

전자장비 안전설계를 위한 PCB의 설계단계별 열전달 해석

Numerical Analysis of Heat Transfer of a Printed Circuit Boards for Safety Design of Electronic Equipment at Each Design Stage

김재홍* · 김종일**

Jae-Hong Kim · Jong-Il Kim

(1998년 2월 13일 접수, 1998년 5월 2일 채택)

ABSTRACT

The natural convection cooling of simulated electronic chips located on a printed circuit board(PCB) has been studied by Computer Aided Engineering(CAE).

In CAE, 3-dimensional finite element model of simulated electronic chip was made to accomplish heat transfer analysis at each design stage of a printed circuit boards for thermal optimization. The simulated electronic chips are installed protrudent from the plate about 3mm. The materials the plates are epoxy and aluminum. The results show that the chip with relatively high heat generation rates should not be close to each other. It is found, as well that cooling effect for the aluminum plate is superior to the epoxy plate and location of maximum temperature is significantly influenced by the structure variation of PCB. In developing PCB and electronic chips, it's recommended that CAE is very useful to estimate to the distribution of temperature.

1. 서 론

최근 전자장비의 소형화, 집적화 및 다기능화에 부응하여 사용이 더욱 더 많아진 고성능 전자 칩들은 장비내 열발생율을 높여 오동작과 시스

템의 불안정등 전자장비의 신뢰도를 떨어뜨리는 문제점을 야기시키고 있다. 따라서 전자장비의 최대 작동온도를 10°C 낮출 때마다 칩의 신뢰도가 50%이상 향상된다는 Nelson 등¹⁾의 연구에 따라 전자칩의 최대 작동온도를 보다 낮게 유지할

* 서강정보대학 소방안전관리과

** 조선대학교 기계공학과

수 있도록 설계를 하는 것이 바람직하지만 전자 칩 주위에서 일어나는 매우 복잡한 열전달 현상을 정확하게 해석하고 열전달에 영향을 미치는 인자를 규명해야 하기 때문에 많은 어려움이 있다. 전자 장비에서의 냉각 설계 연구는 전자 부품 단위의 단열 열전달계수를 근거로 하여 주어진 기하학적 조건과 작동 온도에 대해 해석을 하고 각 부품의 냉각 메커니즘을 조사하는 것이 일반적이며 이에 대한 많은 연구가 되고 있다. Wirtz와 Mcauliffe²⁾ 등은 열전대를 이용하여 전자 부품의 각 배열에 따른 열전달과 유동 가시화를 연구하였으며, Arvizu와 Moffat³⁾ 등은 기판과 기판사이 발열블록의 배열 간격을 변화시키면서 Reynolds와 Nusselt수와의 상관 관계식을 실험적으로 조사했다. Sparrow⁴⁾ 등은 물질의 승화량을 측정하여 물질 전달 계수를 구하고 물질 전달 유사성을 이용하여 열전달을 구하는 방법으로 일정한 높이를 가진 전자칩 배열에서 나프탈렌 승화법을 이용하여 열전달 특성과 압력 강하를 연구하였다. 또한 Aung⁵⁾ 등은 공기 중에 비대칭으로 가열되는 두 수직 벽면 사이에서 층류 열전달 특성을 실험 및 수치 해석으로 구하였다. Queipo⁷⁾ 등은 2차원 프린트 기판 채널내 발열 블록의 최적 배열을 제네티 알고리듬을 사용하여 해석하고 열 유체 분야의 최적화 문제에서 제네티 알고리듬이 효과적이라고 주장하였다.

그러나 위의 방법은 해석의 단순화를 위해 프린트 기판을 모사한 단순 형태로 실제 부품 및 전자 칩의 실장 기술과는 거리가 있었으며, 또한 열전대 부착 및 단열, 국소 열 유속 측정, 가시화를 위한 실험 장치 구성에 많은 시간과 비용이 소요되는 어려움으로 산업 현장에 적용하기에는 많은 어려움이 있을 것으로 생각된다.

본 연구는 CAE를 이용하여 지금까지 PCB 개발에 있어서 설계와 신뢰성 확인 시험의 반복 과정에 소요되는 개발 기간을 단축하고 설계 품질을 향상시키기 위해 설계 초기 단계에서부터 냉각 성능이 우수한 최적 사양을 예측할 수 있는 방법을 제시함으로써 프린트기판의 신뢰성 향상과 수명 연장을 위한 산업체의 안전설계 수준을 향상시키는데 목적이 있다. 이를 위해 자

연대류 상태에서 온도분포 해석 및 최적화 방법으로는 미국 나사(NASA)에서 신뢰성을 인정받은 유한요소 범용 소프트웨어 MSC/NASTRAN을 사용하였다.

2. 모델링을 위한 이론 (MSC/NASTRAN 해석 방법)

본 논문에서 인쇄회로 기판의 열적 최적화를 위한 열전달 메카니즘은 자연대류를 이용하였다.

MSC/NASTRAN의 자연대류 열전달 접근 방법은 해석 대상인 프린트기판의 막계수(film coefficient)는 온도함수와 주위 온도함수 뿐만 아니라 시간의 함수로도 정의 할 수 있게 되어 있지만 해석의 단순화를 위해 다음과 같은 시간에 따라 열 유동 상태가 변하지 않는 정상상태의 열 평형 방정식을 이용하였다.

$$[K](U) + (R)(U + T_{abs})^4 = (P) + (N) \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

여기서 $[K]$ = 열 전도 메트릭스

(U)=알고 싶은 곳의 온도백터

(R)=방사온도 메트릭스

(T_{abs}) = 주위온도

(P)=열유동상수백E

(N)=열 유동에 영향을 받는 온도백터

정상상태의 열 평형 방정식은 방사항에 4제곱을 하였기 때문에 해석 결과는 온도뿐만 아니라 경계조건, 재료특성에 따라 달라지는 비선형 상태로 계산되어지며 해는 Newton-Raphson 반복법을 이용하였다. 이러한 계산 과정에서 정상상태의 열 평형 방정식은 다음 식으로 유도된다.

여기서

$$[K_T]^i = [K]^i + 4[R]^i \{ U^i + T_{abs} \}^3 - \{ \delta N / \delta U \}^i \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\{R\}^i \equiv \{P\}^i + \{N\}^i - [K]^i \{U\}^i - [R]^i \{U^i + T_{abs}\}^4 \quad \dots \dots \dots (4)$$

$[K_\pi]^i$ = 접선 전도 메트릭스

$\{R\}^i \equiv$ 잇여 배터리

각각 반복법에서 좌측 메트릭스와 우측벡터는 알고자 하는 온도벡터에 의해 계산되어 지므로 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\{ \Delta U \}^i = \{ U^{i+1} - U^i \} \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

MSC/NASTRAN에서는 각각 반복적으로 해를 푸는데 일반적으로 잉여 백터를 재 계산하지만 반복법의 효과를 향상시키기 위해서는 접선 메트릭스도 재 계산할 수 있으므로 최적의 해를 얻을 수 있다. 따라서 정상상태에서의 해석일지라도 데이터 입력 값에 따라서 비선형 상태의 해석도 가능하다.

3. 프린트기판 모델링

3.1 발열칩의 배열 모델

본 연구에서 프린트 기판내 발열칩의 열적 최적화를 위하여 1단계인 발열칩 최적배열을 위한 기하학적 해석모델은 Fig. 1과 같다. 상부는 알루미늄 방열판, 하부는 배선기판을 나타내었으며, 발열칩의 크기와 높이는 실제 부품과 동일한 크기(20×20)로 하였고 발열칩간의 거리는 Y. Jaluria의 연구 결과에 따라 열적 상호 간섭을 무시할 수 있는 거리로 하였다. 프린트기판 상부에는 발열량이 각각 다른 6개의 고성능 발열칩이 등 간격으로 부착되어 있고 하부의 배선 기판은 에폭시기판으로 구성되어 있으며 자연 대류 방식으로 냉각되고 있다. 전자칩의 공급 열량은 고 발열칩인 $20W$ 를 기준으로 80%가 되는 $16W$, 55%가 되는 $11W$, 35%가 되는 $7W$, 15%가 되는 $3W$ 를 불균일하게 가해지도록 하였다. 발열칩 최적 배열을 위한 설계 변수는 배치 가능한 모든 경우수가 $6!$ 이기 때문에 해석의 단순화와 주변 온도에 따른 냉각성능 비교를 쉽게 하기 위해서 칩 배열 영향에 따른 열전달 해석은 Fig. 1과 같은 동일구조의 프린트기판 상태에서 Table 1과 같은 3가지 조건으로 한정하였고 다음과 같은 가정을 하였다.

- 1) 모든 벽면에서의 방사율은 동일하다.
 - 2) 모든 재질은 온도에 따라 밀도가 변하지 않는다.
 - 3) 압축성 효과는 무시한다.

Table 1 Case of non-uniform heating condition

Condition	A	B	C	D	E	F	Total
Case 1	20	11	7	16	3	20	57W
Case 2	20	20	16	11	7	3	57W
Case 3	20	11	16	3	7	20	57W

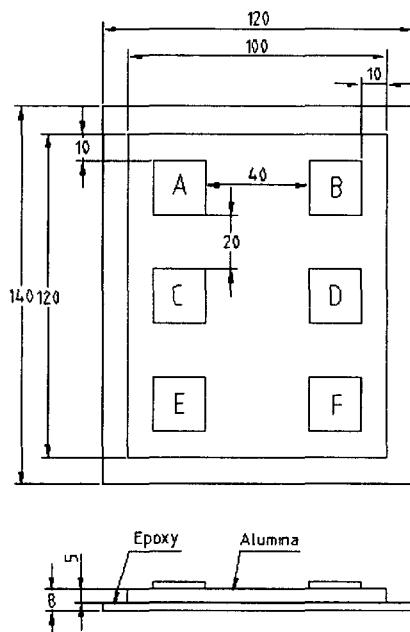


Fig. 1 Geometry of PCB with chip arrangement

Table 2 Material properties of Finite Element Model

Material	Heat conductivity (w/mm°C)	Specific heat (kJ/kg°C)	Density (kg/mm ³)	Remark
Aluminum	0.0204	0.896	0.002707	
Copper	0.386	0.3981	0.00895	
EPOXY	0.0006	1.297	0.00111	

3.2 방열구조 모델

프린트 기판내 발열칩의 열적 최적화 설계에 있어서 발열체에 부착된 벽면의 최대 온도가 매우 중요하다 따라서 고발열량을 가진 전자칩은 열적으로 주변 칩들에 영향을 미치지 않도록 최적으로 배열하여 채널내의 최대 작동온도를 예측한 후 최대 작동온도가 설계기준값보다 높으

면 다음으로 냉각성능이 우수한 방열판 구조를 설계하여 장비의 신뢰도를 확보하는 것이 일반적이다.

본 연구에서는 개발설계 단계에서 전자칩의 실장기술을 고려한 Fig. 2와 같은 방열판이 부착된 두 개의 모델을 해석하기 위해 3차원 솔리드 유한요소 모델을 만들었다.

모델A는 알루미늄 방열판 위에 배선기판인 에폭시 기판을 부착하고 그 위에 6개의 불균일 발열칩이 등간격으로 부착되어 있으며, 모델 B는

전자칩의 실장 및 고밀도화를 더욱 쉽게 하기 위해 상부에 배선판인 에폭시 기판을 6개의 사각 구멍을 뚫어 하부 알루미늄 방열판을 통하여 발열칩이 냉각될 수 있도록 공간 사이에 스페이서를 장착시키는 실제부품과 똑같이 모델링 하였다. 프린트 기판의 방열구조 변화에 따른 냉각성능을 해석하기 위한 발열칩의 발열조건은 동일 조건하에서 냉각성능을 비교할 수 있도록 각 발열칩의 발열량은 Table 1의 Case 1 조건으로 모델 A와 모델 B를 모델링 하였다.

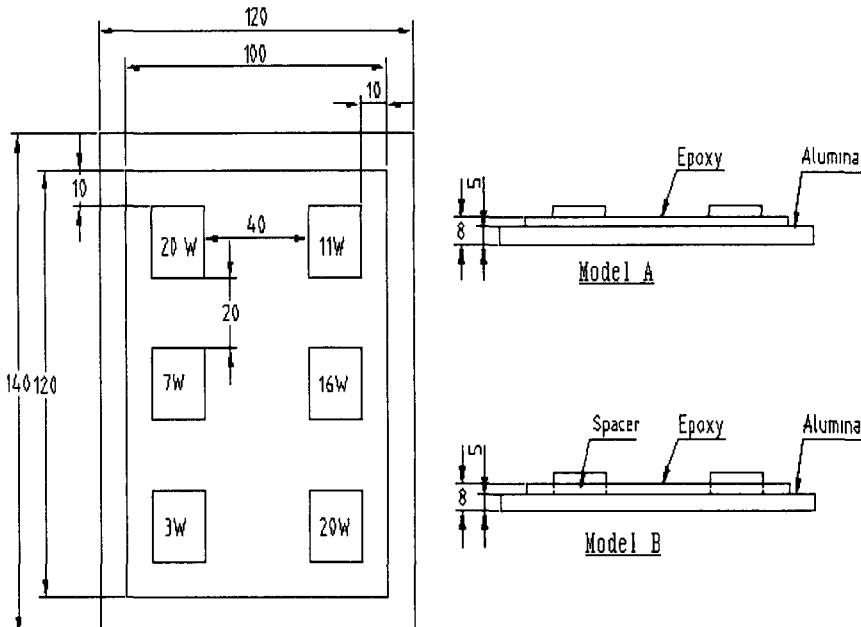


Fig. 2 Geometry Configuration of PCB Structure

3.3 격자 생성 및 경계조건

프린트기판의 전자칩의 열전달 해석 모델은 직교좌표계를 기본으로 MSC/NASTRAN의 Post processing function을 이용하였다. 유한요소 해석을 위한 격자 생성은 프린터기판 및 발열칩의 기하학적 형상 및 해의 정밀도를 감안하여 에폭시판, 알루미늄판, 발열칩을 각각 4각 격자를 이용하여 10mm의 등간격으로 모델링 하였다. 그 결과 발열칩의 배열모델인 Fig. 1은 804 개의 절점 및 941개의 요소를 Fig. 3과 같이 생성

하였고 칩 배열에 따른 열 발생값만 다르게 입력하여 해석할 수 있게 하였다. 방열구조 변화에 따른 Fig. 2의 모델 A는 1038개의 절점과 742 개의 요소를, 모델 B는 544개의 절점과 795개의 요소를 Fig. 4와 같이 생성하였으며 절점은 모두 일치시켰다. 모델 A보다 모델 B가 절점 및 요소 개수가 적은 것은 사각구멍 사이에 등 스페이서가 삽입되어 요소 분할의 어려움 뿐만 아니라 이 부분의 온도분포를 세분화할 필요성이 없어 단순화하였기 때문이다. 배선 기판의 모델링에서는 리이드가 부착된 거친 판의 경우와 매끄

러운 평판인 경우의 열전달 계수값은 변화가 거의 없다는 연구결과⁷⁾에 따라 평면으로 모델링하였다. 또한 발열칩의 리이드 부착부와 핸더 접속부는 모델의 단순화를 위해 무시하였다. 경계 조건으로써는 에폭시, 알루미늄판, 발열칩의 재질에 따라 Table 2와 같은 온도, 열발생, 열전달계수, 비열, 밀도 값을 각각 입력하였다. 특히 전자칩은 모델을 단순화하기 위해 주 구성 재질인 동으로 하였고, 열발생값이 각각 다른 점을 감안하여 각각 전자칩의 경계 조건을 달리하였다. 전자의 열발생 지점은 전자칩의 유한요소 모델의 절점 위치로 하였고, 하부의 온도 경계 조건도 각각의 절점에 50°C를 입력하였다. 상부판의 경계 조건으로는 해석의 단순화를 위해 시간에 따라 열전달 계수가 변하지 않는 정상 상태의 값을 사용하였고, 주위 공기의 온도는 최고 작동 조건에 근접할 수 있도록 하절기 최고 온도인 39°C를 기준으로 방열판 및 기판요소에 R.A Wirtz와 R.J Stutzman의 연구에서 사용되었던 자연대류의 열전달 계수 $5.1 \times 10^{-5} \text{ W/mm}^2\text{C}$ 값을 입력하였다.

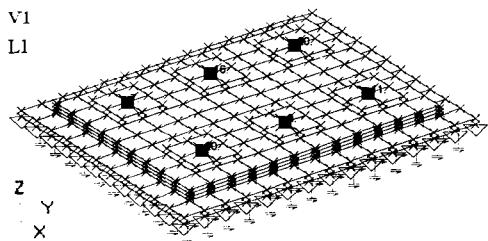


Fig. 3 3-dimensional Finite Element Model of chip arrangement

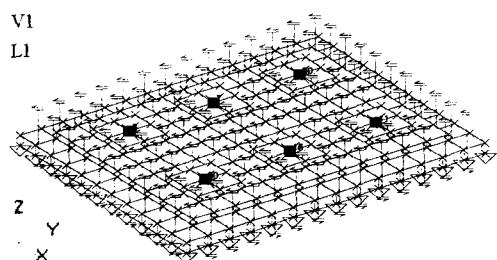
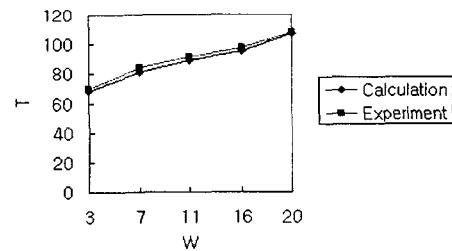


Fig. 4 3-dimensional Finite Element Model of PCB structure

4. 해석 모델링의 타당성 검증

본 연구에서 사용된 Fig. 1과 Fig. 2의 해석 모델의 타당성을 검증하기 위하여 전자칩의 최대작동온도는 Fig. 1의 모델 실험결과와 비교하였고 온도분포의 상대비교 대상은 발열칩의 높이와 비가열면의 거리에 따른 온도 분포를 수치적, 실험적으로 연구한 Y. Jaluria의 연구 결과와 비교하여 타당성을 검증하였다.

최대작동온도 해석 결과는 Fig. 5의 a와 같이 발열체 상면의 중심표면에서 T형 열전대(0.25 mm)를 0.3mm 되는 깊이에 부착하여 온도를 측정한 실험결과와 잘 일치되었다.(오차범위 5% 이내) 온도분포 해석결과 타당성 검증은 Fig. 5 b에 나타내었는데 Y는 무차원 표면 온도를 나타내고 X는 PCB의 표면거리를 나타내고 있다. 각 모델의 해석결과를 살펴보면 고발열량을 가진 전자칩이 가장 높은 온도를 나타내었고 가열면과 비가열면의 온도 분포는 열전도율이 적은 에폭시 기판 경우 온도차가 크게 해석되었다. 또한 열전도율이 큰 알루미늄일 경우는 평균 온도



(a)

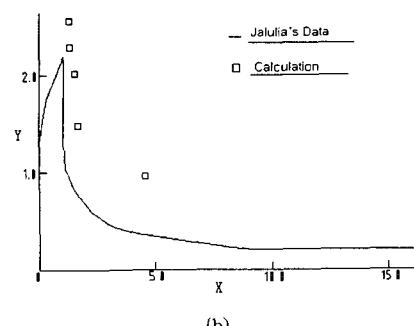


Fig. 5 Comparison of experiment with calculation result

차가 적게 나타났지만 가열면과 비가열면의 온도 분포는 에폭시와 알루미늄판 모두 열적 영향의 거리 산출값인 $D/L=2.0$ 의 이상에서 온도 영향이 급격하게 감소하였다. 따라서 본 해석은 Y. Jaluria⁶⁾의 연구 결과와 PCB의 최고온도 및 기하학적 조건이 서로 상이하지만 온도분포는 일치한 경향을 얻을 수 있었다.

5. 결과 및 고찰

5.1 발열칩의 배열조건별 해석 결과

본 연구의 목적은 프린트 기판내에 기하학적 조건은 동일하고 열발생이 각각 다른 발열블록을 배열할 때 주변 온도의 영향 및 작동온도를 낮게 유지시키는 칩 배열을 예측하는 것이다.

Case 1의 경우의 해석결과는 Fig. 6에 나타내었는데 최대 작동 온도는 칩 발열량이 20W인 경우 107°C로 나타났으며 열발생율이 가장 낮은 3W에서는 68°C로 나타나 열발생율이 높을수록 온도가 높고 열발생율이 낮을수록 온도가 낮게 나타났으며 이는 각 경우에서도 동일한 경향을 나타내었다. 칩의 배열에 있어서는 고발열칩인 20W가 서로 좌우 끝단에 배치되어 있지만 그 중간부에 16W의 비교적 높은 발열칩이 배치되어 있어 전체적으로 프린트 기판의 주변 온도가 80°C 이상을 유지하고 있기 때문에 보다 주변 온도분포를 고려하여 효율적인 칩 배열이 필요하다고 생각된다.

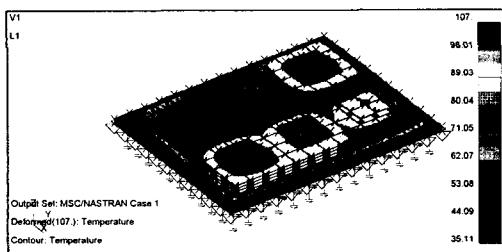


Fig. 6 Temperature distribution of case 1

Fig. 7은 Case 2의 해석결과를 나타내었다. 고발열칩이 20W가 끝단부에 서로 인접하고 비교적 고발열칩이 끝단 한쪽으로 배치되어 있는 경

우이다. 이때 최대 작동 온도는 110.9°C로 다른 Case 보다도 가장 높게 나타났으며 16W칩과 11W칩 사이에도 고발열량인 20W의 영향이 크게 나타나고 있음을 보여 준다. 따라서 고발열량을 가진 칩들이 서로 이웃하게 하는 것은 냉각성능 향상에 악영향을 미치므로 근접하여 배열할 경우는 칩간의 발열량을 감안하여 배치하는 것이 좋다.

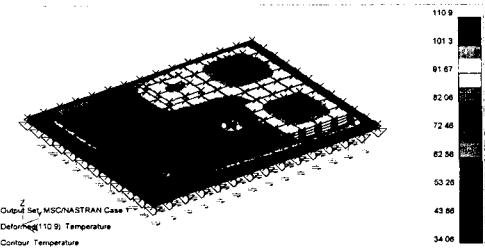


Fig. 7 Temperature distribution of case 2

Fig. 8은 Case 3의 경우의 해석 결과를 나타내었다. Case 1의 경우처럼 고발열칩인 20W가 좌우 끝단에 배치되어 있고 16W의 칩이 Case 1의 경우보다 가까이 배치되어 있으며 그 사이에 3W의 저발열칩이 배치되어 있는 경우다. 최대 작동 온도는 20W칩과 16W칩이 서로 이웃하고 있어 108.2°C로 Case 1 보다 높게 나타났지만 20W와 16W 주변을 제외한 나머지 부분에서는 77°C의 비교적 낮은 온도 분포를 나타내고 있다. 이상의 해석 결과를 정리하면 발열칩의 높이(L)와 가열면 사이의 비가열면 길이(D)의 비가 $D/L=2$ 이상에서는 발열칩 간의 열적 영향을 무시할 수 있다는 Y. Jaluria의 연구에서 제시된 경향과는 일치하지만 고발열량이 서로 인접하고 있는 경우는 기판 주위의 온도가 상승하므로 서로 이웃하는 것은 칩의 냉각에 불리하다고 생각된다. 전자칩의 최대 작동 온도가 가장 낮은 것은 Case 1이지만 Case 1부터 Case 3의 조건으로 칩을 배열하여도 최대 작동 온도가 크게 변하지 않는 것은 PCB의 기하학적 조건이 같고 칩의 전체 발열량이 57W이기 때문이라 생각되며, 최대 작동 온도를 설계 기준 값인 80°C 이하로 저감하기 위해서는 냉각 성능이 우수한 구조로 설계 변경이 필요하다고 판단된다.

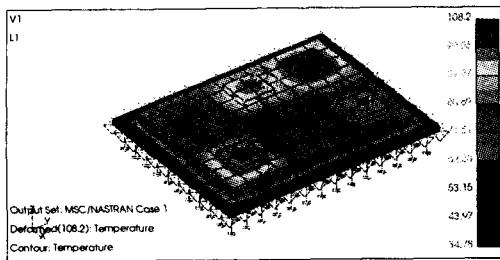


Fig. 8 Temperature distribution of case 3

5.2 방열구조별 해석 결과

방열 구조 변화에 따른 모델 A의 해석 결과는 Fig. 9에 나타내었으며, 모델 B의 해석 결과는 Fig. 10에 나타내었다. 모델 A는 하부 방열판인 알루미늄 판 위에 에폭시 배선기판을 부착하고 상부에 발열칩을 부착한 결과 최대 작동 온도가 20W에서 178.4°C로 발열칩의 배열모델에서 사용되었던 상부가 알루미늄 판이고 하부가 에폭시기판으로 구성된 구조보다도 높은 온도를 나타내었다. 또한 발열면과 비가열면과의 온도 차도 크게 발생하였는데 이는 에폭시 배선 기판이 알루미늄 판보다도 열전도율이 적어 칩의 냉각에 불리하게 작용하고 있다고 생각되므로 모델 A와 같은 구조는 배선기판이 상부에 있어 전자칩 실장은 용이하지만 방열 효과 측면에서는 좋지 않다고 판단된다.

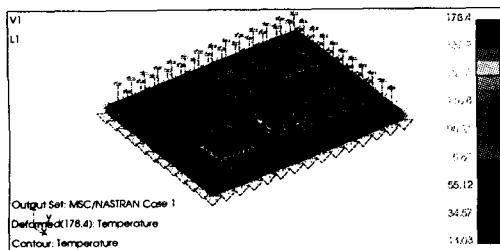


Fig. 9 Temperature distribution of model A

모델 B의 경우는 발열칩이 하부 방열판을 통해 방열될 수 있도록 상부 배선기판인 에폭시판에 사각 구멍을 뚫어 하부에 알루미늄 방열판을 부착하였으며 발열칩과 방열판 사이에는 동으로 된 스페이서를 장착한 결과 알루미늄 방열판의

온도는 발열체의 발열량이 불균일 하여도 판 면의 열전도율이 커서 열적 조건이 등온에 근접하게 나타났다. 따라서 최대 작동 온도가 20W에서 61.4°C로 저감되었고 3W에서는 45°C로 낮아져 냉각 성능이 매우 향상되었음을 알 수 있다. 그리고 전자칩의 최대 작동온도 설계 기준 값인 80°C이하가 되어 전자 장비의 신뢰성 및 수명 연장을 위한 안전 설계가 가능하게 되었다.

이러한 구조는 방열판과 애폴시 기판과의 전자칩 실장과 관련된 제한조건이 없으므로 산업 현장에서 적용 가능한 최적 구조라 하겠다.

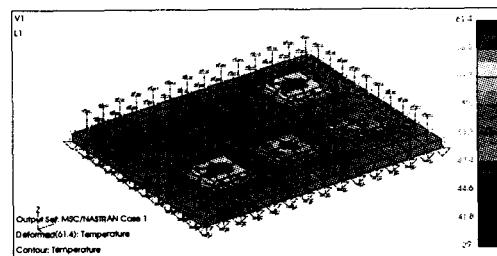


Fig. 10 Temperature distribution of model B

6. 결 론

전자장비의 안전설계를 위해 다양한 발열칩 및 방열구조를 갖는 프린트 기판을 각 설계 단계별로 CAE를 이용하여 실제 프린트 기판의 전자칩과 동일하게 모델링하고 유한요소 해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) PCB의 온도 분포는 전자칩의 발열량이 클수록 작동 온도가 높게 나타났으며 발열량이 작을수록 온도가 낮게 나타났다.
- 2) 전자칩의 냉각 성능 향상을 위한 최적 배열 방법은 발열량이 큰 칩들은 서로 근접시키지 않는 것이 바람직하며, 칩과 칩 사이의 최소 설계 거리는 전자칩의 높이(L) 보다 2배 이상의 표면거리를 유지하여야 한다.
- 3) 프린트 기판의 구조 변화에 따른 전자칩의 냉각 효과는 에폭시보다 열전도율이 큰 알루미늄 판으로 구조변경을 할 때 냉각 효과가 우수하였다.
- 4) 프린트기판 개발시 설계 초기 단계에서 CAE

를 이용하면 온도 분포 예측이 가능하고 냉각 성능이 우수한 구조를 설계할 수 있다.

참 고 문 헌

- 1) Nelson, L.A, Sekhon, K.S. and Fritz, J.E., "Direct heat pipe cooling of a semiconductor devices", prof. int. heat pipe comf., pp. 373~376, 1978.
- 2) R.A. Wirtz and W. mcauliffe, "Experimental modeling of convection downstream from an electronic package row", Journal of Electronic Packaging, Vol. 111, September, 1989.
- 3) D.e. Arvizu and R.j. moffat, "Experimental heat transfer from an array of heated cubical element on an adiabatic channel wall", Thermosci. Div. Report HMT-33, Department of Mech. Eng., Stanford University, Stanford, California, 1981.
- 4) E.M. Sparrow, J.E. Neithammer and A. Chaboki, "Heat transfer and pressure drop characteristics of arrays of rectangular modules encountered in electronic equipment", Int. j. Mass Transfer, Vol. 25, No. 7, pp. 961~973, 1982.
- 5) Aung, W., Fletcher, L.S. and Sernas, V., "Developing Laminar Free Convection between Vertical Flat Plate with symmetric Heating", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 104, pp. 501~507, 1972.
- 6) Kang, B.H. and Jaluria, Y. "Natural Convection Heat Transfer Characteristics of a protruding Thermal source Located on Horizontal and Vertical Surface", Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 33, No. 6, pp. 1347~1357, 1990.
- 7) Queipo, N., Devarakonda, R., and Humphrey, J.A.C. "Genetic Algorithm for Thermo sciences Research: Application to the Optimized Cooling of Electronics Components", "Int. J. Heat Mass Transfer., Vol. 32, No. 6, pp. 893~908, 1994.
- 8) 최용문, 박경암, "장방형 발열체가 부착된 채널에서 자연대류 연구", 기계학회논문집, 제17권, 제2호, pp. 438~444, 1993.
- 9) 추홍록, "불연속 발열체가 부착된 수직 open top cavity내에서의 자연대류 냉각에 관한 실험적 연구", 경북대학교 박사학위 논문, 1994.
- 10) Behnia, M. and Vahl Davis, G.de., "Natural Convection Cooling of an Electronic Component in a Slot", Proceeding of 9th international Heat Transfer Conference, Vol. 3-El-11, pp. 343~348, 1990.
- 11) 박희용, "PCB 구조변화가 전자장비 냉각에 미치는 영향에 관한 수치적 연구", 기계학회 논문집, 제19권, 제12호, pp. 3329~3343, 1995.
- 12) MSC/Nastran User's Manual, V2.1, The MacNeal Shwendler Corp. USA, 1995.
- 13) 유갑종, 추홍록, 최병철, "상부가 개방된 수직 캐비티내의 한쪽면에 배열된 다양한 발열조건을 갖는 발열체의 최적 배열", 기계학회논문집, 제21권, 제12호, pp. 15~23, 1997.