

탄소성파괴인성과 파괴변형률에 관한 연구

A Study on the Relations Between Fracture Strain and Elastic-Plastic Fracture Toughness

최재강* · 임만배**

Jae-Gang Choi · Man-Bae Lim

(1998년 5월 27일 접수, 1998년 12월 9일 채택)

ABSTRACT

In this study, under large scale yielding conditions crack propagation is found to governed by parameters based on the J-integral or on the crack opening displacement. But initiation of crack propagation of ductile material seems to be controlled by just one parameter that is the strain.

The relationship between the critical value of J-integral and the local fracture strain in uniaxial tensile test in the region of maximum reduction in area. Therefore, the fundamental theoretical equation by the proposed elastic-plastic fracture toughness and the local fracture strain has a merit, in comparison with the ASTM method, which can measure by using the load-displacement curve and the specimens in tensile test.

1. 서 론

최근 산업화가 발전됨에 따라 기계나 구조물의 사용환경이 가혹해지고 있으며 구조물중 원자로 압력용기, 화학공업플랜트 등의 부재의 파손 및 파괴는 대형사고를 초래할 뿐만 아니라 인적 물적 피해를 가져온다. 이러한 구조물의 적설계시 재료에 작용하는 조건이 파괴 기준에

의한 임계조건보다 작게 되도록 하여야 하며 구조물의 파괴를 규정할 수 있는 기준이 필요하다.

재료역학적인 파괴기준에서 결합의 존재를 무시한 응력을 기준으로 최대주응력설과 최대전단응력설, 변형률에 기초를 둔 최대주변형률설과 변형에너지자를 바탕으로 한 전변형에너지설 등이 있다. 그러나 파괴역학에서는 외력과 결합의 크

* 동명대학

** 동아대 생산기술연구소

기를 가정한 응력확대계수 K , 변위와 결합의 크기에 기초를 둔 균열개구변위(COD) 개념, 균열선단부에서 에너지에 바탕을 둔 에너지 해방률 G , J 적분 등이 있다. 이들의 임계값들로 파괴의 기준을 정하고 있으며 이러한 인자들이 각각의 임계치에 도달 할 때 파괴가 일어난다는 기준이다. 즉 J 적분 값이 그 임계치인 J_c 값보다 작을 때 ($J < J_c$) 그 재료는 안전하다고 할 수 있다.

파괴 역학적 파라메터는 외력과 결합의 크기를 함께 고려하기 때문에 파괴를 정확히 해석할 수 있는 반면 적용절차가 복잡하고 어렵다는 단점이 있다. 그러나 재료역학적인 파괴기준을 결합의 크기를 고려하여 파괴역학적인 파괴해석에 이용할 수 있다면 편리한 방법이 될 수 있을 것이다. 균열이 존재하는 부재에 대하여 탄성해석에 의한 균열선단의 응력해석과 2축하중이 작용하는 경우에 대한 해석들이 있다. 이들의 결과는 이상적인 재료에 대한 탄성해석에 의한 것 이므로 파괴의 해석에 직접 적용하는 것은 문제점이 있다. 이 밖에 혼합모드 균열인 경우에 대한 탄성파괴의 기준으로 응력이나 변형률, 변형에너지 밀도 등에 바탕을 둔 파괴기준이 사용되고 있으나 균열진전 방향의 예측에 주로 사용될 뿐 균열진전 개시점이 예측에는 정확도가 떨어진다고 알려져 있다.

연성재료에서는 균열선단의 소성역이 커지기 때문에 탄소성 해석이 필요하며 탄소성 해석에서는 균열선단의 응력해석에 의한 소성역의 크기를 고려하고 소성역내의 응력이나 변형률, 변형에너지를 해석한 연구들이 있다^{5~7)}. 이런한 연구들은 균열선단 부근의 응력이나 변형률의 해석에 그치고 직접 파괴의 기준으로 사용할 수 없는 것이 문제점이라 할 수 있다. 본 연구에서는 연성재료에 대하여 재료 역학적인 파괴기준을 균열의 크기를 고려한 파괴역학적 해석에 적용하여 균열진전이 시작될 때 균열선단의 변형률과 인장시험시 넥킹(necking)부의 파괴시 국부변형률이 같다고 생각하면 균열선단의 최대변형률이 국부파괴변형률과 파단면의 직경(단면적) 감소율과의 관계를 이론적인 연구를 통하여 J 적분을 이용한 파괴개념과 어떤 상관관

계가 있는지 이론해석치와 실험치를 비교 검토하고자 한다.

2. J 적분과 균열선단 변형률에 대한 이론적 해석

2.1 연성재료의 인장시험에 의한 파괴변형률의 적용

인장시험의 결과 공칭응력-공칭변형률 관계를 Fig. 1에 나타내었다. 시험편에 응력이 증가되어 σ_{ys} 에 이르면 변형률은 ϵ_{ys} 가 되고 항복이 발생한다. A점 이후에서는 응력을 제거하여도 원래의 상태로 복귀되지 않으므로 재료역학적인 설계개념에 의하면 이 이하의 응력에서 사용되도록 설계하여 왔다.

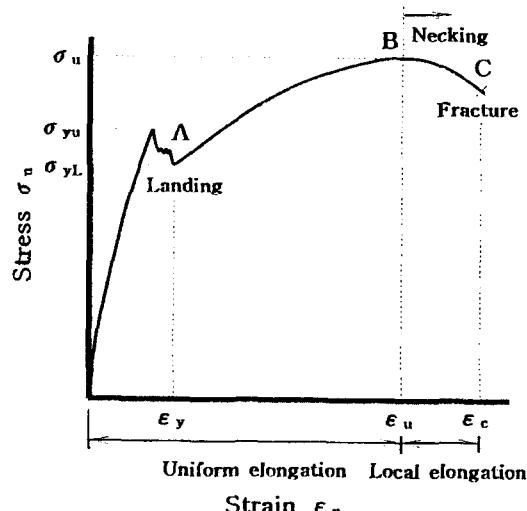


Fig. 1 Typical nominal stress-strain curve

가공경화에 의해 응력이 증가되어 B점에 이르면 더 이상의 응력을 증가시키지 않아도 파괴에 이르게 되므로 이때의 응력 σ_u 를 인장강도라 하며 이 이하의 응력에서만 파괴에 대한 안전성이 보장이 된다. 그러나 변형률로 보면 응력이 σ_u 일때의 변형률 ϵ_u 에서는 파괴에 이르지 않고 국부수축부에서는 중심부가 최대의 인장응력상태로 되며 이 부분에서 시험편 내부에

a, b을 구하면 일축응력상태일 때 변형에너지밀도 한계치를 구할 수 있다.

3. 탄소성 파괴인성치(J_{IC})해석에 적용

3.1 W_c 와 J_{IC} 의 관계

Fig. 3은 Rice¹⁶⁾에 의해 제안된 J적분을 도식적으로 나타내었으며 수식적표현은 다음과 같다.

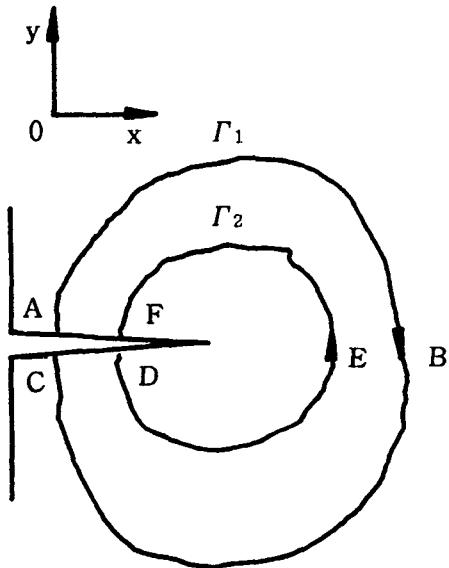


Fig. 3 Contour around the crack tip

$$J = \int_r (W dy - T \partial_u / \partial x \cdot ds) \quad (10)$$

여기서 W 는 변형에너지 밀도이고, T 는 Γ 상에서 외향법선벡터, u 는 변위벡터, ds 는 적분 경로상의 미소길이이다. 균열이 둔화되어 둥글게 된 균열선단으로 적분경로(Γ)를 잡으면 $T=0$ 이 되므로

$$J = \int_r W dy \quad (11)$$

식(10)에서

$$W(y) = W_0 f(y) \quad (12)$$

여기서 W_0 는 균열선단에서의 변형에너지밀도로서 $W(y)$ 의 최대값과 같으며 $f(y)$ 는 1보다 작거나 같은 미지의 함수이다.

식(11)과 식(12)에서

$$J = W_0 \int_r f(y) dy \quad (13)$$

W_0 는 변형에너지밀도로 W_0 가 그 극한값인 W_c 가 될 때 J 는 J_{IC} 가 된다.

$$J_{IC} = W_c \int_r f(y) dy \quad (14)$$

평면응력상태(Plane stress condition) 일때의 W_c 는 ϵ_{nc} 가 인장시험시 파단부의 최대공칭변형률 일 때 다음과 같다.

$$W_c = \sigma_{ys} \epsilon_{nc} = \sigma_y (e^{\epsilon_c} - 1) \quad (15)$$

여기서 σ_{ys} : 항복응력

ϵ_c : 진 변형률의 임계치
식(14)와 식(15)에서

$$\int f(y) dy = J_{IC} / \sigma_y (e^{\epsilon_c} - 1) \quad (16)$$

Rice¹⁶⁾에 의하면 평면응력상태에서 J -적분값과 균열개구 변위와의 관계는 다음과 같다.

$$J_{IC} = \sigma_{ys} \delta_c = 2A_c \sigma_{ys} \quad (17)$$

여기서 δ_c : 균열개구 변위의 극한값

A_c : 둔화에 의한 균열 진전량의 극한값
식(16), (17)에서

$$\int f(y) dy = 2A_c / (e^{\epsilon_c} - 1) \quad (18)$$

평면변형률상태(Plane strain condition)에서는 다음과 같다.

$$J_{IC} = A_c \sigma_{ys} (2 + \pi) / \sqrt{3} \quad (19)$$

식(16)은 평면응력상태에서 유도된 것이나 평면변형률상태에서 적용된다고 가정하면 식(19)을 식(16)에 대입하면 평면변형률 상태에서는

$$\int f(y) dy = 2A_c \sigma_{ys} (2 + \pi) / \sqrt{3} (e^{\epsilon_c} - 1) \quad (20)$$

식(14), (18), (20)을 정리하면 다음과 같다.

평면응력상태에서

$$J_{IC} = 2W_c A_c / (e^{\epsilon_c} - 1) \quad (21)$$

평면변형률상태에서

$$J_{IC} = 2.96 W_c A_c / (e^{\epsilon_c} - 1) \quad (22)$$

변형률의 한계치까지에서 구한 변형에너지밀도 한계치의 식(9)를 식(22)에 대입하면 아래와 같은 정량적인 J_{IC} 값을 산출할 수 있는 이론식을 얻을 수 있다.

$$J_{IC} = 2.96 a A_c (\epsilon_c)^{b+1} / ((b+1)(e^{\epsilon_c} - 1)) \quad (23)$$

4. 재료 및 실험방법

4.1 시험편 및 실험장치

본 연구에 사용된 재료는 원자력발전소의 압력용기에 사용되는 SA508-C3 저 탄소강이며 화학적 성분은 Table 1에 나타내었다. 단조과정을

Table 1 Chemical Composition and Mechanical Properties

	C	Mn	P	S	Si	Ni	Cr	Mo	V	Cu
SA-508 Cl.3 Specification	0.15~0.25	1.20~1.50	0.025 max	0.025 max	0.12 max	0.40~1.00 max	0.25 max	0.45~0.60	0.05 max	0.10 max
The Analyzed	0.17	1.42	0.004	0.003	0.04	0.98	0.22	0.58	0.003	0.045

거친 원통 Shell의 형태에서 C-R 방향으로 인장시험편을 채취하고 직경 12.5mm, 표점거리 25mm인 환봉시험편에 평행부의 변위를 측정하기 위한 석영유리봉은 드릴선단각이 90°인 드릴로서 깊이 0.3~0.4mm되는 접촉점을 만들어 이곳에 고정하였으며 시험편의 형상과 치수를 Fig. 4에 나타내었다.

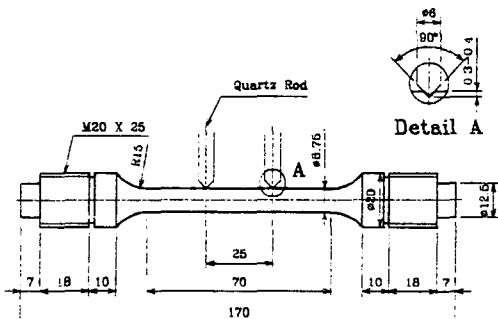


Fig. 4 Geometry and dimensions of high temperature tensile test specimen

탄소성파괴인성 (J_{IC})시험편은 폭 50.8mm, 두께가 25.4mm인 1CT형이며, 기계노치는 폭 3mm의 슬릿을 가공하고 균열발생을 쉽게하기 위하여 방전가공기(Wire cut electric spark machine)를 이용하여 폭 0.25mm, 길이 3mm로 가공하여 기계가공 노치깊이는 $a_n = 0.5a/W$ 이며, Fig. 5에 나타내었다. Fig. 6은 인장시험과 파괴인성시험에 이용된 용량 98KN의 전기유압서어보 피로시험기(Instron Model 1331)과 고온실험에 사용된 전기로(Instron Model 3111)를 피로시험기에 부착한 사진이며 실험분위는 자동온도조절장치를 이용하였으며 노내 분위기를 안정시키기 위하여 약 1시간 (Soaking time) 이상 유지시켰으며 실험온도차를 $\pm 2.5^{\circ}\text{C}$ 이내로 유지시켰다. 인장시험은 ASTM E8-82에 의거하여 시험하였으며 기계적 물성치를 얻기 위하여 변위

계(Extensometer)을 사용하였다. 파괴인성시험에 사용된 COD게이지는 ASTM E399-90 규정에 따라 고온용 스트레인게이지(350 OHM) 4개를 게이지 범(Beam) 전면과 후면에 부착하여 0.5 μm 의 측정 정밀도가 있는 캘리브레이터를 이용하여 ASTM E399-90에서 규정한 변위게이지의 정밀도를 만족하였다.

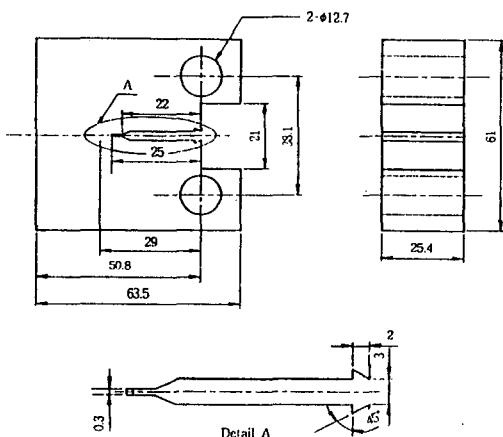


Fig. 5 Geometry of CT test specimen



Fig. 6 Environmental Chamber of high temperature for fracture toughness test

4.2 실험결과 및 고찰

4.2.1 응력-변형률실험

ASTM E8과 ASTM E21에 따라서 응력-변형률 실험을 하였다. 인장시험에 의한 응력과 변형률곡선에서 기계적인 물성치를 구하였으며, 진응력-진변형률선도를 나타내고 커브 피팅(curve fitting)하여 상수 a, b를 구하였다. 또 시험편의 파단면으로부터 식(4)에 의하여 변형률 ϵ_c 를 산출하였으며 각 온도에 대한 실험결과를 Fig. 7과 Table 2에 나타내었다. 실험결과 상온의 경우 인장강도와 항복강도가 200°C, 300°C의 경우보다 조금 크게 나타났으며, 진응력-진변형률선도의 커브피팅 상수 a, b를 비교하면 a는 200°C의 경우가 가장 크게 나타났으며 b는 300°C가 크게 나타났다. 이와같이 온도의 영향에 따른 물성치의 변화는 본 연구에 사용된 재료가 저탄소강임을 고려하면 청열취성 영역에 분포되어 기계적 성질을 저하시는 원인으로 작용되었으며 궁극적으로 균열진전에 대한 구속력이 약화되어 균열에 대한 저항성을 감소시켜 파괴변형률에 대한 탄소성파괴인성치의 감소 원인을 초래한다.

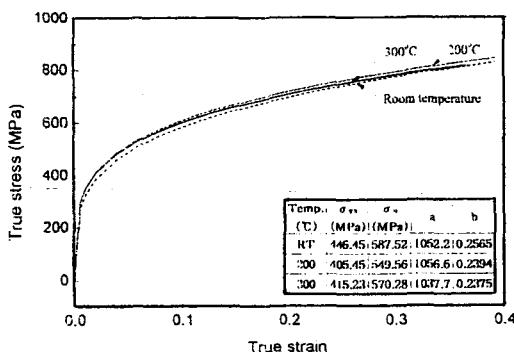


Fig. 7 True stress-True strain results for SA508-C3 steel at room temperature, 200°C, 300°C

4.2.2 탄소성 파괴인성시험

파괴인성시험편의 예비균열 도입 분위기는 상온 대기중에서 실시하였으며, 응력비 $R=0.05$, 주파수 15Hz인 정현하중파형으로 노치 끝에서 약3mm의 예비균열을 도입하여 최종균열비 $0.5 \leq a_0/W \leq 0.75$ 의 ASTM E647-97 규정에 따라 $a_0/W=0.6$ 이 되게 하였다. 또한 시험편에 균열이

Table 2 Summary of $\sigma-\epsilon$ test results for SA-508 C1.3 steel

Temp. (°C)	Orient.	σ_y (MPa)	σ_u (MPa)	a	b
RT	C-R	446.45	587.52	1052.2	0.2565
200	C-R	405.45	549.56	1056.6	0.2394
300	C-R	415.23	570.28	1037.7	0.2375

발생될 때 까지 최대응력확대계수 폭 $\Delta K=29.69 \text{ MP}\sqrt{\text{m}}$ 로 하였고 균열발생 후 하중을 단계적으로 감소시켜 최대응력확대계수 폭 $\Delta K=28.19 \text{ MP}\sqrt{\text{m}}$ 로 유지하였다. 파괴인성시험은 정적부하방식중 스트로크제어 하였으며, 부하속도는 0.1 mm/min로 일정하게 유지하여 실험하였다. 실험 후 파로하중으로 파단시켜 파단시험편을 주사식 전자현미경(SEM)에서 둔화에 의한 균열진전량을 측정하여 정량화 하였다. 균열길이 및 J-R곡선평가에 따른 J_{IC} 값은 ASTM E813, E1152 시험법 규정에 따라 실험조건으로 상온 200°C, 300°C에서 실험을 수행하였다. 이를 실험에 의한 결과는 Fig. 8~10에 나타내었다.

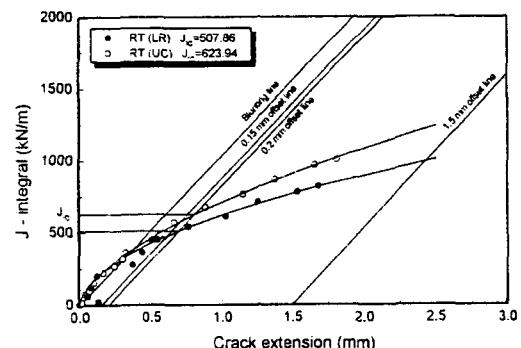


Fig. 8 Relation of J-R curve and J_{c} on the unloading compliance method and load ratio analysis at room temperature

Fig. 8~10은 ASTM E813의 제하컴플라이언스법(UC)과 E1152법을 이용한 하중비 해석방법(LR)을 이용하여 실험 분위기 조건에서 ASTM 규정에 따른 유효 데이터로 J-R곡선을 나타내어 정량적인 값을 비교하면 제하컴플라이언스법의 J_{IC} 값이 크게 평가 되었으며, 온도변화에 따라서 약간 차이를 가져왔다. 이러한 원인은 곡

선의 기울기의 변화이며 궁극적으로 J_{IC} 의 평가에 밀접한 관계를 가지고 있다. 이와 같이 평가한 J_{IC} 값은, 상온의 경우 $J_{IC}=623.94$, $J_{IC}=507.86$ 이며, 200°C의 경우 $J_{IC}=500.60$, $J_{IC}=360.34$ 이고, 원자로의 실제 가동온도 범위를 갖는 300°C의 경우 $J_{IC}=418.38$, $J_{IC}=314.39$ 로 나타났다. 특히 J-R곡선의 기울기 경향을 살펴보면 상온과 200°C의 경우는 유사함을 나타내며, 300°C의 경우 균열길이 증가와 더불어 많은 차이점을 보였다. 이러한 차이점은 실험온도의 영향 때문에 기인한 것으로 생각되며, 200°C와 300°C의 경우 하중 제하시 재료의 연성이 증가하여 하중-하중변위곡선에서 하중제하를 반복하면 하중은 증가하지 않고 변위량이 증가하여 변형시효의 현상이 일어났으며, 온도가 증가함에 따라 더욱더 뚜렷하게 나타났다. 이와 같이 하중-변위곡선은 온도에 영향을 받아 가공경화지수와 변형시효에 의한 실험적인 오차가 발생하기 때문에 생각된다.

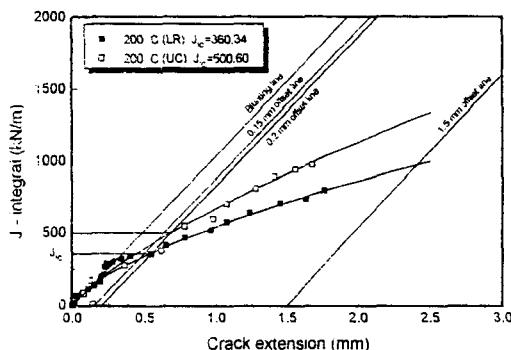


Fig. 9 Relation of J-R curve and J_{IC} on the unloading compliance method and load ratio analysis at 200°C

이러한 오차는 하중과 변위곡선상에서 온도의 증가에 따라 가공경화지수가 다르게 나타남을 반증할 수 있다. 따라서 완전 소성해석의 개념을 바탕으로 재료의 경화지수를 고려하여 신뢰성을 갖는 균열길이를 측정하여 J_{IC} 평가의 지배적인 영향인자를 고려한 제하컴플라이언스법과 하중비 해석이 근사적 해석방법으로써 물리적인 의미를 갖는다고 할 수 있다.

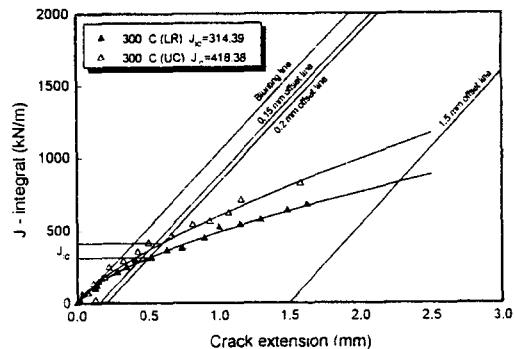


Fig. 10 Relation of J-R curve and J_{IC} on the unloading compliance method and load ratio analysis at 300°C

4.2.3 이론해석치와 실험해석치의 J_{IC} 비교 고찰

인장시험의 결과와 탄소성 파괴인성 실험후 시험편 과단면으로부터 측정한 A_c (스트레치존 폭)를 이용하여 식(22)에 따라 이론적 J_{IC} 를 계산하였다. 이론해석치와 ASTM E813, E1152 규정에 따른 실험해석치의 결과를 비교하여 Fig. 11 및 Table 3에 나타내었다. Fig. 11에서 알 수 있는 바와같이 서로 다른 온도에서 SA 508-C3에 대하여 ϵ_c 로 구한 J_{IC} 와 두 ASTM방법으로 구한 J_{IC} 를 비교한 결과 둘화에 의한 균열진전량 극한값(A_c) 또는 스트레치존 폭(SZW)의 원인이 되어 약간 과대평가 되지만 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다.

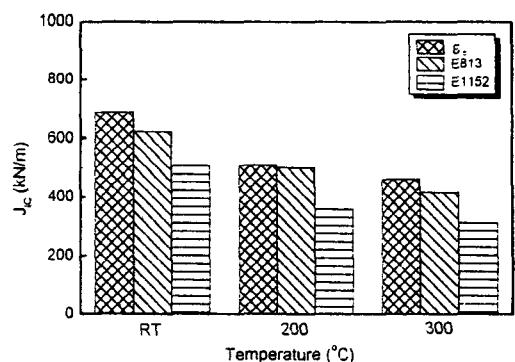


Fig. 11 Relation of J_{IC} test results on the E813, E1152 and ϵ_c method at room temperature, 200°C, 300°C

Table 3 Results of J_{IC} test by the E813, E1152, ϵ_c methods for SA-508 Cl.3 steel

Temp. (°C)	ϵ_c	J_{IC} (kN/m)		$J_{IC}(\epsilon_c)$ (kN/m)		Errors (%)	
		E813	E1152	E813	E1152	E813	E1152
RT	0.652	623.94	507.86	691.32	10.78	36.12	
200	0.582	500.60	360.34	508.72	1.62	41.18	
300	0.546	418.38	314.39	462.51	10.55	47.11	

주사식전자현미경을 이용하여 측정한 스트레치존 폭은 약간의 산포를 가진다는 것은 여러 연구자들에 의해 규명된 사실이다. 본 연구에서는 실험분위기에 따른 둔화에 의한 균열진전량을 측정한 결과 상온에 비하여 200°C 실험조건에서 평균측정값(9점법)이 크게 나타났으며 300°C의 경우가 가장 크게 평가되었다. 한편 탄소성파괴인성시험후 X-Y 레코더 상에 나타난 하중-변형률곡선 측정시 200°C, 300°C의 경우 제하 반복회수에 따라 변형시효(Strain aging)가 일어났으며, 이러한 원인은 파괴인성값의 정량적인 값에 영향을 준 것으로 생각된다. 따라서 스트레치존폭의 산포와 변형시효가 이론치와 실험치의 오차를 발생하게 되었다. 본 연구는 인장시험을 기초로한 파괴변형률을 이용한 탄소성파괴인성을 추정하는 방법을 고려하면 실험결과가 비교적 잘 일치함을 알 수 있다. 특히 연성재료에서는 ϵ_c 로부터 J_{IC} 를 구할 수 있을 것으로 생각되며, 보다 체계적이고 많은 연구를 통하여 J_{IC} 와 ϵ_c 의 한계가 명확히 밝혀지고 구조물의 균열선단부의 변형률 해석이 가능해진다면 ϵ_c 를 연성재료의 파괴해석인자로 사용할 수 있을 것으로 생각된다. 본 연구의 실험 조건에서 ϵ_c 와 E813, E1152법의 오차는 7.65%, 41.7%이고 최대오차는 10.78%, 47.11%였다. 따라서 둔화에 의한 균열진전량 극한값(A_c) 또는 스트레치존 폭에 의한 균열측정 보다 비파괴적인 실험방법인 X-선 회절을 이용한 소성역깊이와 반기폭의 관계를 통해서 균열진전량의 정량적인 값을 추정하는 실험방법으로 오차의 폭의 줄일 수 있고 정확한 경향치를 결정할 수 있는 국부변형률에 관한 연구가 지속되어야 할 것이다.

5. 결 론

연성재료에서 국부파괴 변형률값으로 파괴해석을 하기 위한 기초적인 연구로 국부파괴 변형률값을 파괴역학적인 인자 J_{IC} 와 비교하였으며, 이론해석치과 실험치를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 인장시험으로부터 구간 국부파괴변형률(ϵ_c)과 탄소성파괴인성치(J_{IC})의 정량적인 관계는 평면응력 및 평면변형률 상태에서 이론적으로 구할 수 있었으며, 정량적인 이론식은 다음과 같다.

$$J_{IC}=2 W_c A_c / (e^{\epsilon_c} - 1)$$
 (평면응력상태)

$$J_{IC}=2.96 W_c A_c / (e^{\epsilon_c} - 1)$$
 (평면변형률상태)

$$J_{IC}=2.96 a A_c (\epsilon_c)^{b+1} / ((b+1)(e^{\epsilon_c} - 1))$$
- 2) 탄소성파괴인성치를 해석한 결과 국부파괴변형률(ϵ_c) 평가법과 ASTM E813, E1152 방법을 비교하여 보면 국부파괴변형률 값이 약간 과대평가되는 원인은 둔화에 의한 균열진전량의 극한값으로 생각된다.
- 3) 연성재료의 경우 균열선단부의 둔화 후 파괴가 일어나므로 파괴역학적인 파괴해석에 ϵ_c 를 사용하여 주변형률, 변형에너지밀도 파괴기준을 적용 할 수 있으며 방사선 조사를 받아 시험편 채취에 제한을 가지는 경우 유용한 기초적 연구자료로 사용될 수 있다.

참 고 문 헌

- 1) J. Tirosh and Elicatz, "Mixed-Mode Fracture Angle and Fracture Locus of Materials Subjected to Compressive Loading", Engng. Fracture Mech., Vol. 14, pp. 27~38, 1981.
- 2) K.J. Changm, "On the Maximum Strain Criterion-A New Approach to the Angled Crack Problem", Engng. Fracture Mech., Vol. 14, pp. 107~124, 1981.
- 3) R.J. Nuismer, "An Energy Release Rate Criterion for Mixed Mode Fracture", Int. J. of Fracture, Vol. 11, pp. 245~250, 1975.
- 4) M.A. Hussain, S.L. Pu and J. Underwood, "Strain Energy Release Rate for a Crack Under Combined Mode I and Mode II",

- ASTM STP 560, pp. 2~28, 1974.
- 5) J.D. Achenbach and Z.L. Li, "Plane Stress Crack-Line Fields for Crack Growth in an Elastic Perfectly-Plastic Material", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 20, No. 3, pp. 535~544, 1984.
 - 6) G. Glinka, "Calculation of Inelastic Notch-Tip Strain-Stress Histories under Cyclic Loading", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 22, No. 5, pp. 839~854, 1985.
 - 7) D. Kujawski and F. Ellyin, "On the Size of Plastic Zone Ahead of Crack Tip", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 25, No. 2, pp. 229~36, 1986.
 - 8) H.J. Schindler, "On the Relationship Between J-integral and Crack Opening Displacement", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 20, No. 2, pp. 281~287, 1984.
 - 9) L.F. Gillemot, "Criterion of Crack Initiation and Spreading", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 8, pp. 239~253, 1976.
 - 10) J.R. Rice, "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, pp. 379~386, 1968.
-