韓國經營科學會誌
第23卷 第4號
1998年 12月

유연생산시스템에서 절삭공구 비용절감을 위한 가공시간과 팰릿배분의 최적화*

김 정 섭**

Saving Tool Cost in Flexible Manufacturing Systems: Joint Optimization of Processing Times and Pallet Allocation*

Jeongseob Kim**

■ Abstract ■

We address the problem of determining the optimal processing times and pallet/fixture allocation in Flexible Manufacturing Systems in order to minimize tool cost while meeting throughput targets of multiple part types. The problem is formulated as a nonlinear program superimposed on a closed queueing network of the FMSs under consideration. A numerical example reveals the potential of our approach for significant cost saving. We argue that our model can be integrated into the process planning system of an FMS to generate efficient process plans quickly.

1. 서 론

유연생산시스템(Flexible Manufacturing System, FMS)은 수치제어기계(NC), 운반장치(Material Handling System, MHS), 자동보관장치(Automatic Storage/Retrieval System, AS/RS) 등을 컴퓨터를 이용하여 제어하는 고도의 통합생산시스템으로서 여러 부품을 동시에 가공할 수 있다. 유연생산시스템을 구성하고 있는 다기능 하드웨어와 고도의 소프터웨어를 적절히 활용함으로써 고투자수익, 고재고회전, 고품질, 짧은 리드타임, 공장면적의 절감, 직접노무비의 절감, 생산요구의 변동에

* 이 논문은 1997년도 대구대학교 학술연구비 지원에 의한 논문임.
** 대구대학교 경영학과

신속한 반응, 새로운 모델도입의 용이성 등 많은 이점을 볼 수 있다 [Merchant (1983), Jaikumar (1986), Palframan (1987), Swamidass (1992, 1994)]. 하지만, 유연생산시스템은 도입비용이 높고[1] 고도의 통합시스템이므로 걸맞는 운영시스템을 필요로 한다 [Buzacott and Shanthikumar (1993) Chapter 9, Seidmann (1993)].

유연생산시스템은 그 구성요소들이 자동화되어 있으며 자본집약적이어서 일단 설치되고 나면 운영비용 중 고정비 비중이 매우 높다. 하지만 이것이 변동비의 절감을 등한시하는 이유가 되어서는 안된다. 유연생산시스템의 비용 중 변동비 성격이 강한 것으로 치구(fixtures)와 절삭공구(cutting tools) 비용을 들 수 있다 [Ayres (1988)]. 단단한 금속을 가공할 때 절삭공구의 수명과 비용이 가공속도에 매우 민감한 것은 널리 알려져 있다 [Drozda와 Wick (1983)]. 예를 들면, Taylor (1907)는 공구수명과 절삭속도에 다음과 같은 공식이 성립함을 실험적으로 보이고 있다. (n은 절삭공구의 재질에 따른 양의 상수임.)

$$\text{공구수명} = \left(\frac{\text{상수}}{\text{절삭속도}}\right)^n$$

공구의 재질에 따라 다르긴 하지만 일반적으로 절삭속도를 10% 증가시키면 공구의 수명이 50%이상 단축됨이 알려져 있다 [신현명(1998)]. 기계공작에서 가공시간과 가공조건의 경제적 설정은 제조공학(Manufacturing Engineering)의 고전적 문제이다. 이 분야의 기존 연구들은 단일 제품을 가공하는 단일 기계에 중점을 두었든지 [Chang 외 (1982), Primrose와 Leonard (1986), Boucher (1987)], 다단계 흐름공정 (multistage flow shops)을 그 대상으로 하고 있으며 [Hitomi 외 (1989), Koulamas 외 (1987)] 유연생산공정에서의 최소비용 가공시간 설정문제는 연구가 매우 드물다 [Kouvelis (1992)].

팔렛이나 치구는 중요한 자원이며 적절히 배분되어야 한다. 예를 들어, 두 제품 A와 B를 팔렛에 고정 시키는 데 세 가지 치구가 필요하다고 하자. A는 치구 1과 2를 필요로 하고 B는 치구 2와 3을 필요로 한다고 하면 제한된 숫자의 치구 2는 제품 A와 B사이에 적절히 배분되어야 한다. 이는 앞에서도 언급한 바와 같이 A와 B의 상대적 생산량에 영향을 미쳐 주어진 제품별 생산목표달성에 영향을 미치기 때문이다. 각 공작물은 치구들을 이용하여 팔렛에 고정된 상태로 생산 경로에 따라 각 공작기계를 방문하면서 가공되기 때문에 공작물 당 팔렛과 치구가 한 조로서 배정된다고 볼 수 있다. 다시 말하면, 팔렛 한 개당 팔렛-치구들 한 조가 대응 되므로, 팔렛과 치구의 배분은 각 제품별로 배정할 팔렛의 숫자를 결정하는 것과 이론적으로 동일하다.

유연생산시스템에서 일정 기간 동안(예를 들어 1 주간)의 생산계획을 수립함에 있어서 일단 생산할 제품들이 결정되면 생산목표를 달성하기 위하여 생산경로(part routing) 선정, 팔렛배분(pallet allocation), 절삭공구의 선택, 가공시간의 설정 등 제반에 관하여 의사 결정을 하여야 한다. 팔렛배분을 조정해가면서 생산경로및 가공시간이 포함된 Part-program의 정보에 따라 시뮬레이션을 통하여 생산목표를 달성할 수 있을지 판정할 수 있다. 만약 기존의 Part-program하에서 생산목표를 달성할 수 없는 것으로 판정되면 생산경로나 팔렛배분을 바꾸어 본다든지 가공시간을 조정함으로써 생산목표를 달성하려고 시도할 수 있다. 하지만 대안이 무수히 많고 대안의 비교는 시뮬레이션을 다시 수행하여야만 가능하다. 다시 말하여 시행착오적으로 가능해를 탐색하는 것이다. 달성 가능한 해를 찾았을 경우라 할 지라도 공구비용을 최소화 할

1) 전형적인 일괄 수주(turn-key)형태의 경우 $4~$30백만 정도임 [Koelsch (1992)]

수 있도록 결정된 것이 아니다.

유연생산시스템에서 절삭공구의 비용이 상당하다는 사실에 입각하여 생산목표를 달성하면서 공구비용을 절감하는 것은 매우 의미 있는 시도이다 [Scheweitzer와 Seidmann (1991)]. 유연생산시스템에서 여러 가지 제품을 동시에 생산할 경우 각 제품의 타 제품에 대한 상대적 생산량은 각 제품의 생산경로, 가공시간, 그리고 전 제품에 배정된 팔렛의 총 수 대비 그 제품에 배정된 팔렛의 수에 영향을 받게 된다. 본 연구에서는 제품의 생산량에 영향을 미치는 가공시간과 팔렛의 배분을 동시에 적절히 결정함으로써 제품별 생산 목표를 달성하면서 공구비용을 최소화하는 방법을 모색한다. 수리계획법을 이용한 유연생산시스템에 관한 대부분의 연구는 가공시간이 상수인 것처럼 취급하고 있으나 사실은 절삭공구 자체와 공작물의 경도와 같은 물리적 성질에 관한 공학적 근거에 의한 일정한 범위 내에서 설정하는 것이다. 이러한 범위는 대개 공구 생산자들이 제공한다.

Schweitzer 와 Seidmann (1991)는 유연생산시스템의 대기행렬적 성격을 고려하여 가공시간을 처음으로 결정변수로 취급하였다. 그들은 유연생산시스템이 단일 제품을 생산하는 것으로 가정하였다. 그들은 종래의 단일기계에서의 가공시간 최적화 방법을 이용하는 것보다 기계들간의 상호작용을 고려한 자신들의 방법이 훨씬 더 우수한 결과를 줄 수 있음을 보였다. Askin과 Krisht (1991)은 대기행렬망(Queueing Network)으로 모형화할 경우 승법형(product-form)을 따르는 유연생산시스템에서 단일 제품을 생산할 때 공정재고와 가공시간을 적절히 조정하여 비용을 최소화하는 문제를 다루었다. 하지만 이러한 단일 제품 모형은 여러 제품을 생산하는 경우에 바로 적용할 수 없다. 이유는 제한된 자원을 여러 가지 제품이 서로 사용하려고 경쟁하기 때문에 제품간 및 자원간 상호연결성이 매우 복잡해지기 때문이다(highly coupled system). 예를 들어 다품종 생산의 경우 승법형 대기행렬망은 일반적으로 성립하지 않는다. Kim 외(1994, 1996)는 Scheweitzer와 Seidmann(1991)을 확장하여 복수 제품을 생산하는 유연생산시스템에서 미리 정해진 일정 생산기간 동안의 생산목표를 달성하면서 미리 정해진 생산경로 상의 각 공작기계에서 공구비용을 최소화하기 위하여 각 공작물의 가공시간을 결정하는 문제를 다루었다. 본 연구는 한 걸음 더 나아가 가공시간과 각 제품에 배분할 팔렛의 수를 동시에 결정변수로 하여 공구비용을 최소화하는 것을 목표로 한다.

유연생산시스템 연구에서 큰 어려움 중의 한가지는 여러 가지 설계 및 운영상의 결정이 성과(performance)에 미치는 영향을 보여주는 단일수식(closed form expression)이 없다는 것이다. 하지만, 주어진 프로세스 플랜하에서 생산량(throughput)을 반복적(iterative) 계산에 의하여 구할 수 있는 폐대기행렬망모형(Closed Queueing Network Model)은 몇 가지 있다 [Kim 외 (1995), Seidmann 외 (1987), 그리고 이들에 소개된 참고문헌]. 이 연구에서는 Kim외 (1995)를 이용하여 유연생산시스템을 폐대기행렬망으로 모형화하여 가공시간및 팔렛배분과 생산량과의 관계를 일련의 비선형방정식으로 나타낸다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서는 연구의 대상이 되는 유연생산시스템의 운영특성을 간략히 기술하고 문제를 정의한다. 제 3절에서는 전 절에서 정의된 문제를 폐대기행렬망에서의 비선형최적화 문제로 모형화한다. 한 수치 예제를 통하여 이 모형을 이용하면 상당한 비용절감을 이룰 수 있음을 제 4절에서 보인다. 마지막 절은 연구의 결론이며 향후의 응용 가능성을 논한다.

2. 문제의 정의

본 연구에서 대상으로 하고 있는 유연생산시스

템은 지수(index) $i=1, 2,...,M$으로 표시 되는 M 워크스테이션들로 구성되어 있다. 편의상 Load/Unload스테이션(L/UL)과 운반장치(material handling system: MHS)도 워크스테이션으로 간주하며 각각 지수 1 과 M으로 식별한다. 각 워크스테이션은 선착순(First-Come-First-Serve: FCFS) 서비스 원칙을 따르는 단일 서버이거나 무한서버(ample server: AS)인 것으로 가정한다. 팔렛 대기공간이 충분하여 폐쇄(blocking)는 일어나지 않으며 모든 워크스테이션은 고장이 일어나지 않는 것으로 가정한다. FCFS 워크스테이션들과 AS워크스테이션들을 표시하기 위하여 기호 F 와 A 를 사용한다. 즉, $i \in F$는 워크스테이션 i가 FCFS 서버임을 나타낸다.

대상 유연생산시스템은 지수 $r=1, 2,..R$로 표시되는 R부품을 생산한다.[2)] 부품 r의 각 공작물은 L/UL에서 팔렛에 고정된 다음 생산경로 상의 워크스테이션 i를 V_{ri}회 방문하며 매 방문마다 S_{ri} 단위 시간 동안 해당 가공작업을 받고 마지막에 L/UL로 돌아와서 팔렛으로부터 분리된다. 이 때 워크스테이션 i 가 FCFS 서버이면 평균적으로 Z_{ri} 단위 시간 동안 기다린다. 공작물의 가공 완성으로 한 팔렛이 비면 즉시 동일한 부품의 새로운 공작물을 올려서 고정한 후 경로에 따라서 가공을 하게된다. 따라서, 각 부품에 배정된 팔렛의 수 (K_r)는 주어진 생산기간(horizon)동안 일정하게 유지된다. 본 연구의 목적은 각 부품의 주어진 생산목표를 달성하면서 공구비용을 최소화하는 가공시간 S_{ri}과 팔렛의 수 K_r을 결정하는 것이다. 각 부품 r의 목표 생산량을 생산기간으로 나눈 단위 시간 당 생산량을 Λ_r로 표기하고 이를 생산목표로 사용한다. 공작물과 절삭공구의 재료적 성질과 공학적 이유로 가능한 가공시간은 다음과 같이 일정한 범위가 있으며 [Drozda (1983)] 이는 통상 절삭공구 생산자들이 제공한다.

$$0 < S_{ri}^{-} \le S_{ri} \le S_{ri}^{+}$$

기계가공은 날카로운 절삭공구를 이용하여 공작물의 일부를 깎아 제거함으로써 원하는 모양의 부품을 생산한다. 절삭 시 가해지는 힘이나 생겨나는 마찰과 열로 인하여 공구는 마모하며 이에 따른 공구 수명의 단축이나 연마(calibration) 등은 비용을 수반하게 된다. 부품 r을 워크스테이션 i에서 S_{ri} 단위 시간 동안 가공할 경우에 발생하는 공구비용 함수를 알고 있으며 다음을 만족한다고 가정한다.

$$0 < g_{ri}(S_{ri}), \quad \frac{dg_{ri}(S_{ri})}{dS_{ri}} \le 0, \quad \frac{d^2 g_{ri}(S_{ri})}{dS_{ri}^2} > 0.$$

이 조건은 가공 속도를 올릴 경우 비용이 가속적으로 증가함을 의미하며 매우 현실적이다. (앞에서 소개한 Taylor의 공구수명에 대한 실험공식과 일관성을 가진다.)

가용 치구나 팔렛의 수와 부품의 모양에 의하여 팔렛과 치구의 배분에는 다음과 같은 제약식이 따른다.

$$\sum_{r \in C(k)} K_r \le b_k, \qquad k = 1, \cdots, n_c \tag{2.1}$$

$$1 \le k_r \le K_r^{+}, \qquad r = 1, \cdots, R \tag{2.2}$$

단,

n_c = 치구 공유제약식의 수

K_r^{+} = 부품 r에 할당될 수 있는 팔렛의 상한, $r=1,...,R$.

$C(k)$ = k번째 치구 공유제약식에 관련된 부품들의 집합, $k=1,...,n_c$.

여기서 b_k는 상수로서 어떤 치구의 가용량을 나타낸다. 예를 들어, 어떤 치구가 12조 있고 부품 1과

2) 일반적으로 FMS에서 가공하는 것은 다른 제품의 부품인 경우가 대부분이므로 제품 대신 부품이라는 용어를 쓰도록 한다.

3을 고정하는 데 이 치구가 각각 한 조씩 필요한 경우 이를 k번째 치구 공유제약식으로 나타내면 $K_1 + K_3 \leq 12$이 되며 $C(k)$는 {1,3} 이고 b_k는 12이다.

기호 λ_{ri}로 부품 r이 단위시간당 워크스테이션 i를 방문한 회수로 표시하자. 그러면 식

$$\lambda_{ri} g_{ri}(S_{ri}) \tag{2.3}$$

은 부품 r을 생산하기 위하여 단위 시간당 발생하는 공구비용을 나타낸다. 하지만 식 (2.3)에 쓰인 λ_{ri}는 결정변수 $\boldsymbol{S}$와 $\boldsymbol{K}$의 알려진 함수로 표시할 수 없으므로 여전히 미지의 값이다. 이들 변수들 사이의 관계는 부록 A에 소개된 비선형 연립방정식 (A.1)-(A.6)에 의하여 근사화될 수 있다. 식 (A.1)-(A.6)는 유연생산시스템을 평균치분석(Mean Value Analysis)에 의한 폐대기행렬망(Closed Queueing Network)으로 모형화한 것이다. 이 모형의 풀이와 정확성 분석은 Kim외 (1995)에 있다.

3. 공구비용 최소화 모형

일정 생산기간 동안에 생산하여야 할 목표생산량을 달성하면서 단위 시간당 공구비용을 최소화하는 가공시간과 팔렛배분을 결정하는 문제는 다음과 같은 비선형계획(Nonlinear Programming) 문제로 수립될 수 있다.

NLP1:

$$\underset{\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{K}}{\text{minimize}} \left\{ f(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{S}, \boldsymbol{K}) \equiv \sum_{r=1}^{R} \sum_{i=1}^{M} \lambda_{ri} g_{ri}(S_{ri}) \right\} \tag{3.1}$$

subject to:

$$K_r = \lambda_r \left(\sum_{i=1}^{M} V_{ri} S_{ri} + \sum_{i \in F} V_{ri} Z_{ri}(\lambda, S_i, K) \right) \qquad 1 \leq r \leq R \tag{3.2}$$

$$\lambda_r = \Lambda_r, \qquad 1 \leq r \leq R \tag{3.3}$$

$$\sum_{r=1}^{R} \lambda_r V_{ri} S_{ri} \leq 1, \qquad \forall i \in F \tag{3.4}$$

$$S_{ri}^- \leq S_{ri} \leq S_{ri}^+, \ 1 \leq r \leq R, \ 1 \leq i \leq M \tag{3.5}$$

$$\sum_{r \in C(k)} K_r \leq b_k, \qquad k = 1, \cdots, n_c \tag{3.6}$$

$$1 \leq K_r \leq K_r^+ \qquad 1 \leq r \leq R \tag{3.7}$$

제약식 (3.2)는 제 2절에서 기술된 유연생산시스템을 폐대기행렬망으로 모형화하였을 때 단위 시간당 생산량 λ와 의사결정변수 $\boldsymbol{S}$및 $\boldsymbol{K}$와의 관계를 나타낸다 [부록 A 참조]. 이 식에서 S_i는 $\{S_{ri} | r=1,...,R;\ V_{ri} > 0\}$를 나타낸다. 식 (3.3)은 최적 가공시간과 최적 팔렛배분하에서의 각 부품 r의 단위 시간당 생산량 λ_r이 단위시간당 목표생산량 Λ_r과 일치하여야 함을 의미한다. 식 (3.4)는 FCFS 워크스테이션의 이용률(utilization)이 1을 넘어서는 안됨을 나타낸다. (폐대기행렬망에서 100% 이용률이 반드시 시스템의 불안정을 의미하는 것은 아니다.) 식 (3.5-3.7)은 제 2절에서 설명된 바와 같다.

팔렛은 정수이지만 이 최적화 모형에서 실수로 간주한다. 이는 다음 절에서 보이겠지만 실수(real number) 최적해를 구한 다음 인접한 정수벡터로 고정한 다음 가공시간에 대해서만 최적화를 했을 때 거의 문제를 야기하지 않음이 여러 가지 예제에서 나타났기 때문이다. 생산경로의 구성과 부품들의 상대적 생산목표 등에 따라 달라질 수 있기 때문이다. 안전한 방법으로는 실수 최적팔렛배분의 인접 정수(integer) 팔렛배분에 대하여 가공시간만의 최적화를 한 후 먼저 구해진 이론상 최소공구비용과의 차이가 만족할 만큼 작을 때까지 실수 최적팔렛배분 주위를 탐색해 볼 수 있다.

식 (3.3)을 이용하여 식 (3.2)를 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$H_r(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{K}) = \frac{\Lambda_r}{K_r} \left(\sum_{i=1}^{M} V_{ri} S_{ri} + \sum_{i \in F} V_{ri} Z_{ri}(\boldsymbol{S}_i, \boldsymbol{K}) \right) - 1 = 0, \qquad r = 1, \cdots, R \tag{3.8}$$

이리하여 식 (3.3)과 관계 $\lambda_{ri} = V_{ri}\lambda_r$를 이용하여 최적화 모형 NLP1을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

NLP2:

$$\underset{\lambda, S, K}{\text{minimize}} \left\{ f(\lambda, S, K) \equiv \sum_{r=1}^{R} \Lambda_r \sum_{i=1}^{M} g_{ri}(S_{ri}) \right\} \quad (3.9)$$

subject to:

$$H_r(\mathbf{S}, \mathbf{K}) = 0, \qquad 1 \le r \le R \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^{R} \lambda_r V_{ri} S_{ri} \le 1, \qquad \forall i \in F \quad (3.11)$$

$$S_{ri}^{-} \le S_{ri} \le S_{ri}^{+},\ 1 \le r \le R,\ 1 \le i \le M \quad (3.12)$$

$$\sum_{r \in C(k)} K_r \le b_k, \qquad k = 1, \cdots, n_c \quad (3.13)$$

$$1 \le K_r \le K_r^{+} \quad (3.14)$$

최적화 문제 NLP1과 NLP2는 식(3.9)와 (3.10)의 비선형성, 실행가능영역의 비볼록성(non-convexity) 등으로 인하여 풀기가 어렵다. 원래 문제의 대기행렬망적 특성으로 인한 결정변수들 사이의 상호관련이 매우 높아서(highly coupled) 문제를 분해하여 워크스테이션별로 혹은 제품별로 풀 수도 없다. 본 논문의 주 목적이 문제의 해법 개발에 있는 것이 아니므로 문제의 풀이에는 이미 널리 쓰이고 있는 패키지인 GAMS/MINOS를 이용한다.

4. 수치 예제

이 절에서는 한 가지 예를 통하여 가공시간과 팔렛배분을 통하여 상당한 공구비용의 절감을 이룰 수 있음을 보인다. <표 1>은 이 예제에 사용된 입력자료로서 8개의 워크스테이션으로 구성된 유연생산시스템에서 네 가지의 부품을 생산하는 상황을 상정하였다. 워크스테이션 1 (i=1) 은 load/unload 스테이션이고 워크스테이션 7은 고압세척기(Washing station)이며 워크스테이션 8은 측정기(Contour measure machine)로서 이들에서의 작업시간은 상수로서 최적화의 대상이 아니다. <표 1>에서 처음 다섯 열은 앞에서 정의된 것들이고 여섯번째(α_{ri})와 일곱번째(β_{ri}) 열은 다음과 같이 공구비용함수를 결정하는 파라미터이다.

$$g_{ri}(S_{ri}) = \alpha_{ri} S_{ri}^{-\beta_{ri}} \quad (4.1)$$

각 부품에 9조의 팔렛을 배정하고 <표 1>의 마지막 열 (S_{ri}^{base})을 가공시간(단위: 분)으로 하는 경우를 기준안(base case)으로 정의한다. 기준안의 경우 시간당 생산량은 부록 A에 있는 연립비선형 방정식들을 Kim외(1995)의 방법으로 풀었을 때 $\Lambda = (4.2, 4.3, 3.3, 3.3)$이었다. 본 수치 예제에서는 이 생산량을 생산목표로 가정하고 앞에서 개발된 최적화 모형을 이용하면 더 낮은 공구비용으로 이를 달성할 수 있음을 보임으로써 본 연구의 접근방법이 공구비용 절감의 방안이 될 수 있음을 보인다. 사용된 팔렛배분의 제약식은 다음과 같다.

〈표 1〉 예제 입력 자료

r	i	V_{ri}	S_{ri}^{-}	S_{ri}^{+}	α_{ri}	β_{ri}	S_{ri}^{base}
1	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
1	2	1.0	1.7	4.0	771	1.860	2.139
1	3	1.0	3.8	6.1	2871	2.549	3.800
1	4	1.0	3.5	6.5	3871	2.800	3.507
1	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
1	8	0.2	5.0	5.0	0	0.000	5.000
1	9	5.2	1.0	1.0	0	0.000	1.000
2	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
2	2	1.0	1.7	4.0	771	1.860	2.628
2	3	1.0	4.5	7.5	1347	2.860	6.137
2	5	1.0	4.5	7.8	1118	2.368	6.530
2	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
2	8	0.1	5.0	5.0	0	0.000	5.000
2	9	5.1	1.0	1.0	0	0.000	1.000
3	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
3	2	1.0	3.9	7.8	3576	3.575	3.900
3	4	1.0	4.0	7.4	2531	2.015	6.216
3	5	1.0	4.3	8.0	2078	2.215	7.534
3	6	1.0	4.7	8.5	3198	2.125	8.000
3	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
3	8	0.2	5.0	5.0	0	0.000	5.000
3	9	6.2	1.0	1.0	0	0.000	1.000
4	1	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
4	2	1.0	5.0	7.9	2061	2.800	6.758
4	3	1.0	1.7	4.0	1225	2.700	4.000
4	4	1.0	4.5	5.8	2096	1.900	5.800
4	6	1.0	4.1	6.8	4198	3.500	6.500
4	7	1.0	1.0	1.0	0	0.000	1.000
4	8	0.1	5.0	5.0	0	0.000	5.000
4	9	6.1	1.0	1.0	0	0.000	1.000

$$K_1 + K_2 + K_3 + K_4 \leq 45$$
$$K_1 + K_3 \leq 25$$
$$K_3 + K_4 \leq 25$$
$$5 \leq K_r \leq 15,\ 1 \leq r \leq 4. \quad (4.2)$$

이 문제를 GAMS/MINOS를 이용하여 구한 최적안은 <표 2>에 나타나 있다. 행 머리 S_{ri}^{base}, $\widetilde{S_{ri}}$, S_{ri}^{*}는 각각, 기준안의 가공시간, 팔렛배분을 처음대로 (즉 K=(9,9,9,9)) 고정시키고 가공시간에 대하여서만 최적화했을 때의 가공시간, 팔렛배분과 가공시간을 동시에 최적화했을 때의 가공시간을 나타내며 마지막 열(K^{*})은 최적팔렛배분이다.

〈표 2〉 기준안 및 최적안의 가공시간 과 팔렛배분

부품종류(r)	대안	가공시간(분) 워크스테이션 2	3	4	5	6	팔렛배분 기준안	K^{*}
1	S_{ri}^{base}	2.139	3.800	3.507			9.00	12.11
	$\widetilde{S_{ri}}$	3.200	5.440	4.572				
	S_{ri}^{*}	3.319	5.477	4.790				
2	S_{ri}^{base}	2.628	6.137		6.530		9.00	10.28
	$\widetilde{S_{ri}}$	3.223	4.500		6.293			
	S_{ri}^{*}	3.327	4.500		6.143			
3	S_{ri}^{base}	3.900		6.216	7.534	8.000	9.00	11.23
	$\widetilde{S_{ri}}$	3.900		5.239	7.652	8.500		
	S_{ri}^{*}	3.900		5.564	7.763	8.500		
4	S_{ri}^{base}	6.758	4.000	5.800		6.500	9.00	11.37
	$\widetilde{S_{ri}}$	5.000	4.000	5.194		6.468		
	S_{ri}^{*}	5.000	4.000	5.471		6.234		

워크스테이션 2에서 보면 부품 1과 2의 가공시간은 늘어났으며, 즉, 가공속도는 감속되었으며, 부품 3의 경우는 변함이 없고 부품 4의 경우는 가속되었다. 한편, 워크스테이션 3에서 보면 부품 1의 가공시간은 늘어났으며 부품 2의 경우는 가속되었고 부품 4의 경우는 변함이 없었다. 부품 4의 가공시간을 보면, 워크스테이션 3에서는 변함이 없고 다른 곳에서는 줄어들었다. 이와 같이 가공시간의 변화는 직관이나 휴리스틱으로 미리 예측하기가 매우 힘든다. 이것은 유연생산시스템처럼 상호연결성이 매우 복잡한 시스템에서 한 요소의 작은 변화가 매우 복잡한 양상으로 다른 요소들에 파급효과를 미치므로 의외적인 현상은 아니다. 따라서 본 연구의 모형은 유연생산시스템의 생산계획을 위한 매우 유익한 도구가 될 수 있다.

부품 한 개당 평균 공구 비용은 <표 3>에 나타난 바와 같다. 이 예제의 경우 가공시간만을 최적화하였을 경우 기준안 대비 약 27%의 절감이 있으며 가공시간과 팔렛배분을 동시에 최적화하였을 경우에는 약 31%의 절감이 있음을 보여주고 있다. 이 표에서 중간열 공구비용의 단위는 원으로 되어 있는데 이는 척도(Scale)에 따라 달라질 수 있으므로 절대수치보다는 절감의 정도와 가능성의 입장에서 본 연구의 의미를 찾아야 할 것이다. 절감의 정도는 특정 경우에 따라 다를 것이며 일반화할 수는 없다. 하지만 본 연구의 방법을 이용하여 공정계획(Process Plan) 수립 단계에서 비용절감 대안을 검토하는 것은 의미가 있다. 다시 한번 강조하면, 유연생산시스템이 갖는 높은 상호연결성과 많은 변수로 인하여 가공시간과 팔렛배분문제는 대규모의 복잡한 문제이어서 직관이나 휴리스틱을 개발하기도 어려우므로 개별 문제마다 본 논문의 방법과 같은 것을 적용해 보는 것이 안전한 방법일 것이다.

〈표 3〉 단위 부품당 평균 공구비용

대안	평균공구비용 (원)	기준안대비 절감(%)
기준안	213.1	---
가공시간만 최적화한 경우	155.7	26.9
가공시간과 팔렛배분을 동시에 최적화한 경우	146.8	31.1

한 가지 현실적인 고려사항은 본 연구에서 팔렛이 정수 대신에 실수 값으로 나타내어졌다는 것이다. 즉, 앞에서 구한 최소 공구비용은 이론상 최소값이고 현실적으로 구현할 수 없을 수 있다. 이 점을 검토하기 위하여 실수 최적 팔렛배분(K^*) 주위의 정수벡터 중 제약식 (4.2)를 성립하는 것들의 각각에 대하여 그 값을 고정시키고 가공시간만 최적화 하여보았다. <표 4>에 그 결과가 요약되어 있으며 실수해가 정수해를 과장하는 정도가 현실적으로 무시할만함을 보여준다. ("상대적 차이" 열이 이를 보여 주고 있는데 이 것은 해당 정수팔렛배분 하에서의 최적공구비용이 첫행에 주어진 팔렛배분과 가공시간을 동시에 최적화한 경우의 최소 공구비용대비 증가율을 나타낸다.) <표 4>를 보면 정수 팔렛배분들간의 부품당 공구비용의 차이가 매우 적은데 이것은 우리가 사용한 최적화 모형이 근사적인 것이며 또한 풀이과정의 수치 오차를 감안하면 현실적으로 무시할 수 있다. 즉, 최적해 주위에서 목적함수는 인접하는 정수 팔렛배분에 대하여 매우 둔감하다. 다른 자료를 이용한 여러 가지 수치 예제에서도 비슷한 결과가 관측되었다. 한 가지 흥미로운 것은 정수 팔렛벡터 (12,10,11,12) 의

〈표 4〉 실수팔렛배분 및 정수팔렛배분하에서의 최소공구비용의 비교

팔렛배분(K)	총 팔렛 수	부품당 공구비용(원)	상대적차이 (%)
K^*	45	146.76	----
(12,10,11,11)	44	147.57	0.6
(12,10,11,12)	45	최적화불가능(Infeasible)	
(12,10,12,11)	45	148.19	1.0
(12,11,11,11)	45	147.16	0.3
(13,10,11,11)	44	153.08	4.3

경우에는 최적화 불가능이라는 것이다. 이 것은 제약식 (3.3) 때문인데 실행가능(feasible)한 정수 팔렛벡터인 (12,10,12,11)의 경우의 최적가공시간들을 구한 다음 이들 시간과 팔렛벡터 (12,10,11,12)를 입력자료로하여 부록 A의 모형을 풀었을 때 시간당 생산량이 생산목표와 매우 근접하여 현실적으로 문제가 되지 않았다.

GAMS/MINOS를 이용하여 비선형 최적화 문제의 해를 구하는 과정은 먼저 사용자가 GAMS의 문법에 따라 문제의 모형을 수립하고 GAMS를 실행시키면 GAMS는 이 모형을 컴파일하고 에러가 없으면 풀이루틴(solver)인 MINOS의 내부 입력형식으로 모형을 변환하고 MINOS를 불러 풀게 한다[Brooke 외 (1992)]. 이 예제의 경우 CPU가 133MH Pentium이고 40MB의 RAM을 가진 PC에서 컴파일 시간은 0.22초였고 MINOS내부 입력형식으로 변환하는데 0.16초 걸렸으며, 처음 실행에서 0.22초 동안에 1000회의 반복(iteration)을 수행하였지만 수렴하는 데 실패하고 이 때의 비 최적해를 초기해로 하여 즉시 즉, GAMS 모형 내에서 다시 한번 MINOS를 실행하였을 때 입력형식 변환에 0.16초가 걸렸으며 0.22초 만에 수렴해를 구하였다. 전체적으로 이 예제의 해를 구하는 데 소요된 CPU시간은 1.38초이다. 이렇게 풀이루틴이 한번의 실행에서 해를 구하지 못하면 실패한 실행의 최종해를 초기해로 하여 풀이루틴을 반복적으로 수행하는 것은 비선형 최적화의 일반적인 기교이다. 이 예제의 경우 의사결정변수는 18개(가공시간 변수 14개, 팔렛배분 변수 4개)이다. 한편, 동일한 유연생산시스템에서 8가지의 부품을 생산하는 의사결정변수가 34개(가공시간 변수 26개, 팔렛배분 변수 8개)인 경우를 풀었을 때, 컴파일 시간은 0.22초였고, 입력변환에는 0.55초 걸렸고 실행시간은 0.6초로 총 1.37초 걸렸다. 실행시간만을 고려하여 앞의 예와 비교하면 약 3배 걸렸다. 문제의 크기에 따른 CPU시간의 변화는 주로 풀이루틴이 채택하고 있는 알고리듬과 그 구현의 효율성에 좌우된다. 본 논문에 사용한 MINOS의 경우 그 실행시간은 그것이 기초하고 있는 확장라그란지(Augmented Lagrange) 알고리듬의 일반적인 성능(performance)에 따른다 [Powell (1969), Fletcher(1974), Gill and Murray (1974), Murtagh and Saunders (1982)].

5. 결 론

유연생산시스템에서 절삭공구비용은 총운영비용의 상당한 부분을 차지한다. 본 연구는 이의 절감을 위하여 유연생산시스템을 폐대기행렬망으로 모형화한 후 가공시간과 팔렛배분을 변수로 하는 비선형계획모형을 수립하여 최소공구비용을 구하는 방안을 제시하였다. 한가지 수치 예제를 통하여 이 방안의 가치를 보였으며 경우에 따라서는 상당한 효과를 볼 수 있음을 입증하였다. 이 방안의 또 다른 매우 중요한 유용성은 주어진 생산량목표를 달성하기 위하여 공정계획을 수립할 때 사용될 수 있다는 것이다. 매우 복잡한 양상의 상호연결성을 가지는 시스템에서 가공시간과 여러 가지 치구와 팔렛을 결정하여야 함을 고려하면 직관이나 휴리스틱의 효과성은 매우 제한적일 수 밖에 없다. 본 연구의 최적화 방법을 이용하면 공정계획 개발에 큰 도움을 받을 것이다. 현실적인 과제로 여기서 개발된 방법을 기존의 공정계획 소프터웨어와 결합하는 노력은 매우 의미가 있을 것이다.

일반적으로 일정한 작업장이나 부서에 인원이나 기계를 추가할수록 비용은 증가하지만 단위시간당 생산량이 증가한다고 볼 수 있는데 본 연구에서 가정한 공구비용함수의 특성과 유사하다. 따라서 이 연구의 기본 아이디어는 일반적인 Job shop에서의 경제적 자원분배문제에 응용될 수 있다.

이 연구의 한가지 확장 방향은 생산경로를 고정된 한가지에서 나아가 몇 개의 가능한 대안으로 구성된 집합으로 보고 이 집합에서 최소 공구비용 생산경로를 찾는 것도 의사결정변수에 포함하는 것을 생각해 볼 수 있다. 이 것은 대규모 비선형혼합정수계획문제가 될 것이다.

부 록

A. 유연생산시스템의 평균치분석 폐대기행렬망 모형

먼저 본문 2절에서 정의된 기호에 추가하여 편의상 다음과 같이 두 가지 종류의 기호들을 정의한다.

W_{ri} =부품 r 공작물이 워크스테이션 i에서 보내는 평균시간 (대기중 및 가공 중)

N_{ri} =워크스테이션 i에 있는(대기중 혹은 가공중) 부품 r의 평균수량.

이제 본 연구에서 염두에 두고 있는 유연생산시스템의 생산성(throughput)분석을 위한 평균치분석 폐대기행렬망 모형을 다음과 같이 제시한다.

$$\lambda_{ri} = V_{ri}\lambda_r, \qquad 1 \le r \le R, 1 \le i \le M \qquad \text{(A.1)}$$

$$\lambda_r = \frac{K_r}{\sum_{i=1}^{M} V_{ri}W_{ri}}, \qquad 1 \le r \le R \qquad \text{(A.2)}$$

$$W_{ri} = S_{ri}, \qquad \forall i \in A, 1 \le r \le R \qquad \text{(A.3)}$$

$$W_{ri} = S_{ri} + Z_{ri}, \qquad \forall i \in F, 1 \le r \le R \qquad \text{(A.4)}$$

$$Z_{ri} = \sum_{p=1} N_{pi} S_{pi}\left(1 - \frac{\delta_{pr}}{K_r}\right), \qquad \forall i \in F, 1 \le r \le R \qquad \text{(A.5)}$$

$$N_{ri} = \lambda_{ri} W_{ri}, \qquad 1 \le r \le R, 1 \le i \le M \qquad \text{(A.6)}$$

[식 (A.5)의 기호 δ_{pr}는 Kronecker delta임.] 식 (A.1)-(A.6)는 모든 K_r>1일 때 Brouwer의 Fixed-point mapping 정리에 의하여 음이 아닌 해 λ를 반드시 가진다.

식 (A.1)은 단위 시간당 워크스테이션 i에서 수행되는 부품 r의 가공작업수 (또는 방문회수)를 그 부품의 단위 시간당 생산량 (λ_r)과 그것의 공작물당 방문회수 (V_{ri})의 곱으로 나타내고 있다. 식

(A.2)는 리틀의 법칙(Little's Law)에 따라서 부품 r의 단위 시간당 생산량과 시스템에 상주하는 공작물 수 (K_r) 그리고 부품 r의 공작물이 시스템에서 보내는 평균시간의 관계를 보여준다. 식 (A.1)과 (A.2)는 정확하다.

식 (A.3)는 부품 r의 무한서버(AS) 워크스테이션에서의 체제시간이 작업시간과 같음을 나타내는데 이는 무한서버에서는 대기시간이 없기 때문이며 이 식은 정확하다. 한편, 식 (A.4)는 FCFS워크스테이션에서의 체제시간을 작업시간과 평균대기시간(Z_{ri})의 합으로 나타내고 있다. FCFS서버에서의 평균대기시간(Z_{ri})은 식 (A.5)에 의하여 산정되는데 이 식은 널리 쓰이고 있다 [Schweitzer (1979), Schweitzer 외(1986)]. 식 (A.6)도 리틀의 법칙으로 쉽게 이해될 수 있다.

Kim (1994)와 Kim외(1995)는 식 (A.1)-(A.6)가 다음과 같이 작은 수의 연립비선형방정식으로 변환될 수 있음을 보였다.

$$K_r=\lambda_r\left(\sum_{i=1}^{M} V_{ri}S_{ri}+\sum_{i\in F} V_{ri}Z_{ri}(\lambda)\right),\quad 1\le r\le R. \qquad \text{(A.7)}$$

단,

$$Z_{ri}(\lambda)=\frac{1}{1+V_{ri}S_{ri}\lambda_r/K_r}\left[\frac{\sum_{p=1}^{R} V_{pi}S_{pi}^2\lambda_p/(1+V_{pi}S_{pi}\lambda_p/K_p)}{1-\sum_{p=1}^{R} V_{pi}S_{pi}\lambda_p/(1+V_{pi}S_{pi}\lambda_p/K_p)}-\frac{V_{ri}S_{ri}^2\lambda_r}{K_r}\right] \qquad \text{(A.8)}$$

참 고 문 헌

[1] 신현명, (1989), 계명대학교, 본 논문에 대한 코멘트.

[2] Askin, R.G. and A.H. Krisht, "Optimal Operation of Manufacturing Systems with Controlled Work-in-Process Levels," Working Paper(1991), Department of Systems & Industrial Engineering, The University of Arizona, Tucson, AZ 85721.

[3] Ayres, R.V., "Future Trends in Factory Automation," *Manufacturing Review*, Vol.1, No.2(1988), pp.93-103.

[4] Boucher, T.O., "The Choice of Cost Parameters in Machining Cost Models," *The Engineering Economist*, Vol.32, No.3(1987), pp.217-230.

[5] Brooke, A, D. Kendrick, and A. Meeraus, *GAMS 2.25: A User's Guide*, The Scientific Press, San Franscisco, CA, 1992.

[6] Buzacott, J.A. and J.G. Shanthikumar, *Stochastic Models of Manufacturing Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ. 1993.

[7] Chang, T., R.A. Wysk, R.P. Davis, and B. Choi, "Milling Parameter Optimization Through a Discrete Variable Transformation," *International Journal of Production Research*, Vol.20 No.4(1982), pp.507-516.

[8] Drozda, T.J. and C. Wick (Eds.), *Tool and Manufacturing Engineers Handbook*, I, Dearborn, MI, Society of Manufacturing Engineers, 1983.

[9] Fletcher, R., "Methods Related to Lagrangian Functions," in *Numerical Methods for Constrained Optimization*, P.E. Gill and W. Murray (Eds.), Academic Press, London, 1974, pp.219-239.

[10] Gill, P.E. and W. Murray (Eds.), *Numerical Methods for Constrained Optimization*, Academic Press, London, 1974.

[11] Hitomi, K., M. Yoshimura, and K. Ohashi, "Design and Scheduling for Flexible Manufacturing Cells with Automatic Set-Up Equipment," *International Journal of Production Research*, Vol.27, No.7(1989), pp. 1137-1147.

[12] Jaikumar, R., "Postindustrial Manufacturing," *Harvard Business Review*, Vol.64, No.6(1986), pp.69-76.

[13] Kim, J., *Performance Management for FMSs with Multiple Part Types, Distinct Operations, and Repeated Workstation Visits*, Ph.D. Dissertation, William E. Simon Graduate School of Business Administration, University of Rochester, Rochester, NY, (1994).

[14] Kim, J., P.J. Schweitzer, and A. Seidmann, "Analysis of Flexible Manufacturing Systems with Distinct Repeated Visits: DrQ," *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, Vol.7(1995), pp.319-338.

[15] Kim, J., P.J. Schweitzer, and A. Seidmann, "Processing Time Optimization for Flexible Manufacturing Systems with Multiple Part Types, Distinct Operations, and Repeated Workstation Visits," Working Paper(1996), William E. Simon Graduate School of Business Administration, University of Rochester, Rochester, NY.

[16] Koelsch, J.R., "Flexible Cells & Machining Centers," *Manufacturing Engineering*, August 1992, pp.27-30.

[17] Koulamas, C.P., B.K. Lambert, and M.L. Smith, "Optimal Machining Conditions and Buffer Space Size for the Two-Stage Case," *International Journal of Production Research*, Vol.25, No.3(1987), pp.327-336.

[18] Kouvelis, P., "Design and Planning Problems in Flexible Manufacturing Systems: A Critical Review," *Journal of Intelligent Manufacturing*, Vol.3(1992), pp.75-99.

[19] Merchant, M. E., "Production: A Dynamic Challenge," *IEEE Spectrum*, May(1983), pp. 36-39.

[20] Murtagh, B.A. and M.A. Saunders, "MINOS 5.1 User's Guide," Report SOL 83-20R, December 1983, revised January 1987, Stanford University.

[21] Palframan, D., "FMS: Too Much, Too Soon," *Manufacturing Engineering*, Vol.98, No.3(1987), pp.34-38.

[22] Powell, M.J.D., "A Method for Nonlinear Constraints in Minimization Problems," in *Optimization*, R. Fletcher (Ed.), Academic Press, New York, NY, (1969).

[23] Primrose, P.L. and R. Leonard, "Reappraising Cutting Tool Economics Within the Bounds of Accountancy Theory," *International Journal of Production Research*, Vol.24, No.2(1986), pp.269-278.

[24] Schweitzer, P.J., "Approximate Analysis of Multiclass Closed Networks of Queues," *Proceedings of the International Conference on Stochastic Control and Optimization*, Free University, Amsterdam, Netherlands, April, 1979, pp.5-6,

[25] Schweitzer, P.J., A. Seidmann, and S. Shalev-Oren, "The Correction Terms in Approximate Mean Value Analysis," Operations Research Letters, Vol.4(1986), pp. 197-200.

[26] Schweitzer, P.J. and A. Seidmann, "Optimizing Processing Rates For Flexible Manufacturing Systems," *Management Scinece*, Vol.37, No.4(1991), pp.454-466.

[27] Seidmann, A., "Performance Management Issues in Flexible Manufacturing Systems: An Analytic Perspective," in *Perspectives in Operations Management*, R.K. Sarin (Ed.), Kluwer, New York, 1993, pp.301-320.

[28] Seidmann, A., P.J. Schweitzer, and S. Shalev-Oren, "Computerized Closed Queue-

ing Network Models of Flexible Manufacturing Systems: A Comparative Evaluation," *Large Scale Systems*, Vol.12(1987), pp.91-107.

[29] Swamidass, P.M., "Technology on the Factory Floor: A Survey of Advanced Manufacturing Technologies: Today's Use and Plans for Tomorrow," Research Report (1992), Thomas Walter Center for Technology Management, Auburn University, Auburn, AL36849.

[30] Swamidass, P.M., "Technology on the Factory Floor II," Research Report(1994), Thomas Walter Center for Technology Management, Auburn University, Auburn, AL 36849.

[31] Taylor, F.W., "On the Art of Cutting Metals," *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, Vol.28 (1907), pp.310-350.