

프랙탈 特性 解釋의 破壞力學的 適用

Fractal Characteristic Analysis Applied to Fracture Parameter

권 오 현* · 구 동 회**

Oh-Heon Kwon · Dong-Howi Goo

(1998년 7월 27일 접수, 1998년 10월 16일 채택)

ABSTRACT

Real crack and fracture surfaces have irregularities producing zigzag contours. These irregularities are analysed by a fractal geometry which has been by a Mandelbrot. We obtained a fractal dimension which is one of the fractal characteristics. It is also estimated by an vertical section method that fractal characteristics in the fractured surfaces can be obtained as the crack grows. Moreover fractal fracture energy that corresponds to an energy release rate is shown to find relationships between fractal dimensions and crack behaviors. From these results, we concluded that a fractal characteristics analysis for a crack can be applied to a fracture mechanics.

1. 서 론

프랙탈 이론은 유클리드 기하학, 즉, 점·선·면·고체같은 표준적 형상보다 더 복잡한 형태를 묘사하기 위한 기하학으로 출발했다. 1970년대 후반 Mandelbrot¹⁾가 처음으로 제안한 프랙탈 기하학은 최근 들어 여러 자연현상에 응용되기 시작했으며, 재료파괴현상에도 균열거동 및 파단면 양상에 대한 정량적 해석 기법으로 도입되기 시작했다. 기계설비의 파괴 현상은 겉으로 보

이는 아주 간단하게 보이나 재료 내부에 인명이나 물질 재산에 많은 손해를 주는 균열을 포함하는 경우가 많으며 파괴가 일어나기까지 많은 원인과 과정을 가진다. 이러한 파괴 현상은 많은 구조물의 사고발생을 통하여 다수의 연구자들에 의해서 과거 수십년 사이에 급속히 발전·연구되어져 왔다. 각종 재해원인을 해석하고 그 구체적인 방지 대책을 수립하는 안전공학은 원인 및 과정에서 파괴현상이 깊이 관여되는 대부분의 기계 구조물 사고를 그 대상으로 한다.

* 부경대학교 산업시스템·안전공학부

** 부경대학교 안전공학과

따라서 파괴 현상을 정량적으로 분석하는 것은 구조물의 안전성을 평가하는 데 매우 중요하다. 지금까지 파괴 기구를 정량적으로 나타내기 위한 많은 수법이 제시되어 유용히 활용되고 있으나, 파단면 및 균열면 형상의 성질에 대하여 본질적인 비유클리드 기하학을 고려한 프랙탈적 해석에 대한 연구는 매우 부족한 실정이다. 1997년 Balankin²⁾이 자기상사형 균열에 대한 파괴역학적인 특성을 밝히기까지 90년대 이후 균열 문제에 대하여 여러 연구가 이루어지고 있으나 국내에서는 프랙탈 문제에 대한 공학적 적용 사례는 거의 찾아볼 수 없는 실정이다. 본 연구의 목적은 위와 같은 배경을 가지고 우수한 기계적 성질을 가진 구상흑연주철에 대한 보다 명확한 파괴 특성을 프랙탈 특성에 의하여 파악하기 위하여, 프랙탈차원에 대한 기초적 실험 수법을 확립한 후 균열면 성장경로 및 파단면 형상에 대한 프랙탈차원을 구하였다. 또한 구하여진 프랙탈차원과 성장균열의 거동 및 균열파라미터와의 기초적 관계를 파악하여 파괴역학적 적용 가능성을 검토하는 데 그 목적이 있다.

2. 균열의 프랙탈 모델

2.1 프랙탈의 개념 및 특성

프랙탈(fractal)이라는 것은 Mandelbrot³⁾가 라틴어의 형용사 fractus에서 만든 조어로서 같은 모티브(기본형태 또는 아이디어 발상의 의미)를 축소 또는 확대를 계속하여 무한히 반복할 때 얻어지는 기하학적 도형이다. 즉 모든 부분이 작게 되지만, 전체를 나타내고 있다. 자연 현상에는 유클리드 기하학에 나타나는 정연한 직선과 곡선만으로는 다양한 형태를 표현하는 데 충분치 않는 경우가 많다. Mandelbrot는 코호곡선(Koch Curve)과 같은 곡선군을 이용하여 지금까지는 불규칙하다고 밖에 표현할 수 없었던 형태에 도전하였다. 일반적으로는 모든 사물에 특징적인 스케일이 존재하여 그 스케일에서만 사물의 특징을 나타내지만 코호곡선에서는 그 특징적인 스케일이 존재하지 않는 성질을 가진다. 프랙탈은 그 성질로서의 조어로, 부분과 전체와의 관계를 근거로 하고 있다는 것을 표현하고

있다. 프랙탈의 분명한 거동은 자연에서 관찰되는 여러 성질들이 스케일의 변화에 대하여 불변이라는 것이다. 세부를 확대해 보아도 전체의 축소형이 나타나 전체의 형상과 구별이 되지 않는다. 또한 코호곡선과 같은 프랙탈 특성을 지닌 곡선은 연속적이지만 어느 곳에서도 미분되지 않아서 어느 위치에서도 접선이 생성될 수 없다. 따라서 정수 값으로만 프랙탈곡선을 표현할 수 없는 성질을 가진다. 이러한 프랙탈 특성은 최근 파단면 특성을 얻기 위한 실험적 수법으로 프랙탈차원이 사용된 후 여러 분야에 응용이 되기 시작하였다.

2.2 프랙탈차원의 표현식

해안선 길이에 대한 Richardson의 측정⁴⁾결과에 의하며, 측정 길이가 측정 척도에 의존하며 자기상사성의 특성을 지님을 알 수 있다. Richardson은 측정치가 사용한 지도의 축척에 매우 의존하고 있음에 주의했다. 즉, 1cm가 1km의 지도이면 당연히 알 수 있는 것이 1cm가 100km의 지도에서는 잘 알 수 없는 것과 같이 해안선이 길게 되는 것을 이용하였다. 하나의 지도에서, 처음 100km단위로 측정하고, 확대율을 10배씩 올려서 측정한 결과, 대수좌표치에서 측정단위에 대한 측정길이가 거의 직선상에 놓이는 특성을 발견했다. Mandelbrot는 이 직선의 기울기에 1을 더하여 프랙탈차원 D를 정의하였다.

Richardson의 관계식은 Mandelbrot에 의하면 다음과 같이 주어진다³⁾.

$$L = L_0 \eta^{(1-D)} \dots\dots\dots (1)$$

여기서, L, L₀는 각각 윤곽선 길이 및 상수로써 측정되는 불규칙한 실측길기와 측정되어지는 전체의 직선길기에 해당한다. 또한 η는 측정단위척도이며 무차원길이값을 가진다. D는 프랙탈차원을 의미한다. 위에 나타난 프랙탈 식은 자연 상태의 모든 실측 길이가 어떠한 자로 측정되느냐에 따라 다른 값을 나타낼 수 있다는 것을 의미한다. 이 식을 여러 크기의 시편에 적용시켜 비교하기 위하여 측정된 파면의 길이와 파면의 직선 길이의 비로써 유사한 프랙탈 식으로

표현할 수 있다. 균열전과경로에 대하여 적용하면 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있다. 여기서 X_0 는 균열전과경로의 측정구간 길이가 되며 실제 길이는 각 구간에 대하여 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$X(\eta) = X_0 \eta^{(1-D)} \dots\dots\dots (2)$$

따라서 프랙탈 균열길이 a_f 는 다음과 같이 표현된다.

$$a_f = a_0^D r^{(1-D)} \dots\dots\dots (3)$$

여기서 $r = \eta \cdot a_0$ 이다.

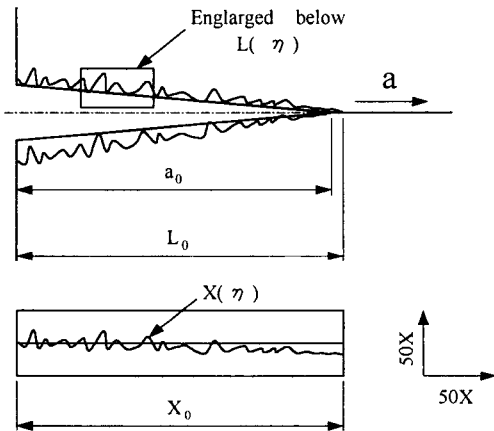


Fig. 1 Fractal crack propagation path

2.3 프랙탈차원의 측정방법

본 논문에서 사용된 프랙탈차원의 측정방법은 Mandelbrot가 강의 과단면에 대한 프랙탈차원과 충격에너지와의 관계를 구하기 위하여 제시한 box-counting법³⁾을 이용하였다. 만일 불규칙 자기상사곡선을 가지는 프랙탈의 형상에 대하여 N 으로 전체 형상을 구성하기 위한 조건을 만족시키는 기준길이가 주어지면, 상사법칙에 의하여 식(4)를 적용하여 얻어지는 D 는 프랙탈차원의 의미를 나타내며 $1 < D < 2$ 의 범위의 비정수 값을 가지게 된다.

$$D = \log(N) / \log\left(\frac{1}{r}\right) \dots\dots\dots (4)$$

식(4)를 이용한 box-counting수법은

- ① 격자를 포함한 평면을 한 변 r 의 정방형 격

자에 의해 이산화한다.

- ② 그 평면상에서 격자(곡선)이 포함되어 있는 정방형의 개수 $N(r)$ 을 측정한다.
- ③ 정방형의 한 변의 길이를 서서히 감소시켜 ①, ②의 조작을 반복한다.

r 은 상사비의 의미로 프랙탈곡선형성 반복단계에서의 단위구간을 의미하며 측정척도로서의 격자간격에 대응한다. 따라서 Fig. 2에서 나타내는 것처럼 측정하고자 하는 균열곡선에 있어서 정방형의 격자를 형성하여 얻어지는 N 을 r 에 대하여 양대수좌표에서 얻어지는 곡선의 기울기를 구하면 된다.

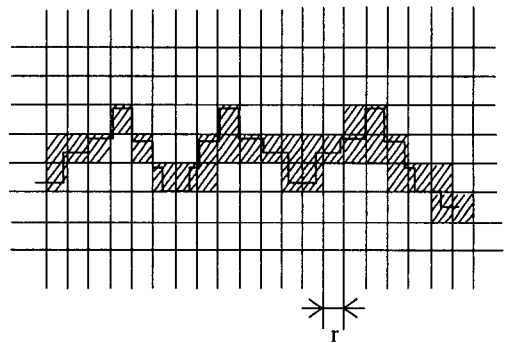


Fig. 2 Schematic illustration of box counting method for fractal dimension

2.4 프랙탈차원과 파괴파라미터와의 관계

프랙탈 특성을 파괴역학에 적용하기 위하여 프랙탈균열길이와 파괴파라미터와의 관계를 도입한다. 프랙탈균열의 실제길이는 측정척도에 따라 무한히 커질 수 있으므로 통상의 파괴에너지를 사용한 기존의 파괴역학파라미터로는 정의되기 어렵다. 따라서 Mosolov⁵⁾가 제시한 프랙탈 파괴에너지를 사용하여 에너지 해방율과 프랙탈차원과의 관계를 구한다. 직선균열과 프랙탈균열에 의하여 단위 두께당 소산된 에너지를 W , W_f 라고 할 때, 프랙탈에너지 해방율 G_{df} 와의 관계는 다음식으로 주어진다⁵⁾.

$$W_f = G_{df} \cdot a^D, \quad W = G_d \cdot a \dots\dots\dots (5)$$

식(5)를 a 에 대하여 각각 미분하면 에너지해방율을 얻는다.

$$\frac{\partial W_f}{\partial a} = G_{df} \cdot D \cdot a^{(D-1)}, \quad \frac{\partial W}{\partial a} = G_a$$

..... (6)

프랙탈균열길이를 a_f 로 하면 식(6)에 의하여

$$a_f = (G_d / G_{df} \cdot D)^{1/(D-1)}$$

..... (7)

및

$$\frac{G_d}{G_{df}} = a_f^{D(D-1)}$$

..... (8)

의 관계가 얻어진다.

3. 시험편 및 실험방법

본 실험에서 사용된 실험재료는 구상흑연주철 DC45로서 Table 1에 그 화학적 성분을 나타낸다.

Table 1 The chemical properties of the material (wt%)

Material	C	Si	Mn	P	S	Mg
DC45	3.67	2.75	0.16	0.022	0.011	0.038

실험에 사용한 시험편은 Fig. 3에 나타나는 형상으로 중앙부에 웨브로노치가 삽입된 1/2" CT시험편을 $a_0/W=0.45$ 로 기계가공·제작하였다 (a_0 는 초기균열길이, W는 시험편폭). 제작된 시험편은 900°C에서 1시간 아닐링한 후 ASTM E-399규정에 따라 2~3mm의 피로균열을 삽입하였다. 피로균열은 용량 10톤의 Instron 2490을 사용하여 정현파(half sine)의 하중제어에 의하여 실온·대기중에 행하였다. 피로시험은 응력비 $R=1$, 반복속도는 10Hz, 반복횟수는 100,000 cycle 이상으로 하여 피로균열길이를 실현한 후, $K_{max}=23.53 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ 에서 최종 5Hz로 마무리하였다. 또 인장파괴실험은 인장속도 0.2mm/min로 행하여 하중-클립게이지변위곡선을 구하였다. 균열길이는 스트로보스코프와 이동식 현미경을 이용하여 정도 0.1mm로 측정하였다. 균열면 형상을 관찰하기 위하여 레프리카 수법을 이용하여 광학현미경으로 0.01mm의 정도로 측정하고 40배로 균열면을 촬영하였다(Fig. 4). 레프리카는 Bioden R.F.A의 두께 0.034mm 시판 아세틸 셀룰로스 필름을 이용하였다. 레프리카 필름을 초산 메칠(Metyle acetate)을 용제로 하여 균

열부위에 부착한 후, 균열면형상을 복제하였다. 편의상 진공증착처리는 생략하였다. 이러한 균열면 형상사진을 트레이싱한 후 박스카운팅법으로 적용하기 위한 균열성장 길이구간을 10등분하였다. 각 구간에 대하여 r은 측정척도로서 $3.98 \times 10 \mu\text{m} \sim 2 \times 10^2 \mu\text{m}$ 으로 취하여 격자를 형성한 후 $N(r)$ 의 개수를 얻었다. 또 파단면에서의 프랙탈차원을 구하기 위하여 수직단면법(VSM)을 이용하였다. 파단된 시험편을 균열면에 대한 수직면에 미세 휠 커터를 사용하여 초기균열길이부, 성장균열길이 15mm 및 25mm부의 3점에서 미세 절단하였다. 그 절단된 면은 Photo 1과 같이 경화수지를 사용하여 마운팅한다. 마운팅된 시험편은 #100~#1500의 에머리 지(emery paper)를 이용하여 연마하였다. 이 때 연마된 면은 경면이 되어야 한다. 수직절단면의 파면형상을 얻기 위하여서는 Versamet 3 광학현미경으로 50배의 파면을 촬영하였다. 얻어진 절단파면의 사진은 트레이싱한 후 박스카운팅법을 적용하기 위하여 파면길이를 5등분하였다. 각 구간의 r은 $4.15 \times 10 \mu\text{m} \sim 2 \times 10^2 \mu\text{m}$ 으로 취하여 격자를 형성한 후 $N(r)$ 의 개수를 얻었다.

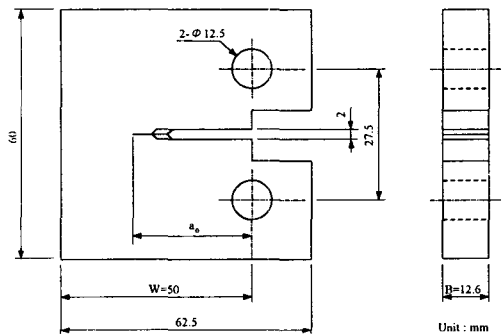


Fig. 3 The specification of CT specimen



Photo 1 A photograph of the mounted section fracture surface

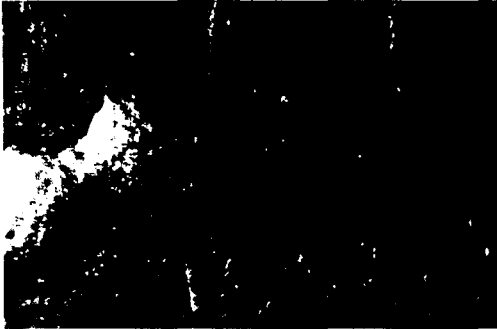


Fig. 4 Example of an optical microscope for an extension crack surface

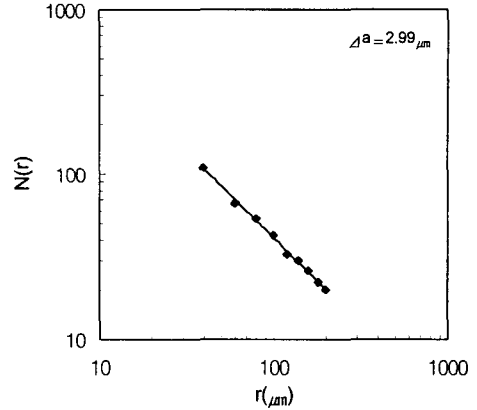
4. 결과 및 고찰

4.1 균열형상의 프랙탈 특성

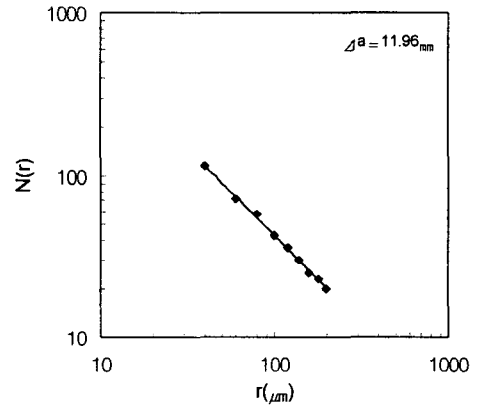
Fig. 5(a), (b), (c)는 각각 균열성장길이 2.99, 11.96, 21.03mm가 되었을 때, 구간에서의 균열형상의 프랙탈차원을 조사한 결과를 나타낸다. Fig. 5의 종축은 격자수 $N(r)$, 횡축은 측정척도 r 을 나타내며, 최소자승법으로 직선회귀하여 양대수좌표에서 기울기를 구하였다. 균열이 성장함에 따라 어느 경우에도 거의 직선성이 보존되어 식(4)가 성립됨을 알 수 있다. 따라서 구상흑연주철에서의 성장균열형상은 프랙탈 특성을 지님을 알 수 있다. 기울기에서 얻어지는 프랙탈차원 D 는 각각 1.0396, 1.0822 및 1.0569이다. Fig. 6은 균열진전에 따른 프랙탈차원의 변화를 나타낸 것이다. D 의 값은 평균 1.0647이다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 구상흑연주철에서 균열이 성장하여 진전후 최후 파단면에 이르기까지 프랙탈 특성을 보존하며, 프랙탈차원의 흠어짐은 프랙탈 본래의 성질로 여겨진다. 프랙탈차원은 파면 또는 균열윤곽형상이 복잡하면 할수록 커진다. 현재의 조사범위에 있어서는 균열진전에 따른 프랙탈차원의 변화는 그다지 크지 않다고 할 수 있으므로 자기상사 균열윤곽 형상은 균열진전에 따라 거의 유사함을 알 수 있다.

4.2 파단면에 대한 프랙탈 특성

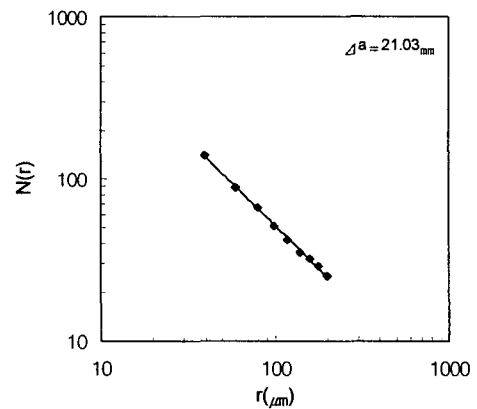
여기에서는 VSM법에 의하여 균열진전에 따라



(a)



(b)



(c)

Fig. 5 Logarithmic fractal dimension through linear regression line for extension crack lengths (a) $\Delta a = 2.99\text{mm}$, (b) $\Delta a = 11.96\text{ mm}$, (c) $\Delta a = 21.03\text{mm}$

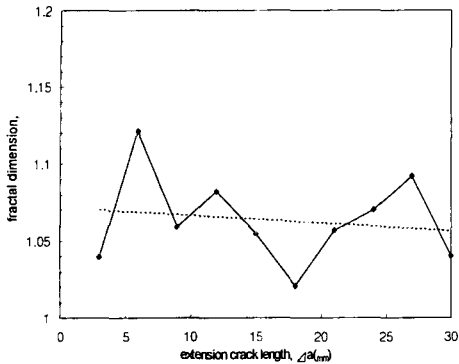


Fig. 6 Plot of fractal dimension D as a function of extension crack length

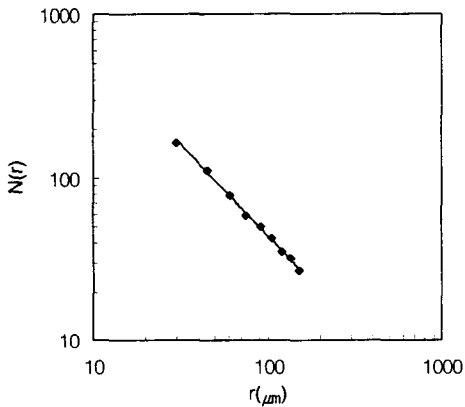


Fig. 7 Logarithmic fractal dimension through linear regression line for fractured surface $\Delta a=15.05\text{mm}$

일정성장균열길이에서 구한 수직파단면의 프랙탈 특성에 대하여 검토하였다. Fig. 7은 균열성장길이가 약 15.05mm일때의 파단면에서의 프랙탈차원을 박스카운팅법으로 구한 예로서 파단면 중심에 위치한 지점에서의 결과를 나타낸다. 이 경우에 있어서도 양대수좌표에 대하여 직선성을 나타내어 프랙탈 특성을 지님을 알 수 있다. 여기서 얻어진 프랙탈차원의 값은 1.123이다. Fig. 8은 파단면의 각 위치에 있어서의 프랙탈차원을 나타낸 것이다. 프랙탈차원이 높은 것으로 나타나는 부분은 파면의 형상이 거칠 것으로 예상된다. 그러나 균열성장에 따라 파면 중심에서의 프랙탈차원은 비교적 작은 변화만 나타내고 있으므로 파면중심의 형상 변화는 거의 일정한 것

으로 보여진다. Fig. 9는 비교적 안정된 프랙탈차원을 나타내고 있는 시험편 파단면 각 위치에 있어서의 결과로 $\log r$ 에 따른 표면 윤곽선비 $\log C_p$ 와의 관계를 나타낸다. $\log r$ 의 값에 따라 $\log C_p$ 가 선형적으로 감소하고 있으며 또한 각 균열성장길이에 대하여 거의 일정한 기울기를 가지고 있음을 알 수 있어 프랙탈특성을 나타내고 있다. 여기서 C_p 는 기준길이에서의 실제윤곽선길이 C_0 와 직선길이 C_l 와의 비를 나타내는 지수이다.

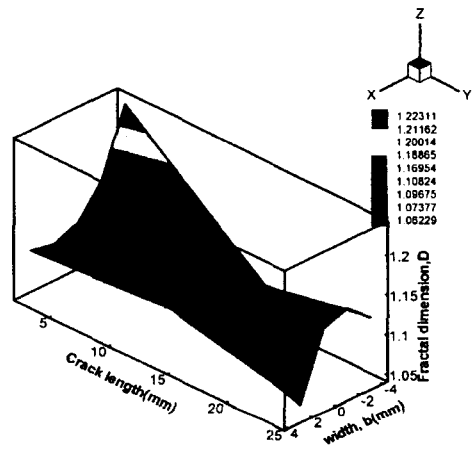


Fig. 8 The contour plot of fractal dimensions on the fracture surface

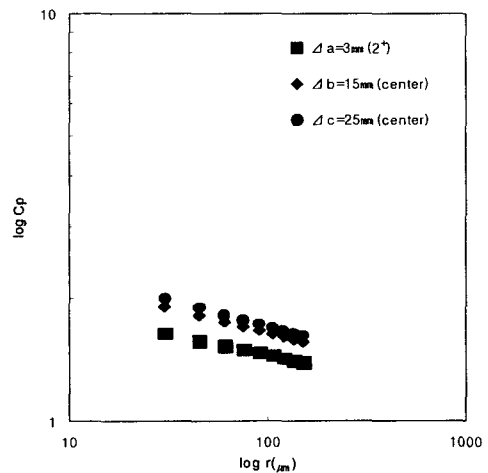


Fig. 9 Log-log plots index C_p vs r at each other crack extension

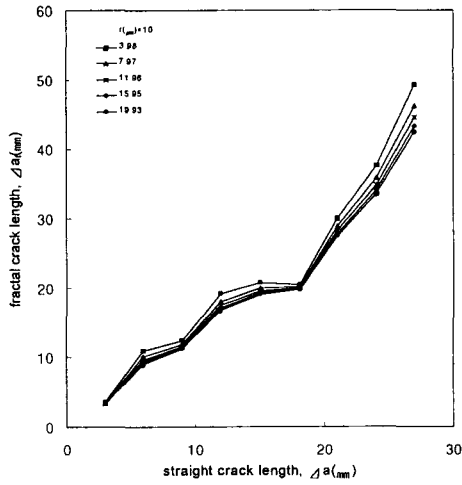


Fig. 10 Variation of fractal crack length for conventional straight crack length

4.3 프랙탈 균열진전거동 및 파괴역학에의 적용

식(3)에 주어진 방법에 의거하여 계산되어진 프랙탈 균열성장길이 a_f 와 직선균열길이 a 와의 관계를 Fig. 10에 나타낸다. Fig. 10에서 보여지는 것처럼 각 r 에 있어서 직선균열길이에 비하여 프랙탈균열길이 a_f 가 더 큰 값을 가지고 있다. a_f 와 a 의 편차는 r 의 값이 커질수록 감소하고 있으며 균열이 진전됨에 따라 r 의 영향이 커지고 있음을 알 수 있다. Fig. 11에 프랙탈차원과 에너지 해방율로서의 프랙탈파괴에너지와의 관계를 나타낸다. 직선균열의 에너지 해방율 G_d 에 대한 프랙탈에너지 해방율 G_{df} 와의 비는 프랙탈 차원에 따라 편차가 보이거나 증가하는 경향이 있음을 알 수 있다. 이는 보다 복잡한 균열면을 형성하기 위하여서는 보다 많은 에너지가 필요한 것과 연관이 있는 것처럼 여겨진다. 만일 프랙탈차원이 1.08정도의 복잡성을 가지는 프랙탈 균열의 경우에는 직선균열에 비하여 약 30%의 에너지가 더 소요됨을 나타낸다. 또한 프랙탈차원에 따른 파괴에너지비는 r 의 변화에는 큰 영향을 받지 않는 것처럼 보인다. Fig. 12는 파단면의 폭 방향에 따른 각 부분에 있어서의 파괴 에너지의 비의 변화를 나타낸다. 같은 조건에서 균열이 성장함에 따라 프랙탈 파괴에너지비는 대부분의 경우 점점 상승하는 경향이 있는 것처

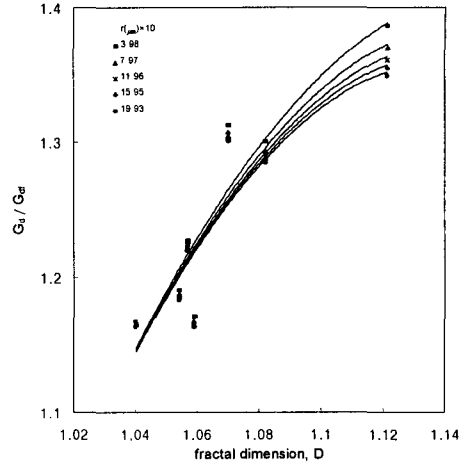


Fig. 11 Normalized fractal energy characteristics according to the fractal dimension

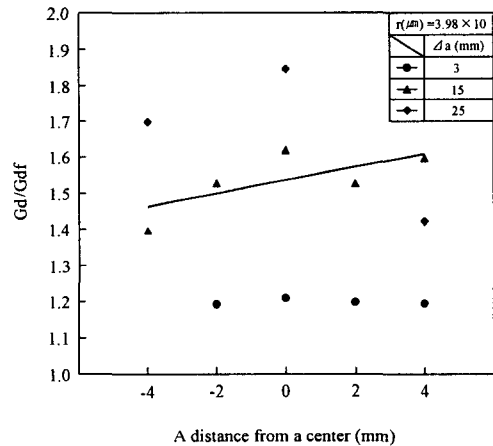


Fig. 12 Normalized fractal energy on the width of a fracture surface

럼 여겨진다. 에너지 해방율의 의미에서의 파괴 에너지 비는 균열길이가 작은 경우에는 시험편 폭 방향에 따라 거의 일정한 값을 유지하는 것을 알 수 있다. 그러나 Fig. 12에서 알 수 있듯이 균열길이가 성장함에 따라 폭 방향으로의 파괴에너지 비의 값이 상승되거나 또는 특별한 경향이 없는 것처럼 보인다. 이것은 파단면 위치에 의한 프랙탈차원의 값에 따라 변하는 경향이 있는 것처럼 보이거나 균열이 성장함에 따라 결과가 흩어지는 것에 대해서는 앞으로의 연구과제

로 생각되어 진다. 현재의 결과에만 의하면 균열성장길이가 작은 약 3mm 정도의 경우에는 시험편 폭 방향에서의 파괴에너지는 거의 일정하나 기존의 에너지 해방율에 비하여 약 20% 정도의 에너지가 더 소요됨을 알 수 있다. 균열의 프랙탈차원은 균열면 및 파단면 형성과 관련이 지어져 프랙탈균열의 파괴파라미터로서의 역할이 기대되어질 수 있다.

5. 결 론

성장하는 균열에 대하여 균열면의 형상과 파단면의 프랙탈 특성을 파괴역학적으로 해석하기 위하여 box counting 수법과 수직단면법(VSM)을 이용하여 관찰·검토하였다. 프랙탈의 정의 및 프랙탈차원 측정수법을 확립하고 균열면의 프랙탈차원이 box counting 수법에서 균열이 성장함에 따라 1.0206에서 1.0922사이에서 변화함을 나타내었다. 프랙탈에너지 해방율과 프랙탈차원과 관계식이 주어져, 균열면의 경우 프랙탈차원에 따라 1.1~1.4 정도로 변화하여, 파괴에너지가

직선균열에 비하여 10%~30%정도 더 소요되었다. 따라서 프랙탈차원의 정량적 평가에 의하여 프랙탈 특성을 파괴역학적으로 적용 가능성을 제시하는 것으로 간주될 수 있다.

참 고 문 헌

- 1) B.B. Mandelbrot, The fractal geometry of Nature, Freeman, NY, 1983.
- 2) Alexande, S. Balankin, "Physics of fracture and Mechanics of self-affine cracks", Enging Fracture mechanics, Vol. 57, No. 213, pp. 135~203, 1997.
- 3) B.B. Mandelbrot, D.E. Passoja and A.J. Pully, Nature, Vol. 308, p. 721, 1984.
- 4) L.F. Richardson, quoaated in B.B. Mandelbrot, Fractals: Chance and dimension, Freeman, p. 32, 1977.
- 5) A.B. Mosolov and F.M. Borodich, Doklady Akddemii Nauk, Vol. 324, No. 3, p. 546, 1992.