

論文98-35S-6-3

# 나카가미 페이딩 채널에서 일반화된 선택성 다이버시티를 사용한 MPSK 신호의 평균 심벌 오류 확률

(The Average SER of MPSK Signals for a Generalized  
Selection Diversity Combining over Nakagami Fading  
Channels)

崔 洗 瑛 \* , 尹 東 源 \*\* , 韓 榮 烈 \*\*\*

(Se Yeong Choi, Dong Weon Yoon, and Young Yearl Han)

## 요 약

본 논문에서는 동일한 평균 전력을 가지며 주파수 비선택적 느린 나카가미  $m$ -분포의 페이딩을 겪는 MPSK 신호들에 대한 다수의 다이버시티 가지 중 크기가 센 두세개의 신호를 순서대로 선택하고 합성하는 일반화된 선택성 합성 기법에 대한 평균 심벌 오류 확률식을 유도한다. 오류 확률식을 유도하기 위해 순서 통계량(Order Statistics)의 개념을 적용한다. 유도 과정에서 수신 신호의 확률 밀도 함수에 대한 새로운 전개가 소개되고 있으며, 다양한 수학적 기법들을 사용한다. 기존의 선택성 합성과 최대비 합성 기법과의 성능을 비교 하여 적절한 다이버시티 가짓수를 찾는다.

## Abstract

In this paper, a new closed form expression for the average symbol error rate(SER) of generalized selection combining(SC), whereby the two(three) signals with the two(three) largest amplitudes are combined from the original diversity branches in the channel, for MPSK signals in a frequency-nonselective slowly  $m$ -distributed Nakagami fading channel is derived. In order to analyze the error performance for a generalized SC, the Order-Statistics is applied. To derive the SER of MPSK signals with SC, the new expression of pdf is introduced and many other mathematical methods are used. Comparing the derived SER with that of MRC, we find adequate diversity branch number from total  $L$ th-order diversity branches.

## I. 서 론

이동 통신에 있어서 페이딩은 시스템의 성능 저하를

가져오는 큰 요인이 되고 있으며, 이러한 페이딩 효과를 극복하려는 여러 가지 방법들이 제안되어 왔다. 그 중에서 다이버시티(Diversity) 기법은 가장 널리 알려진 방법중의 하나로 채널 페이딩에 의한 성능 저하를 보상해 주는데 효과적인 기술로 알려져 있다<sup>[1]</sup>. 다이버시티는 다중 경로로 전송된 신호의 통계적 특성을 이용한 수신 기법으로 그 원리는 여러 채널로 수신된 신호가 서로 독립적일 때 모든 채널의 신호 전력이 동시에 작게 떨어질 확률은 적다는 점을 이용한 것이다. 다이버시티 합성 기법 중 선택성 합성(Selection

\* 正會員, LG Telecom 技術研究院  
(LGTeleCom R & D center)

\*\* 正會員, 大田大學校 情報通信工學科  
(Dept. of Info. & Comm. Eng., Taejon Univ.)

\*\*\* 正會員, 漢陽大學校 電子通信工學科  
(Dept. of Elec. Comm. Eng., Hanyang Univ.)

接受日字: 1998年1月21日, 수정완료일: 1998年6月2日

Combining) 기법의 주된 장점으로는 시스템 구현의 간단함과 저렴함에 있다. 그 이유로는 서로 다른 L 개의 다이버시티 가지로부터 수신되는 신호 중 가장 큰 전력의 신호만을 선택하는 선택성 합성에서는 사용된 안테나의 수에 상관없이 오직 한 개의 수신기만을 사용하기 때문이다.

페이딩에 관한 채널 모델로는 여러 가지가 있으나 본 논문에서는 나카가미 m-분포(Nakagami m-distribution)의 특성을 따르는 주파수 비선택적 느린 페이딩 채널을 가정한다. 나카가미 m-분포(Nakagami m-distribution)는 레일리(Rayleigh), 대수정규(Log-normal)나 라이시안(Rician) 분포에 비해 수학적 처리와 측정 데이터의 분석에 있어 훨씬 용이하며 보다 다양한 페이딩 환경을 제공해주는 도심 전파의 다중 경로 채널에 대한 페이딩 모델로 가장 포괄적인 분포로 알려져있다<sup>[2]</sup>.

레일리 페이딩 채널에서의 MPSK 신호의 다이버시티 성능에 대한 분석<sup>[3]</sup>과 나카가미 페이딩 채널에서의 MPSK 신호의 최대비 합성(MRC) 기법에 대한 성능 분석<sup>[4]</sup>, 그리고 선택성 합성(SC) 기법에 대한 MPSK 신호의 심벌 오류 확률은 이미 유도된 바 있다<sup>[5]</sup>. 본 논문에서는 주파수 비선택적이고 느린 나카가미 페이딩 채널 하에서 순서통계량을 이용한 MPSK 신호의 일반화된 선택성 합성(Generalized SC) 기법에 대한 심벌 오류 확률을 정확한 식으로 유도한다. 즉, 수신된 신호들 중 신호의 세기가 큰 순서대로 2개를 합성하는 SC2와 3개를 합성하는 SC3에 대한 확률 밀도 함수와 오류 확률을 유도하여 기존에 나와 있는 선택성 합성 그리고 최대비 합성 기법과 비교 분석한다. 따라서 우리는 시스템의 복잡성과 비용을 고려하여 적절한 다이버시티 가짓수를 살펴보기로 한다.

II. 확률 밀도 함수 유도

서로 다른 L개의 다이버시티 가지로부터 수신되는 신호중 가장 큰 순간 신호 대 잡음비(SNR)의 신호 하나만을 택하는 선택성 합성(SC)과 수신되는 신호중 SNR이 가장 큰 신호 μ개를 택하는 일반화된 선택성 합성(Generalized SC)의 성능 분석을 위해서는 순서통계량(Order Statistics)의 개념을 빌어 확률 밀도 함수를 유도한다.

순서통계량(Order Statistics)이란 그림 1에서 보는 바와 같이 임의의 확률 분포와 시간 지연을 갖는 L 개의 표본값  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_L$  을 크기 순서인  $\gamma_L \geq \gamma_{L-1} \geq \dots \geq \gamma_1$  이 되도록 나열시켰을 때,  $\gamma_i$  ( $i=1,2,\dots,L$ )를 원래의 표본  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_L$  으로 부터의 i번째 순서통계량이라고 한다<sup>[6]</sup>.

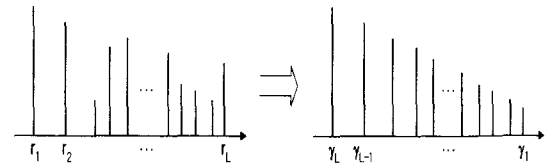


그림 1. 순서통계량  
Fig. 1. Order Statistics

L개의 다이버시티 가지 중에서 세기가 가장 큰 μ 개의 가지를 선택하여 합성한 것은 페이딩의 영향을 받으면서 채널을 통과한 수신 신호의 SNR이 가장 큰 μ개의 경로들을 선택하여 합성한 통계량의 확률 밀도 함수를 유도하는 것과 동일하다.

통계량 γ는 다음과 같다.

$$\gamma = \gamma_L + \gamma_{L-1} + \gamma_{L-2} + \dots + \gamma_{L-\mu+1} \quad (1)$$

식 (1)에서  $\gamma_L, \gamma_{L-1}, \dots, \gamma_{L-\mu+1}$  은 상호 독립적이고 서로 같은 평균 전력분포를 가지면서 나카가미 분포<sup>[2]</sup>

$$f(r_i) = \frac{r_i^{m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} r_i\right), \quad r_i \geq 0 \quad (2)$$

를 가지는 L개의 진행 경로에 대한 표본값  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_L$  으로부터의 순서통계량  $\gamma_L \geq \gamma_{L-1} \geq \dots \geq \gamma_1$  중 가장 큰 것부터 차례로 선택된 μ개의 순서통계량을 나타낸다. 그러므로, 각각의 진행 경로들을 통해 수신된 신호들의 평균 전력의 분포가 같을 경우 순간 SNR γ에 대한 확률 밀도 함수의 유도는 다음과 같이 순서통계량  $\gamma_L, \gamma_{L-1}, \dots, \gamma_1$  의 결합 확률 밀도 함수로부터 시작된다<sup>[6] [7]</sup>.

$$f_{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L) = L! f(\gamma_1) f(\gamma_2) \dots f(\gamma_L) \quad (3)$$

이 때, 각각의  $\gamma_i$  에 대한 확률 밀도 함수를 대입하여 결합 확률 밀도 함수를 다시 쓰면,

$$f_{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L}(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_L) = L! \prod_{i=1}^L \frac{\gamma_i^{m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma_i\right), \quad 0 \leq \gamma_1 \leq \gamma_2 \leq \dots \leq \gamma_L \quad (4)$$

식 (4)에서 불필요한  $L - \mu$ 개의 변수  $\gamma_1, \gamma_2, \dots$ ,  $\gamma_{L-\mu}$ 를 순서 통계량의 적분 구간에 따라 차례로 적분함으로써  $\gamma_L, \gamma_{L-1}, \dots, \gamma_{L-\mu+1}$ 에 대한 결합 확률 밀도 함수를 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

식 (5)에서  $F(\gamma_{L-\mu+1})$ 는 확률 밀도 함수  $f(\gamma_{L-\mu+1})$ 에 대한 누적 분포 함수를 나타내고, 임의의 진행 경로에 대한 수신 신호의 평균 전력은  $\gamma_0$ 으로 표시된다.

$$f_{\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \dots, \gamma_L(\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \dots, \gamma_L) \\ = \mu \binom{L}{L-\mu} [F(\gamma_{L-\mu+1})]^{L-\mu} f(\gamma_{L-\mu+2}) \cdots f(\gamma_L) \\ = \mu \binom{L}{\mu} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma_{L-\mu+1}\right) \sum_{i=1}^{\mu} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma_{L-\mu+1}\right)^i \frac{1}{i!} \right]^{L-\mu} \prod_{i=L-\mu+2}^L \frac{\gamma_i^{m-1}}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^m \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma_i\right) \\ , 0 \leq \gamma_{L-\mu+1} \leq \gamma_{L-\mu+2} \leq \cdots \leq \gamma_L \quad (5)$$

$\gamma (= \gamma_{L-\mu+1} + \gamma_{L-\mu+2} + \cdots + \gamma_L)$ 에 대한 확률 밀도 함수를 구하기 위하여 식 (5)의 변수들을 변수 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \gamma_{L-\mu+1} &= \gamma_{L-\mu+1} \\ \gamma_{L-\mu+2} &= \gamma_{L-\mu+2} \\ &\vdots \\ \gamma_{L-1} &= \gamma_{L-1} \\ \gamma &= \gamma_{L-\mu+1} + \gamma_{L-\mu+2} + \cdots + \gamma_L \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에 대한 자코비안(Jacobian)의 절댓값  $|J| = 1$  이므로, 식 (5)로부터 다음과 같은 변수변환을 얻을 수 있다.

$$(\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \dots, \gamma) = f(\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \dots, \gamma_L) \cdot \frac{1}{|J|} \\ f(\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \dots, \gamma) \quad (7)$$

그러므로, 다음과 같은 결합 확률 밀도 함수를 구할 수 있다.

$$(\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \gamma_{L-\mu+3}, \dots, \gamma) \\ = \frac{\mu^{\mu-1}}{[\Gamma(m)]^\mu} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{\mu-m} \binom{L}{\mu} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \left(\gamma - \sum_{i=L-\mu+1}^{\mu} \gamma_{L-\mu+i}\right)^{m-1} \cdot \prod_{i=L-\mu+1}^{\mu} \gamma_i^{m-1} \\ \sum_{k=0}^{\mu-1} (0!)^k \binom{L-\mu}{k} \exp\left(-\frac{km}{\gamma_0} \gamma_{L-\mu+1}\right) \left[ \sum_{i=1}^{\mu} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma_{L-\mu+1}\right)^i \frac{1}{i!} \right]^k \\ , 0 \leq \gamma_{L-\mu+1} \leq \gamma_{L-\mu+2} \leq \cdots \leq \gamma \quad (8)$$

마지막으로 식 (8)에서 각각의 변수  $\gamma_{L-\mu+1}, \gamma_{L-\mu+2}, \dots, \gamma_{L-1}$  에 식 (9)와 같이 해당하는 적분 구간에 적분함으로써  $\gamma (= \gamma_{L-\mu+1} + \gamma_{L-\mu+2} + \cdots + \gamma_L)$ 에 대한 확률 밀도 함수를 구할 수 있다.

$$\text{SC2}(\mu=2): f(\gamma) = \int_0^{\gamma/2} f(\gamma_{L-1}, \gamma) d\gamma_{L-1}$$

$$\text{SC3}(\mu=3): f(\gamma) = \int_0^{\gamma/3} \int_0^{\gamma/3} f(\gamma_{L-2}, \gamma_{L-1}, \gamma) d\gamma_{L-2} d\gamma_{L-1}$$

$$\text{SC4}(\mu=4): \\ f(\gamma) = \int_0^{\gamma/4} \int_0^{\gamma/4} \int_0^{\gamma/4} f(\gamma_{L-3}, \gamma_{L-2}, \gamma_{L-1}, \gamma) d\gamma_{L-3} d\gamma_{L-2} d\gamma_{L-1} \\ \vdots \quad (9)$$

수신된  $L$ 개의 다이버시티 경로 중에서 신호 대 잡음비가 가장 큰 신호 하나만을 택하는 선택성 합성의 경우는  $\mu=1$  인 경우로 다음과 같이 알려져 있다<sup>[8]</sup>.

$$f(\gamma) = \frac{\gamma}{\Gamma(m)} \left(\frac{\gamma_0}{m}\right)^m \gamma^{m-1} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \sum_{i=1}^{L-1} \left(\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right)^i \frac{1}{i!} \right]^{L-1}, \gamma \geq 0 \quad (10)$$

신호 대 잡음비가 가장 큰 신호 두개를 택하는 선택성 합성(SC2)의 경우는  $\mu=2$ 인 경우로 식 (8)의 결합 확률 밀도 함수를 해당 구간 적분함으로써 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$f(\gamma) = \frac{L(L-1)}{[\Gamma(m)]^2} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{2m} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \sum_{\alpha=0}^{m-1} \binom{m-1}{\alpha} (-1)^\alpha \gamma^{m-\alpha-1} \\ \left\{ \frac{(\gamma/2)^{m-\alpha}}{m+\alpha} + \sum_{n_2=1}^{L-2} (-1)^{n_2} \binom{L-2}{n_2} \sum_{n_1=0}^{n_2} \cdots \sum_{n_{j-1}=0}^{n_{j-2}} \left[ \prod_{j=1}^{L-2} \binom{n_{j-1}}{n_j} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{n_{j-1}-n_j} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j} \right] \right. \\ \left. \cdot \frac{(m+\alpha+n-1)!}{(m \cdot n_0/\gamma_0)^{m+\alpha+n}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m \cdot n_0}{2\gamma_0} \gamma\right) \sum_{p=1}^{m+\alpha+n-1} \frac{1}{p!} \left(\frac{m \cdot n_0}{2\gamma_0} \gamma\right)^p \right] \right\} \\ , \gamma \geq 0 \quad (11)$$

또한 SC3의 경우도 식 (12)와 같이 적분이 가능하며 일반적인 선택성 합성(Generalized SC)에 대하여도 같은 과정을 거쳐 유도할 수 있다.

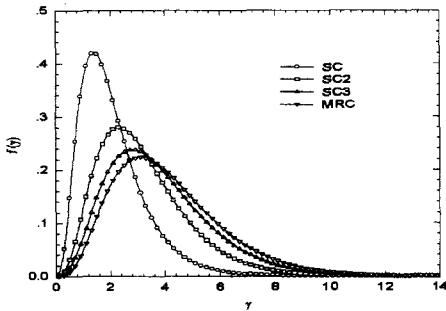
$$f(\gamma) = \frac{3L(L-1)(L-2)}{2[\Gamma(m)]^3} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{3m} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right) \sum_{\alpha=0}^{m-1} \binom{m-1}{\alpha} (-1)^\alpha \gamma^{m-\alpha-1} \sum_{\alpha_1, \alpha_2} \binom{m-1}{\alpha_1, \alpha_2} \\ \left\{ \frac{(\gamma/3)^{m-\alpha}}{(2m+\alpha)(m+\alpha)} + \sum_{n_2=1}^{L-2} (-1)^{n_2} \binom{L-3}{n_2} \sum_{n_1=0}^{n_2} \cdots \sum_{n_{j-1}=0}^{n_{j-2}} \left[ \prod_{j=1}^{L-2} \binom{n_{j-1}}{n_j} \left(\frac{1}{\beta}\right)^{n_{j-1}-n_j} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{n_j} \right] \right. \\ \left. \cdot \frac{(m+\alpha_1+n-1)!}{(m \cdot n_0/\gamma_0)^{m+\alpha_1+n}} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m+\alpha_1-a_1}{3\gamma_0} \gamma\right) \sum_{p=1}^{m+\alpha_1+n-1} \frac{(w+m+\alpha_1-a_1-1)}{p!} \left(\frac{\gamma_0}{m \cdot n_0}\right)^{p-\alpha_1-\alpha_2} \right] \right\} \\ \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{m \cdot n_0}{3\gamma_0} \gamma\right) \sum_{p=1}^{m+\alpha_1+n-1} \frac{1}{p!} \left(\frac{m \cdot n_0}{3\gamma_0} \gamma\right)^p \right] \quad (12)$$

식 (11)과 식 (12)를 검증하기 위하여 나카가미 변조 지수  $m$ 을 1로 하면 레이리 페이딩 채널에서의 SC2 와 SC3가 됨을 확인할 수 있다<sup>[9]</sup>.

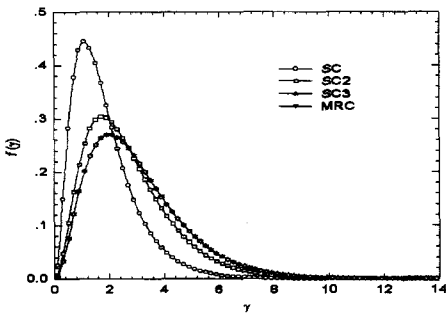
최대비 합성의 경우는  $\mu=L$ 인 경우로 다음 식과 같이 유도할 수 있다<sup>[4]</sup>.

$$f(\gamma) = \frac{\gamma^{L-1}}{\Gamma(Lm)} \left(\frac{m}{\gamma_0}\right)^{Lm} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0} \gamma\right), \gamma \geq 0 \quad (13)$$

그림 2는 위에서 구한 확률 밀도 함수를  $m=1$  인 경우 다이버시티 가짓수를 변화시켜가면서 그린 그림이다. 그림을 살펴보면 다이버시티 차수가 1에서 2로 증가할 때보다 2에서 3으로 증가할 때가 그 변화량이 더 적은 것을 알 수 있다. 이러한 사실은 다이버시티 가짓수의 증가가 시스템의 복잡성에 비해 성능 개선에 크게 기여하지 못할 것임을 예상케 하는 결과이다.



(a) L=4



(b) L=3

그림 2. 통계량  $\gamma$ 의 확률밀도함수 ( $m=1$ )  
Fig. 2. The pdf of  $\gamma$  ( $m=1$ ).

### III. 평균 심벌 오류 확률

식 (10)을  $\gamma$ 에 대해 적분이 가능하도록 변형하여야만 나카가미 페이딩 채널에서 평균 오류 확률을 유도할 수 있다. 따라서 여기서는 식 (10)을 적분이 가능하도록 새로운 형태로 표시한다. 식 (10)을 변형하기 위해 이항 정리를 이용하여 정리하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\left[1 - \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right) \sum_{i=0}^{L-1} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{L-1} = \sum_{n_0=0}^{L-1} (L-1)^{n_0} \left[\sum_{i=0}^{L-1} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{n_0} \exp\left(-\frac{m}{\gamma_0}n_0\gamma\right) \quad (14)$$

다시 식 (14)를 변형하기 위해 식 (15)와 같은 관계식을 이용한다.

$$\begin{aligned} \left[\sum_{i=0}^{L-1} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^i \frac{1}{i!}\right]^{n_0} &= \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \binom{n_0}{n_1} \binom{n_1}{n_2} \dots \binom{n_{m-2}}{n_{m-1}} \cdot \left(\frac{1}{1!}\right)^{n_1-n_2} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^{n_1-n_2} \\ &\quad \dots \left(\frac{1}{(m-2)!}\right)^{n_{m-2}-n_{m-1}} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}} \\ &= \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_{j-1}-n_j} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}} \end{aligned} \quad (15)$$

최종적으로 식 (10)은 식 (14)와 식 (15)를 이용하여 다음과 같은 새로운 형태로 나타낼 수 있다.

$$f(\gamma) = \frac{1}{\gamma_0} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^{L-1} \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \binom{L-1}{n_0} = \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_{j-1}-n_j} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}} \exp\left[-\frac{m}{\gamma_0}(1+n_0)\gamma\right] \gamma^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}}, \quad \gamma > 0 \quad (16)$$

여기서  $n=n_1+n_2+n_3+\dots+n_{m-1}$  이고  $n_m=0$  이다.

위상의 확률 밀도 함수가 AWGN에만 영향을 받는다면 위상 오류  $\theta$ 의 조건부 확률 밀도 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다<sup>[10]</sup>.

$$f(\theta|\gamma) = \frac{1}{2\pi} \left[ \exp(-k\gamma) + \sqrt{4\pi k\gamma} \cos\theta \exp(-k\gamma \sin^2\theta) - \sqrt{\pi k\gamma} \cos\theta \exp(-k\gamma \sin^2\theta) \operatorname{erfc}(\sqrt{k\gamma} \cos\theta) \right], \quad -\pi \leq \theta \leq \pi \quad (17)$$

여기서  $\operatorname{erfc}(\cdot)$ 는 여오차 함수(complementary error function)<sup>[11]</sup> 이고  $k=\log_2 M$  은 심벌 당 비트수,  $\gamma$ 는 비트 당 신호 대 잡음비를 나타낸다.

페이딩 채널에서 균일한 심벌 발생 분포의 확률을 갖는 MPSK신호의 선택성 다이버시티를 적용한 평균 심벌 오류 확률은 다음으로부터 구할 수 있다<sup>[10]</sup>.

$$P_s(M) = 1 - \int_{-\pi/M}^{\pi/M} \int_0^\infty f(\theta|\gamma) f(\gamma) d\gamma d\theta \quad (18)$$

위에서 구한 확률 밀도 함수를 식 (18)에 대입하여 SC에 대한 심벌 오류 확률을 구하면 다음 식과 같다<sup>[5]</sup>.

$$\begin{aligned} P_s(M) &= 1 - L \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \binom{L-1}{n_0} \cdot \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \dots \sum_{n_{m-1}=0}^{n_{m-2}} \prod_{j=1}^{m-1} \binom{n_{j-1}}{n_j} \left(\frac{1}{j!}\right)^{n_{j-1}-n_j} \left(\frac{m}{\gamma_0}\gamma\right)^{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}} \\ &\quad \cdot \frac{\Gamma(n+m)}{\Gamma(m)} \left[\frac{\gamma_0}{m(1+n_0)}\right]^m \left(\frac{1}{1+n_0}\right)^m \cdot \left(\frac{1}{M} + \beta(m)\right)^m \left[\sum_{i=0}^{n_0} \left(\frac{m(1+n_0)/4}{\mu^2 + m(1+n_0)}\right)^i\right. \\ &\quad \left. \cdot \left(\left(\frac{2s}{s} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{\tan^{-1}(\alpha m)}{\pi}\right) - \frac{1}{\pi} \sum_{i=0}^{2s} \binom{2s}{i} \frac{\sin[2(s-i)\tan^{-1}(\alpha m)]}{(s-i)}\right)\right] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서  $\alpha(m) = \sqrt{\frac{k\gamma_0}{\mu^2 + m(1+n_0)}} \cos\left(\frac{\pi}{M}\right)$ ,  $\mu = \sqrt{k\gamma_0} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)$

이고  $\beta(m) = \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + m(1+n_0)}}$  이다.

유도된 식의 검증을 위하여 식 (19)에서 변조 지수

$m$ 을 1로하면 레일리 페이딩을 겪는 신호의 선택성 다이버시티에 대한 오류 확률 식이 식 (20)과 같이 얻어지며 이는 참고 문헌 [3]의 식 (26)과 일치한다.

$$P_s(M) = 1 - L \sum_{n_0=0}^{L-1} (-1)^{n_0} \binom{L-1}{n_0} \left( \frac{1}{1+n_0} \right) \left\{ \frac{1}{M} + \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + (1+n_0)}} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{k\gamma_0}{\mu^2 + (1+n_0)}} \cos \left( \frac{\pi}{M} \right) \right) \right] \right\} \quad (20)$$

동일한 방법으로 SC2와 SC3에 대하여 각각의 심벌 오류 확률을 구할 수 있다. 수식의 간단화를 위해 여기서는 치환된 식 (21)을 이용하기로 한다.

$$V(a,b) = \frac{\Gamma(b)}{a^b} \left[ \frac{1}{M} + \beta_1 \left[ \sum_{s=0}^{b-1} \frac{a/4}{\mu^2 + a} \right]^s \left( \left( \frac{2s}{s} \right) \frac{1 + \tan^{-1} \alpha_1}{2 + \pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{2s} \frac{\sin[2(s-l)\tan^{-1} \alpha_1]}{(s-l)} \right) \right] \quad (21)$$

여기서  $\alpha_1 = \sqrt{\frac{k - \mu_v^2}{a + \mu_v^2}}$ ,  $\beta_1 = \frac{\mu_v}{\sqrt{a + \mu_v^2}}$  이고  $\mu_v = \sqrt{k} \sin \left( \frac{\pi}{M} \right)$  이다.

식 (22)는 SC2에 대한 평균 심벌 오류 확률식이다.

$$P_s(M) = 1 - \frac{\mu(L-1)}{\Gamma(M)} \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{2m} \sum_{a_1=0}^{m-1} \binom{m-1}{a_1} (-1)^{a_1} \left\{ \frac{(\sqrt{2})^{m+a_1}}{m+a_1} \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, 2m \right) + \sum_{s=1}^{L-2} (-1)^s \binom{L-2}{s} \sum_{a_2=0}^{m-1} \sum_{a_3=0}^{m-1} \dots \sum_{a_{s+1}=0}^{m-1} \left[ \prod_{j=1}^s \binom{n_j-1}{a_j} \left( \frac{1}{\beta} \right)^{n_j-1} \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{n_j} \right] \cdot \frac{(m+a_1+n-1)}{(m \cdot n_0 / \gamma_0)^{m+a_1+n}} \left[ \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, m-a_1 \right) - \sum_{p=0}^{m-1} \frac{1}{p!} \left( \frac{m \cdot n_0}{2\gamma_0} \right)^p \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, \frac{n_0}{2} + 1 \right), m-a_1+p \right] \right\} \quad (22)$$

그리고 식 (23)은 SC3에 대한 평균 심벌 오류 확률을 동일한 과정을 통해 구한 식이다.

$$P_s(M) = 1 - \frac{3}{2} \frac{\mu(L-1)(L-2)}{\Gamma(M)} \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{2m} \sum_{a_1=0}^{m-1} \binom{m-1}{a_1} (-1)^{a_1} \sum_{a_2=0}^{m-1} \binom{m-1}{a_2} \left\{ \frac{(\sqrt{2})^{m+a_1+a_2}}{(2m+a_1)(m+a_2)} \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, 3m \right) + \sum_{s=1}^{L-2} (-1)^s \binom{L-3}{s} \sum_{a_3=0}^{m-1} \sum_{a_4=0}^{m-1} \dots \sum_{a_{s+1}=0}^{m-1} \left[ \prod_{j=1}^s \binom{n_j-1}{a_j} \left( \frac{1}{\beta} \right)^{n_j-1} \left( \frac{m}{\gamma_0} \right)^{n_j} \right] \cdot \frac{(m+a_1+a_2+n-1)}{(m \cdot n_0 / \gamma_0)^{m+a_1+a_2+n}} \left[ \frac{(\sqrt{2})^{m+a_1+a_2}}{(m+a_1-a_2)} \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, 2m-a_2 \right) - \sum_{p=0}^{m-1} \frac{(m+a_1-a_2-1)}{p!} \left( \frac{\gamma_0}{m \cdot n_0} \right)^{m+a_1-a_2-p} \right] \left[ \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, m-a_1 \right) - \sum_{p=0}^{m-1} \frac{1}{p!} \left( \frac{m \cdot n_0}{3\gamma_0} \right)^p \gamma \left( \frac{m}{\gamma_0}, \frac{n_0}{3} + 1 \right), m-a_1+p \right] \right\} \quad (23)$$

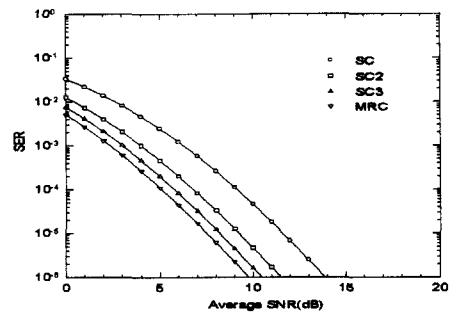
최대비 합성의 확률 밀도 함수인 식 (13)을 식 (18)에 대입하여 선택성 합성일 때와 같이 평균 심벌 오류 확률을 구하면 식 (24)과 같다.

$$P_s(M) = \frac{M-1}{M} - \left( \frac{1}{M} + \beta_\mu \cdot \left[ \sum_{s=0}^{M-1} \left( \frac{-m/4}{\mu^2 + m} \right)^s \cdot \left( \left( \frac{2s}{s} \right) \frac{1}{2} + \frac{\tan^{-1} a_\mu}{\pi} \right) + \frac{1}{\pi} \sum_{l=0}^{2s} \frac{\sin[2(s-l)\tan^{-1} a_\mu]}{(s-l)} \right] \right) \quad (24)$$

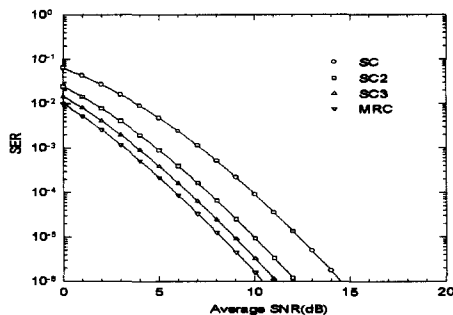
여기서  $a_\mu = \sqrt{k \frac{\gamma_0}{\mu^2} + m} \cos \left( \frac{\pi}{M} \right)$  이고  $\beta_\mu = \frac{\mu}{\sqrt{\mu^2 + m}}$  인

관계가 있다.

그림 3은 앞서 구한 선택성 다이버시티에 대한 오류 확률식과 최대비 합성에 대한 오류 확률식으로부터 페이딩 변조 지수  $m$ 이 1인 경우 성능을 비교 분석한 그래프이다. 그림 3에서 (a)는 BPSK에 대한 분석이고 (b)는 QPSK에 대한 분석이다. 그림 3은 다이버시티 가짓수  $L$ 이 5인 경우로 차수가 증가할수록 성능 개선이 둔화됨을 확인할 수 있다. 이러한 분석의 결과는 높은 차수의 선택성 합성이 시스템의 복잡성에 비해 만족할만한 성능의 개선을 가져다주지 못한다는 사실을 입증하는 것이다.



a) BPSK(M=2)



b) QPSK(M=4)

그림 3.  $L=5, m=1$  일 때 평균 심벌 오류 확률  
Fig. 3. Average Symbol Error Rate when  $L=5$  and  $m=1$ .

#### IV. 결론

본 논문에서는 주파수 비선택적 느린 나카가미  $m$ -분포의 페이딩을 겪는 MPSK신호의  $L$ -차 선택성 합성(SC) 기법의 다이버시티에 대한 심벌 오류 확률을 변조 지수  $m$ 이 정수일 때 정확한 수식으로 유도하였다. 일반화된 선택성 합성(Generalized SC)이라 할 수 있는 SC2와 SC3에 대해서도 순서 통계량을 용

용하여 확률 밀도 함수를 구할 수 있었으며 구한 확률 밀도 함수와 최대비 합성에서의 확률 밀도 함수와의 비교를 통하여 그 특성을 알아보았다. 그리고, 오류 확률을 구함에 있어서 적분의 원활함을 위해 수신 신호의 확률 밀도 함수가 새롭게 전개되었다. 유도한 확률 밀도 함수의 검증을 위하여 나카가미 페이딩 지수  $m$  이 1인 경우 레일리 페이딩 채널에서의 확률 밀도 함수와 일치함을 확인하였다.

이 일반화된 선택성 합성은 하나의 가지를 택하는 선택성 합성(SC)과 모든 가짓수를 다 합하는 최대비 합성(MRC)의 기법을 결합한 형태라고 볼 수 있다. SC2와 SC3는 MRC에 비해 그 복잡성이 덜하면서 성능 면에서는 SC보다 월등히 뛰어난 것을 확인할 수 있었으나 선택하는 가짓수의 증가에 비례하여 성능이 좋아지지 않는다는 것을 알 수 있었다. 이러한 분석의 결과는 높은 차수의 선택성 다이버시티가 시스템의 복잡성에 비해 만족할만한 성능의 개선을 가져다주지 못한다는 사실을 입증하는 것이다.

다시 말해서 본 논문은 두 개의 다이버시티 가지를 사용하는 현재 응용 추세에 이론적인 밑받침이 되는 자료라고 할 수 있다. 그리고 유도된 결과는 디지털 육상 이동 통신에서 MPSK 신호의 성능을 분석하는데 유용한 도구가 되기에 충분히 일반적이라고 할 수 있다.

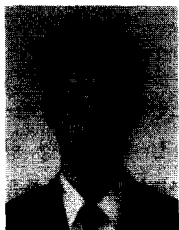
참 고 문 헌

[1] W. C. Jakes, Jr., *Microwave Mobile Communications*, John Wiley & Sons, 1974.  
 [2] M. Nakagami, "The  $m$ -distribution - A general formula of intensity distribution of rapid fading," in *Statistical methods in*

*radio wave propagation*, W. G. Hoffman, Ed., Oxford, England : Pergamon Press, pp. 3-36, 1960.

[3] S. Chennakeshu, and J. B. Anderson, "Error rates for Rayleigh fading multi-channel reception of MPSK signals," *IEEE Trans. COM-43*, (1), pp. 338-346, 1995.  
 [4] V. Aalo, and S. Pattaramalai, "Average error rate for coherent MPSK signals in Nakagami fading channels," *Electron. Lett.*, 32, (17), pp. 1538-1539, 1996.  
 [5] 최세영, 운동원, 한영열, "나카가미 페이딩 채널에서 선택성 다이버시티를 사용한 MPSK 신호의 평균 심별 오류 확률," 한국통신학회 논문지, 제22권, 제12호, 1997.  
 [6] A. M. Mood, F. A. Graybill and D. C. Boes, *Introduction to the Theory of Statistics*, McGraw-Hill, 1982.  
 [7] A. Papoulis, *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, 1982.  
 [8] A. Annamalai, "Analysis of selection diversity on Nakagami fading channel," *Electron. Lett.*, 33, (7), pp. 548-549, 1997.  
 [9] T. Eng, N. Kong, and L. B. Milstein, "Comparison of Combining Techniques for Rayleigh-Fading Channels," *IEEE Trans. Comm.*, vol. 44, no. 9, pp. 1117-1129, Sept. 1996.  
 [10] J. G. Proakis, *Digital communications* 3rd Ed., McGraw-Hill, 1995.  
 [11] I. S. Gradshteyn, and I. M. Ryzhik, *Tables of integral, series and product*, New York : Academic Press, 1980.

저 자 소 개



崔洗瑛(正會員)  
 1971년 2월 13일생. 1996년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 졸업(공학사). 1998년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 대학원 졸업(공학 석사). 1998년 1월 ~ 현재 : LG Telecom 기술연구원 연구원

尹東源(正會員)  
 1966년 1월 22일생. 1989년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 졸업(공학사). 1992년 2월 : 한양대학교 전자통신공학과 대학원 졸업(공학 석사). 1995년 8월 : 한양대학교 전자통신공학과 대학원 졸업(공학 박사). 1995년 3월 ~ 1997년 8월 : 동서대학교 정보통신과 전임강사. 1997년 9월 ~ 현재 : 대전대학교 정보통신과 전임강사