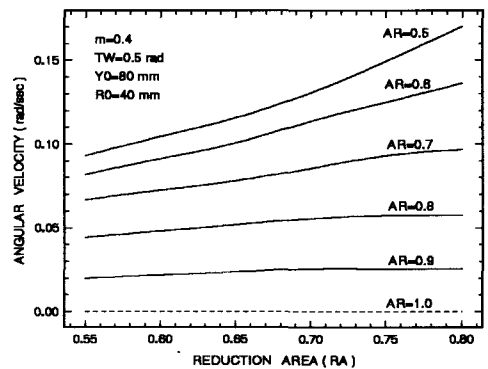


Fig.13 Reduction area and angular velocity

라서 단면감소율의 값에 따른 회전각속도의 변화가 없다.

Fig.14는 단면감소율이 클수록 압출압력이 커짐을 확인할 수 있고, 형상비가 작아져 타원의 모양이 가늘어질수록 압출압력이 커짐을 알 수 있다.

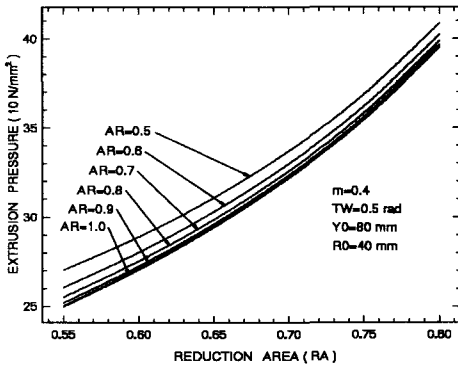


Fig. 14 Reduction area and pressure

3.8 마찰상수와 회전각속도

Fig.15에서 마찰상수(m)가 클수록 회전각속도가 커짐을 확인할 수 있고 금형길이가 작을수록 회전각속도가 커짐을 알 수 있다.

Fig.16에서 마찰상수가 커질수록 압출압력이 선형적으로

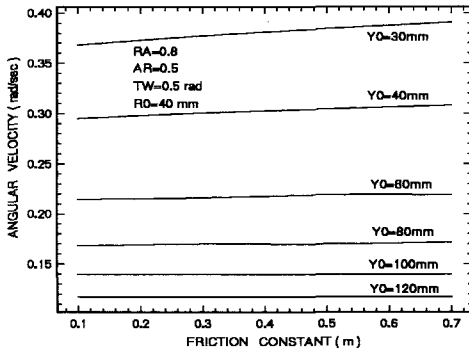


Fig. 15 Friction constant and angular velocity

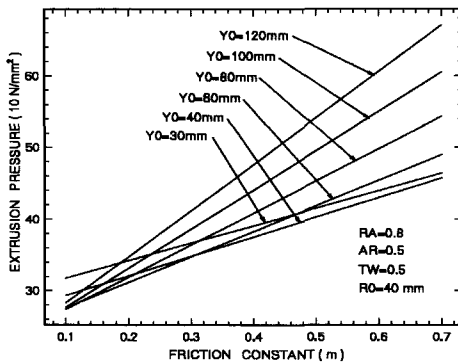


Fig. 16 Friction constant and pressure

로 증가함을 보여주며, 금형길이에 따른 압출압력의 변화도 확인할 수 있다.

4. 결론

출구단면 형상이 타원인 비틀어진 금형 표면을 사용한 압출공정 중에 발생하는 제품의 비틀림에 관한 가공변수의 영향을 해석하기 위하여 동적가속도장을 구성하였다. 이 속도장은 금형 출구단면의 비틀림 회전각속도를 변수로 포함하여 소성일을 최소로 하는 각속도를 구하여 압출가공중에 발생하는 비틀림 회전각속도를 예측 가능하도록 하였다. 비틀림을 발생시키는 중요변수로서는 금형의 비틀림각이며, 비틀림각이 클수록 비틀림이 크게 됨을 알 수 있고, 또한 형상비가 작을수록 즉, 출구측 단면형상이 얇은 타원에 가까울수록 비틀림이 커짐을 알 수 있었다.

그리고 단면 감소율과 마찰상수가 클수록, 금형길이는 짧을수록 비틀림이 커짐을 알 수 있었다.

참고문헌

- (1) Manabu Kiuchi, In-Tai Jin, Ken SHINTANI, 1996, "Prediction of Curvature of Extruded T-Shape Products", Journal of the JSTP, Vol.37, No.426, p.711~716.
- (2) 진인태, 최재찬, 1997, "사각형 단면의 편심 압출시 제품의 굽힘현상에 관한 연구", 한국소성가공학회지 Vol.6, No.1, pp.46~52.
- (3) Yang, D.Y., Kim, M.U. & Lee, C.H., 1978, "An Analysis for extrusion of helical shapes from round billet", Int. J. Mech. Sci., 20, p.695.
- (4) Toshihiro Imai, Manabu Kiuchi, Tsuyoshi Muramatsu, 1991, "Analyses of Helical Shaped Extrusion 1", Journal of the JSTP, Vol.32, No.370, p.1403.
- (5) 진인태, 1997, "상계해법에 의한 원형빌렛으로부터 S형 단면의 압출가공의 비틀림 해석", 한국소성가공학회 '97 춘계학술회의 논문집, pp.130~135.
- (6) 김한봉, 김진훈, 진인태, 1997, "원형빌렛으로부터 타원 단면 및 S 단면을 가진 제품의 압출가공의 DEFORM-3D™에 의한 비틀림 해석비교", 한국소성가공학회 '97 춘계학술회의 논문집, pp.136~139.