

남북한 수학 교과서의 비교 -북한의 고등중학교(중등반) 기하를 중심으로-

최택영 (안동대학교)

김인영 (구천중학교)

I. 서론

1. 연구의 목적 및 필요성

교육은 인간을 보다 인간답게 살도록 도와 주기 위하여 인간의 의식구조, 가치관, 사고방식과 행동 양식 등 인간의 모든 영역에서 정보를 제공하고 체험하도록 하는데 그 목적이 있다. 국가와 교육은 어느 체제에서나 밀접한 관계를 가지고 있으며 특히 정치 체제에 따라 국가가 교육에 주는 영향은 막대하다고 할 수 있다. 자유 민주주의 체제하에서의 교육이 기존의 문화 체계나 가치관을 존중하는 바탕 위에서 이루어지는 간접적인 것이라면 공산주의 체제하에서는 전통적인 문화 체계를 부정하고 새로운 혁명 가치관을 확립시키기 위해 국가에 의한 일방적인 통제와 영향하에 교육을 계속시키고 있다고 볼 수 있다. 또 자아 실현을 통한 행복 인간이 우리가 실현해야 할 인간상이라면, 당과 수령에 맹목적으로 복종하는 인간을 양성하는 것이 북한이 추구하는 것이라 하겠다.

남북이 분단 된지 반세기가 지난 지금 정치, 사회, 문화, 경제, 종교 등 사회 전반에 걸쳐 이질화 현상이 심각하게 나타나고 있다. 특히 관심의 대상인 수학 교육에도 상당한 변화와 차이가 있을 것으로 생각되며 이는 귀순자의 증언에서도 확인되고 있다. 이러한 관점에서 볼 때 폐쇄되고 통제된 상황하에서 이루어진 북한의 수학 교육은 남한과 상당한 차이가 있어 통일 후의 수학 교육에 많은 혼란이 야기될 것으

로 생각된다.

수학은 순수 학문임에도 불구하고 근본적인 교육 이념의 차이로 남북한의 수학 교과서에 서로 다른 용어 및 내용이 포함되어 있는 것으로 파악되고 있다. 따라서 북한에서 사용되는 남한과 다른 용어를 찾아 이해하고 북한에서 사용되고 있는 수학 교과서의 학년별 단원별 내용을 남한 교과서와 비교하여 전체적인 북한의 중등 수학 교육의 정도를 파악하여야 할 필요성이 있다.

수학 교육은 남북한이 다 같이 많은 시간을 할애하여 지도하고 있지만 비교 연구가 거의 없는 상태이고, 특히 수학 교사에게는 매우 흥미로운 분야이기에 남북한 수학교과서의 내용 및 편제를 비교하여 북한의 수학교육을 이해하는데 조금이나마 보탬이 되고자 하는데 연구의 목적이 있다.

2. 연구의 방법

북한의 교과서 내용 분석에 관한 선행 연구를 살펴보면 가장 최근의 연구로서 통일원에서 발간한 [북한 교과서 분석]이 있다.

이는 인민학교 교과서 15권과 고등중학교 33권을 분석한 것으로 북한의 인민학교 및 고등중학교의 교과서 내용 중 김부자 이상화, 대남비방 등 정치 사상성 관련부분을 간추려 분석하였으며 평양 교육도서출판사 발행(1990년, 1991년 판)의 북한 교과서를 중심으로 한 것이다. 다음으로는 [남북한 초, 중등 수학교과서에 나타난 수학용어에 대한 연구] (이정복, 1996),

[남북한 고등학교 수학교과서 비교연구](이억제, 1995), [남북한 수학교과서 비교분석](허재근, 1995), [남한의 고등학교와 북한의 고등중학교 수학교과용어 비교 및 수학교과서 비교 연구](박규주, 1994), [남한과 북한의 수학교과서 비교 연구] (정유섭, 1994)등 몇 편이 있을 뿐으로 실제로 다른 연구 분야보다 남북한 수학교과서의 비교 연구는 많이 이루어지지 못한 상태이다.

이에 따라 본 연구에서는 교과서의 비교에 앞서 우선 남북한 교육 과정을 비교하여 전체적인 흐름을 조사하였고, 최근 통일원에서 공개한 북한의 고등중학교 수학 교과서(1-6학년) 중 1-4학년의 기하 교과서(평양교육출판사 발행, 1990, 1991년)의 내용 및 편성구조를 파악하여 남한의 중학교 수학 교과서와 비교하여 북한의 수학 교육의 현 상황을 분석하고자 하였다.

3. 연구의 한계

본 연구의 가장 어려운 점은 북한의 교과서를 구할 수 없다는 점이다. 북한 교과서는 일반인이 취급할 수 없으며 통일원에서 관장한다. 전체적인 개요는 통일원에서 발표한 [북한 교과서 분석(1992)]이라는 책자로 알 수 있으며 일반인은 통일원 열람실에서 교과서는 열람할 수 있다. 본 연구는 통일원 열람실에서 열람한 북한 수학 교과서 9권(1-6학년) 중 1-4학년의 것을 기초로 하고 있다.

북한의 중등 교육은 6년제 고등중학교이며 1-4학년은 중등반, 5-6학년은 고등반으로 구분하는데, 이는 지적 발달 단계가 상이한 점을 고려한 것이다.

이런 점에서 남북한 교과서의 비교 분석은 이제까지 이질화된 내용의 비교가 간단하지 않고 비 공개된 내용을 파악하기가 상당히 어려웠다. 따라서 본 연구는 북한의 고등중학교 중등반의 기하 교과서와 남한의 중학교 기하 분야만 비교 분석하기로 하였다.

II. 교육 과정의 비교

1. 남한의 교육 과정의 구성 및 편제¹⁾

가) 구성 방침

개정된 6차 교육 과정을 통하여 추구하는 인간상은 건강한 사람, 자주적인 사람, 창의적인 사람, 도덕적인 사람으로 한다. 이를 구현하기 위해 교육 과정의 구성 방침은 다음과 같다.

- 1) 도덕성과 공동체 의식이 투철한 민주 시민을 육성한다.
- 2) 사회의 변화에 대응할 수 있는 창의적인 능력을 개발한다.
- 3) 학생의 개성, 능력, 진로를 고려하여 교육 내용과 방법을 다양화한다.
- 4) 교육 과정 편성, 운영 체제를 개선하여 교육의 질 관리를 강화한다.

나) 편제

- 1) 교육 과정은 교과와 특별 활동으로 편성한다.
- 2) 교과는 필수 교과와 선택 교과로 한다.
- 3) 과목별 시간 배당 기준은 <표 1>과 같다.

<표 1> 남한의 중학교 시간 배당 기준

구분	학년	1학년	2학년	3학년
필수 교과	도 덕	68 (2)	68 (2)	68 (2)
	국 어	136(4)	170(5)	170(5)
	수 학	136(4)	136(4)	136(4)
	사 회	102(3)	136(4)	136(4)
	과 학	136(4)	136(4)	136(4)
	체 육	102(3)	102(3)	102(3)
	음 악	68(2)	34-68 (1-2)	34-68 (1-2)
	미 술	68(2)	34-68 (1-2)	34-68 (1-2)
	가 정	68(2)	34 (1)	34 (1)
	기 술 산 업	34(2)	68 (2)	68 (2)
영 어	136(2)	136(4)	136(4)	

1) 중학교 교육 과정 (1992). 교육부, p.1.

선택 교과 과	한 문	34-68 (1-2)	34-68 (1-2)	34-68 (1-2)
	컴 퓨 터			
	한 경 기 타			
특 별 활 동	34-68 (1-2)	34-68 (1-2)	34-68 (1-2)	
연간 수업 시간 수	1156	1156	1156	

<표 1>의 시간 수는 연간 최소 시수이며 ()안의 숫자는 주당 시수를 나타낸다.

2. 북한의 교육 과정의 구성 및 편제

가) 북한 헌법 제 43조 (1992. 4. 9 개정)²⁾

국가는 사회주의 교육학의 원리를 구현하여 후대들의 사회와 인민을 위하여 투쟁하는 간결한 혁명가로 지, 덕, 체를 갖춘 공산주의적 새 인간을 키운다.

나) 사회주의 교육에 관한 테제³⁾

제1장 사회주의 교육의 원리

- ① 교육에서 당성, 로동 계급성의 구현
- ② 교육에서 주체의 확립
- ③ 교육과 혁명실천의 결합
- ④ 사회주의 국가의 교육 사업에 대한 조직 진행

제2장 사회주의 교육의 내용

- ① 정치사상교육
- ② 과학기술교육
- ③ 체육교육

제3장 사회주의 교육의 방법

- ① 깨우쳐 주는 교육
- ② 이론교육과 실천교육, 교육과 생산로동의 결합
- ③ 조직생활, 사회정치 활동의 강화
- ④ 학교교육과 사회교육의 결합
- ⑤ 학교 전 교육, 학교교육, 성인교육의 병진

다) 교육 목표

북한에서는 교육을 사회주의 혁명의 일환으로 간주하기 때문에 초. 중등교육의 목표를 “새 세대들은 혁명적 세계관으로 현대과학과 기술 지식을 심오하게 학습하며 한가지 이상의 기술을 가지고 사회에 나가는 것”으로 정하고 있으며 정치 사상교육을 통해서는 “혁명적 세계관과 품격을 갖춘 공산주의적 혁명 인재로 키울 수 있다.”고 하며 이는 노동당의 기본 방침이기도 하다. 이 교육관과 정책 방향은 다음과 같은 특징이 있다.

첫째, 정치 사상교육을 여타의 교육보다 최우선으로 하고 있다.

둘째, 교육이념과 목표, 교육내용과 방법, 교육제도 등 교육의 모든 것을 구체적으로 규정하여 획일화함으로써 학교와 개인별로 발생할 수 있는 차이의 발생 가능성을 완전히 배제하고 있다.⁴⁾

라) 편제 및 시간배당

1) 고등중학교는 수학 등 총 21개 과목에 6742시간의 교육이 실시되고 있다.

2) 수업은 하루에 6시간, 토요일은 3학년까지는 2시간, 4-6학년은 4시간을 넘지 않게 실시하며 수업일수는 1학기는 16주 2학기는 22주이다.

3) 1학기는 4월 1일부터 시작되고 있다. 이것은 1996학년도부터 변경된 것이다. 1969년부터 9월1일에 시작하던 것을 27년만에 변경한 것이다. 시험은 1학기에는 각 학년 모두 1주일씩이지만 2학기에서는 1학년에서 3학년까지는 1주간이고 4-6학년은 2주간씩이다.

4) 고등중학교 교육 과정 안에는 가르칠 내용에 대한 명시는 없지만 [해설]부분에 몇 개 교과목의 내용구성에 관한 지침이 실려있으며 북한의 고등중학교 편제 및 수업 시수는 <표 2>와 같다.

2) 북한이해 1997 (1996. 12. 31). 통일교육원, p.219.

3) 북한 교과서 분석 (1992). 통일원, p.75.

4) 북한의 교육실태 (1989). 통일원 연수원, p.15.

<표 2> 북한의 고등중학교 편제 및 수업시수

과목	구분	총 시간	주 당 수 업 시 수					
			1학 년	2학 년	3학 년	4학 년	5학 년	6학 년
김일성혁명활동		150	2	1	1			
김일성혁명력사		195				2	2	3
김정일혁명활동		112	1	1	1			
김정일혁명력사		110				1	1	1
현행 당정책		102				(34)	(34)	(34)
국 어 문 학		769	5	4/5	4	4	3	2
한 문		251	2	2/1	1	1	1	1
외 국 어		591	3	3	3	3	3	3
력 사		280		1	2	2	2	2
지 리		344	2	2	2	2	2	
수 학		1283	7	7	6	6	6	7
물 리		549		2	3	4	4	5
화 학		381			2	3	4	4
생 물		410		3	2	2	3	3
체 육		309	2	2	2	1	1	1
음 악		143	1	1	1	1		
미 술		76	1	1				
녀학생실습(녀)		210	1	1	1	1	1	1
기계조작실습(남)		197						
체 도		60				1	1	1
실습:전자기계		120				(36)	(50)	(34)
선택 과정		100					(26)	(74)
계		6742	27	31	31	34	34	34

3. 남북한 교육 과정의 비교

남한의 제6차 교육 과정과 북한의 1983-1985 학년도에 개정된 교육 과정을 비교해 보고자 한다.

가) 명칭 및 구성체제

남한은 교육 과정이란 말을 사용하며 1955년 제1차 교육 과정 (당시 명칭 교과 과정)을 공포한 이래 5회(1963, 1973, 1981, 1987, 1992)에 걸쳐 개정해 온 바 있으며 현재는 제6차 교육 과정이 적용되고 있는 시기이다. 북한에서는 과정안을 다음과 같은 뜻으로 사용하고 있는 것 같다.

교육강령인 과정안을 충분히 연구하고 집체적으로 토론하여 빈틈없이 작성하여야 하며 일단 과정안이 작성되고 학업진행계획이 세워진 다음에는 무조건 집행하는 원칙을 세워야 합니다.(북한 교육 과정중의 김정일의 말로 인용된 부분)⁵⁾

북한의 교육 과정은 1946년부터 여러 차례 바뀌었으며 오늘날에 이르기까지 대체적인 교육 과정의 변화를 다섯 단계로 구분해 보면

- *제1기: 공산주의 사상 도입 및 6.25 남침기 (1945-1953)
- *제2기: 전후복구 및 공산주의 확립기 (1953-1960)
- *제3기: 공산 교육 및 혁명전통 교양기 (1960-1966)
- *제4기: 유일 사상 확립기(1966-1980)
- *제5기: “은 사회의 주체 사상화” 운동기 (1980-현재)

로 볼 수 있다.

특히 공산주의 교육이 주체 사상 교육으로 변질되기 시작한 1960년대 초와 다시 주체 사상에서 유일 사상으로 넘어가는 1967년쯤에는 대대적인 교육 과정 개편이 있었을 것임에 틀림없다. 그리고 1983-1984년 교육 과정 개정은 유일 사상 체제에 충실히 입각한 교육 과정이라고 볼 수 있겠다.

지난 50여 년간 북한에서 제일 많은 변화를 경험한 학교 교육이 중등 교육이라고 할 수 있다. 이러한 많은 변화는 여러 정치 경제 사회 및 교육적인 요소가 적용하였던 것으로 보인다. 그 중 몇 가지 요소를 살펴보면 첫째로 사회주의를 건설하기 위한 중등 교육은 학교에서 생산 노동 활동과 학교 수업과의 균형 문제가 원인이었으며 이것은 이데올로기적이며 경제 문제를 포함하고 있다. 둘째, 학교 교육에서 생산 활동과 수업을 조화 발전시킨다는 원리는 그 실천면에 있어서 수시로 정치적인 요소에 의하

5) 북한의 학교 교육 과정 분석 (1987. 12). 국토통일원.

여 조절되었다.⁶⁾

나) 수업시간 및 방학

남한은 교육법상 수업일수는 220일이 되어야 하며 연34주를 기준으로 개학과 방학은 학교장의 재량으로 운영하고 있지만 북한에서는 개강과 종강 일자를 교육 과정에 고정시키고 방학 날짜도 지정되어 있다. 인민학교의 경우 1-2학년은 연간 39주 3-4학년은 37주이며 고등중학교의 경우 1-3학년의 경우 교과목 연간 수업일수가 36주, 생산 노동 4주로 40주가 되며 4-6학년의 경우 교과목 수업은 줄지만 생산근무일수가 늘어 전체로 40주가 유지된다. 전체적으로 보면 연간 교육일수는 우리보다 6주 가량 더 많은 셈이지만 교과목 수업 시간은 2-4주가 더 적다.⁷⁾

다) 교과목 수 및 비중

남한의 중학교는 필수 교과 11개, 선택 교과 1개로 총 12과목이고 고등학교는 공통 필수 과목 10개(이수단위 70) 과목과 과정별 필수 과목 16-18개(이수단위 106), 교양 선택을 포함하여 과정별 선택과목 2-3개, 특별 활동을 포함하여 졸업시까지 204 단위를 이수하면 된다. 이 가운데 과정별 필수 교과의 대부분은 공통 필수 과목과 유사 과목이어서 대체로 13-15개 정도로 볼 수 있다. 하지만 북한에서는 21개 과목이 부과된다. 남한의 교과는 통합적 관점에서 개설되어 있는 반면 북한의 경우 별개로 구분된다. 특히 남한의 6차 교육 과정에서는 통합적 성격이 뚜렷하며, 앞으로 개정, 발표될 7차 교육 과정도 통합적 성격이 두드러져 학교나 개인의 과정별, 계열별 과목 선택의 폭이 넓어질 것이다. <표 3>은 남북한간의 과목의 명칭을 수업시간 비중치에 따라 순서대로 배열한 것이다. 비교를 위하여 남한 중학교 (제6차 교육 과정 교육부

<표 3>북한의 고등중학교 교과목 및 비중 순위 (비중치는 %임)

비중 순위	북한		남한			
	고등 중학교	비중치	중학교	비중치	고등학교 (인문계열)	비중치
1	수학	19.0	국어	13.7	국어	13.7
2	국어 문학	11.4	수학	11.8	사회 (국사포함)	13.7
3	외국어	8.8	과학	11.8	외국어	10.8
4	물리	8.1	영어	11.8	수학	8.8
5	생물	6.1	사회	10.8	과학	7.8
6	화학	5.7	체육	8.8	체육	6.9
7	지리	5.1	도덕	5.9	실업	6.9
8	체육	4.6	기술 산업	4.9	선택교과	5.9
9	력사	4.2	음악	3.9	한문	4.9
10	한문	3.7	미술	3.9	윤리	2.9
11	너학생 실습	3.1	가정	3.9	교련	2.9
12	기계조작 실습	2.9	선택	2.9	제2외국어	2.9
13	김일성 혁명력사	2.9	특별 활동	5.9	음악	2.0
14	김일성 혁명 활동	2.2			미술	2.0
15	음악	2.1			특별 활동	5.9
16	전자 기계 실습	1.8			단체 활동	2.0
17	김정일 혁명력사	1.7				
18	김정일 혁명 활동	1.6				
19	현행 당정책	1.5				
20	선택 과정	1.5				
21	미술	1.1				
22	제도	0.9				
계	6년간 총 6,742시간		3년간 3,468시간		3년간 총 3,468시간	

고시 제1992-11호)와 고등학교 (제6차 교육 과정 교육부 고시 제1992-19호)의 교과목 및 비중치를 같이 나열해 보았다. 단 고등학교의 경우는 과정별 필수 및 선택 교과의 선택과 시수 배당에 관한 권한이 학교장에게 주어져 있어 학교마다 약간의 차이가 있으므로 경북교육청이 제시한 제6차 교육 과정 편성 운영 지침

6) 북한의 교육 (1990). 김형찬, 서울: 을유문화사, pp.256-257.

7) 북한의 학교 교육 과정 분석(1987. 12). 통일원, p.39.

서에 제시된 편성 기준표를 기준으로 인문 사회 계열의 과목을 통합 교과 형식으로 묶어서 비교한 것이다. 남한의 경우 중학교에서는 국어의 비중이 가장 높아 13.7%를 차지한 반면 수학, 과학, 영어가 11.8%로서 국어 다음으로 높다. 고등학교의 국어가 가장 높은 13.7% 정도이고 인문사회계열은 사회 과목이 13.7% 정도, 자연계열은 과학 과목이 13.7% 정도로 계열의 특성을 잘 나타내고 있다. 북한의 경우 국어(11.4%)보다 수학(19.0%)이 높아 특이하며 과학 또한 물리(8.1%) 생물(6.1%) 화학(5.7%)이 남한보다 비중이 높아 북한은 이학계열에 많은 비중을 두고 있음을 알 수 있다. 또한 김일성 김정일 부자의 혁명 역사와 혁명활동에 8.4%나 할애하고 있고 현행 당정책에 1.5% 역사에 4.2%의 시간이 배정되어 정치, 사상교육에 14.3%의 비중을 두고 있어 수학 다음으로 비중이 크다.

라) 시험

남한에서는 매 학기 중간고사와 기말고사에 전 교과를 실시한다. 그러나 북한은 김일성 김정일 부자의 혁명 역사와 혁명 활동, 특강, 국어 문학, 외국어, 수학, 물리, 화학, 생물은 매 학기 시험을 보도록 하고 역사와 지리는 4학년 2학기과 5학년 2학기에만 시험을 보고 나머지는 시험이 없다. 학교 성적 순위는 주로 과목별로 발표되고, 종합적인 성적 평균이 학교 전체 순위에 오르게 된다. 시험 과목 중에서 중요한 것은 김부자 우상과목이 낙제 점수이면 결국 낙제자로 평가된다. 일반적으로 북한 학생들의 수학, 물리, 화학 등 기초 과목 실력이 남한의 학생들 수준보다 높다고 느낀다.⁸⁾ 이는 북한 교육당국의 기초과목 중시 정책에 기인한다고 보인다.

마) 북한 교육 과정의 특징

1) 북한의 교육 체제에서 강조하는 교육내용

은 크게 세 가지로 첫째, 정치 사상교육, 둘째, 과학 기술교육, 셋째, 체육교육이다. 정치 사상교육은 정치교육을 의미하며 과학 기술교육은 직업교육을 그리고 체육교육은 군사교육을 의미한다. 한마디로 북한 교육의 핵심은 정치교육, 직업교육, 그리고 군사교육이다.⁹⁾

2) 고등중학교의 교육 과정안은 교육 과정 운영의 자율성이 전혀 인정하지 않고 있다.

3) 교육 과정안에 당 정책이나 김일성 부자에 대한 찬양 교과가 설치되어 학생들이 행동하는데 있어서 따라야 할 규범을 제시하고, 주체 사상으로 무장하여 인간을 개조하고자 하고 있다.

III. 남북한 수학 교과서의 비교

1. 남한의 중학교 수학과 교육 과정

수학과는 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하게 하고 사물의 현상을 수학적으로 관찰하고 사고하는 능력을 기르게 하여 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 갖추게 하고자 한다. 중학교 수학의 내용은 수량 관계와 도형에 관한 성질을 다루기 위해 수와 식, 방정식과 부등식, 함수, 통계, 도형의 5개 영역으로 구성되었으며 수학적으로 사고하는 능력을 길러 모두가 지켜야 할 사회적 규범이나 질서를 준수하는 태도를 가지게 하며 건전한 민주 시민으로서 갖추어야 할 합리적이고 창의적인 사고력을 길러 주는 교과이다. 따라서 다음과 같은 3가지의 기본적인 목표가 있다.

가) 여러 가지 사물의 현상을 수학적으로 관찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 이해하게 한다.

나) 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용하게 하고, 생활 주변에서 일어나는 여러 문제를

8) 교육월보 (1995. 6). 교육부, p.48.

9) 북한의 교육 (1990). 김형찬, 을유문화사, p.88.

수학적으로 사고하는 능력을 기르게 하며, 이를 생활에 적용할 수 있게 한다.

다) 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하고, 수학적 지식과 기능을 활용하여, 합리적으로 문제를 해결하는 태도를 가지게 한다.¹⁰⁾

2. 북한의 고등중학교 (중등반) 수학과 교육 과정

가) 목표

현재 수학은 북한의 중등 교육에서 제일 중요한 기본적인 과목으로 간주되고 있다. 수학을 제일 중요한 과목으로 생각하는 이유는 수학이 모든 자연 과학 분야와 여러 기술 과목에서 다루는 “공간적 체계와 량적 관계를 이해하는데 기본이 되기 때문이다.”¹¹⁾ 또 수학은 학생들로 하여금 논리적으로 생각하고, 자연현상을 자세히 관찰하고, 자연 과학 분야의 과목을 이해하는 데 중요한 공간체계를 비판적으로 판단할 수 있도록 실행되어야 하며, 여러 자연 과학 분야와 더불어 학생들의 물질주의적 세계관이 발달하게 도와야 한다¹²⁾고 한다.

나) 교과서의 구성

북한의 교과서 구성 형태는 다음에 제시된 바와 같으며 남한의 교과서 구성과 별다른 차이가 없다.

제 1 장 단원명
제 1 절 중단원명
1. 소단원명
내용설명--례--문제
연습 문제
복습 문제, 종합 문제

소단원의 서두는 학습할 내용을 위한 물음이 제시되어 있다. 중요한 기본 사항은 테두리로 강조하고 새로운 용어는 고딕체로 나타내고 있

으며 례는 학습할 사항의 대표적인 것으로서 표준이 되는 문제를 통하여 기본 사항을 이해하도록 하고 있다. 문제는 학습 내용을 이해하고 있는가를 확인하는 확인문제이고 연습 문제는 중 단원의 확인문제이고 복습문제나 종합문제는 대단원의 확인문제이다. 그리고 ◇표시는 소단원 내에서 추가되는 새로운 내용을 학습하기 위한 것으로 파악되었다.

3. 남북한 중등 과정 기하 영역 내용 비교

남북한 수학교과서의 내용을 비교하기 위하여 여러 가지의 접근 방법이 있겠지만 다음과 같은 방법으로 시도하도록 하겠다. 북한 교과서를 기준으로 큰 단원인 장과 남한 교과서의 해당되는 장 또는 해당되는 내용으로 비교하고 특별히 다르게 취급된 부분을 중점 비교하도록 하겠다.

가) 분량 비교

먼저 북한의 고등중학교 중등반 수학 교과서와 남한의 중학교 수학 교과서(구광조 외 1인, 지학사, 1997)의 분량을 비교해보면 <표 4>와 같다.

<표 4> 남북한 수학 교과서의 분량 비교

북한 교과서			남한 교과서					
학 년	쪽 수		학 년	쪽 수				
	기하	대수		기하	대수	통계	전체	8종교과서
1	63	188	1	116	166	19	327	320내외
2	92	143	2	85	164	28	303	300내외
3	60	147	3	118	133	32	311	310내외
4	64	?						

위에서 보는 바와 같이 북한 교과서는 북한의 국가심의 위원회에서 심의하여 교육도서출판사에서 펴냄으로서 선택의 여지가 없고 남한은 여러 종류의 교육부 검정교과서가 나오므로서 다소의 차이는 있어도 분량은 거의 비슷하다. 또한 남한 교과서의 특징은 대수를 앞 단원에 배치하고 통계 부분은 중간 부분에 배치하

10) 중학교 교육 과정 (1992). 교육부, p.45.

11) 북한의 교육(1990). 김형찬, 을유문화사, p.274.

12) 상동, p.274

였으며 기하 부분은 교과서 뒷부분에 배치하여 1학기에는 대부분 대수부분을 공부하고 있으며 여름방학을 전후하여 통계를 공부하고 학년말로 갈수록 기하부분을 공부하고 있다. 교과서의 분야별 분량의 비교는 남한과 북한의 경우 비율은 거의 비슷하며 기하부분에 있어서 남한이 페이지가 많은 것은 그림이 많이 들어있기 때문이라고 생각된다. 또한 북한의 교과서는 글자가 작고 뻑뻑하기 때문에 남북한이 분량은 비슷하다고 할 수 있다.

나) 남북한 교과서(기하 영역)의 내용 비교

내용 비교를 위하여 북한 교과서의 내용 중 남한과 다른 부분은 가능한 원전을 그대로 인용하고 남한의 해당되는 단원을 표시하고 비교하도록 하겠다.

1) 고등중학교 1학년 [기하]

제1장 직선과 각

제1절 직선

1. 면, 선, 점

*도형에서 면이 사귀는 곳은 선, 선이 사귀는 곳은 점으로 되어있다.

도형은 면, 선, 점들로 이루어져 있다. 면, 선, 점 자체도 도형으로 본다. 선에는 직선과 곡선이 있고 면에는 평면과 곡면이 있다.

- 2. 직선
- 3. 선분
- 4. 꺾인선

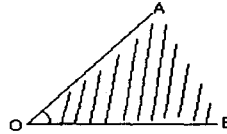


*꿈은 쇠줄로 여러 가지 모양을 만들었다. 그림에서 선분이 꺾인 것처럼 이어진 것은 어

느 것인가?

제2절 각

1. 각



*점 O를 찍고 두 개의 반직선 OA, OB를 그어라. 다음에 그사이의 평면 부분에 빗선을 쳐

라. 이런 도형을 무엇이라고 불렀는가?

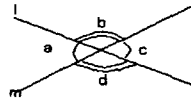
한 점에서 나간 두 반직선과 그 사이의 평면 부분으로 되어 있는 도형을 각이라고 부른다. 반직선 OA, OB로 된 각을 $\angle AOB$ (또는 $\angle BOA$)와 같이 표시한다. 이때 점 O를 반드시 가운데 쓴다. 각을 한 글자로 표시할 때도 있다($\angle a$).

- 2. 각의 단위
- 3. 각을 그리기
- 4. 각의 합과 차

제3절 맞문각과 수직선

1. 맞문각

*사귀는 두 직선 l, m 을 그어라. 이때 생긴 네 개의 각을 a, b, c, d 로 표시하여라.



- 1) $\angle a$ 의 보탬각은 어느 각인가?
- 2) $\angle c$ 의 보탬각은 어느 각인가?

3) $\angle a = 30^\circ$ 이면 $\angle b, \angle d$ 는 몇 도인가 또 $\angle c$ 는 몇 도인가?

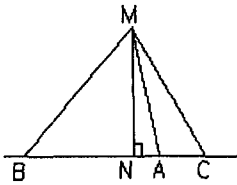
두 직선이 사귀어 생긴 각들 가운데서 서로 마주 보고 있는 각을 맞문각이라고 부른다. $\angle a$ 와 $\angle c$ 또는 $\angle b$ 와 $\angle d$, 맞문각은 서로 같다.

2. 수직선

*두 직선이 사귀었을 때 생긴 네 개의 각들

가운데서 한 각이 직각이면 나머지 세 각들은 각각 무슨 각으로 되는가?

3. 점에서 직선까지의 거리



*직선 l 을 긋고 그 밖에 점 M 을 찍어라.
점 M 에서 직선 l 까지 수직선분 MN 과 수직선분이 아닌 MA , MB , MC 를 그어라. 수직선분이 아닌 선분을 빗선

분이라 부른다. 콤팩스로 수직선분 MN 의 길이와 빗선분 MA , MB , MC 의 길이를 비교하여라.

제4절 평행직선

1. 평행직선
2. 평행직선의 같은 자리각
3. 평행직선의 엇각

이 단원은 남한의 중학교 1학년 VII.평면도형의 성질과 내용이 유사한 단원이다. 평면도형에서 직선, 반직선, 선분, 각, 점, 평행선의 성질등 용어의 정의에서부터 이끌어 가는 방법, 문제수준도 비슷하다. 다만 북한에서는 직인선을 '직인것처럼 선분들이 차례로 이어진 도형'이라고 정의하고 있는 반면 남한 교과서에서는 직인선이라는 용어는 사용하지 않고 있지만 내용은 취급하고 있다. 또한 남한에서 사용하고 있는 선분과 직선이 수직으로 만나는 교점을 수선의 발이라고 하지만 북한은 이 용어를 사용하지 않고 있다. 각에 관한 정의는 남한의 경우는 '끝점이 같은 두 개의 반직선으로 이루어진 도형'이라고 정의한 반면 북한은 '한 점에서 나간 두 개의 반직선 사이의 평면 부분'이라고 하고 있다. 용어의 정의에서는 차이가 나지만 문제풀이라든가 사용에서는 남북이 같은 의미로 쓰이고 있다. 특히 남한에서는 정의의 설명을 위해 많은 그림이 제공되고 있지만 북한에서는 그렇지 않다. 또한 남한에서는 평행선의 작도를 교과서의 한 문제로 취급하여 자와 컴퍼스만으

로 직선 밖의 한 점에서 그 직선에 평행선을 작도하는 방법을 제시하고 있고 북한은 직선 밖의 한 점에서 그리도록 유도하고 있다. 절이 끝난 다음의 연습문제나 종합문제는 남한보다 문항수가 많고 종류도 많았지만 수준은 비슷하였다.

제2장 삼각형

제1절 3각형

1. 다각형

다문 직인선과 그 아낙으로 된 도형을 다각형이라 부른다. 정점이 A, B, C, D, E 인 다각형을 다각형 $ABCDE$ 와 같이 부른다. 다각형을 이루는 다문 직인선을 다각형의 둘레라고 부른다.

2. 3각형의 변과 각
3. 3각형의 가운데선, 높이

제2절 여러 가지 3각형

1. 2등변 3각형
2. 바른 3각형
3. 직 3각형

이 단원의 내용은 남한 초등학교 5학년 2학기 2. 도형의 합동과 중학교 1학년 VII. 평면도형의 성질과 비슷하다. 북한 교과서에는 일반적인 삼각형의 정의, 종류 및 내각의 크기, 삼각형의 결정조건 등을 다루고 있으며 내용도 간단하다. 남한에서는 다각형의 정의와 더불어 다각형의 대각선의 개수를 구하는 공식이나 다각형의 내각의 합, 다각형의 외각의 합 등을 구하는 공식 등을 제시하고 있다. 또한 다각형의 정의를 '선분으로 둘러싸인 도형'으로 보는 반면 북한은 '다문 직인선과 그 아낙으로 된 도형'이라고 생각하므로 약간씩의 차이가 있다. 삼각형의 정의에서 북한에서는 뾰족3각형, 무딘3각형에 대한 정의를 하고 있지만 남한은 예각삼각

형과 둔각삼각형으로 정의 없이 사용하고 있다.

2) 고등중학교 2학년 [기하]

제1장 도형의 이동

제1절 축대칭 도형

1. 축대칭 도형

한 직선에 관하여 두쪽이 꼭 맞닿히는 도형을 축대칭 도형이라고 부른다. 그리고 그직선을 대칭축이라고 부른다. 대칭축을 여러 개 가진 도형도 있다.

2. 축대칭 이동

도형을 직선 l 을 축으로하여 맞접어 옮길 때 도형의 점들은 모두 그 직선에 관한 대칭점으로 옮겨간다. 이러한 도형의 이동을 축대칭 이동이라고 한다.

제2절 평행이동과 회전이동

1. 평행이동

도형을 밀어 옮길 때 도형의 점들은 모두 같은 방향으로 같은 거리만큼 옮겨간다. 이러한 도형의 이동을 평행이동이라고 부른다. 도형을 평행 이동한 방향과 거리는 화살을 가지고 나타낼 수 있다.
 첫 점이 A, 끝 점이 A_1 인 화살을 $\overrightarrow{AA_1}$ 과 같이 표시한다. 평행 이동에서 직선은 그 에 평행인 직선으로 옮겨간다.

2. 회전이동

도형을 점O를 중심으로 하여 돌려 옮길 때 도형의 점들은 모두 점O를 중심으로 하는 원둘레를 따라 같은 각 만큼 옮겨간다. 이러한 도형의 이동을 회전이동이라고 부른다. 이때 점O를 회전중심, 돌아간 각을 회전각 (오른 방향, 또는 왼 방향)이라고 부른다.

3. 점대칭

점O가 선분 AA_1 의 가운데 점일 때 두 점A, A_1 은 점O에 관하여 서로 대칭이라고 말한다. 점O를 대칭중심이라고 부른다. 도형을 점O를 중심으로 하여 180° 만큼 회전 이동할 때 도형의 점들은 모두 그 점에 관한 대칭점으로 옮겨간다. 회전각이 180° 인 회전이동을 점대칭이동이라고도 부른다. 점대칭 이동할 때 본래 자리에 그대로 놓이게 되는 도형을 점 대칭도형이라고 부른다.

4. 합동인 도형

5. 평행각과 수직각

두 각의 변들이 한 쌍씩 평행일 때 그 두각은 평행각이라고 부른다. 평행각은 크기가 같거나 서로 보탬각이다.

두 각에서 변들이 한 쌍씩 수직일 때 두각을 수직각이라고 부른다. 수직각은 크기가 같거나 서로 보탬각이다.

이 단원의 내용은 남한의 중학교 수준을 조금 넘는 부분이 들어 있다. 남한 중학교의 합동 영역에서 정의하는 내용을 일부 포함하고 있으며 대부분의 내용은 고등학교 일반수학 IV.도형의 방정식에서 취급하고 있는 내용을 쉽게 풀어서 설명해 놓은 정도이다. 그리고 북한에서 취급하고 있는 평행각이나 수직각은 남한 중학교나 고등학교에서는 특별히 취급하고 있지 않다. 각의 합동이나 보각의 의미는 남한에서도 다루어지는 부분이다. 또한 북한은 축대칭도형에서 대칭축이 여러 개 있는 도형을 다루고 있으나, 남한은 직관에 의해서 파악하도록 하고 있다. 더구나 북한에서 취급하고 있는 회전이동이나 점대칭이동 같은 변환을 남한의 기하영역에서 취급하는 경우는 거의 없으며 직관에 의해 충분히 파악되어지는 내용이다. 그러나 남한의 중학교 3학년 함수에서 축에 대칭인 그래프를 찾는 문제는 취급되어진다. 그리고 중학교 2

학년의 VIII. 도형의 답음 가운데 답음의 중심에서 확대나 축소는 취급되어지지만 변환이라고 보기는 어렵다. 북한의 교과서에서는 합동의 정의를 유도하는 과정이 축대칭인 경우로 느껴진다. 중학교 2학년 정도의 수준에서 변환은 조금 어려운 부분이라고 생각된다.

직3각형에서 빗변의 두 제곱은 두직각변의 두제곱의 합과 같다.
 직3각형ABC($\angle C = \angle R$)에서 $c^2 = a^2 + b^2$

이 단원은 남한의 중학교 1학년 VII.평면도형의 성질과 2학년의 VII.도형의 성질을 합쳐놓은 내용으로 구성되어있다. 일반적으로 북한의 교과서는 개념부분의 설명은 별로 없고 용어의 정의만 간단히 하고 문제가 많은 것이 특징이다. 특히 이 단위에서는 면적을 구하는 공식이 많이 등장한다. 그리고 세평방공식은 남한 중학교 3학년의 피타고라스의 정리와 같지만 증명부분은 없고 다만 공식만 제시되어있다. 특이한 것은 그들은 도형의 면적을 가로 세로가 1인 단위 사각형의 면적의 배수로 정의하고 출발하는 것 같다. 그리고 삼각형, 사각형, 평행사변형, 사다리꼴 등의 면적은 남한에서는 이미 초등학교에서 그 공식을 알고 중학교에 들어오지만 북한은 여기에서 공식을 설명하고 문제풀이에 들어간다고 할 수 있다. 그리고 피타고라스의 정리를 공식만 제시하고 고등중학교 4학년 기하의 제3장 도형의 크기관계에서 일부분으로 취급하고 있는데 반해 남한은 중학교 3학년에서 한 단원으로 취급하고 있으며, 피타고라스의 정리를 역사적 배경과 함께 증명, 응용에 이르기까지 다양하게 제시하고 있고 그 이후의 과정부터는 기하를 포함한 대수의 많은 영역에서 활용하고 있다.

제2장 4각형

제1절 4각형

1. 4각형의 각
2. 제형

4각형에서 한 쌍의 맞은 변이 평행이면 그 4각형을 제형이라고 부른다.

제형에서 두 옆변이 같고 평행이 아니면 그 제형을 등각제형이라고 부른다. 등각제형에서 한 밑변에 붙은 두각은 같다.

3. 평행4변형
4. 직4각형

직4각형에는 대칭축이 2개 있다.

직4각형에서 네 변이 같으면 그 직4각형을 바른4각형이라고 부른다.
 바른4각형은 매 대각선에 관하여도 대칭이다.
 바른4각형에는 대칭축이 4개 있다.

제2절 면적

1. 직4각형의 면적

도형 F에서 한 변의 길이가 1cm인 바른4각형이 n개 놓이면 도형 F의 면적은 ncm^2 이다.

2. 평행4변형의 면적
3. 3각형의 면적
4. 제형의 면적
5. 세평방 공식

제3장 원

제1절 원

1. 원둘레와 원

평면에서 한 점으로부터 정해진 거리에 있는 모든 점들로 된 도형을 원둘레라고 부른다. 원은 원둘레로 둘러막힌 평면의 부분이다. 원둘레의 두 점 A, B를 맺는 선분을 활줄 AB라고 부른다. A B를 끝점으로 하는 원둘레의 한 부분을 활등AB라고 부르고 \widehat{AB} 와 같이 표시한다. 중심을 지나는 활줄을 직경이라고 부른다.

- 2. 활줄에 수직인 직경
- 3. 원의 중심각
- 4. 바른 다각형과 원

제2절 원둘레의 길이와 원의 면적

1. 원둘레의 길이

원둘레의 길이
 원둘레의 길이를 직경으로 나눈 값은 아무런 원에서나 다 같다.
 원둘레의 길이를 직경으로 나눈 값을 원둘레율이라고 부른다.
 원둘레의 길이를 c , 직경을 d , 원둘레율을 π 로 표시하면 $c = \pi d$ 또는 $c = 2\pi r$ (r =반경)

2. 원의 면적

제3절 원과 직선의 자리관계

- 1. 원과 직선의 자리관계
- 2. 두 원의 자리관계
- 3. 점의 자리길

점이 어떤 조건에 맞게 움직일 때 그려지는 선을 그 점의 자리길이라고 부른다. 한 직선(ℓ)에서 정해진 거리(d)에 있는 점의 자리길은 그 직선에 평행인 직선이다. 한 점(o)에서 정해진 거리(d)에 있는 점의 자리길은 그 점을 중심으로 하는 원둘레이다.

제4절 그리기

- 1. 3각형의 옮겨그리기
- 2. 3각형의 합동조건
- 3. 자와 콤팩스로 그리기

이 단원은 원의 정의에서부터 원과 직선과의 위치관계, 원에 내접하는 도형 및 삼각형의 합동조건 등으로 구성되어 있다. 이 내용은 남한의 초등학교 6학년 1학기 3. 원과 원의 넓이의 일부분과 중학교 1학년 VII. 평면도형의 성질, 중학교 3학년의 VII. 원의 성질중 원과 직선의 일부분을 합쳐놓은 것이 대부분이다. 내용은 위에서

나타난 것처럼 정의 부분에 치중하고 있다. 그리고 작도부분에서는 중학교 1학년의 내용중 평면도형의 성질에서와 비슷하다. 다만 원의 정의에서 북한에서는 '원둘레에 둘러막힌 평면의 부분'으로 정의하고 있는 반면 남한은 '한 점으로부터 같은 거리에 있는 점의 자취'로 정의하고 있어 약간의 차이가 있다. 그리고 원둘레를 '평면에서 한 점으로부터 정해진 거리에 있는 점들로 된 도형'이라고 정의하고 있어 남한의 원의 정의와 같다. 부채꼴, 활꼴, 호, 현 등은 정의 및 내용에 있어서도 남북이 유사하다. 작도에서도 남한의 중학교 1학년에서 취급하는 내용과 방법이 같다.

제4장 공간도형

제1절 원기둥과 각기둥

- 1. 공간에서 직선과 평면
- 2. 원기둥
- 3. 각기둥

제2절 구

제3절 체적

- 1. 각기둥의 체적
- 2. 구의 체적

이 단원 역시 남한의 중학교 1학년 VIII. 입체도형의 성질과 유사하다. 공간도형에서 원기둥, 각기둥, 직선과 평면사이의 관계, 평면과 평면사이의 관계, 각종 부피 등 남한의 중학교 1학년에서 취급하고 있는 내용과 거의 같다. 용어에서도 별로 차이가 없고 구의 부피나 겉넓이 구하는 것도 직관에 의해서 남과 북이 같은 방법으로 유도하고 있다. 다만 남한 중학교 1학년에서는 뿔의 부피 및 겉넓이에 관하여 취급하고 있지만 북한은 고등중학교 1학년부터 4학년까지는 취급하고 있지 않다. 또한 남한은 정다면체의 종류 및 겨냥도, 꼭지점에 모인 면의 개

수에 대해서 중학교 1학년에서 다루고 있는 반면 북한에서는 취급하지 않고 있으며 회전체에 대해서도 남한이 다양하게 제시하고 있다.

3) 고등중학교 3학년 [기하]

제1장 3각형과 4각형

제1절 3각형의 합동조건

*3각형에서 세 변과 세 각을 3각형의 요소라고 부른다. 3각형에는 변이 3개, 각이 3개 있으므로 요소가 6개 있다. 6개 요소들 가운데서 어느 3개의 요소가 같다는 것만 알고도 두 3각형이 합동이라는 것을 말할 수 있는 경우가 있다.

제2절 증명

1. 명제, 조건과 결론

*글과 식 가운데는 옳은 것도 있고 옳지 않은 것도 있다. 또한 옳다든가 옳지 않다든가 말하지 못하는 경우도 있다.

예) ㄱ) 바른 삼각형은 세변이 같다.(옳다)

ㄴ) 4각형에는 각이 5개 있다.(옳지 않다)

*옳은가 옳지 않은가를 짚어서 말할 수 있는 글 또는 식을 수학에서 명제라고 부른다. 명제가 이렇게 <_____이면 _____이다>의 모양으로 되었을 때 <이면>의 앞부분을 명제의 조건, 뒤 부분을 결론이라고 부르고 명제의 조건은 p, 결론은 q로 표시한다. 명제는 <p이면 q이다>와 같은 모양이 된다.

2. 증명

예) 4각형 ABCD에서 AC = BD, AD = BC
이면 $\angle DAC = \angle CBD$ 이다.

조건: 4각형 ABCD에서 AC = BD, AD = BC

결론: $\angle DAC = \angle CBD$

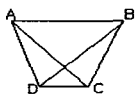
증명: $\triangle ACD$ 와 $\triangle BDC$ 에서

AC = BD(조건),

AD = BC(조건),

DC는 함께 가지는 변

즉 이 두 3각형은 세변이 각각 서로 같다.



따라서 $\triangle ACD \cong \triangle BDC$

이로부터 대응하는 각 $\angle DAC = \angle CBD$

3. 정의와 정리

예) <두 변이 같은 3각형을 2등변 3각형이라고 부른다> 이것이 정의이다.

*도형의 기초 성질

1) 맞문각은 같다.

2) 두 직선에 한 직선이 사귀었을 때

ㄱ) 두 직선이 평행이면

① 같은 자리각은 같다. ② 엇각은 같다.

ㄴ) 다음의 경우에 두 직선이 평행이다.

① 같은 자리각이 같다. ② 엇각이 같다.

3) 다음의 경우에 두 3각형은 합동이다.

① 세 변이 각각 같을 때

② 두 변과 그 사이의 각이 각각 같을 때

③ 한 변과 그에 붙은 두 각이 각각 같을 때

예) ㄱ) <2등변 3각형의 두 밑각은 같다>를 증명하여라.

ㄴ) <선분의 수직 2등분선에 있는 점은 선분의 두 끝점으로부터 같은 거리에 있다>를 증명하여라.

제3절 3각형

1. 2등변3각형

정리. 2등변 3각형의 정각의 2등분선은 밑변의 수직2등분선이다. 증명하여라.

정리. 두 각이 같은 3각형은 2등변3각형이다. 증명하여라.

2. 직3각형의 합동

정리. 두 직3각형은 빗변과 한 뾰족각이 각각 서로 같을 때 합동이다. 증명하여라.

정리. 두 직3각형은 빗변과 한 직각변이 각각 같을 때 합동이다. 증명하여라.

3. 거울명제

1) $\triangle ABC$ 에서 $\underline{AB=AC}$ 이면 $\underline{\angle B=\angle C}$ 이다.
조건 결론

2) $\triangle ABC$ 에서 $\angle B=\angle C$ 이면 $AB=AC$ 이다.
(거울명제)

정리. 각의 2등분선의 점에서 각의 두 변까지

지의 거리는 같다. 증명하여라.

정리. 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 각의 2등분선에 있다. 증명하여라.

제4절 4각형

1. 평행4변형

정리1. (평행4변형의 성질) 평행사변형에서

- 1) 두 쌍의 맞은 변은 각각 서로 같다.
- 2) 두 쌍의 맞은 각은 각각 서로 같다.
- 3) 두 대각선은 서로 가운데 점에서 사귈다. 증명하여라.

*평행사변형이 될 조건

정리2. 두 쌍의 맞은 변이 각각 서로 같은 4각형은 평행4변형이다.

(정리1-1의 거꿀명제)

정리3. 한 쌍의 맞은 변이 서로 같고 평행인 4각형은 평행4변형이다.

정리4. 두 쌍의 맞은 각이 각각 서로 같은 4각형은 평행4변형이다.

(정리1-2의 거꿀명제)

정리5. 4각형에서 두 대각선이 서로 가운데 점에서 사귀면 이 4각형은 평행4변형이다.

2. 직4각형

정리6. 직4각형의 두 대각선은 서로 같다.

*평행4변형은 다음과 같은 경우에 직4각형이 된다.

- ① 한 각이 직각일 때
- ② 두 대각선이 같을 때

3. 등변4각형

*네변의 길이가 같은 4각형을 등변4각형이라고 부른다.

정리7. 등변4각형의 두 대각선은 서로 수직이다.

*평행4변형은 다음 경우 등변4각형이 된다.

- ① 서로 이웃한 두 변이 같을 때
- ② 두 대각선이 서로 수직일 때

*바른 4각형은 다음과 같은 성질이 있다.

- ① 평행4변형이 가지는 성질
- ② 직4각형이 특별히 가지는 성질

③ 등변4각형이 특별히 가지는 성질

이 단원은 남한 중학교 1학년 VII.평면도형의 성질 중 작도와 도형의 합동과 중학교 2학년 VII.도형의 성질 중 삼각형의 성질 및 사각형의 성질과 같다. 특히 이 단원은 증명이 많이 나오는 단원으로서 연역법에 의한 증명과 귀류법에 의한 증명을 동시에 설명하고 있다. 남한 중학교 2학년에서도 삼각형, 사각형에 대한 증명이 많듯이 북한도 여기서부터 증명이 점차 깊이를 더해가고 있다. 명제에서부터 출발하여 정의, 정리로 연결되어 가는 과정도 남북한이 서로 같다. 특히 남한에서는 삼각형의 무게중심에 관하여 하나의 중단원을 설정하여 지도하고 있는 반면 그들은 중요하게 다루지 않는 것 같다. 그리고 증명에 관한 문제도 남한이 훨씬 다양하고 내용도 깊이가 있어 보인다. 평행사변형과 등변사다리꼴 마름모 등에 관한 증명문제를 우리는 평행선의 성질과 삼각형의 성질을 연계하여 지도하는 곳이 많은 반면 그들은 그것을 적게 취급하고 있다.

제2장 원과 다각형

제1절 원과 접선

1. 접선의 성질

정리1. 원의 접선은 접점을 지나는 반경에 수직이다.

정리2. 원 밖의 한 점에서 그 원에 두 개의 접선을 그었을 때

- ① 그 점에서 접점까지의 거리는 같다.
- ② 그 점으로부터 중심을 지나는 반직선은 두 접선 사이의 각을 2등분한다.

2. 활줄에 수직인 직경

정리3. 활줄에 수직인 직경은 그 활줄과 활등을 2등분한다.

제2절 원과 3각형

1. 3각형의 외접원

정리4. 3각형에서 세 변의 수직 2등분선은 한 점에서 사귀며 그 점은 3각형의 바깥 중심이다.

2. 3각형의 내접원

정리5. 3각형의 세 아나각의 2등분선들은 한 점에서 사귀며 그 점은 3각형의 아나 중심이다.

제3절 원둘레각

1. 원둘레각

*원둘레의 한 점에서 나간 두 활줄사이의 각을 원둘레각이라고 부른다.

정리6. 원둘레각은 같은 방향에 대한 중심각의 절반과 같다.

2. 활줄에 대한 원둘레각의 성질

*한 활줄에 대한 같은 쪽 원둘레각들은 다 같다.(정리6의 계)

정리7. 원둘레의 한 점에서 그은 활줄과 접선사이의 각은 이 각 아나에 있는 활등에 대한 원둘레각과 같다.

제4절 원과 4각형

1. 원에 내접하는 4각형

정리8. 원에 내접하는 4각형에서 맞은각의 합은 180° 이다.

정리9. 원에서 한 활줄에 대한 원둘레각은 원 밖의 점에서 그 활줄을 보는 각보다 크고 원 안에서 그 활줄을 보는 각보다 작다.

2. 4각형의 원에 내접할 조건

3. 네 점이 한 원둘레 위에 놓일 조건

이 단원은 남한 중학교 3학년 VII.원의 성질 중 원과 직선, 원과 각과 같은 내용으로 구성되어 있다. 특히 원의 접선에서 출발하여 내접원, 외접원, 원에 내접하는 사각형 등 남한의 중학교 3학년 원의 성질 중 일부를 그대로 옮겨 놓은 것처럼 보인다. 원과 접선사이의 관계, 원주각과 중심각의 관계, 원에 내접하는 사각형의

성질 등 다루어야 할 것은 전부 다루고 있다. 그러나 남한은 원과 비례관계를 이 단원에서 하나의 중단원으로 다루는 반면 북한은 고등중학교 4학년 기하 제3장 도형의 크기관계에서 2개의 정의 정도로 끝을 맺는다. 또한 남한은 삼각형에 접하는 방접원 및 방심에 관하여 취급하고 있지만 그들은 방접원 및 방심에 관한 언급이 없다. 또한 남한은 삼각형의 오심에 관한 문제를 일목요연하게 제시하고 내심이나 외심은 중학교 2학년에서 정의에서부터 증명에 이르기까지 상세하게 다루고 있으나 북한은 내심이나 외심의 증명과정을 다루지 않고 있다. 삼각형의 수심에 관한 문제를 남한은 평행사변형의 성질을 이용하여 증명하고 있지만 북한은 언급이 없다. 그리고 모든 삼각형에서 오심의 위치관계도 그들은 취급하지 않고 있다.

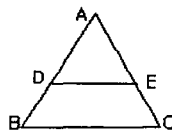
4) 고등중학교 4학년 [기하]

제1장 선분의 비

제1절 비례선분

1. 비례선분

정리1. $\triangle ABC$ 에서 $DE \parallel BC$ (점D, E는 각각 변AB, AC의 점)이면



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ 이다.}$$

여기서 $\frac{AD}{DB}, \frac{AE}{EC}$ 는

각각 선분들의 길이의 비를 표시한다.

계. $\triangle ABC$ 에서 $DE \parallel BC$ (점D, E는 각각 변 AB, AC의 점)이면

$$1) \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad 2) \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC} \text{ 이다.}$$

정리2. (거꿀정리) $\triangle ABC$ 에서

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ 이면 } DE \parallel BC \text{ 이다.}$$

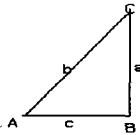
계. 위의 그림에서 $AD : AB = AE : AC$ 이면 $DE \parallel BC$ 이다.

정리3. $\triangle ABC$ 에서 $DE \parallel BC$ 이면

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \text{이다.}$$

- 2. 3각형의 제형과 중간선
- 정리4. 3각형의 중간선은 밑변에 평행이며 그의 절반과 같다.
- 정리5. 제형의 중간선은 밑변들에 평행이며 그 밑변들의 합의 절반과 같다.

제2절 삼각비



시누스 알파

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{맞은변}}{\text{빗변}}$$

코시누스 알파 $\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\text{밑변}}{\text{빗변}}$

탄젠스 알파 $\tan \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{맞은변}}{\text{밑변}}$

- 1. 삼각비
- 2. 시누스
- 3. 코시누스
- 4. 탄젠스
- 5. 직3각형의 풀이

예) 직3각형ABC에서 AB=5cm, BC=3cm다.

∠A는 몇 도인가?

풀이 $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5} = 0.6$

표를 찾으면 ∠A ≈ 37°

이 단원에는 남한의 중학교 2학년 VIII.도형의 답음과 중학교 3학년 VIII.삼각비의 내용이 들어 있으며 중학교 2학년에서 취급되고 있는 삼각형의 중점정리 등을 간단하게 다루고 있다. 북한은 삼각형에서 변의 길이 각 등을 구하는 문제는 깊게 다루지는 않고 있지만 남한은 여각의 삼각비, 사인과 코사인의 관계, 세 삼각비 사이의 관계를 이용하여 깊이 있게 다루고 있다. 또한 북한은 삼각비의 표를 사용하여 길이 나 각 등을 구하고 있으며 특수각에 대하여는 별로 깊이 다루고 있지 않다. 그러나 남한은 특수각에 대하여 많이 취급하고 있다. 그리고 각

의 범위는 남과 북이 같이 0° 에서 90° 사이의 각을 취급하고 있었다. 삼각비에서는 남한 중학교 3학년 과정이 상세하고 문제도 훨씬 다양하다고 볼 수 있다.

제2장 도형의 답음

제1절 중심답음변환

1. 답음

*두 도형 F와 F₁의 점들 사이에 일대일 대응이 있고 F의 임의의 두 점 A, B사이의 거리에 대한 F₁의 대응하는 두 점 A₁, B₁사이의 거리의 비가 일정한 수 k와 같을 때 즉

$$\frac{A_1 B_1}{AB} = k \quad (k > 0) \text{일 때 두 도형 } F_1 \text{와 } F \text{를}$$

답음(답은)도형이라고 하고 F ∩ F₁으로 표시한다. k: 답음비라고 한다.

2. 중심답음 변환

*평면의 한점 O와 실수 k(k>0)가 정해졌을 때 도형 F의 매 점 M을 반직선 OM에서 OM₁ = k · OM로 되는 점 M₁로 보내는 것을 답음중심이 O이고 중심답음비가 k인 중심답음 변환이라고 부른다.

3. 중심답음 변환의 성질

① 중심답음 변환에 의하여 선분은 그에 평행인 선분으로 가며 이 선분의 처음선분에 대한 비는 중심답음비와 같다.

계 1. 답음 중심을 지나지 않는 직선, 반직선은 중심답음 변환에 의하여 각각 그에 평행한 직선, 반직선으로 간다.
2. 도형 F를 중심 답음 변환에 의하여 F₁을 얻었다면 F와 F₁은 답음 도형이다.

종합하면 중심답음 변환은 다음과 같은 경우에 결정된다.
① 답음중심과 중심 답음비가 주어진 경우
② 답음중심과 한 쌍의 대응점이 주어진 경우

4. 중심닦음 변환의 응용

1)평판측정기 2)확대기

제2절 도형의 닦음조건

1. 다각형의 닦음조건

*두 다각형이 서로 닦았으면 대응변의 비는 다 같고 대응하는 각(아낙각)들은 서로 같다. 거꾸로 두 다각형에서 대응변의 비가 다 같고 대응하는 각이 서로 같다는 것만 가지고 두 다각형이 서로 닦았다고 할 수 있는가?

2. 3각형의 닦음조건

제3절 닦은 도형의 크기

1. 닦은 도형의 둘레와 면적

례1) 닦은 두 다각형의 둘레의 비는 닦음비와 같다. 증명하여라.

서로 닦은 두 평면도형의 면적의 비는 닦음비의 두 제곱과 같다.

2. 닦은 공간도형의 겉면적과 체적

례1) 닦은 두 다면체의 겉면적의 비는 닦음비의 그 제곱과 같다. 증명하여라.

례2) 닦은 두 각기둥의 체적의 비는 닦음비의 3제곱과 같다.

이 단원은 남한의 중학교 2학년 VIII.도형의 닦음단원과 유사하다. 취급하고 있는 내용이나 수준도 비슷하다고 할 수 있다. 닦음의 중심에서 확대, 축소 등 직관에 의한 유추가 많은 편이다. 길이의 비에 따른 면적, 부피 등을 다루고 있으며 삼각형의 닦음조건 등은 남한과 같은 정도로 취급하고 있다. 다만 중심닦음변환의 응용은 남한에서는 취급하고 있지 않지만 북한에서는 취급하고 있는데 평판측정기와 확대기로서 평판측정기는 야외에서 평면 위에 거리를 축소하여 옮겨놓는 것을 의미하며 확대기는 평행사변형의 형태를 가진 기구로서 사진이나 그림을 확대하거나 축소할 수 있도록 만든 기구를 말하고 있다. 그러나 실제로 수학에서는 크게 활용되고 있지 않지만 그들은 이것을 노동

시간에 활용하고 있는 것 같다.

제3장 도형의 크기 관계

제1절 세평방 정리

1. 직3각형의 비례선분

정리1. 직3각형에서 ABC의 직각의 정점 A에서 빗변에 그은 수직선의 밑점을 D라고 하면

$$\textcircled{1} AD^2 = BD \cdot CD \quad \textcircled{2} BA^2 = BC \cdot BD$$

$$\textcircled{3} CA^2 = CB \cdot CD \text{이다.}$$

2. 세평방 정리

정리2. 직3각형에서 빗변의 두 제곱은 두 직각 변의 두 제곱의 합과 같다.

정리3. $\triangle ABC$ 에서 AD를 가운데 선이라고 하면 $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ 이 된다. 가운데선 정리라고도 부른다.

례) 평행4변형에서 매 변들의 두 제곱의 합은 두 대각선의 두 제곱의 합과 같다.

정리4. (세평방 정리의 거꿀 정리)

세 변이 a, b, c인 3각형에서

$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 그 직3각형은 변 a를 빗변으로 하는 직3각형이다.

제2절 3각형에서 각의 이등분선의 성질

정리5. 3각형에서 아낙각의 2등분선은 그 맞은변을 다른 두 변의 비로 내분한다.

정리6. 3각형에서 바깥각의 2등분선은 그 맞은변을 다른 두 변의 비로 외분한다.

정리7. 한 원에서 두 활줄이 사귀면 그 사귀점에서 나누인 매 개 활줄의 두 부분의 적들로 서로 같다.

정리8. 원 밖의 한점에서 가름선을 그으면 그 점으로부터 가름선과 원둘레와의 사귀점까지 이르는 두 선분의 적은 그 점에서 그은 접선의 길이의 두 제곱과 같다.

이 단원은 남한 중학교 3학년 VI.피타고라스

의 정리 VII.원의 성질의 내용을 포함하고 있다. 그리고 원에서의 비례관계는 남한의 원의 성질 중 원과 비례관계 내용의 일부를 옮겨놓은 것 같다. 삼각형의 이등분선의 성질에 관하여는 남한보다 다소 깊이 있게 다루고 있다. 삼각형에서 각의 이등분선의 성질을 그들은 내분점이나 외분점으로 나타내고 있는데 이는 남한 중학교에서 내분이나 외분이라는 용어는 사용하지 않고 고등학교 일반수학에서 일부 사용하고 있다. 피타고라스의 정리도 그렇게 중요시하지 않는 것 같으나 남한에서는 많은 분량과 문제가 제시되고 있다.

북한의 고등중학교 1학년에서부터 4학년까지의 전체적인 구성을 살펴보면 고등중학교 1학년은 남한 중학교 1학년 교과서보다는 난이도나 수준에서 다소 떨어진다고 생각할 수 있으나 점차 유사해져 고등중학교 4학년때는 남한 중학교 3학년과 비슷한 수준이라고 생각된다.

특이하게도 남한 중학교 1학년 IX.도형의 관찰에서 취급하고 있는 내용이 전혀 보이지 않는다. 즉 연결상태가 같은 도형이나 한붓그리기, 구를 변형한 도형, 오일러의 공식, 피비우스의 띠 등의 내용을 그들은 전혀 다루고 있지 않다. 물론 여기에 관한 문제도 찾아 볼 수 없었다.

앞의 II.교육 과정의 비교에서 보았듯이 북한은 고등중학교 6년 동안 수학을 1,283시간이나 가르치고 있어 전체 시간의 19% 차지하고 있다. 반면 남한에서는 중학교 3년 동안 408시간, 전체의 11.8%이고 고등학교에서는 일반수학 136시간, 인문계열은 170시간, 자연계열은 340시간이어서 전체적으로 306-476시간으로 6.4-12.7%이다. 종합해보면 남한 중 고등학교 전체 수학 수업시간은 714-884시간 정도이니까 대체로 10.3-12.7%이다. 북한이 남한보다 수학교육에 많은 시간을 투자하고 있다고 할 수 있다. 또한 북한은 물리, 화학, 생물 등 자연과학계열에 많은 시간을 투자하고 있어 그 쪽 분야에서는 상당한 진전이 있을 것으로 보인다.

IV. 결론 및 제언

1. 남북한 교육 과정의 비교

가) 추구하는 인간상 자체가 다르기 때문에 교육목표가 극명하게 달라져 있으므로 북한에서는 공산주의 새 인간을 만들고자 모든 교과에서 정치사상 교화의 기능을 수행하고 있었다.

나) 북한에서는 수학이 타 과목에 비해 월등히 많은 시간을 할애하는 반면, 남한에서는 국어 과목이 다소 높은 편이었으며 수학은 국어 다음으로 영어, 과학과 비슷한 수준이었다.

다) 교육 과정에 제시된 한 학년간의 수업계획을 보면 북한은 개학, 수업시간, 시험, 방학 등의 날짜가 고정되어 변경이 불가능하고 자율성이 전혀 고려되지 않는 반면, 남한은 수업 일수만이 제시되어 있어 자율성이 고려되고 있다.

2. 남북한 수학교과서의 비교

가) 북한은 다른 과목에 비해 수학교과서의 비중이 높아 6년간 1283시간이라는 많은 시간이 할애되었지만 남한은 중·고등학교 통털어 714-884시간 정도 배당되어 북한이 남한보다 전체적으로 약 400시간 많아서 남한이 북한의 55.7-68.9%정도 공부한다고 할 수 있다.

나) 내용면에서는 남북한 모두 비슷한 정도의 수준이고 북한의 교과서에는 글자의 크기가 남한보다 작고, 그림 등이 적으며, 문제가 많은 편이나, 남한 교과서에는 동기유발을 위한 수학사에 나타난 인물의 소개와 도형의 그림, 재미있는 퀴즈 등 단원에 들어가기 앞서 많은 양이 개념지도를 위해 배려되었다.

다) 북한의 교과서는 기하와 대수로 분리되어 있지만 남한은 통합하여 한 권의 교과서에 나타내고 있는데 이는 세계적인 흐름이라고 할 수 있다. 또한 문제풀이에 있어 남한은 각 교과서마다 특색이 있고 재미있게 가르치려고 하지만, 북한에서는 문제풀이 중심으로 구성되어 있다.

라) 기하분야에 있어서는 북한이 남한보다는 쪽수의 교과서로 공부하고 있지만 내용이나 문제에 있어서는 거의 유사하다고 할 수 있다. 다만 남북한간에 취급하거나 취급하지 않은 영역이 몇 군데 있고 용어의 정의에서 의미가 다른 곳이 몇 가지 있어서 통일 후의 수학에 있어 다시 한 번 용어에 대한 정의를 하여야 할 것 같다. 또한 북한은 응용문제가 남한보다 많고 아주 쉬운 영역에서부터 고등학교 1학년 수준의 문제도 다소 포함하고 있었다.

마) 문제에 있어서는 북한에서는 순수학문인 수학에서 조차 김일성 부자에 대한 찬양과 충성심을 나타내는 문제와 미국이나 남한에 대한 적개심을 고취시킬 수 있는 문제를 일부 제시하였다. 그러나 자습서 등이 없는 북한에서는 문제의 수가 남한 교과서보다는 다소 많았다.

3. 제언

남북한 수학 교과서의 비교 과정에서 교과 내용과 교육 과정 운영 등에 관한 제언은 다음과 같다.

가) 북한은 전체 수업 시수 중 김일성 김정일 부자의 혁명 역사와 혁명활동 8.4%, 현행 당정책에 1.5%, 역사에 4.2%의 시간이 배정되어 정치, 사상교육에 14.3%의 비중을 차지하므로 학생들의 바람직한 성장을 위해서는 체제유지를 위한 교과목의 수 및 시간을 줄여야 할 것이다.

나) 북한의 교육 과정은 수학 등 자연과학 과목에 너무 치중하고 있어 전체적으로 불균형을 이루고 있으므로 사회 적응을 위한 교과목의 보충이 필요하다.

다) 북한의 기하교과서도 남한 교과서처럼 학습동기나 흥미 유발을 위해 아주 쉽고 평이한, 일상에서 쉽게 접할 수 있는 문제에서 출발

하여 어려운 문제로 진행되어야 할 것이다. 단지 문제 풀이 능력만을 길러주기 위해 간단한 예나 정의에서 바로 문제풀이에 들어가는 것은 바람직하지 않다.

라) 순수 학문인 수학에서는 김부자의 찬양이나 미국, 남한에 대한 적개심을 고취시키는 문구나 문장, 문제 등은 없애는 것이 옳다.

마) 남북한이 통일된 이후 수학교육의 이질화를 최소한으로 줄이기 위해서는 용어의 통일이 먼저 이루어져야 하므로 정부나 수학 전문가들은 용어의 통일에 대한 연구를 하여야 한다. 또한 수학은 정치체제나 이념을 초월할 수 있으므로 수학에서만 같은 내용의 교과서를 사용할 수 있었으면 한다.

참 고 문 헌

교육부 (1992). 중학교 교육 과정, 교육부.
 통일원 (1992). 북한교과서 분석, 통일원.
 통일원 (1989). 통일연수원, 북한의 교육실태, 통일연수원.
 국토통일원 (1997). 북한의 학교 교육 과정분석, 국토통일원.
 김형찬 (1990). 북한의 교육, 서울: 을유문화사.
 교육부 (1995). 교육월보, 교육부.
 구광조 외 1명 (1997). 중학교 수학 1, 2, 3, 서울: 지학사.
 서기영 외 5명 (1990). 대수1, 평양: 교육도서출판사.
 오준철 외 2명 (1990). 대수2, 평양: 교육도서출판사.
 오준철 외 1명 (1990). 대수3, 평양: 교육도서출판사.
 김봉래 외 1명 (1990). 기하1, 평양: 교육도서출판사.
 류해동 외 2명 (1990). 기하2, 평양: 교육도서출판사.
 김봉래 외 1명 (1990). 기하3, 평양: 교육도서출판사.
 강후전 (1990). 기하4, 평양: 교육도서출판사.
 김국철 외 1명 (1990). 수학5, 평양: 교육도서출판사.
 서기영 외 1명 (1990). 수학6, 평양: 교육도서출판사.
 통일교육원 (1996. 12). 북한이해 1997, 통일원.

Comparison Between South and North Korea in Mathematics Textbooks

Choi, Taeg Young

Department of Mathematics Education, Andong National University
Andong 760-749, Korea

Kim, In Young

Kuchon Middle School 90 Hasok-ri, Bunam-myun, Chungsong-kun,
Kyungbuk 763-840, Korea

Half century has passed since Korean peninsula was divided into South and North Korea. Now a days, there are many differences of politics, economy, culture and education between South and North Korea. Especially mathematics education in which I am interested has a lot of changes and differences. This is proved true by defects' proof.

For those reasons, I compared South Korea's education ideology, goal and system, and goals of mathematics education with North Korea's. I compared geometric(1-4 years, published by Pyong-yang Educational Book Publication Co. 1991) of mathematics texts(1-6 years) which are used in the secondary school with mathematics text of South Korea in contents and organization of them.

As a result of this comparison, education ideology and goal are distinctly different from those of South Korea because of the difference of pursuing humanity. In North Korea, the curriculum is very strict without autonomy. There are 1283 mathematics classes which are occupied 19% for six years during the secondary school. The contents are very similar, but there is a little difference in the definition of a term. The problems which praise Kim Il-sung and his son and reveal loyalty to them were found, and there were a lot of problems in order to promote hostile feeling against U.S.A and South Korea, too.

In conclusion, mathematics education of Korean peninsula should be reunified in the fields of the terms and contents at first.