

불안정 성층화를 가진 원통형 용기 내의 회전유동에 관한 연구

김 재 원*

Rotating Flows in a Circular Cylinder with Unstable Stratification

Jae Won Kim

Rotating flow of a stratified fluid contained in a circular cylinder with unstable temperature gradient imposed on the side wall of it has been numerically studied. The temperatures at the endwall disks are constant. The top disk of the container is colder than that of the bottom disk, as much as the temperature difference $n\Delta T$, ($0 \leq n \leq 3$). Flows in the vessel are driven by an impulsive rotation of the hot bottom disk with respect to the central axis of the cylinder. Flow details have been acquired. For this flow, the principal balance in the interior core is characterized by a relationship between the radial temperature gradient and the vertical shear in the azimuthal velocity. As the buoyancy effect becomes appreciable, larger portions of the meridional fluid transport are long-circuit from the bottom disk to the interior region via the side wall.

Key words : Rotating flow(회전유동), Computational research(전산해석), Ekman layer(에크만 경계층), Buoyancy force(부력), Bernard convection(버나드 대류)

1. 서 론

회전하는 원통형 용기내의 부력의 영향이 존재하는 유동장에 대한 수치 해석적 연구를 수행

하였다. 연구 대상은 회전하고 있는 원통 내부의 점성 유체의 유동이다. 초기 상태에서 원통내의 유체는 일정한 온도를 유지하고 있으며, 시간 $t \geq 0.0$ 인 순간에 원통의 밑판에 고온과 함

* 정회원, 선문대학교 기계 및 제어공학부

계 회전이 인가되면서 형성되는 유동장에 대해 수치적으로 연구하였다. 그러나 관심의 대상은 이러한 초기조건에서 출발하여 과도 조건을 거친 후 얻어지는 준 정상 상태의 유동장이다. 수치 해석은 운동량 방정식과 Boussinesq 가정하의 에너지 방정식을 유한 차분법으로 수치 적분하여 이루어졌다.

본 연구의 모델은 조절된 온도의 공기를 제공하는 전기 건조기의 모형에서 출발하였다. 최근의 정밀 사출 생산에서는 원료인 수지의 제습 정도가 제품의 완성 치수 결정에 매우 큰 영향을 반영하므로 [1-2] 이에 관한 제습기술이 관심 있게 추진되고 있다. 본 연구의 동기는 제습을 위한 전기 건조기의 설계에 필요한 건조기 내부 유동장의 구조를 제시하기 위해서다. 회전 유동장의 고유의 현상인 고체 경계면에서의 흡입 작용과 유동장 내부의 온도 분포에 의해 생기는 부력의 상호 간섭 효과에 대해 규명하고자 한다.

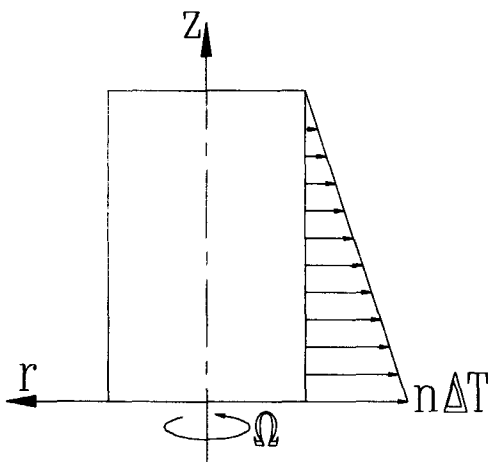


Fig. 1 Flow configuration and temperature profile along the side wall.

유동장의 해석에 대한 결과는 방정식의 각 항에 대한 크기 비교를 통해 이루어졌다.

Fig. 1은 본 연구의 해석 대상인 유동장을 보이고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 원통형 용기(반경 R , 높이 $2R$)의 밑 원판은 원통의 수직 축 z 에 대해 일정한 각속도 Ω 로 회전하고 있다. 원판의 온도는 $n\Delta T$ 만큼 아래 원판이 위 원판보다 고온이다. 따라서 본 연구의 유동장은 Bernard식 대류 열전달의 양상을 보이게 될 것이다. 이 과정에서의 유동의 현상은 일반적인 균일 유체의 경우 회전 하는 원판 위의 Ekman 경계층에 의한 흡입 작용만으로 설명될 수 있다. 반면에 본 연구의 대상과 같은 비 균질 유체(inhomogeneous fluid)에 대한 회전 유동의 연구에서는 경계층에 의한 운동량 전달에 상반하여 상대적으로 온도가 높은 유체의 부력에 의한 상승 유동을 고려해야 한다. 이 두 가지 주요 구동력의 상호 작용 현상이 발생된다. 유동의 양상은 회전 하는 원판에 의한 흡입 유동과 고온 원판 근처에서의 부력에 의한 상승 유동으로 특징 지워진다. 본 연구에서는 부력항과 회전하는 고체 원판에 의한 흡입작용이 상호 간섭하여 유동의 특성 및 온도장의 특성이 변화하는 것을 수치적으로 해석하여 공학적으로 유용한 자료를 제공하고자 한다. 유동장의 선정은 공학적 응용의 효과를 극대화 시키기 위해 원판의 회전속도와 용기의 수직방향 깊이를 기준으로 한 Reynolds 수와 Rayleigh 수는 크게 하고, 그 두 무 차원수의 비인 Richardson 수는

O(1)으로 제한하였다. 계산의 주요 변수인 부력 불안정성의 강도는 회전하는 아래 원판의 고온 정도(본 논문의 경우 n)로서 결정하였다. 각각의 무차원수에 대한 정의는 다음과 같다.

$$Re = \frac{2\Omega R^2}{\nu}, Ra = \frac{\alpha g(n\Delta T)(2R)^3}{\nu\kappa}, Ri = \frac{Ra}{(Re)^2}$$

위 정의에서 사용된 α, κ, ν, g 는 각각 유체의 선 팽창 계수, 열 확산 계수, 동점성계수, 그리고 중력가속도를 나타낸다.

유동장의 계산에 사용된 유한 차분 수치해석 기법은 선행 논문 등 [3-5] 에서 성공적으로 사용된 알고리즘에 기반을 둔 것이며 본 연구에서도 그 개념을 그대로 사용하여 계산 코드를 완성하였다. 차분화는 공간적 및 시간적으로 O($\Delta t, \Delta x^2$)의 오차를 갖고 있다. 본 연구에 사용된 도식 (scheme)은 압력항의 처리에 있어서 ADI도식을 사용하는 기초적인 것이다. 본 연구의 예비 계산 연구에서는 코드의 검증에 위해 기존의 유동장에 대한 계산을 수행하여 완성된 계산 코드에 신뢰성과 정확성을 확인하였다.

수치 계산의 결과는 유동장의 확인을 위해 등유량함수의 선도를 제시하거나, 속도 벡터를 산출하거나 하여 표시하였다. 특히 유동장 내부의 온도 분포를 확인하기 위하여 유동장의 축 방향 또는 반경 방향에 대한 온도를 측정하여 연구 대상에 대한 공학적 자료를 풍부하게 제시하였다. 아울러 고체 경계면에서의 열 에너지 전달을 확인하기 위해 국부 Nusselt수 (Eq. (8) 참조)를 측벽과 상하 원판에서 각각 제시하였다.

연구의 결과를 살펴보면 부력에 의한 불안정성의 강도가 커질수록 자오면 (meridional plane)의 유동장이 크게 두 개의 회전 영역으로 구분되며 이러한 모습은 균질유동 (homogeneous flow)과 선명히 대별되었다. 따라서 부력의 크기가 경계층의 운동량전달 기구를 강력하게 억제하는 수단임이 밝혀졌다.

2. 본 문

수치계산을 수행하기 위해서 고안된 격자계는 (r-z) 평면에서 준비되었다. 격자의 개수는 원통 상부 및 하부 원판의 온도차인 ($n\Delta T$)의 n이 0인 균질유체의 유동인 경우에는 축 방향으로 42개의 격자계가 사용되었고, 반경방향으로 22개의 격자계가 사용되었다. 이 격자수의 선정은 참고문헌 [3-5]의 경우를 따른 것이다. 반면에 온도 경계층이 존재하는 비 균질유체의 경우에는 42x42개의 격자계를 사용하였다. Fig. 2는 반경방향으로 42개 축 방향으로 42개의 격자를 가진 격자계와 각 방향으로 52개, 62개의 격자를 가진 경우의 계산에서 반경 방향 속도의 변화정도의 모습을 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있듯이 본 계산의 최적 격자수는 42x42로 확인되어졌다. 격자계의 구조는 엇물림 격자계로 회전 속도와 압력, 온도는 동일점에서 측정되는 반면 반경방향의 속도 (u)와 축 방향 속도 (w)는 각기 다른 격자점에서 측정되었다. 본 연구의 격자계는 경계층 부근에서의 큰 속도

구배 및 온도 구배의 정도 있는 산출을 위해 경계층내부에 약 6개의 격자가 위치할 수 있을 만큼 격자의 수를 조밀하게 배치하였다.

유동속도는 반경방향 (u) 및 축 방향 속도 (w), 그리고 회전 속도 (v)로 구분된다. 유동장은 본질적으로 3차원이지만 유동의 조건을 축 대칭이 유지되는 범위만을 고려하였으므로 $(\partial/\partial\theta)=0$ 이 유지되는 유동장을 구성할 수 있다. 엄밀한 실험실의 실험에서 유동의 축 대칭성의 검증이 본 연구에서 수행되지는 않았으나, 유사한 선행 연구 [6, 7]의 결과가 본 연구의 유동 조건 ($Ra \approx 10^5$, Taylor No. $\approx 10^6$)의 유동에 대해 축 대칭성을 가정하여 축 대칭 유동조건의 수치 계산을 진행하였다.

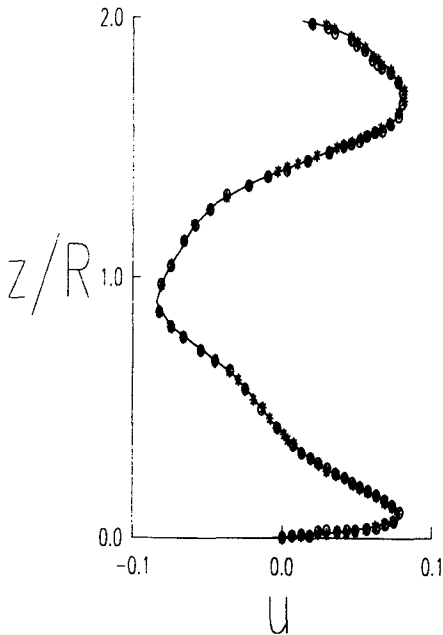


Fig. 2 Comparison of radial velocity at $r/R=0.5$ according to the number of grid points, the line for 42 by 42, circle 52 by 52, and star 62 by 62.

수치 계산을 위해 사용된 지배방정식은 (r,θ,z) 방향의 운동량 방정식과 연속 방정식, 그리고 에너지 방정식이다. 다음의 식 (1)-(3)은 각각의 방정식을 나타낸다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(ru^2)}{\partial r} - \frac{\partial(uw)}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{v^2}{r} + \nu(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2}). \tag{1a}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} - \frac{\partial(vw)}{\partial z} - \frac{uv}{r} + \nu(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2}). \tag{1b}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(ruw)}{\partial r} - \frac{\partial(w^2)}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \alpha g T + \nu \nabla^2 w. \tag{1c}$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \tag{2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(ruT)}{\partial r} - \frac{\partial(wT)}{\partial z} + \kappa \nabla^2 T. \tag{3}$$

위의 시간 t에 관한 비정상 방정식에서 (u,v,w) 는 Ω 로 회전하는 (r,θ,z) 좌표계에서의 각 방향 속도성분을 나타낸다. 방정식에 등장하는 물성 상수는 $\rho, \nu, \kappa,$ 및 p 로 각기 유체의 밀도, 동점성계수, 열 확산 계수, 압력을 나타낸다. 또한 Laplace 연산자, ∇^2 는 $(1/r)(\partial/\partial r)(r\partial/\partial r)$ 로 정의된다. 에너지 방정식 식 (3)에서 전온도는 $(T_b + T)$ 이다. 온도의 하첨자 b는 기준치를 의미한다. 보다 구체적으로 T_b 는 유체의 초기온도이며 그 유체보다 $(n\Delta T)$ 만큼 뜨거운 회전하는 아래 원판이 인가되면서 유동장이 형성된다. 유동장 내

부 유체의 열 팽창 계수를 α 라 할 때 유동장 내부의 유체 밀도는 다음의 식(4)를 따르는 Boussinesq 유체 [8]로 가정하여 문제를 해결하였다. 식 (4)의 ρ_0 도 기준 온도에서의 유체 밀도이다.

$$\rho = \rho_0 (1 - \alpha T). \quad (4)$$

상기의 지배 방정식에 대한 경계 조건 및 초기 조건을 원시 변수로 표현하면 다음의 식(5)와 식 (6)과 같다. 식에 사용된 기호의 의미는 방정식의 것과 동일하다.

$$u=w=v=0, T=n\Delta T \text{ at } z=0, 0.0 \leq r \leq 1.0 \quad (5a)$$

$$u=w=T=0, v=-r\Omega \text{ at } z=2R, 0.0 \leq r \leq 1.0 \quad (5b)$$

$$u = v = w = 0, T=(1.0-(z/2R))(n\Delta T) \text{ at } r=1.0 \text{ for } 0.0 \leq z \leq 2.0 \quad (5c)$$

$$u=v=w=0, T=T_0 \text{ for } t < 0.0 \quad (6)$$

실제의 전산 해석에서 위의 방정식과 경계 및 초기조건의 속도는 $(R\Omega)$ 로, 압력은 $[\rho_0(R\Omega)^2/2]$ 으로, 길이는 R 로, 시간은 무차원 시간 $\tau[=R(2/\nu\Omega)^{1/2}]$ 에 의해 무차원 되었다 [3]. 수치 계산은 비정상 지배 방정식을 시간에 따라 수치 적분하여 이루어졌으며 본 연구에서 관심을 갖는 정상 상태의 해는 참고문헌 [5]에서와 같이 0.1τ 의 시간 간격동안 모든 격자점에서의 회전속도의 상대 변화량이 0.01% 미만인 경우 정상 상태로 간주하여 정상 상태의 해를 획득하였다.

3. 수치해석의 결과

유동장의 유동 분포 및 온도 분포는 주어진 방정식을 수치 적분하여 구해졌다. 본 수치계산 연구의 유동 및 온도 조건은 다음과 같다 ; $Re = 312.5, Ri=22.5, 45.0, 67.6, Ra=2.2 \times 10^6, 4.4 \times 10^6, 6.6 \times 10^6$.

위의 세 가지 무차원 상수들은 Reynolds 수, Richardson 수, Rayleigh 수를 각각 의미하며 그 상수들의 정의는 앞서와 같다. 본 연구와 유사한 연구에서는 Re 수 보다는 Taylor수를 더 많이 사용하나 회전운동이 운동량 전달의 주요 구동력이고 관련된 무차원 인자도 Re 수에 비롯되기에 Ri 를 사용하려고 한다.

본 연구의 유동장은 축 대칭 2차원 유동장이다. 선행의 연구 [6,7]에서 2차원 유동장의 특성

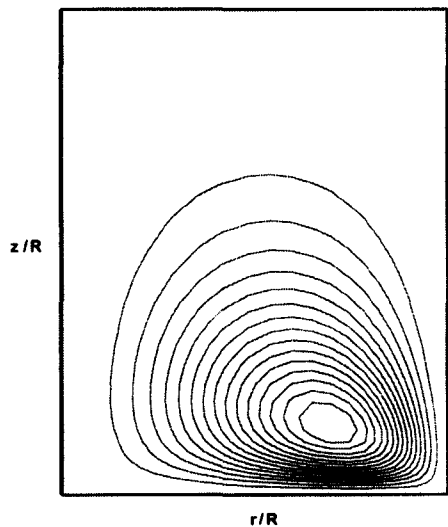


Fig. 3 Plots of streamlines in case of $n=0$ (homogeneous fluid).

이 유지되는 임계 Ra 수에 대한 명백한 선정은 없다. 단지 저자가 향후의 연구를 위해 수행한 몇 가지 3차원 해석 전산 코드의 결과를 고려할 때 본 문제의 유동 조건에서는 축 대칭 2차원 유동의 특성이 지속적으로 유지되었다. 그러나 3차원 해석은 다른 문제로 논의될 것이므로 본 논문에서는 유동장의 3차원 성격을 배제한 철저한 2차원 축 대칭이라고 가정하여 문제를 해석하였다.

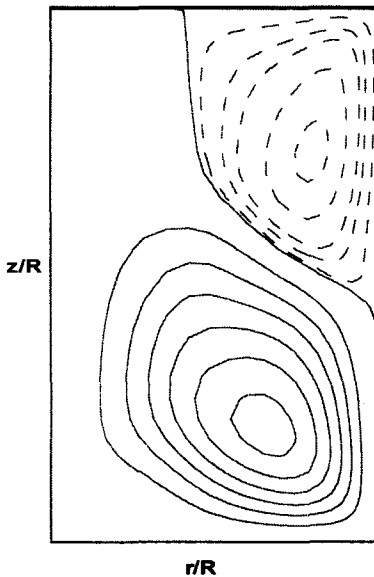


Fig. 4 Same as Fig. 3 except for $n=1$ (stratified fluid).

Ri 수의 의미는 운동량 전달에 대한 부력의 영향을 정의된다. 따라서 Ri 수의 크기는 회전 운동량의 크기에 대한 부력항에 의한 구동력의 크기 정도를 가늠할 수 있는 주요 인자가 된다.

앞서 밝혔듯이 본 연구는 회전 원판의 온도 증대를 통해 n 의 크기를 증대 시켜 그 효과를

관찰하는 데 그 목적이 있다. Ra 수의 정의에서 알 수 있듯이 Ra 수의 증대는 부력 강도에 의해 함께 비례한다. 상기의 Fig. 3은 $n=0$ 인 균일 유체에 대한 회전 유동장을 나타내는 유선 함수의 분포 모습이다. Fig. 3에서 알 수 있듯이 유동의 형상은 많은 선행 연구자 [9-10] 들의 결과와 매우 잘 일치하는 모습을 나타내고 있다. 일반적으로 예측할 수 있듯이 유동장은 회전하는 밀 원판에 의해 수직 하강 흐름이 생성되고 유체의 질량 보존 법칙을 만족시키기 위해 원통의 측벽 경계층 내부에서는 수직 상승류가 생성된다. 이 결과를 바탕으로 본 연구에서 사용된 전산 코드의 정도를 판단할 수 있었다. 아울러 Fig. 3에서는 $n=0$ 인 균질 유체에서의 유동장 모습이 한 개의 커다란 매우 단순함을 알 수 있다.

Fig. 4 - 6은 밀 원판의 온도가 ΔT , $2\Delta T$, $3\Delta T$ 로

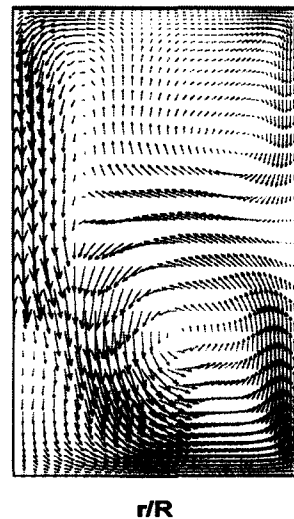


Fig. 5 Vector plot of meridional velocities for $n=2$.

유지되면서 유동장의 불안정 정도가 증대됨에 따라 변화하는 유동장의 모습을 유선이나 자오 속도 벡터를 이용하여 나타내고 있다.

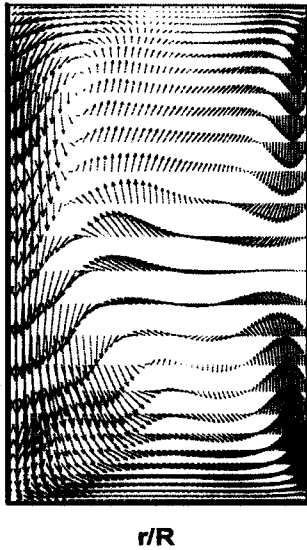


Fig. 6 Same as Fig. 5 except for n=3.

Fig. 4는 n=1인 경우에 대한 유량 함수 곡선을 나타내고 있다. 점선으로 표시된 부분은 시계 방향으로 회전하는 부분이고 실선으로 표시된 부분은 반 시계 방향으로 회전하는 영역을 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있듯이 부력의 영향에 의해 유동의 영역이 경계층이 강력한 흡입 영역과 부력 항이 강력한 두 영역으로 유동장이 양분됨을 알 수 있다. 실제로 유동장은 회전 하는 밀 원판에 의해 생성되는 흡입 유동의 효과가 유동장의 전체에 걸쳐서 영향을 발휘하지 못하고 유체의 부력 영향으로 공간적으로 제한 됨을 알 수 있다. Fig. 4의 유동장의 모습에서 유선의 회전 방향이 바뀌는 영역의 중간에 $\Psi=0.0$ 인 유선이

좌우 방향으로 길게 걸쳐 있음이 확인 되었다. 여기서 유량함수는 $d\Psi = (1/r)(\partial u/\partial r) - (1/r)(\partial w/\partial z)$ 를 유동영역에 걸쳐 적분하여 산출된다. 이 $\Psi=0.0$ 인 유선의 아래 부분은 경계층에서의 흡입 유동에 의한 반시계 방향의 회전 유동영역이 존재하고 위 부분에서는 부력에 의해 분리된 회전 유동이 시계 방향으로 회전하면서 존재하게 된다. 이 경향은 불안정성의 강도가 심화될 수록 두드러지며 그 사실은 유동이 구분되는 영역이 밀 원판으로 향해지는 모습에서 확인될 수 있다.

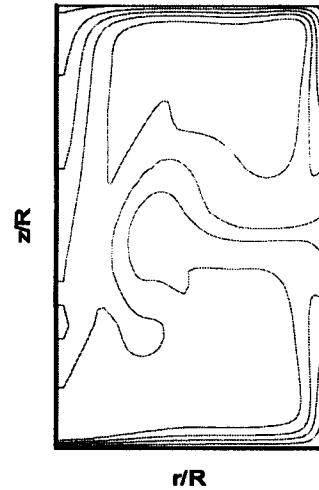


Fig. 7 Plot of isotherm lines for n=3.

불안정성의 강도를 높여감에 따라 수치 실험을 계속하였다. Fig. 5는 n=2인 경우의 유동장의 모습이다. 자오면상의 속도 u와 w를 합성한 벡터의 모습으로 유동장을 묘사하였다. Fig. 4의 n=1인 경우와 유사하게 유동장이 양분됨을 알 수 있다. 그러나 그 양상에 있어서는 측벽을 따

르는 상승유동이 회전하는 밀 원판 부근에서 부력에 의해 왕성해졌음을 알 수 있다.

Fig. 6은 $n=3$ 으로 매우 강한 부력항이 존재하는 경우이다. 이 경우에서도 $n=2$ 인 경우와 유사하게 유동장은 경계층의 흡입 유동에 의해 영향을 받는 영역과 부력에 의해 상승되는 영역으로 구분됨을 알 수 있다. 그러나 유동 분리의 위치는 Fig. 5의 $n=2$ 인 경우 보다 더 경계층 근처로 접근되어져 있다. 그 이유는 부력의 영향이 매개변수 n 에 의해 점차 확대되기 때문이다.

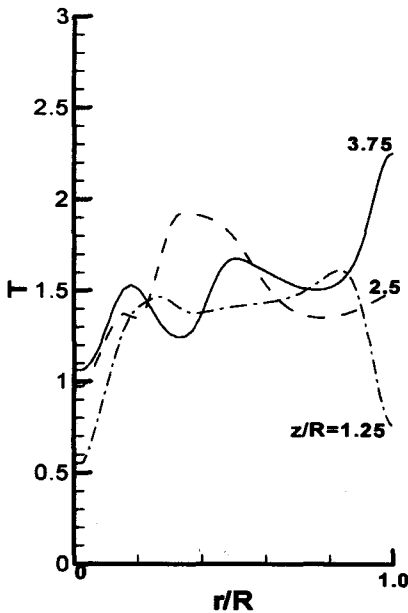


Fig. 8 Radial variations of temperature at several heights for $n=3$; $z/R=1.25$ (dash-dot line), 2.5(dashed line), and 3.75(solid line)

유동장 내의 온도 분포를 확인하기 위해 $n=3.0$ 인 경우에 대해 등온선을 구하였다. 다음의 Fig. 7은 아래 원판의 온도가 위 원판이나 원통 내부의 온도 보다 $3\Delta T$ 만큼 높은 경우이다. Fig.

7에서 무차원 온도 $[(T-T_0)/n\Delta T]$ 의 범위는 3.0 부터 0.1 까지이며 그 범위에 대해 10등분의 등온도 간격으로 온도 분포선을 나타내고 있다. 온도에 대한 경계 조건을 상기하여 온도 분포 모습을 고려하면 밀판 부근의 뜨거운 온도를 가진 유체가 경계층의 흡입 작용에 의해 수직의 측벽 근처로 이동하게 된다. 그러나 이때의 측벽은 선형 온도 분포를 갖고 있으므로 근처의 유체와는 다른 온도를 갖게 된다. 구체적으로 하부 측벽 부근의 유체는 측벽 자체의 온도보다 뜨거우므로 가벼운 밀도를 갖게 되어 상승하고, 반면에 위 원판 부근의 유체는 하강하게 된다. 이러한 온도 관련 유동 구조에 의해 측벽 부근의 온도 분포도 역시 상부의 오목한 모습과 하부의 볼록한 모습을 보이고 있다. 따라서 밀판 근처에서 왕성한 열전달이 발생하리라 예측되며, 측벽의 경우에서도 아래 부분에서 열전달이 크리라 예측될 수 있다. 이러한 예측은 온도 분포도를 통해 결론 되며 그 실체는 평균 열전달 정도를 표현하는 Nusselt 수를 산출하여 도식화 하여 보다 분명하고 정량적으로 확인될 수 있다 (Fig. 9 참조). 실제로 밀판과 원통의 하부 측벽 부근에서는 유체의 온도가 높으며 이 유체는 용기의 오른쪽 하부 구석에서 발생한 시계방향 유동장에 의해 원통의 중심으로 이동하여 다시 회전하는 밀판에 의해 그 밀판 근처로 흡입되어야 하나 유동장의 부력에 의해 그 유동이 제한됨을 알 수 있다. 유사한 관찰이 Fig. 8에서 표시되어 있다. Fig. 8은 Fig. 7

의 온도 분포에서 반경 방향을 따라 고정된 여러 높이 ($z/R=0.25, 0.5, 0.75$) 에서의 온도 변화를 나타낸 것이다. 그 시도는 유동장에 대한 보다 깊은 이해를 제공하기 위해서 이다. 이는 와동 방정식에 포함된 각 항에서 세 가지 무차원 수의 분석을 통해 보다 명확히 알 수 있다. 와도 ($\eta \equiv \partial u / \partial z - \partial w / \partial r$)의 정의로부터 r 및 z 방향 운동량 방정식 (식(1a)와 식 (1c))을 교차 미분한 후 그 차를 구하면 와도 방정식이 구해질 수 있다. 구해진 와도 방정식은 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta}{\partial t} = & -u \left(\frac{\partial \eta}{\partial r} - \frac{\eta}{r} \right) - w \frac{\partial \eta}{\partial z} + 2 \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial z} \\ & + 2\Omega \frac{\partial v}{\partial z} + v \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \eta \right) + \frac{\partial \eta}{\partial z} \right] \\ & - \alpha g \frac{\partial T}{\partial r} \end{aligned} \quad (7)$$

위의 와도 방정식에서 정상 상태의 비점성 영역 (inviscid core region)으로 관심부분을 제한하면 $\alpha g (\partial T / \partial r) \cong 2\Omega (\partial v / \partial z)$ 와 같은 주요 두 항이 평형을 이루는 관계식이 도출된다.

실제로 식(4)는 Pedlosky [11]에 의해 잘 알려진 thermal-wind 관계식이라 불리며, 유동장의 경계층 이외의 부분에서 주 유동속도가 어떻게 경계층 조건에 맞추어 가는지 잘 설명하고 있다. 즉, 점성경계층 이외의 비점성 영역에서는 유체의 회전 속도의 축 방향 구배가 Fig. 8의 온도 변화 분포에서 알 수 있듯이 온도의 반경 방향 변화에 의해 유발됨을 알 수 있다. 물론 이 관계식은 안정하게 성층화된 유동장에서의 두 주요 구동력에 대한 균형을 나타내지만 그 의미에서 있어서 공간적인 온도 구배가 매우 적극적으로 유동

장에 영향을 미칠 수 있음을 잘 설명하고 있다. 또한 Fig. 8은 축 방향 높이에 따른 온도의 반경 방향 구배 모습을 적절히 보이고 있다. 구별된 선의 모습으로 알 수 있는 온도의 반경 방향 구배는 원통의 상부에서 더욱 심화된다. 그 이유는 용기의 위 원판은 정지하고 있으므로 회전 속도의 축 방향 기울기가 더욱 커지기 때문이다.

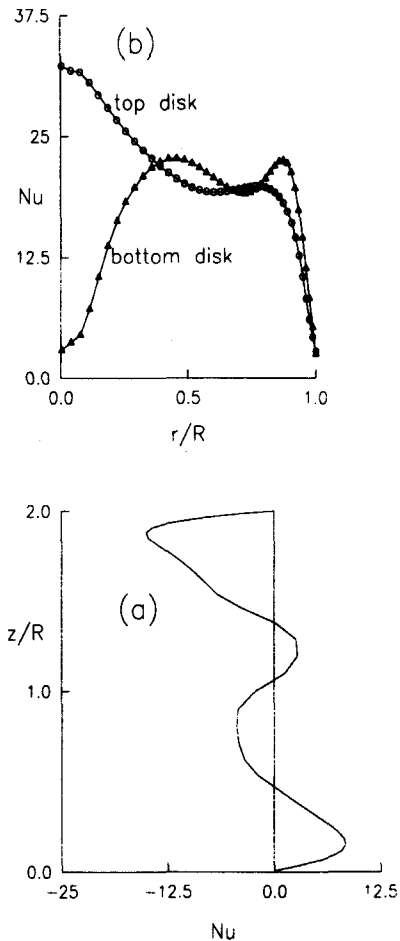


Fig. 9 Variation of Nu for $n=2$ along side walls (a) and endwall disks (b)

본 연구의 결과에 위의 thermal-wind 관계식을 직접 적용하기에는 무리가 따른다. 왜냐하면 본 유동장의 경우에는 Bernard식 대류에 의해 용기의 고체 경계면에서 멀리 떨어진 비점성 영역에서도 매우 큰 속도 구배가 존재하기 때문이다 (Fig. 4-6 참조).

원통의 아래 원판과 측벽이 갖고 있는 고정된 온도가 유동장에 전달하는 에너지의 크기를 정량적으로 산출하기 위해 국부 Nusselt수를 다음의 식 (8)과 같이 정의하였다. 식 (8)에서 정의된 Nusselt수는 물리적으로 양수의 값을 가질 때 유동장으로 에너지가 전달되는 개념으로 설정하였다. 본 연구에서 정의된 Nusselt수는 시스템의 전도열량에 대한 고체 경계면에서의 열 전달량의 비로 정의 되었다. 열전도 계수 k 는 모두 온도에 무관한 일정한 상수로 취급하여 Nusselt수의 크기에는 고체 경계면에서의 온도 구배가 주요하게 영향을 미치는 인자로 취급되게 하였다. 따라서 본 결과에서 Nu수의 절대치는 의미가 없고 단지 대소 및 방향변화의 비교만이 그 의미를 갖는다.

$$Nu = (k \frac{\partial T}{\partial r}) / k(n\Delta T / 2R), \text{ at } r/R=1.0 \quad (8a)$$

$$Nu = (-k \frac{\partial T}{\partial z}) / k(n\Delta T / 2R), \text{ at } z/R=0, 2 \quad (8b)$$

상기의 Fig. 9는 $n=2$ 인 경우의 상하 원판과 측벽에서의 국부 Nu수를 산출한 것이다. Nu수의 정의에서 언급하였듯이 양수(+)의 Nu수는 열전달이 용기 내부로 이루어짐을 의미하며 음수(-)의 Nu수는 그 반대를 의미한다. Fig. 9(a)에서는

용기의 측벽을 따라 국부 Nu수를 산출하였다. 그림에서 알 수 있듯이 온도가 높은 밑 원판 부근에서는 용기 내부의 유체로 활발한 열전달이 이루어 지고 있으며 온도가 낮은 상부 원판 부근에서는 유체로부터의 왕성한 열전달이 이루어지고 있다.

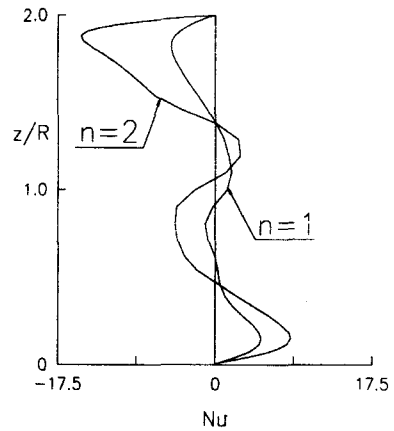


Fig. 10 Comparison of the local Nusselt number along the side wall for $n=2$ and $n=1$.

Fig. 9의 분석에서 흥미로운 사실은 상하 원판으로부터 떨어진 중간 유동 영역에서의 열전달 방향의 변화이다. Nu수가 음수의 의미는 측벽 주변 유체의 온도가 측벽의 온도 보다 높다는 것을 의미하며 이는 열의 전달이 외부로 향함을 의미한다. 이와 상반되는 열전달이 $z/R \approx 1.25$ 부근에서 발생된다. 이는 회전 원판에 의한 유동의 역할이 용기의 중심 부근에서 매우 활발히 이루어지고 있음을 나타낸다. 용기의 측벽을 따르는 Nu수의 이러한 부호의 변화는 안정화된 성층화의 경우에 대한 연구 [5]에서 볼 수 없는 현상이다.

유사한 관찰이 유동의 불안정화 지수 n 에 따른 Nu 수의 비교에서 이루어 졌다. Fig. 10은 불안정화 정도를 나타내는 지수 n 에 따른 국소 Nu 수의 변화를 측벽을 따라서 산출한 것이다. 유동 유체의 n 의 크기에 의해 국소 Nu 수의 부호가 변화 한다. 특이한 사항은 불안정화의 강도가 강화될수록 국소 Nu 수의 절대치의 변화량이 한층 강화된다는 것이다. 이는 유동 불안정화 증감의 방법을 회전하는 아래 원판의 온도 증감으로 선택하였기 때문에 에너지 전달량이 절대적으로 커진 것으로 이해 될 수 있다. 그러나 Fig. 10의 관찰에서 보다 흥미로운 사실은 고온 유체의 전달이 이루어지는 축 높이의 변화이다. 유동장의 불안정화 지수 $n=2$ 인 경우에서의 국소 Nu 수 부호의 음수에서 양수로의 변화는 $z/R=1.06$ 부근에서 발생하나 $n=1$ 인 경우에는 그러한 부호의 변화가 $z/R=0.92$ 부근에서 이루어진다. 이는 부력에 의해 자오면상의 이차 유동 (secondary flow)의 크기가 확대 됨을 의미 한다. 아울러 이차유동이 활발하게 영향을 끼치는 유동장의 범위도 그만큼 넓어진다. 이처럼 본 연구의 유동장에서는 Ekman 경계층에 의한 흡입 작용과 불안정 온도 분포에 의한 부력이 서로 영향을 끼치며 유동장을 형성하고 있음이 설명된다.

4. 결 론

유동의 경계층에서의 흡입 유동과 불안정한 온도 구배를 가진 유동장에서 발생하는 부력에

의한 상승유동이 주요 원동력인 유동장에 대해 불안정화의 강도를 변화 시키면서 유동장의 거동을 수치적으로 표현하였다. 불안정화의 강도를 증대 시키면서 부력 항에 의한 유동장의 변화를 관찰하였다. 그러나 불안정화의 정도는 유동장을 축 대칭 유동으로 유지하기 위한 참고 문헌 [6,7]에서의 임계 Ra 수를 초과할 수 없으므로 제한적인 수치 실험을 수행하였다. 따라서 본 연구에서 제시된 유동장은 불안정한 온도 분포에 의해 발생될 수 있는 불안 요인이 배제된 2차원 기반 유동 (undisturbed basic flow) 이라고 할 수 있다. 유동의 형상은 부력항의 크기를 증대 시키는 성층화의 강도에 따라 두 개의 자오면상의 이차 유동을 생성시킴이 관찰되었다. 또한 그 이차 유동은 성층화가 커질수록 균등한 두 개의 이차 유동으로 구분되며 그 구분의 위치도 성층화가 커짐에 따라 밑 원판 근처로 접근되면서 확대됨을 알 수 있다. 본 연구의 수행은 유동장의 평균유동에 대해서만 유용한 자료를 제공할 수 있다. 왜냐하면 유동의 조건을 유동이 철저하게 축 대칭이 유지되는 임계 유동조건 이내에서만 수치해석을 수행했기 때문이다. 향후의 연구에서 성층화의 정도가 증대되는 경우 3차원 유동 및 난류 영역의 유동을 고려하고자 한다.

후 기

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 공

모과체 연구비에 의하여 연구되었음을 밝히며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- [1] Lundstorm, T., "Void formation and transport in manufacturing of polymer composites," Ph. D. thesis, Luleo university of technology, Luleo (1996).
- [2] Patel, N., and Lee, L., "Effects of fiber mat architecture on void formation and removal in liquid composite molding," *Polymer Composites*, **16** (1995), p. 386.
- [3] Hyun, J. M., et al., "Numerical solutions for spin-up from rest in a cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, **127** (1983), p. 263.
- [4] Kim, J. W., and Hyun, J. M., "Axisymmetric Inertial Oscillations in Transient Rotating Flows in a Cylinder," *ASME J. Fluids Engineering*, **119** (1997), p.167.
- [5] Kim, J. W., and Hyun, J. M., "Buoyant convection driven by and encapsuled spinning disk with axial suction," *AIAA J. Thermophysics and Heat Transfer*, **3** (1989), p. 189.
- [6] Rossby, H. T., "A study of Bernard convection with and without rotation," *Journal of Fluid Mechanics*, **36-2** (1969), p. 309.
- [7] Homsy, G. M., and Hudson, J. L., "Centrifugal convection and its effect on the asymptotic stability of a bounded rotating fluid heated from below," *Journal of Fluid Mechanics*, **48-3** (1971), p. 605.
- [8] Raznjevic, K., *Handbook of Thermodynamic Tables and Charts*, Hemisphere Publishing company, New York, (1976), p. 80.
- [9] Dijkstra, D., and Van Heijst, G. J. F., "The flow between two finite rotating disks enclosed by a cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, **128** (1983), p. 123.
- [10] Bertela, M., and Gori, F., "Laminar flow in a cylindrical container with a rotating cover," *ASME J. Fluids Engineering*, **104** (1982), p. 31.
- [11] Pedlosky, J., "Geophysical fluid dynamics." *Geophysical Fluid Dynamics Lecture Notes*, American Mathematical Society, **17** (1971), p. 1.