

# Circular-to-Rectangular Transition Duct 내부의 3차원 유동장에 관한 연구

조수용<sup>\*1</sup>, 정희택<sup>\*2</sup>, 손호재<sup>\*3</sup>

## Three-Dimensional Numerical Simulation within a Circular-to-Rectangular Transition Duct

S. Y. Cho , H. T. Chung , H. J. Son

Predictive behaviors by the extended  $k-\epsilon$  turbulence model and the standard  $k-\epsilon$  turbulence model are compared. Grid dependency is tested with the H-type grid as well as the O-type grid. Computations have been performed on a circular-to-rectangular transition duct. The Reynolds number is 390,000 based on the bulk velocity at the inlet. The computed axial velocity contours, transverse velocity profiles, static pressure contours, peripheral skin friction coefficient, peripheral wall static pressure distributions and turbulence kinetic energy have been compared with experimental results. The computed results obtained with the extended  $k-\epsilon$  turbulence model show better agreement with experimental results than those obtained with the standard  $k-\epsilon$  turbulence model. Comparing to the computed results obtained with the H-type grid and O-type grid, those with H-type grid seem to agree well with experimental results.

**Key Words:** 2-방정식 모형(Two-Equation Model), 난류유동(Turbulence Flow), 내부유동(Internal Flow), 연결관(Transition Duct), 비압축성유동(Incompressible Flow)

### 1. 서론

유동방향으로 내부유로의 단면에 변화가 있는 관을 transition 관이라고 하며 이러한 형태의 관은 square-to-round, round-to-square, square-to-rectangular 등 다양하다. Transition 관은 공조시스템, 항공기의 추진장치, 터빈의 확산관 등에 이용되어지고 또한 고성능 전투기에서는 엔진의 입구와 출구 시스템에 사용되어지고 있다. 이러한 관을 통하여 흐르는 유동은 유

동방향으로의 유로 변화에 의하여 강한 2차흐름이 발생하고 부분적으로는 박리현상을 초래하여 전체 시스템의 성능을 저하한다.

본 연구에서는 circular-to-rectangular 관에서의 계산을 행하였다. 사각형 단면의 형상은 전투기의 성능을 향상하기 위하여 엔진 출구의 노즐에 많이 사용되어지고 있다. 대표적인 것으로 2차원 convergent-divergent (2D/C-D) 다기능 엔진 노즐이 있다. 이러한 형상은 기존에 적용하던 엔진 출구의 면적 변화 뿐만 아니라 추력의 방향 조절을 위하여 개발하였다[1]. 이러한 노즐을 위하여서는 circular-to-rectangular 형상의 관이 필수적으로 사용되며 가능한 압력 손실을 줄이기 위하여 짧고 균일한 유동을 얻도록

<sup>\*1</sup> <sup>\*2</sup> 경상대학교 항공기부품기술연구센터

<sup>\*3</sup> 거제대학교 기계공학과

하여야 한다.

Patrick and McCormick[2]은 출구에서의 사각형 형상비와 관의 면적이 변하는 길이가 각각 다른 circular-to-rectangular 관에서의 실험을 하였으나 충분한 결과를 얻지 못하였다. 최근에 Reichert et al.[3]에 의하여 유동방향으로 관의 면적이 15% 정도 증가하는 관에서의 유동가시화에 관한 실험을 행하였다. 관 내부에서 면적의 증가로 역구배 압력이 형성되어지나 벽면에서의 유동 박리 현상이 발생되어지지 않음이 관찰되었다. 또한 Davis[4]에 의하여 3차원 유동장에 대한 실험을 행하였다.

Burley et al.[5]에 의하여 수치해석적인 연구가 circular-to-rectangular 관에서 행하여 졌으나 박리가 발생되어지는 영역에서의 유동장은 수치적 확산에 의하여 정확히 파악하지 못하였다. Son[6]은 Baldwin-Barth 모형과 비등방성 난류모형을 사용하여 수치해석적인 연구를 하였으나 관의 출구에서의 유동장은 과 예측 되었다. 이러한 것은 비등방성 난류모형의 적용시 난류 운동에너지의 값을 Baldwin-Barth 모형에 의하여 계산된 값을 적용하는 어려움이 있었다. 본 연구에서는 standard k-ε 난류모형과 extended k-ε 난류모형을 적용하여 계산을 수행하였으며 계산격자를 H형 격자와 O형 격자에 대해 각각 계산한 후 이를 상호 비교하였다.

## 2. 수치해석방법

### 2.1 지배 방정식

비정상 점성 난류유동에 관한 지배방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k u_i) + \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right] = F_i \quad (2) \end{aligned}$$

난류유동 해석을 위해서는 Boussinesq의 와점성 가정을 이용한 2-방정식 모형을 사용하였다. 난류운동에너지(k)와 난류소산율(ε)에 대하여는 standard k-ε 난류모형과 extended

k-ε 난류모형[7]을 적용하였다. Extended k-ε 난류모형은 난류소산율 방정식에 irrotational 항을 포함하도록 하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) = \rho(\theta - \epsilon) \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right) = C_1 \frac{\rho \epsilon}{k} \theta - C_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} + C_3 \frac{\rho}{k} \theta^2 \quad (4) \end{aligned}$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

식(3)-(4)에서의 θ은 난류운동에너지 생성량이다. 적용하고자 하는 난류의 모형에 따라 식(3)-(4)에서의 상수들의 값은 모형에 따라 차이가 발생한다. Standard k-ε 난류모형의 상수값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\epsilon = 1.3, \quad C_1 = 1.44, \\ C_2 = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad C_3 = 0.0 \quad (6) \end{aligned}$$

Extended k-ε 난류모형의 경우는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_k = 0.75, \quad \sigma_\epsilon = 1.15, \quad C_1 = 1.15, \\ C_2 = 1.90, \quad C_\mu = 0.09, \quad C_3 = 0.25 \quad (7) \end{aligned}$$

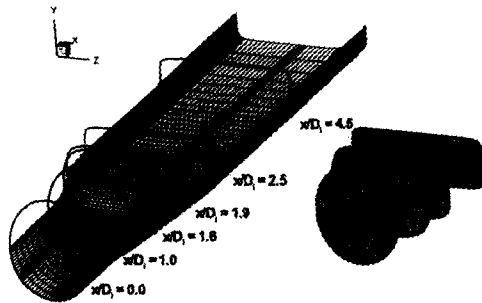
### 2.2 지배방정식의 변환 및 경계조건

계산 영역상의 모든 경계면이 좌표면에 일치하도록 하기 위하여 일반좌표계에 기초한 비직교 경계 밀착 좌표계를 사용하였다. 경계조건으로 유동의 입구에서는 실험 조건에 맞도록 자유 유동이 유입되도록 하였으며, 입구 경계층내에서의 속도 분포는 벽면으로부터 수직 거리에 따라 1/7승의 근사식으로 결정하였다. 입구 경계층내에서의 난류 운동에너지와 난류 소산율을 구하기 위하여 와점성계수는 평판에서의 실험식을 사용하였으며, 난류운동에너지는 실험에서 얻어진 난류강도로부터 구하였으며 난류소산율은 난류강도로부터 구하였다. 출구면에서의 모든 유동변수는 내부유동 영역으로부터 외삽하였으며, 속도는 반복계산과정 동안 입구 유동량과 출구 유동량이 같아지도록 보정하였다. 벽면에서는 벽함수를 사용하여 벽면근처의 격자수를

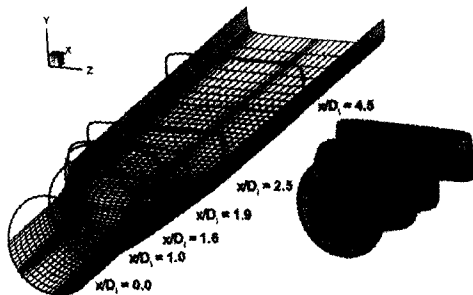
줄였다. 수직면과 수평면에서는 symmetric 조건을 적용하였으며, 특히 O형 격자의 적용으로 발생되어지는 관 중심의 singular 점에서는 주위에서 계산되어진 값들의 평균을 적용하였다.

### 2.3 격자계 생성 및 이산화

H-형의 격자를 사용하게 되면 원형의 관 입구에 임의의 사각형 꼭지점을 설치하여야 한다. 이 경우에 격자에 의하여 발생하는 격자의 비틀림과 복잡한 기하학적 형상을 처리하기 위하여 Steger와 Sorenson[8]에 의해서 개발된 방법을 사용하였다. Poisson 방정식에 경계조건으로 표면 수직조건과 길이를 첨가하여 생성항을 자동적으로 구할 수 있게 하여 격자를 생성하였다. 생성항은 경계면에서의 격자 기울기와 밀집 조건식을 이용하여 구하였으며 꼭지점에서의 수치 해석상 요구되는 격자의 매끄러움과 직교성 등의 성질을 향상하였다. Fig. 1은 본 계산에 사용된 좌표계 및 H형 격자와 O형 격자를 사용한 경우의 격자계를 나타내고 있다.

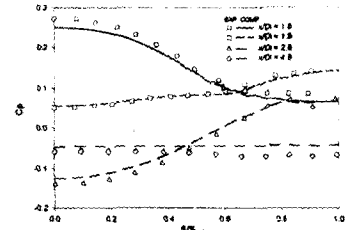


(a) H-type grid (61x20x22)

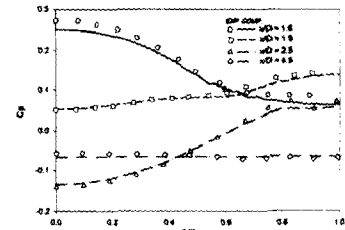


(b) O-type grid (61x24x22)

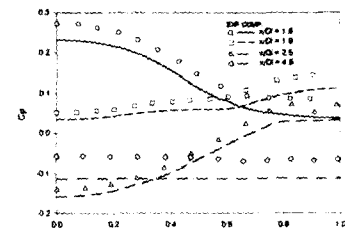
Fig. 1 Circular-to-rectangular duct geometry with H-type and O-type grid



(a) H-grid, extended model



(b) H-grid, standard model

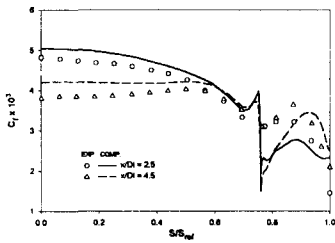


(c) O-grid, standard model

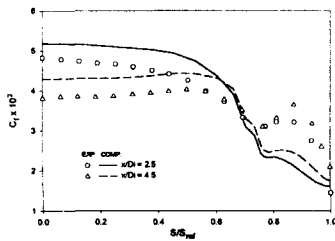
Fig. 2 Comparison of experimental and computed peripheral wall pressure coefficient distributions

비선형 편미분 방정식인 지배 방정식의 해를 구하기 위하여 제어 체적에 대하여 차분화된 후 선형화된 대수 방정식으로 바꾸어 SIMPLE 알고리즘으로 해를 구하였다. 대류항의 모델링에는 정확도를 유지하면서 안정성을 얻기 위하여 2차 중앙차분과 감쇠에 의한 2차 upwind scheme을 사용하였다. 대류항에서 4차의 감쇠항은 중앙차분의 고유한 특성으로 나타나는 진동을 감쇠시키기 위하여 적용하였으며, 지배방정식의 확산항 및 소스항은 2차 중앙차분법으로 이산화 하였다.

SIMPLE 알고리즘에서의 압력 계산은 연속방정식으로부터 압력 보정방정식을 사용한다. 하지만 비엇갈림 격자를 사용할 경우 속도성분의 직접적인 가중 선형보간은 압력과 속도의 진동



(a) H-grid, extended model



(b) O-grid, standard model

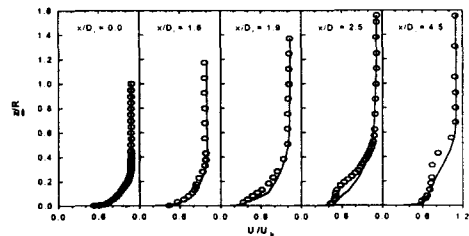
Fig. 3 Comparison of experimental and computed peripheral wall friction coefficient distributions

을 야기한다. 이의 해결로 압력과 속도의 강한 연계를 필요로 한다. 속도-압력의 연계를 위하여 압력 기준의 예상과 다중수정 방법을 적용 [9]하였다. 시간미분항에 대한 차분화는 Crank-Nicholson scheme을 사용하였으며, 이산화된 대수 방정식을 풀기 위하여 반복 ADI 방법을 사용하였다. 해의 수렴 조건으로는 연속방정식과 운동량방정식에 대한 이산화 방정식의 잔류량이 입구 유량 및 운동량의  $10^{-5}$ 이내가 될 때로 하였다.

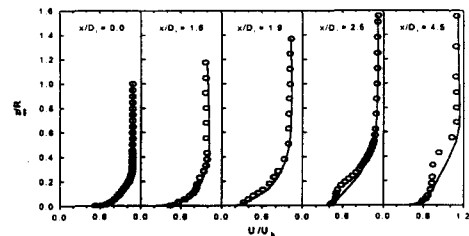
### 3. 계산결과 및 고찰

Fig. 2는 원주방향으로 벽면에서의 정압력 계수  $[C_p = (P_{local} - P_{ref})/Q_{ref}]$ 를 나타내고 있다.  $Q_{ref}$ 는 입구에서의 동압력을 의미한다. 또한 거리(S)의 시작은 수직면에서 시작하여 수평면까지의 원주 방향의 거리를 나타낸다. 계산되어진 관은  $x/D_i = 1$ 에서 원의 형상이 변화하여  $x/D_i = 2.5$ 에서 사각형으로 형상의 변화가 있다. 또한 이 변화는  $x/D_i = 1.7$ 에서 면적이 입구 면적보다 15% 정도 확대되었다가 다시 입구의 면적과 같이 동일하게 줄어들게 된다. 따라서  $x/D_i = 1.6$ 에서는 최대

의 면적에 의하여 압력이 최대가 되어진다. 하지만 관성력의 영향을 많이 받게되는 위부분에서 최대압력이 발생되어지고 면적의 변화가 마무리되어지는  $x/D_i = 2.5$ 에서는 곡관의 형태에서 처럼 최대의 속도를 갖게 됨으로 최저의 압력을 얻게된다. 반면 수평면의 부분은 면적의 증가에 의하여 압력이 증가 되었다가 수평방향으로의 면적 증가율이 감소하는 영역에서 최대압력으로 증가 후 감소하는 형태를 얻게된다. 관의 출구에서의 표면 정압력 계수는 standard  $k-\epsilon$  난류 모형을 사용하여 얻은 결과가 extended  $k-\epsilon$  난류 모형을 사용한 결과보다는 실험의 결과와 잘 일치함을 알 수 있었다. O형 격자를 사용하여 계산되어진 결과는 H형 격자를 사용하여 계산되어진 결과보다는 저 예측된 결과를 얻게 되었다. 이는 사각형 형상의 경우에는 H형 격자보다 잘 일치함을 알 수 있으며 관 입구에서의 원형에 의한 영향이 격자에 미치는 영향은 미소함을 알 수 있다.



(a) H-grid, extended model

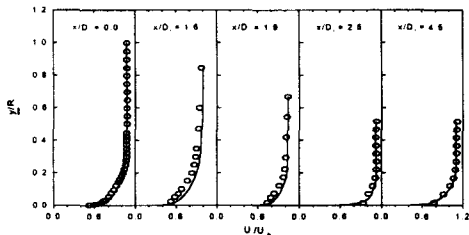


(b) O-grid, standard model

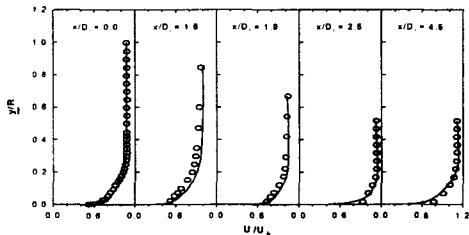
Fig. 4 Comparison of experimental and computed axial velocities normal to the side wall

Fig. 3은 벽면을 따라 벽면마찰계수  $[C_f = \tau_{wall}/Q_{ref}]$ 의 변화를 나타내고 있다. H형의 격자를 사용한 경우에 벽면의 구석 부분에 발생되어진 격자의 비틀림으로 말미암아 속도의 값이 과 예

측되어져 불연속의 현상이 나타나고 있음을 알 수 있다. 이 영역에 많은 격자를 사용하여 가능한 격자의 영향을 최소화 하였다. 따라서 코너 부분을 지나서 부터는 이러한 영향이 줄어들었음을 알 수 있으며 실험의 경향과 잘 일치함을 알 수 있다. 압력과는 달리 속도의 분포는 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용하여 얻은 결과가 standard  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과보다는 실험의 결과와 잘 일치함을 알 수 있으며 O형 격자를 사용하여 계산되어진 결과는 수직면에서의 속도예측이 저 예측 되었음을 알 수 있다. 하지만 O형 격자를 사용하여 계산되어진 결과는 불연속의 현상이 발생되어지지 않는 매끈한 속도 분포를 보여주고 있다.



(a) H-grid, extended model



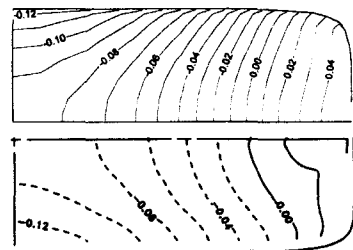
(b) O-grid, standard model

Fig. 5 Comparison of experimental and computed axial velocities normal to the horizontal wall

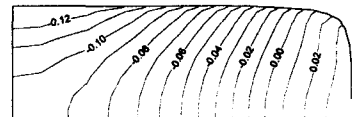
Fig. 4는 수직한 면에서부터 수평면을 따라 속도의 변화를 예측한 결과이다. H형 격자를 사용한 결과는 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과보다 나은 결과를 얻었으나 그 차이는 그리 크지 않았다. 반면 O형 격자에 의하여 예측한 결과는 H형 격자에 의하여 예측된 결과보다는 저 예측 되어 있음을 알 수 있다. Son[6]에 의하여 사용된 난류 모형의 결과는 과 예측 되어져 속도의 분

포에 많은 변화를 초래하였으나 본 연구의 결과가 속도변화를 잘 예측하고 있음을 알 수 있다.

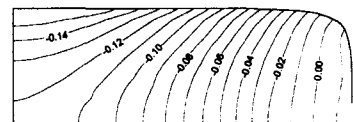
Fig. 5는 수평면에서부터 수직한 방향으로의 속도변화를 예측한 결과이다. Fig. 4에서의 결과와 마찬가지로 H형 격자를 사용하여 계산한 결과는 그 차이가 크지 않으나 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용하여 계산된 결과가 standard  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과보다는 약간 정확한 예측이 이루어졌다. O형 격자를 사용하여 계산한 결과는 출구쪽으로 가면서 속도의 분포가 복잡하여지므로 격자의 영향에 의하여 다소 저 예측 되었음을 알 수 있었다.



(a) H-grid, extended model



(b) H-grid, standard model



(c) O-grid, standard model

Fig. 6 Comparison of experimental and computed static pressure contours at  $x/D_1 = 4.5$

Fig. 6은  $x/D_1=4.5$ 에서의 정압력의 분포를 나타내고 있다. Fig. 6(a)에서 위면은 계산된 결과를 나타내고 아래면은 실험의 결과를 나타내고 있다. Fig. 2에서 보여주었던 벽면에서의 압력분포와 마찬가지로 H형 격자에 의한 결과는 O형 격자를 사용한 결과보다 전체적으로 정확히 예

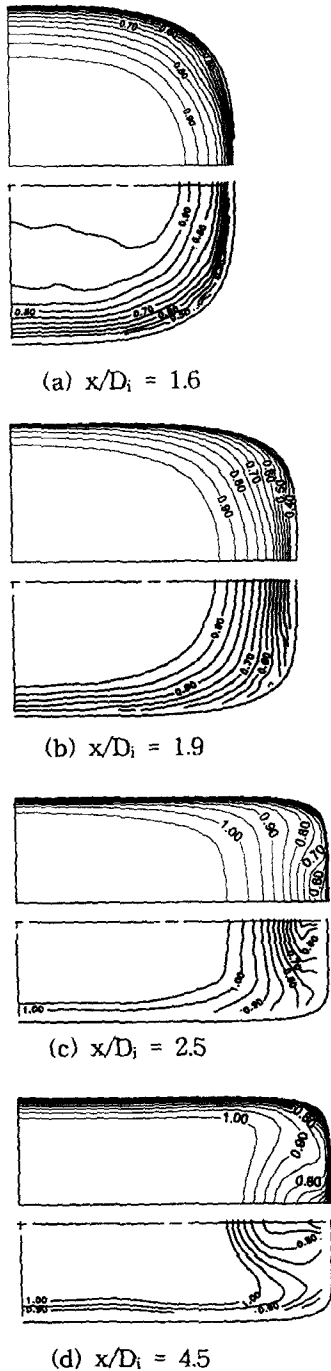


Fig. 7 Comparison of experimental and computed axial velocity contours with H-grid and extended  $k-\epsilon$  turbulence model along the streamwise

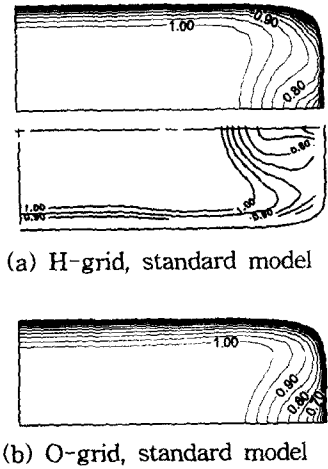


Fig. 8 Comparison of experimental and computed axial velocity contours at  $x/D_i=4.5$

측하고 있으며 실험의 결과와 비교적 잘 일치하는 경향을 보여주고 있다. 수평면 근처에서 압력의 저하는 수직방향으로 관의 축소에 의하여 속도가 증가하여 발생되었으며 반면 수직면에서의 압력의 증가는 반대 현상에 의하여 발생되어지고 있다. H형 격자의 결과에서 전체 내부의 정압력 분포는 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용하여 계산한 결과가 실험의 결과에 잘 일치하고 있으며 단지 수평면의 벽면에서부터의 원주방향으로의 벽면에서의 정압력 분포는 standard  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과가 보다 정확히 모사를 하고 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 Fig. 2 에서 나타낸 결과와 일치되고 있다. O형 격자를 사용한 경우는 수평면의 영역에서 낮은 압력분포를 보여주고 있다. 이러한 현상은 사각형 형상에서 O형 격자를 사용하여 발생된 결과이다.

Fig. 7 과 Fig. 8 은 유동방향을 따라 유동방향의 속도 분포를 나타내고 있으며 위부분은 계산된 결과를 나타내며 아래 부분은 실험의 결과를 나타내어 비교하고 있다. Fig. 7 은 H형 격자를 사용하고 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과를 나타내고 있다. 출구로 가면서 수직면에 형성되어진 와류의 영향에 의하여 낮은 에너지를 가진 유동이 충분히 수평면을 따라 크지 못하였음을 알 수 있다. 즉 와점성 강도가 높게

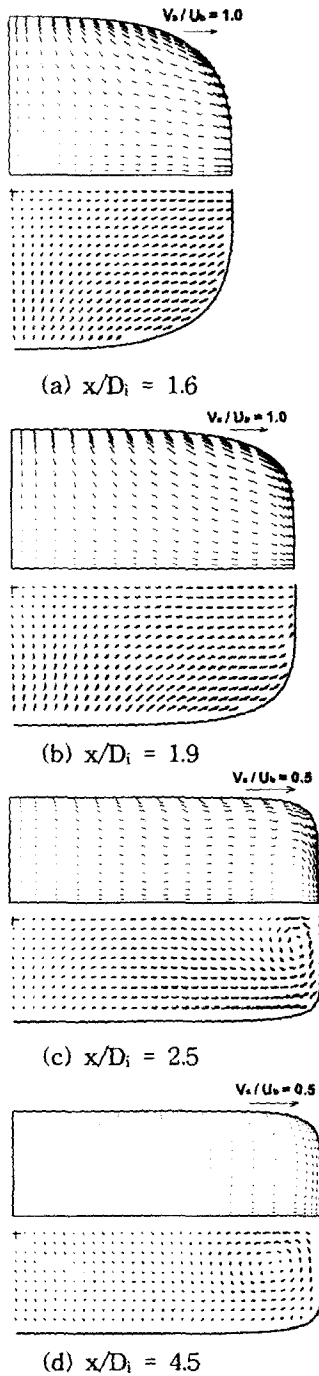


Fig. 9 Comparison of experimental and computed transverse velocity contours with H-grid and extended  $k-\epsilon$  turbulence model along the streamwise

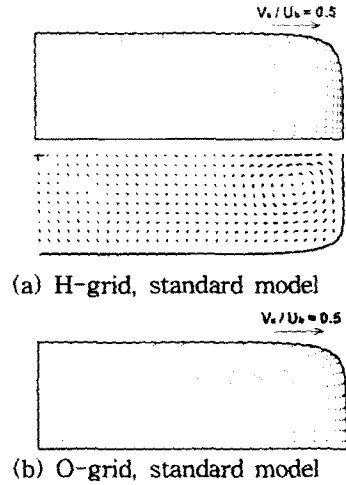


Fig. 10 Comparison of experimental and computed transverse velocity contours at  $x/D_i=4.5$

예측 되어짐으로 2차유동의 현상을 다소 낮게 예측하였음을 알 수 있다. 전체적으로 유동방향의 속도분포 값은 실험과 일치하는 경향을 가지고 있음을 알 수 있다. 난류모형과 격자의 영향에 의한 차이는 Fig. 8에서 보여주고 있다. 관의 출구부분에서의 계산결과는 H형 격자를 사용하고 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과가 가장 잘 실험의 결과와 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9와 Fig. 10은 유동방향을 따라서 수직한 단면에서의 2차유동의 현상을 나타내고 있다. 앞서와 마찬가지로 실험의 결과와 비교되어지고 있다. Fig. 9는 H형 격자를 사용한 extended  $k-\epsilon$  난류모형을 사용하여 계산되어진 결과를 나타내고 있다. 윗부분의 수평면의 수직거리가 축소되어지면서 앞부분의 속도가 옆부분의 수직면 방향으로 이동되어지는 2차유동 현상을 나타내고 있다. 이러한 유동은 출구로 향하면서 수직면을 따라 가운데로 이동하는 유동을 만들게 되고 symmetric 경계면에서 수직한 벽면에서부터 중심방향으로 나아가게 하는 2차유동의 현상을 만들게 된다. 이러한 2차유동은 벽면으로부터 와류를 형성하여 유동방향을 따라 중앙으로 확산되어진다. 유동방향으로 나아가면서 낮은 에너지의 와류는 점차적으로 높은 에너지의 경계

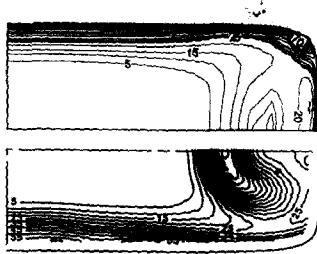


Fig. 11 Comparison of experimental and computed turbulence kinetic energy ( $k/U_b \times 10^4$ ) with H-grid and extended  $k-\epsilon$  turbulence model at  $x/D_i = 4.5$

층 밖의 유동과 상호작용에 의하여 와류의 강도는 점차적으로 쇠약하여지게 된다. 앞서 언급한 바와 같이 와류의 강도는 다소 적게 예측되었으며 H형 격자에 의한 예측이 O형 격자를 사용하여 얻어진 결과보다는 실험의 결과와 잘 일치하고 있으며 extended  $k-\epsilon$  난류모형에 의한 결과가 실험에 가장 잘 일치함을 Fig. 9 와 10에서 보여주고 있다.

Fig. 11은 출구에서의 난류운동에너지를 나타내고 있다. 2차유동에 의한 와류가 충분히 발달하지 못하여 난류운동에너지의 코어가 계산의 결과는 벽면에 가까이 있음을 알 수 있다. 실험과의 비교도 H형 격자에 의한 extended  $k-\epsilon$  난류모형의 결과가 가장 잘 일치한다 이는 앞서 계산되어진 내용과 일치하고 있다.

#### 4. 결 론

관의 뒷부분이 사각형으로 변화되어지므로 O형 격자보다는 H형 격자에 의하여 계산되어진 결과가 실험의 결과와 잘 일치된 결과를 나타내고 있음을 알 수 있었다. H형 격자를 사용하고 난류모형에 따른 결과는 extended  $k-\epsilon$  난류모형에 의하여 예측한 결과가 standard  $k-\epsilon$  난류모형을 사용한 결과 보다도 실험의 결과에 잘 일치하는 결과를 얻었다. 이러한 계산의 결과에서 기존에 연구되어진 Baldwin-Barth 모형이나 고차 난류 모형에 비하여 보다 현상을 잘 묘사하고 있으며 단지 와류에 의한 2차유동의 현상을 저 예측하였다. 따라서 선택된 난류 모형에

의하여 난류강도의 예측에 차이가 발생되므로 정확한 난류 모형에 대한 연구 외에도 격자와 고차의 수치기법에 대한 연구가 필요하다.

#### 참고문헌

- [1] Stevens, H.L., Thayer, E.B. and Fullerton, J.F., "Development of the Multi-Function 2-D/C-D Nozzle," AIAA 81-1491 (1981)
- [2] Patrick, W.P. and McCormick, D.C., "Circular-to-Rectangular Duct Flows: A Benchmark Experimental Study," SAE Technical Paper 871776 (1987)
- [3] Reichert, B.A., Hingst, W.R., and Okiishi, T.H., "An Experimental Comparison of Non-swirling and Swirling Flow in a Circular-to-Rectangular Transition Duct," AIAA Paper 91-0342 (1991)
- [4] Davis, D.O., "Experimental Investigation of Turbulent Flow Through a Circular-to-Rectangular Transition Duct," NASA TM 105210 (1991)
- [5] Burley II, J.R., Bangert, L.S. and Carlson, J.R., "Investigation of Circular-to-Rectangular Transition Ducts for High-Aspect ratio Nonaxisymmetric Nozzles," NASA-TP-2534 (1986)
- [6] Son, H.J. "Comparison of High-Order Turbulence Modeling for Internal Flows in Curved Ducts," Ph.D thesis MSU (1996)
- [7] Chen, Y.S., and Kim, S.W., "Computation of Turbulent Flows using a Extended  $k-\epsilon$  Turbulence Closure Model," NASA CR-179204 (1987)
- [8] Steger, J.L., and Sorenson, R.L., "Automatic Mesh-Point Clustering Near a Boundary in Grid Generation with Elliptic Partial Differential Equations," *J. Computational Physics*, Vol. 33, pp.405-410 (1979)
- [9] Chen, Y.S., "3-D Stator-Rotor Interaction of the SSME," AIAA Paper 88-3095, AIAA/ASME/SAE/USEE 24th Joint Propulsion Conference (1988)