

教師의 數學觀과 構成主義

남승인 (대구교대)

I. 序論

최근에 이르러 교육개혁에 대한 많은 요구와 함께 학교 수학에 대한 재검토가 활발히 이루어지고 있다. 많은 수학 교육자들은 현재의 학교 수학 내용의 적절성에 대하여 의문을 제기하고 학교 수학은 철학적이라기 보다는 실제적이고 새로운 기술 개발과 관련되어야 한다고 주장하고 있다(Thorpe, Thompson, Kaput, 1989). 이와 같은 논의의 배경은 학생들의 수학 학업 성취도가 낮은 것도 그 한 원인이라고 할 수 있으나, 보다 강력한 이유는 정보화의 사회라고 일컬는 오늘날의 사회적 구조는 과거 산업 사회와는 달리 지식의 양이 폭발적으로 증가한다는 사실과 함께 사회적 변화에 능동적으로 적응하기 위해서는 또 다른 수학적 소양과 지식이 요구되기 때문이다.

따라서 학교 수학에 있어서도 과거 산업 사회와는 다른 방향에서 교육이 이루어져야 할 것이다. 특히 모든 학문의 기초적인 도구인 동시에 과학 기술 발달의 원동력이며, 미래 사회를 살아갈 시민 생활에 있어서 중심적이고 필수적인 역할 소양인 수학 교육도 그 내용적인 면에서뿐만 아니라 방법적인 면에서도 새로운 변화가 요구되고 있다.

이러한 변화에 부응할 수 있는 수학 교육을 하기 위해 우선적으로 고려해야 할 일은 학생, 교사 및 일반 대중의 수학에 대한 관점을 변화시켜야 할 것이다.

NCTM(1989)은 '수학과 교육과정 평가 규준 (Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)에서 학교 수학에서 요구

되는 변화를 크게 5개 부분(수학의 성격, 교육 과정, 실제 수업지도, 평가, 지원)으로 나누고, '수학의 성격'을 다음의 4가지로 제시하고 있다 (Lindquist, 1989).

첫째, 수학은 변화성을 지닌 지식체이다.

사회가 변화함에 따라 새로운 내용의 수학이 양적으로 엄청나게 증가하고 있으며 그 응용과 유형도 다양해지고 있다. 증가된 새로운 수학 모두가 초등학교 학생들에게 적절한 내용이라고 할 수는 없지만 수학을 가르치는 방법에서는 커다란 변화가 예상된다.

따라서 수학은 인간의 정신 세계 밖에 독립적으로 존재하는 영구성과 절대적인 권위를 지닌 지식의 집합체가 아닌 인간의 능동적이고 적극적인 창조적인 활동에 의해 구성된 역사적·사회적 산물로 보는 관점, 즉 수학은 우리가 만들어 내고 이해할 수 있는 과목으로 영구성과 절대적 권위를 지닌 지식체가 아닌 변화성을 지닌 지식체로 인식해야 한다.

둘째, 수학은 쓸모있고 강력한 힘을 가진 지식체이다.

예로부터 수학은 물리나 기술 분야를 비롯하여 타영역의 학문에 필수적인 도구로 사용되어 왔을 뿐만 아니라 사회가 발전함에 따라 수학의 응용 영역은 정치, 경제, 의학, 및 예술 분야에 이르기까지 급속히 확산되고 있다. 또한 수학은 우리의 일상 생활에서 부딪치는 여러 가지 문제 해결뿐만 아니라 생활 현장에서 주어진 역할을 수행하기 위해서는 보다 풍부한 수학적 지식 및 그와 관련된 보다 정교한 추론이 필요함을 알아야 한다.

셋째, 수학은 행함으로써(doing) 배우는 지식체이다.

수학은 물리적 모델로부터 수학화라는 추상화 과정을 거쳐서 관념의 세계 속에 수학적 모델을 형성하고 이를 학습의 대상으로 삼는다. 따라서 구체적인 자료를 관찰, 실험, 실측 등의 구체적인 활동에 근거하여 모델을 설정하고, 이를 실제의 문제 해결에 적용해 보는 경험. 즉 어떤 목적을 가진 행동 과정에서 수학의 활용은 수학의 가치와 위력을 올바르게 인식시킬 수 있을 뿐만 아니라 능동적인 학습을 유발시킬 수 있을 것이다.

Standard의 기본적인 배경도 수학을 배운다는 것은 기성의 수학적 지식을 다른 사람에 의해 전수받는 수동적인 활동이 아니라 자신이 이미 알고 있는 지식을 이용하여 능동적이고 자발적인 구성 활동, 재발명의 과정 속에서 새로운 수학적 지식을 터득한다고 보고 있으며, 이렇게 구성된 수학적 지식이 실용성과 유용성이 보장받을 수 있으며 새로운 지식의 모태가 될 수 있을 것이다.

넷째, 수학은 모든 사람이 배울 수 있는 지식체이다.

수학은 일부 집단(우수한 학생 및 대학 진학 예정자)만이 배울 수 있는 과목이 아닌 모든 수준의 사람들이 배울 수 있는 교과이다. 즉 수학은 보편성과 수월성의 논리가 공존하는 지식이다. 따라서 모든 학생들에게 의미있는 수학을 배울 수 있는 기회와 환경이 주어져야 할 뿐만 아니라 실생활에서도 많은 양의 수학을 사용할 수 있는 경험의 제공을 통해서 수학을 행하는 것은 평범한 인간의 활동임을 실감하게 해야 한다.

그러나 이러한 적극적인 권고는 실제 수업을 담당하고 있는 교사의 수학에 대한 철학의 변화가 뒷받침되지 않는다면 아무것도 달라질 수 없을 것이다. 학생들이 수학으로부터 의미를 느끼고 자신의 수학적 능력에 대한 자신감을 갖도록 하려면 교수(instruction)와 학습(learning)에 대해 지금까지와는 다른 견해가 필요하다.

II. 教師의 數學觀

학교 교육에서 학생들의 학습에 가장 큰 영향을 미치는 요인은 교사라고 볼 때, 수학에 대한 교사들의 수학 철학은 학생들의 수학에 대한 정의적, 인지적 발달에 커다란 영향을 미친다. 특히 가치 판단 기준이 확립되어 있지 않으며 주위 환경에 대해 호기심이 많은 초등학교 학생들에게 교사가 수학을 어떻게 생각하고 어떻게 가르치느냐는 교사의 수학관은 학생들의 수학에 대한 신념과 의지 및 수학적 능력에 미치는 영향은 지대하다.

지금까지 수학에 대한 학생들의 일반적인 생각은 서적이나 교사 등 남을 통해서 배워야 하고 연습을 통해서 배우고 익히는 규칙들의 모임으로 생각하는 경우가 많다(Lindquist, 1989). 학생들의 이러한 수학관은 그들 스스로에 의하여 형성되었다기 보다는 그들의 수학 학습을 이끌어 온 교사들의 영향이 크게 작용했다고 볼 수 있다. 사실 학생들은 초등학교에 입학하기 이전부터 자신들이 해결해야 할 어떤 문제 장면에 부딪칠 경우 비록 비형식적(unroutine) 이지만 자신이 갖고 있는 수학적 감각과 지식을 이용하여 여러 가지 문제를 해결한다. 그러나 그들이 학교에 입학한 이후에 교사로부터 형식적인 수학을 배우기 시작하면서 그들이 지금까지 갖고 있던 수학에 대한 신념은 또 다른 형태의 수학관을 가지게 된다. 즉 수학은 외적이며 정적인 것으로 교사나 다른 사람으로부터 배워야 하는 절대적인 지식체로 인식하게 된다.

따라서 그들의 수학 학습은 능동적이라기보다는 수동적인 입장에서 학습함으로 인해 학교 수학에 흥미나 호기심은 학년이 전급 할수록 수학 본래의 가치와는 달리 수학을 어렵고 딱딱한 과목으로 인식하게 되며, 수학에 대한 소외감과 심지어 공포심을 갖는 학생이 생기고 있다. 이의 주된 이유 중의 하나는 교사가 추상적인 수학 내용을 가르칠 때, 학생들이 지니고 있는 수학에 대한 이해나 사고 수준을 고려하지 않은

체 자신의 수학관에 근거하여 자신의 사고 수준에서 수학을 해석하고 빈깡통에 무언가를 채우는 식으로 수학을 가르쳐 왔기 때문이다.

Ernest(1991)는 일반적으로 교사들이 갖고 있는 수학관을 크게 세 가지, 즉 ①절대주의 수학관(absolutism), ②진보적 절대주의 수학관(progressive absolutism), ③구성주의적 수학관(constructism)으로 나누고 있다.

첫째, 절대주의 수학관은 수학은 외적이며, 정적이고 한계가 있는 것으로 간주하고 수학 수업은 수학의 타당도 보다는 교사들이 어떻게 수학을 가르치느냐 하는 방법적인 면에 초점을 두고 있는 전통적인 관점이다. 이러한 관점은 가장 광범위하게 인식되고 있는 수학 철학으로서 수학을 고정된 그리고 분명한 객관적 지식의 집합체로 보는 철학이다. 수학의 본질은 논리성이며 이 논리의 연쇄가 수학을 만들어내고 있다고 믿는 논리주의, 수학의 본질은 그 의미를 배제한 형식 속에서 존재한다고 믿는 형식주의, 수학은 절대적 지식체로서 idea의 세계를 상정하고 있는 Platonism¹⁾등은 모두 절대주의적 수학관에 포함된다(Berliner et, 1988). 이 철학에서 도출된 수학은 절대적이고 객관적이기 때문에 문화나 가치라는 것으로부터 중립적인 입장은 지킨다고 주장하고 있다.

둘째, 진보적 절대주의 수학관은 수학을 외적인 것으로 간주하는 관점에서는 기본적으로 절대주의 수학관을 인정하면서 절대주의 철학에 '인간의 창조성'을 첨가하고 있다. 따라서 수학은 고정된 지식의 집합체가 아닌 인간의 창조적인 활동에 의해 형성된 지식체로서 거대한 문화적 성취로서 다루고 있다(Kaput, 1989 etc.).

1) ①수학은 인간과 현실 세계를 초월한 절대적인 위치에 있으며, ②수학적 진리는 영구성을 가진 절대적이고 보편적인 진리이며, ③수학적 사고, 또는 수학적 연구는 현실 세계의 여러 가지 보조 자료- 수학적 지식의 표상을 둘는 구체적인 자료-를 사용한다고 하여도 그것은 수학적 본성과는 거리가 있으므로 수학 학습에서는 이성이 관여하고 감성이 배제되어야 한다.

수학에 새로운 지식을 추가하는 것으로 인간적 요인을 강조하는 점에서는 절대주의와 차이가 있으나 수학의 객관성 및 절대성을 인정한다는 점에서는 절대주의와 동일하다. 이러한 관점은 수학은 인간이 새로운 문제에 직면했을 때 성장하고 변화하는 역동적이고, 끊임없는 연습과 창조적 활동을 통해서 성취되는 것으로 보고 있으며, 학생들이 수학적 지식을 획득하는 방법에 초점을 두고 있다.

셋째, 구성주의 수학관은 수학적 지식 및 학습을 극도로 개인성에 초점을 두는 관점으로써 수학을 '행하는 것(to do)'에 초점을 두고, '아는 것(to know)'²⁾은 학생들의 능동적이고 의도적인 활동을 통해 추상화하고 창안하고 증명하고 적용함으로써 수학적 지식을 획득하고 그것을 행한다(doing)고 보고 있다(Kilpatrick, 1989). 이들은 수학도 하나의 사회적 구성물이므로 오류가 있을 수 있으나, 그 오류를 정정할 가능성을 갖고 있다고 주장하고 수학적 지식의 객관성이나 절대성을 부정하고 있다.

III. 數學教育에서 行動主義에 대한 反省

Romberg(1990)등은 현재 사회는 정보화의 사회임에도 불구하고 학교 수학은 지난 세기의 산업 사회에 근거하여 이루어지고 있다는 지적은 지금까지 수학교육의 주류를 이루고 있는 절대주의 및 진보적 절대주의 수학관에 근거한 행동주의 학습관에 대한 반성의 필요성을 제기하는 것으로 해석할 수 있다.

행동주의적 관점에서의 수학교육은 ①구체적인 행동 용어를 사용한 학습 목표의 진술, ②학습 과정의 위계적 분석을 통한 논리적인 계열

2) '아는 것(to know)'이란 다른 사람이 추상하고 창안했던 수학적 개념이나 절차를 습득하는 것이라는 의미와 학습자가 당면한 실생활의 문제 해결에 그들의 능동적인 활동에 의하여 구성된 수학적 구조를 활용하는 구체적인 활동(to do)이라는 의미를 가지고 있다.

화와 이에 근거한 학습 평가, ③교수-학습의 효율성 향상을 위한 다양한 교수 기법 및 전략의 선정, ④학습 활동과 학습 경험을 촉진시키기 위한 다양한 교수 매체의 개발과 활용, ⑤피드백으로 통한 수업 과정 및 결과의 수정·보완 등 외현적이고 관찰 가능한 행동 변화에 관심을 둘으로써 학습 및 훈련과정을 보다 효율적이고 체계적인 접근을 가능케 했으며, 학습자에게 성취 의욕과 흥미를 진작시킨 점이나 교육 공학의 발전 등에 상당한 기여를 해 왔다고 보겠다(김희배, Glaserfeeld, 1993). 그러나 이와 같은 긍정적인 측면과 함께 수학교육에 대한 행동주의적 관점은 다음과 같은 몇 가지 점에서 한계와 모순을 나타냄으로써 새로운 학습관의 필요성을 대두하게 만들었다.

(1) 개성화, 정보화 시대인 현대 사회의 구조는 수학관에서의 변화를 요구하고 있다.

수학은 인간과 현실 세계를 조율하여 존재하며, 수학적 진리는 영구성, 절대성, 보편성을 지닌 것으로 간주하고 있는(中原忠男, 1994) Platon적 수학관은 ①학습은 변화하는 환경에 능동적으로 대처할 수 있는 능력과 창조성을 길러야 하며, ②수학에 대한 흥미, 의욕, 관심등 학습자의 정의적 측면에 눈을 돌리게 함과 동시에 ③인간의 사고력, 창의력, 문제 해결력 등에서 주체적 능력으로써 학력의 내실화와 그의 형성에 관심을 갖게 하는 주체적 수학관의 형성을 자극하게 되었다.

Platon적 수학관에 입각한 수업은 교사가 수업의 목표 및 내용 모두를 결정하고 그것에 알맞은 교재를 선택하여 학생들을 가르쳐야 한다고 생각하는 학습관을 놓았으며, 또 학습자의 인지 능력의 한계를 설정하고 모든 학습자는 동일한 인지 구조를 가지고 있으며, 동일한 방법에 의해 학습이 가능하다고 보는 오류를 범하게 하였다.

(2) 행동주의의 입장은 모든 학습자는 동일

한 인지 구조를 가지고 있다는 전제 아래 동일한 학습 과제나 교수 매체를 통한 교수-학습은 동일한 성과를 산출할 수 있다고 가정하고 있다. 그러나 실제 학습 과정에서 보면 개개인의 학습 경험은 다양하며, 학습 능력이나 속도도 다양할 뿐만 아니라 동일한 대상에 대해서도 학습자에 따라 그 해석을 달리할 수 있다. 이것은 새로운 관점, 즉 교사나 학습자의 입장에서 수업 상황에 적절한 교수-학습 과정을 재구성 할 수 있는 개방적인 수업 설계를 요구하는 한 가지 요인이 되고 있다.

(3) 학습 목표의 행동적 용어로의 진술은 수학 학습을 통찰력 있는 구성 과정보다는 기계적인 방법에 의존하도록 유도하고 있다. 즉, 학습 목표의 진술을 조작적으로 입증할 수 있는 행동 용어로 진술함으로 해서 학습을 그 용어에 국한하여 학생들에게 가르치는 것이 효과적인 것으로, 또 학습 행위를 자극-반응의 기계적 논리에 의하여 선형자의 전달에 의존케 함으로써 학습자 개인의 능동적, 주체적 사고 활동을 제한하고 있다. 또, 학습자에게 주어진 외적 자극이나 조건에 대한 외현적 반응은 관찰 가능하지만 자극과 반응 사이에서 일어나는 인지 과정을 외적 행동에 근거하여 추론함으로 해서 학습자 내면의 인지 구조에 미치는 영향에 대해서는 파악하기 어렵다.

(4) 학습 과제의 위계적 분석과 논리적 계열화 및 목표의 세분화는 학습을 통합적 방식이 아닌 선형적이고 국소 지향적 접근을 유도함으로 해서 부분적인 학습 결손의 누적으로 인해 학습 부진을 초래할 수 있으며(Romberg, 1990), 지식의 실용성 및 연결성을 방해하고 있다.

지식의 위계적 분석 및 논리적 계열화는 학습자의 인지 구조나 개별적 특성을 고려하지 않고 인식 주체의 외부에서 인위적으로 분석·조정하여 학습자에 투입함으로 해서 지식의 구조 과정에서 내적 갈등을 유발시키며, 학습자의

정의적 측면에 부정적인 영향을 미치게 되며, 새로운 사건이나 현상 및 문제 상황에 능동적으로 대처할 수 있는 능력에 결손을 가져오고 있다. 이러한 행동주의적 접근에서 학습은 실제에 대한 개인적 해석이며, 수학적 지식은 통합적으로 다루어질 수 있고, 개별적인 인지작용에 의해 능동적으로 구성되는 것이 바람직하다는 새로운 견해를 불러 일으켰다.

(5) 성취도를 학습의 중거로 삼고 그에 따라 수업 방법의 효과를 분석하려는 행동주의적 평가관은 평가는 한 가지 성취도뿐만 아니라 투입과 산출의 과정 즉 과제의 수행 과정에서 연속적으로 이루어져야 한다(강명희, 1994)는 새로운 관점에서의 평가관을 요구하고 있다.

학습의 중거는 성취도라는 외형적인 관점에서만 나타나는 것이 아니라, 학습자의 인지 구조, 학습 전이력, 학습 동기 등 다양한 분야에서도 일어날 수 있다. 지식의 형성 과정은 학습자에게 주어진 반응이나 조건, 학습자 개개인의 인지 구조(선험적+후험적)에 따라 독특한 중개 과정을 거쳐서 개별적으로 형성된다. 따라서 학습의 중거는 양적인 측면뿐만 아니라 질적인 측면에서도 나타난다(Glaserfeld, 1990).

행동주의적 관점에서 성취 여부는 교사가 생각했던 학습 목표가 달성되었는가 하는 단편적인 평가 개념에서 벗어나 교사가 제시한 학습 목표 이외의 가변적인 학습도 가능한 것임을 인정해야 한다. 따라서 학습 평가는 학습 과정 안에서 연속적인 평가 개념의 도입이 학습자에게 학습의 의미를 부여할 수 있고 지식의 생존 가능성을 증진시킬 수 있을 것이다.

IV. 構成主義 基本 立場

교육의 중요한 역할 중의 하나는 변화하는 사회에 능동적으로 대처할 수 있는 자질과 능력을 기르는데 있다. 특히 근래 학교 교육의 방향은 평생교육의 기초를 기른다는 관점에서 스

스로 배우려는 의욕과 자질 및 주체적인 학습 방법을 가지게 하는 것이 중요하다(中原忠男, 1994). 이러한 학력관의 입장에서 학습 지도의 질을 개선하기 위해 가장 근본적으로 요구되는 사항 중의 하나는 수학에 대한 흥미와 의지. 그리고 능동적인 활동을 일깨우는 것이다. 그것은 능동적인 정신 작용에 의해 획득된 지식이 가장 전전하며, 어떠한 사태나 현상에 대해서도 적용 가능하기 때문이다. 앞서 언급했듯이 지금까지의 수학 학습은 교사가 수업 목표 및 내용을 모두 결정하고, 그것에 알맞은 교재를 선택하여 자신의 관점에 근거하여 학생들을 가르치기 위해 수업을 설계하고 실행하고 평가해 왔다. 그로 인해 요즈음의 아동들은 지식의 양은 많지만 자신이 주체가 되어 발견하는 경험은 많지 못하며, 지식의 근본이 구체적이고 적접적인 경험은 적다(田中博之, 1993).

지식이 정말로 진실되고 유용한 것이라는 실감을 갖게 하기 위해서는 학습자가 스스로 학습 목표를 인식하고 자기의 수업에 직접 참여하여 이끌어 가는 동안에 자신을 사회에서 자신의 위치를 다시 보며 의지적, 의욕적으로 어려움을 극복하고 지속적으로 학습할 수 있는 기회와 환경이 만들어져야 한다. 이러한 관점에서 제기된 것이 구성주의적 수학관이 아닌가 생각한다.

수학교육에서 구성주의는 '모든 인식은 경험으로부터 이끌려지는 것이며, 인식의 대상은 객관적인 실체를 그대로 모사하는 것이 아니라 학습자의 주관에 나타나는 관념에 의존해야 한다.'는 전제 아래 개념의 차이는 있을지라도 일반적으로 그 기본적인 관점은 다음과 같은 가정에 의존하고 있다(Kilpatrick, 1987)

(1) 모든 지식은 환경으로부터 감각이나 코뮤니케이션을 통해 수동적으로 받아드려지는 것이 아니라 학습자에 의해 능동적으로 구성되어지는 것이다.

이러한 견해는 '수학은 행함으로써(doenig) 얻

어진다.'는 데 관점을 둔 것이다. 이러한 가정에서 '알게 된다(to know).'는 것은 학생들이 추상하고 창안하고 증명하고 적용하는 것을 수학을 행하는 것으로 보며, 학생들은 이러한 의도적인 활동으로부터 수학적 지식이 구성된다고 보고 있다.

(2) '알게 된다는 것'은 학습자가 자신의 경험계를 조직화 해가는 적용과정이다. 이러한 견해는 인지 절차와 도식(schmata)으로서 수학적 지식의 표상을 구성하기 위한 심리적 절차인 '인지적 모델링'을 포함하고 있다. 이것은 개인의 마음 속에 있는 지식에 대한 인식론과 양립하는 적절한 방법론인 것이다.

(3) '알게 된다는 것'은 학습자의 정신 세계 밖에 독립적으로 이미 존재하고 있는 것을 발견하는 것이 아니라 선형적이든 후형적이든 간에 지식의 습득은 학습자의 인지 구조에 근거한다고 가정하고 있다. 이 견해는 우리는 실체의 세계에 결코 접근할 수 없으며, 오직 자신의 경험으로부터 스스로 구성해 가는 세계에서만 접근할 수 있다고 보고 있다. 따라서 다른 사람의 지식을 그대로 받아드리는 것은 있을 수 없으며, 수학적 지식은 교사에 의해 전수되어지는 것이 아니라 학습자에 의해 구성되어 발명되어지는 것으로 보고 있다.

위의 세 가지 가정에 대해서 (1)과 (2)를 받아드리는 입장을 온건적 구성주의로 본다면, (3)을 받아드리는 입장을 급진적 구성주의로 분류할 수 있겠다. 특히 급진적인 입장에 서면 수학적 지식의 획득은 학습자 외부에 존재하는 객관적인 지식을 발견한다는 생각은 불가능하며, 오직 학습자 스스로 수학적 지식을 구성하는 또는 창조하는 학습관에 근거하지 않으면 안된다.

그러면 구성주의 관점에서 지식의 본질은 무엇이며, 지식이 구성되었다는 판단 기준은 무엇인가? 근본적으로 구성주의자들은 지식의 절대

성을 부정하며 지식의 의미를 실용성에 두고 있다. 어떠한 수학적 지식이 권위있는 수학자에 의해 입증되었다고 해도 그것을 잠정적(지식의 일시성)으로 받아들일 뿐이다. 또, 수학적 지식이 구성되었다는 판단은 그 지식의 원천이 어디이며, 그것을 어떻게 터득했으며, 환경 속에서 어떻게 쓰이는지를 설명할 수 있을 때. 즉 어떤 지식이 '참'이라는 것을 믿을 충분한 근거가 있을 때에만 일시적으로 지식이 구성되었다고 가정할 뿐이다(Noddings, 1990).

지식의 객관적 절대성의 부정과 실용성이라는 두 가지 입장은 동전의 양면 관계에 있다. 사실 지식의 절대성을 부정하든 아니든 그것은 하나의 철학적 입장일 뿐이지만 지식의 절대성이 받아들여지면, 교사가 지식 자체의 획득을 교육 목표로 하여 전통적인 학교 교실에서 주로 이루어지는 교사 위주의 설명식 방법으로 지도하는 것이 정당화 된다. 인간 활동의 산물인 지식 자체를 교육 목표로 하는 경우 그 지식은 불변이며, 교사는 그 지식을 아동용으로 번역하여 설명해 나가는 수밖에 달리 방법이 없기 때문이다.

그러나 그렇게 해서 획득된 지식은 실용적인 측면에서 의미가 없다는 것은 많은 경험을 통해서 입증되고 있다. 교사 주도에 의한 수업의 결과 얻어진 지식은 실생활이나 다른 학문을 하는데 전이가 일어나지 않을 가능성이 많기 때문에 실용성이 없게 되어 버린다.

그러면 어떤 지식이 실용적인 지식인가? 이와 관련하여 두 가지 점이 지적될 수 있다. 하나는 학교 교육의 내용을 단편적인 지식이 아닌 실생활이나 다른 학문 및 수학 내의 다른 영역과 관련이 되도록 조직해야만 한다는 것이고, 다른 하나는 이러한 통합성을 바탕으로 한 다양한 지식을 역동적으로 이해하고 역동적인 과정을 통해 획득된 지식을 실제로 적용해 가는 과정이 강조되어야 한다는 점이다.

이 때 '역동적 이해'와 '적용'은 역동적으로 이해된 지식만이 적용 가능하며 적용해 본 지

식만이 이해 가능하다는 점에서 불가분의 관계가 있다. 결국 구성주의는 지식의 통합성과 그 지식을 획득하는 방법에서의 역동성을 강조하는 입장으로 해석될 수 있다.

한편 지식의 정당성과 지식의 획득에 대해 급진적 구성주의자인 Glaserfeld(1987)는 지식의 '생존 가능성'이라는 기준을 생각하고 있다.

학습자의 입장에서 '생존 가능한 수학적 지식'이란 스스로의 경험계를 조직화하는 과정에 있어서 모순이 일어나지 않고, 내적 일관성 및 별도의 경험과의 '정합성'이 유지되어 새로운 학습 장면에 있어서도 활용할 기능을 할 수 있는 지식이라고 생각된다. 수학적 지식의 생존 가능성을 결정짓는 것으로 그 지식의 공공성, 영역내 정합성, 영역간 정합성, 일반화 가능성, 과급적有意義性 등이 고려된다고 주장하고, 지식의 공공성에 대하여 다음과 같은 주장을 펴고 있다.

수학적 지식의 공공성이란 그 지식이 얼마나 많은 사람의 이해와 납득을 얻는가? 라는 질문에 바탕을 둔 것이다. 어린이들의 수학적 지식이라는 것은 상대적인 것이고 한 사람이라도 더 많은 사람이 이해하고 납득할 수 있는 지식을 구성하는 것이 중요하다. 그렇게 될수록 그 지식은 생존 가능성이 높다고 할 수 있다.

따라서 수학 학습에서 교사를 포함한 어린이들이 스스로의 생각을 설명하고 그것들을 서로 이야기하는 장면을 제공하는 것은 그 지식의 생존성을 높혀가는 하나의 방법이라고 할 수 있다. 이러한 방법은 지식의 구성에 있어서 사회적 관계나 상호작용 과정, 즉 의사소통 및 공동체 안에서 협상 과정을 통해 얻어지는 지식이나 경험은 개인적인 모델을 구성하는데 유용하다고 보는 주장은 사회적 구성주의들과 인식을 같이 한다고 볼 수 있다.

이렇게 볼 때, 급진적 구성주의자들의 주장은 지식의 객관성을 부정한다기 보다는 지식의 절대성을 부정한다고 해석할 수 있을 것이다. 즉 그들은 인간은 절대적인 지식을 알 수 없으

므로 지식의 객관적 기준조차 부정하는 것이라고 단정할 수는 없다.

종합하면 구성주의자들의 공통된 의견은 구성된 지식 이외의 지식은 인정하지 않으며, '무엇을 아느냐?' 보다는 '어떻게 아느냐?'와 '왜 아느냐?'에 더 관심을 두고 있다고 보겠다.

V. 새數學(New Math) 以後 數學敎育의 世界的인 흐름

수학교육에 있어서 구성주의가 대두되며 직접적인 동기는 수학 내용 그 자체에 있다기보다는 수학 수업의 형태에 기인한다고 볼 수 있다. Brophy와 Good(1986)은 지시적 수업은 기본적인 기능뿐만 아니라 더 높은 수준의 수학적 지식과 기능을 습득시키는데 효과적인 방법이라고 주장한다. 그러나 지시적 수업 모형은 고등 수준의 사고와 학습에 필요한 자기 발견(self-discovery)과 독립적인 학습 방법을 발달시키기에는 불충분하다고 주장하는 Peterson(1979)의 도전을 받게 된다.

그는 지시적 수업과 개방 수업(open teaching)의 효과를 비교 분석한 연구에서 지시적 수업이 성취 테스트에서는 결과가 약간 더 좋은 것으로 나타났지만, 창의성이나 문제 해결에 관한 테스트에서는 좋지 않았다는 결론을 내리고 있다 (Peterson, 1979; 재인용, 조완영, 1995). Doyle(1983)도 고등 수학적 사고를 가르치는 데는 간접적인 교수 방법이 필요하며, 일반화를 이끌어 낼 수 있고 자기 나름대로의 알고리즘을 만들어 낼 수 있도록 자기 발견과 구조화된 활동의 기회가 필요하다고 주장하고 있다.

최근까지의 수학교육의 세계적인 흐름을 살펴볼 때, 교사 주도의 수업의 결과 얻어진 지식이 실용성이 없음을 보여주는 예는 새수학 운동과 Back-to-basics 운동에서 찾아볼 수 있다.

1950년대 말부터 시작된 '새수학 운동'은 급속히 발달해 가는 과학과 기술 혁신에 대처하기 위해 학생들에게 가르쳐야 할 내용이나 그

목표를 새로운 각도에서 조망한 것이라 할 수 있다. 이 운동의 끌격은 '지식의 구조'와 '발견 학습'이라 할 수 있다. 이 운동을 주도한 수학 교육 연구 단체 중의 하나인 학교 수학 연구회(SMSG)는 그 기본 방향과 목적을 다음과 같이 제시하고 있다(SMSG, 1959).

"오늘날, 우리 사회는 과학과 기술에 더 많은 강조가 주어지기를 요구하고 있다. 학생들로 하여금 미래에 분명히 쓰이게 될 새로운 수학적 기술을 사용할 수 있도록 지도해야 한다는 것은 대단히 중요한 일이다. 이러한 목적을 달성하기 위해 다음의 세 가지 사항이 요구된다: 첫째, 기본적인 수학적 기술뿐만 아니라 수학적 개념이나 구조에 보다 깊은 이해가 가능하도록 보다 향상된 교육과정이 만들어져야 한다. 둘째, 좀 더 많은 학생들이 효과적으로 수학을 학습할 수 있도록 교육과정이 조직되어야 한다. 셋째, 이러한 도전적이고 흥미있는 교육과정을 제공할 수 있도록 교사들에게 가능한 모든 도움이 제공되어야 한다."

이러한 새수학 운동을 전개하는 데 있어서의 심리학적 철학적 배경은 Bruner가 쓴 '교육의 과정'에 잘 나타나 있다. 브루너는 학문의 근저에 있는 구조를 명확히 제시할 수 있고, 사물이나 현상에서 일찍이 깨닫지 못한 규칙성과 유의성을 발견함으로써 발견의 회열을 느끼게 할 수 있다면 지식의 획득이나 전이 및 파지에 있어서 현저한 향상을 기할 수 있고, 순수 학문과 중등 교과 사이의 간격을 좁힐 수 있다고 주장하였다.

새수학 운동의 기본 입장은 지식의 전이 즉, 실용성에 있었다. 그러나 새수학 운동에서 채택한 발견 학습은 그 개념의 모호성, 그리고 방법론적인 미비로 이루어지기 힘들게 되었고 그 결과 교사에 의한 설명식 수업으로 전락해 버렸다. 그 결과 학생들은 실생활과 아무 관련 없는 지식을 교사로부터 전수받는 결과를 가져왔다.

수학교육에서 지식의 의미를 실용성에 두어

야 한다고 주장하면서 시작된 또 다른 개혁 운동은 Back-to-basics 운동이었다. 그러나 이 운동도 기본이라는 개념을 너무 좁게 해석함으로써 현대 사회에서 필요 없는 지식을 제공하는 결과를 가져왔다. 계산기와 컴퓨터가 보급된 사회에서 사적 계산에 한정된 수업은 의미가 없기 때문이다. 이 때 채택한 방법은 물론 연습의 강화였다.

1980년대 이후 많은 수학 교육 연구자들과 수학 교육 단체에서는 현대 사회 구조의 급속한 변화와 관련하여 현재 학교 수학에서 가르치고 있는 지도 내용과 방법의 적절성에 대하여 의문을 제기하고 있다(NCTM, 1989).

이들이 주장하는 학교 수학 교육의 문제점은 개념이나 기능 자체의 획득을 교육 목표로 삼고 있으며 방법적인 면에서 설명이나 훈련에 의존하고 있다는 점이다. 이는 개념이나 기능을 지도하면 학생들이 필요한 경우에 적절하게 사용할 것이라는 '소박한' 믿음을 바탕으로 하고 있는데, 앞으로 전개될 사회에서는 학교에서 배운 내용을 직접적으로 사용하는 경우도 회박할 뿐 아니라 그런 상황이 발생하더라도 설명이나 훈련만을 통해 획득된 지식이나 기능 자체만으로는 부족하다는 것이다.

학생들로 하여금 변화된 사회 구조 내에서 잘 적응하도록 하기 위해서는 지식이나 기능 자체뿐 아니라 여러 가지 상황을 해결해 가는 사고력 즉, 문제 해결력이 필요하다.

문제 해결력에 대한 관심은 다양한 지식이 결합되어 학습자가 그 상황을 극복하는데 도전감을 느낄 만큼 충분히 복잡한 상황 속에서 자신의 지식을 동원하여 탐구 과정을 통해 해를 발견해 가는 것을 학교 수학의 지도 내용과 방법으로 채택하고 있다는 점에서 구성주의를 바탕으로 하고 있다.

이는 지금까지의 전통적인 교사 위주의 지시적 수업 즉 교사가 수업의 목표 및 내용을 결정한 후 그것에 알맞은 교재를 선택하여 수업의 설계하고, 실시하고, 평가하는 형태의 수업

에서 탈피하여 학습자가 학습의 주체로써 스스로 학습 목표를 인식하고, 자신의 수업에 적극 참여하고 이끌어 가는 과정에서 의욕적으로 어려움을 극복하면서 새로운 사실을 터득·적용해 가는 수업 형태, 즉 구성주의의 바탕인 '동동적인 학습'을 유발시키는 형태의 학습을 지향하고 있다.

여기서 '학습의 주체가 된다'고 하는 것은 단순히 학급 내의 한 두 학생이 주체적으로 학습한다는 것이 아니고, 학생 모두가 스스로 '이해 한다'는 일의 보장을 자각적으로 추구함과 동시에 동료들이 이해하는 것을 집단적으로 보장하여 간다는 생각으로 해석해야 한다. 이는 사회적 구성주의자들의 주장의 하나인 '학습자는 다른 사람과 상호작용 함으로써 학습한다.'는 사회적 상호작용과 그 의미를 같이 한다고 볼 수 있다.

실제로 현재 미국의 수학 교육계에서는 전반적인 자기 반성을 통하여 학생들로 하여금 미래 사회에 대비할 수 있도록 하기 위해 가장 중요하고 필요한 수학의 부분들을 반영할 수 있는 수학 교육과정을 만드는 시도가 일어나고 있다.

그 한 예가 1983년부터 시작한 시카고 대학의 학교 수학 프로젝트(The University of Chicago School's Mathematics Project)이다. 초등 교재 분과에서 개발한 Everyday Mathematics라는 프로그램의 구성원리를 살펴보면, '아동들은 스스로 자기 경험으로부터 지식, 개념, 기능을 구조화 한다'고 수학 학습을 구성주의적 입장에서 다루고 있음을 엿볼 수 있다. 또 교사와 학생 상호간의 대화 형식을 중요시하고 있음은 사회적 구성주의의 일면을 짐작하게 한다고 생각한다.

또 그들은 교수와 관련된 복잡한 지식 체계를 구성하기 위해 ①아동들이 수학 교육에서 개념을 어떻게 해석하며, ②학생들이 어떤 종류의 전략을 발견하고 사용하는가? ③학생들은 범하는 오류를 어떻게 해석하는가에 관심의 초

점을 두고 교사는 학생들로 하여금 좀 더 강력한 구성을 하도록 도와주어야 한다고 결론짓고 있다.

VI. 授業에 있어서 教師의 役割

'학생들은 교사가 가르친 방법대로 수학을 하지 않는다(Ginsberg, 1989)'는 말은 학생들은 성인의 전략이나 사고 규칙을 단순히 모방하여 받아들이지 않고 자신의 행동을 조절하여 비록 기존의 절차와 같을지라도 자신들이 창안한 절차와 전략에 따라 학습하며(Siegler, 1990), 학생들은 새로운 정보를 단순하게 흡수하거나 묘사하는 것이 아니라 그들을 동화한다(Piaget, 1970)고 볼 때, 수학교육은 교사 중심의 학습이 아닌 학생 중심의 학습이 되어야 한다는 사실은 대부분의 교사들이 인식하고 있다.

학습 환경을 설계하고 구성하는 주도적인 역할을 하는 사람은 다름 아닌 교사라고 볼 때, 교사는 자신이 알고 있는 학습 내용을 그대로 학생들에게 전달하려고 할 것이 아니라 학생들이 수학적 지식을 구성할 수 있는 분위기를 조성해야 할 것이다. 학생들의 발달 수준에 알맞은 추론 방법을 고찰하여 학생들이 수학적 지식을 구성하도록 하기 위해 상호작용에 적극 참여해야 할 것이다.

구성주의적 입장에서 교사가 가져야 할지도 판에 대해 Kilpatrick(1991)은 다음 5가지 지도 판을 가져야 함을 주장하고 있다.

① 가르친다는 것(이해하는 것에 초점을 둠)과 훈련한다는 것(기능을 숙달하는 것에 초점을 둠)을 구별해야 한다.

② 외부에 보여지는 것보다는 학생들이 정신적 사고 과정에 관심을 가져야 한다.

③ 언어는 지식을 전달하는 수단이라기 보다는 학습을 안내하는 수단이라는 생각을 가져야 한다.

④ 학생의 반응이 교사의 예상과 다른 것은 학생들이 오해하고 있는 것을 알기 위한 수단

으로 인식해야 한다.

⑤ 토론에 의한 지도는 학생들의 인지 구조를 알려는 것뿐만 아니라 학생들을 변화시키려는 시도의 하나로 인식해야 한다.

이러한 권고 내용은 비단 수학 교육에서만 생각할 것이 아니라 모든 학습 상황에서 교사들이 가져야 할 지도관이라 생각된다. 또한 교사들은 수업 환경의 변화를 위해 다음과 같은 역할을 해야 할 것이다(NCTM, 1991).

① 학생들이 서로 협동해 나가는 과정에서 수학을 학습할 수 있는 분위기를 만들어 주어야 한다.

② 수학의 옳고 그름의 여부를 학생들 스스로 판단할 수 있도록 도와주어야 한다.

③ 학생들이 수학적으로 추론하는 능력을 기를 수 있도록 도와주어야 한다.

④ 학생들이 추측, 발명, 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 도와주어야 한다.

⑤ 학생들이 수학, 수학적 아이디어, 그리고 그것의 적용 사이의 상호 관련성을 명확히 할 수 있도록 도와주어야 한다.

결국 교사의 역할은 절대적 수학관에 입각하여 기성의 수학적 지식을 전달한다는 입장에서 탈피하여 학생들이 의미있는 수학적 지식을 구성할 수 있도록 안내하고, 자율적인 학습 환경과 풍부한 학습 자료를 제공하며, 학생들의 사고 활동을 활성화되도록 노력해야 할 것이다.

VII. 結論

학교 교육의 목적은 지식의 전달에 있는 것이 아니라 지식을 생성하는 힘을 기르는데 있다고 할 때, 학교 수학에서 중시되어야 할 것은 수학적 지식 그 자체가 아니라 학습자의 태도나 자기 교육력을 자극하여 수학적 지식을 획득하는 과정에 초점이 맞추어져야 할 것이다. 예로부터 수학은 시대의 변화에 따라 연구하는 대상은 바꾸어 왔으나 수학자가 수학을 연구하는 태도나 신념 및 사고는 변하지 않는다는 사

실은 수학을 연구하는 태도나 사고 및 신념은 수학자들만의 고유한 것이 아니라 모든 사람에게 실현 가능한 것이다(Gattegno, 1971)고 볼 때 학생들도 수학자와 같은 신념과 태도를 갖고 그들 스스로의 힘으로 수학을 만들 수 있을 것이다.

만일 역사적으로 위대한 수학자들이 갖고 있는 수학 철학이 수학은 정적이며, 외적인 것으로 도전에 한계가 있는 절대적 지식체라고 인식하고 있었다면 그들은 결코 새로운 수학적 지식을 산출해 내지 못했을 것이다. 그들은 수학이란 인간이 도전할 수 있는 것으로 인간의 정신 세계 밖에 존재하는 절대적 권위를 지닌 지식의 집합체가 아닌 인간의 능동적이고 창조적인 활동에 의해 구성된 역사적, 사회적 산물로써 간주해 왔다고 볼 수 있다.

따라서 수학을 접하는 사람들의 수학에 대한 관점은 수학 학습에 커다란 영향을 미칠 것으로 간주된다. 특히 인지적 구조가 미분화의 상태에 있으며, 호기심 및 주위 환경의 자극에 민감한 초등학생들의 경우 교사가 갖는 수학관은 그들의 수학에 대한 정의적, 인지적 발달에 미치는 영향이 크다고 볼 때, 교사들의 수학관은 절대주의 관점에서 구성주의 관점으로의 변화가 있어야 할 것이다. 또한 수학관에서의 변화와 함께 그에 따른 지도 방법에서의 변화도 수반되어야 할 것이다.

학습의 가장 기본적인 원리의 하나인 능동적인 학습을 유발시키기 위해서는 교사는 지식의 전달자가 아닌 학습의 보조자 및 촉진자로써 다음과 같이 학생들이 수학적 지식을 구성할 수 있는 분위기를 만들어 주어야 할 것이다. ① 분명한 학습 목표와 다양하고 적절한 학습 자료를 제공해 주어야 한다. ② 수학과 학생 사이를 연결해 주는 안내자로써 역할을 수행해야 한다. ③ 가장 좋은 해나 목표에 이르는 길은 많이 있다는 사실을 인식시켜야 한다. ④ 교사가 구성하고 있는 지식과 학생이 구성한 지식이 서로 다를 가능성성이 있다는 점을 인식하고 지

식의 공공성이라는 관점에서 그들의 잘못된 지식을 수정하고 재구성할 수 있는 기회를 제공해야 한다. ⑤중요한 개념이나 원리를 구성하기 위해서는 필요한 몇 가지의 기술은 가르쳐 줄 필요가 있다(Nodding, 1991). ⑥오류 처치를 위한 적당한 훈련과 연습의 기회를 제공할 필요가 있다. ⑦다양한 조작물 및 조작 기회를 제공해야 할 것이다. 이 경우 조작물 자체에 의미를 둘 것이 아니라 조작하는 과정에서 수학적 추상화가 일어나도록 배려해야 할 것이다.

교사가 절대주의 수학관을 탈피하여 구성주의적 관점에 기초하여 수업을 수행할 경우 모든 학습 활동을 학습의 주체인 학생에게 일임하는 것은 현실적으로 많은 제약이 수반될 것이다. 즉 만약 교사가 아무런 의도나 계획 및 적절한 상황을 가지고 있지 않다면 학생들은 아무것도 할 수 없을지도 모르며 배우지 못할 것이며, 또한 어떤 특정한 대답이 나오도록 유도한다면 진정한 의미에서의 학습은 일어나지 않을 것이다. 따라서 Cobb, Wood, Yackel (1993)의 생각처럼 수학 교실에서 교사의 책무는 학생들의 개념적 지식의 증진을 촉진하고, 교실 사회에서 공유할 수 있는 지식의 구성을 도와주는 역할을 하기 위해서는 학습자의 입장에서 수학을 받아드리는 한편 수학을 통하여 학습자의 마음을 받아들이는 이중적인 관점을 지녀야 할 것이다(Ball, 1993; 재인용, Simon, 1994)

참 고 문 헌

- 강명희 (1994). 상황학습과 앵커드 교수 이론을 적용한 코스웨어 설계 전략. 정보학회지 제 12권 제 6호(pp. 62-72).
- 구광조외 역 (1992). 수학교육과정과 평가와 새로운 방향. Curriculum Evalution Standards for School Mathematics. 서울:경문사.
- 김희배 (1993). 교육공학의 학문적 정체성 확립을 위한 '텔레시스' 탐색 I -구성주의에 기초 한 이론적 관점의 재구성-. 교육공학 연구 제 8권 제 1호(pp. 121-133).
- 조완영 (1994). 수학교육의 수업 원리로서의 반영적 추상화. 대한수학교육학회 제4권 제1호 (pp. 246-248).
- 中原忠男 (1994). 數學教育における構成主義の研究(3). 西日本數學教育學會.
- 高さわ茂樹 (1991). 數學的 知識の 社會的 構成と主體的 構成の 關連. 數學教育學研究紀要. 西日本數學教育學會(pp. 51-58).
- 國岡高宏 (1993). 問題解決と教師の 數學 哲學. Education Mathematics Teachering Today. Society of Elementry Mathematics Education. No 272號(pp. 68-71).
- Ernest, P. (1991). Problem Soving: It Assimilation to the Teacher's Perspective. Understanding the Representational Mind. Brafield Book(pp. 287-300).
- Gattegno, C. (1971). what we owe children the subordination of teaching to learning. Routledge & Kegan Paul Ltd, London.
- Glaserfeld, E. V. (1990). An Exposition of Constructivism: Why Some like it Radical. JRME Monograph Number 4(pp. 7-18).
- _____. (1991). An exposition of constructivism: Why some like it radical. JRME: Monograph 4(pp. 19-30).
- Kamii, C. (1990). Constructivism and begining arithmetic(K-2). NCTM.
- Kaput, J. (1986). Information technology and mathematics: Opening new representational windows. The Journal of Mathematical Behavior 5(pp. 187-207)
- Kilpatrick, J. (1987). What Constructivism Might Be in Mathematics Education. In Proceedings of the Eleventh International Conference on the Psychology of Mathematics Education 3-27. Montreal, Quebec.
- Lindquest, M. M. (1989). It's Time to

- Change. New Directions for Elementary School Mathematics.* NCTM. 1989yearbook.
- NCTM (1991). *Professional Standards for teaching Mathematics*(pp. 3-4).
- Noddings, N. (1990). *Constructivism in Mathematics Education.* JRME Monograph Number 4(pp. 7-18).
- Romberg, T. A. (1990). *A New World View of Assessment in Mathematics. Assessment Assessing Higher Order Thinking in Mathematics.* American Association for the Advancement of Science 1333 HStreet, NW, Washington, DC 20005. 21-35.
- Simon (1994). *Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist perspective.* JRME. 1995. vol 26. No 2(pp. 118-121).

A Study on Teacher's Mathematical Beliefs and Constructivism

Nam, Seung In

Taegu National University of Education, 1797-6 Daemyung-2-dong, Nam-gu, Taegu 705-715, Korea
e-mail: Sinam@taekyo.taegu-e.ac.kr

Teacher's beliefs for the mathematics can have a powerful impact on how children go about learning mathematics, and theirs mathematical beliefs and abilities.

In this study, ① to divided teacher's mathematical beliefs into three - absolutism, progressive absolutism, constructivism - and to search into a theoretical characteristic, ② to analyze and criticize the problems of the behaviorism and to investigate a point of basic view of the constructivism on mathematics education, ③ to suggest teacher's a role in mathematics learning be based on the constructivism perspective.