

본 연구는 1997년도 교육부 학술연구 조성비 (기계공학 ME97-C-33)의 지원에 의해 수행된 것이며, 이에 감사를 드립니다.

세라믹 용사시의 열응력해석에 관한 연구

정 동 원*, 김 귀 식*, 오 맹 종**, 조 종 래***

A Study on the Thermal Stress Analysis of Thermally Sprayed Ceramic Coating

D.W. Jung*, G.S. Kim*, M.J. Oh**, J.R. Cho***

ABSTRACT

The purpose of this study is to develop a numerical method for analyzing the transient heat transfer and evaluating the residual stress. The analysis of heat transfer and thermal stress are carried out by three-dimensional finite element method. Thermal spraying is one of the most common surface coating techniques to be used for many applications. In order to improve the mechanical properties of flame-sprayed ceramic coating layer, the accurate and effective analysis of heat transfer and thermal stress is essentially required.

Key Words : Thermal Stress Analysis(열응력 해석), Transient Heat Transfer(비정상 열전달), Residual Stress(잔류 응력), Finite Element Method(유한요소법), Thermally Sprayed Ceramic Coating(세라믹 용사)

기 호 설 명

- c : 비열
- h : 대류
- T_e : 주위 온도(ambient temperature)
- T_s : 표면 온도
- T_d : 코팅층과 접하는 면의 모재 온도
- h_{lub} : 모재와 코팅층 사이의 열전달 계수
- T_w : 모재와 접하는 면의 코팅층 온도
- K^* : 벌칙 상수(penalty constant)
- K_1 : 열전도도(conductivity)
- Δt : 비 정상 상태의 단계당 시간 간격

1. 서 론

용사공정은 용사재료가 고온의 화염에 의해 가열 및 용융되어 고속으로 모재 표면에 충돌하고, 이것이 냉각 및 응고되어 피막을 형성하는 과정으로 이루어진다. 이러한 용사공정에 있어서 고온의 용사입자는 낮은 온도의 모재에 분사되므로 모재에 충돌하는 순간 용사입자는 급냉된다. 이때 용사피막은 급냉으로 인해 피막 자체가 수축하게 되고, 또한 용사후의 냉각과정중에는 용사피막과 모재와의 열팽창계수의 차이로 인해 열응력이 발생하며, 이것이 용사완료후 잔류응력으로서 용사피막내에 존재하게 된다. 이러한 열응력은 용사피막내에 미소균열이나 또는

* 제주대학교 기계공학과.
 ** 제주대학교 대학원.
 *** 해양대학교 기계냉동자동차공학부

용사피막과 모재와의 사이에서 박리를 일으키는 원인이 되어 용사제품의 신뢰성이나 내구성을 떨어뜨리게 된다. 이러한 용사피막의 잔류응력으로 인한 기계적 특성의 저하는 현재 용사법의 실용화에 있어서 해결해야 할 가장 시급한 과제로 남아 있다⁽¹⁾.

용사피막의 잔류응력 제어를 위해서 선행되어야 할 문제는 잔류응력의 평가이다. 실험적인 방법에 의해 잔류응력을 측정하고자 하는 연구는 많이 시도되었다^(2,3). 지금까지 시도된 잔류응력의 측정방법은 크게 X-ray회절에 의한 방법과 기계가공에 의해 야기되는 스트레인의 측정에 의한 방법이 그 주류를 이루고 있는데 X-ray회절에 의한 방법에 의해 구한 응력은 용사피막의 표면에 대한 2차원 응력상태밖에 제공하지 못하고, 또 기계가공에 의해 야기되는 스트레인의 측정에 의한 방법은 점진적으로 용사피막을 제거해 감으로써 용사피막 표면으로 부터의 깊이 에 따른 응력분포를 제공할 수 있지만 기계가공 자체가 용사피막내에 새로운 응력을 유발할 수 있기 때문에 세심한 주의가 필요하다. 이와 같이 실험적 방법에 의해 용사피막의 응력분포를 파악하기에는 많은 제한이 따르며, 또한 용사공정에 있어서는 각종 용사변수가 용사피막의 잔류응력 거동에 큰 영향을 미치게 되므로 이러한 용사변수를 고려한 이론적인 온도분포와 잔류응력의 해석이 필요하다⁽⁴⁾. 용사피막의 잔류응력 해석을 위해서는 먼저 온도분포를 알아야 한다. 실제의 용사공정에 있어서 용사피막의 온도분포를 실험적으로 구한다는 것은 불가능하나 모재의 온도분포는 실험적으로 구할 수 있으며, 이를 알면 용사피막의 온도분포는 해석적인 방법으로 근사치를 구할 수 있다.

본 연구에서는 간단한 2차원 해석에 비해 보다 일반적이고 정확한 해석이 가능한 3차원 유한요소 프로그램을 개발하였다. 현재의 개발된 프로그램은 열전달해석과 열응력해석을 다른 프로그램에서 따로 풀게 개발되어 있으나 향후 연구과제로 3차원 해석시 경제적이며 정확도가 높은 비연계방법⁽⁵⁾을 이용하여 하나의 프로그램으로 묶어 동시에 열전달과 열응력을 풀도록 개발할 예정이다.

2. 이론 해석

2.1 유한요소법에 의한 열전달해석

(1) 온도해석의 기본방정식

열응력 변형의 온도해석시 열역학 제 1법칙을 적용한 열평형 방정식은 다음과 같다⁽⁶⁾.

$$K_i T_{,i} - \rho c \dot{T} = 0 \quad (1)$$

열응력 문제의 열전달에 대한 경계치 문제는 다음과 같은 경계조건을 갖는다.

(i) 자유표면(free surface)에서

$$\text{대류 열유량 : } q_n^c = h(T_e - T_s)$$

$$\text{복사 열유량 : } q_n^r = \phi v(T_e^4 - T_s^4)$$

(ii) 소재내에서

$$\text{전도 열유량 : } q_n^d = h_{\text{lub}}(T_d - T_w)$$

여기서 본 논문에서는 ϕ 는 Stefan-Boltzmann 상수로 $\phi = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ 을 사용하였고 v 는 방사율로 0.8을 사용하였다.

응력 변형률의 관계식에서 유효 응력이 변형률, 온도의 함수로 가정하고 경계조건을 적용하여 변분식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\int_V K_{,i} T_{,i} \delta T_{,i} dV + \int_V \rho c \dot{T} \delta T dV - \int_V K^* \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \delta T dV - \int_{sq} q_n \delta T dS = 0 \quad (2)$$

(2) 온도 방정식의 분할화

식 (2)는 각요소에 대해서도 만족하므로 M개의 요소와 N개의 절점으로 이루어진 체적 V를 생각하여 다음과 같이 요소 분할식으로 나타낼 수 있다.

$$\sum_{m=1}^M \left[\int_{V^{(m)}} K_{,i} T_{,i} \delta T_{,i} dV + \int_{V^{(m)}} \rho c \dot{T} \delta T dV - \int_{sq^{(m)}} q_n \delta T dS \right] = 0 \quad (3)$$

요소내의 온도를 보간함수 N_α 와 절점의 온도로 나타낸다.

$$T = \sum_{\alpha=1}^8 N_\alpha T_\alpha \quad (4)$$

마찬가지로 \dot{T} , δT , $T_{,i}$, $\delta T_{,i}$ 을 보간함수로 표현할 수 있고, 식 (3)을 정리하면 다음과 같다.

$$\sum_{m=1}^M \left[\int_{V^{(m)}} K_{,i} N_{\alpha,i} N_{\beta,j} T_\alpha dV + \int_{V^{(m)}} \rho c N_\alpha N_\beta \dot{T}_\alpha dV - \int_{sq^{(m)}} q_n N_\alpha dS \right] = 0 \quad (5)$$

식 (5)를 벡터형으로 간단히 표현하면

$$KT + C\dot{T} - Q_n = 0 \quad (6)$$

가 되고 여기서 Q_n 는 경계조건을 나타내는 열유동 벡터이다.

$$Q_n = \int_{sr} q_n^r N dS + \int_{sc} q_n^c N dS + \int_{sd} q_n^d N dS \quad (7)$$

식 (6)은 시간에 대한 1차 미분 행렬식으로 온도 변화를 \dot{T} 을 다음과 같이 시간간격으로 차분화 하여 선형화 하면 다음과 같다⁽⁵⁾.

$$t_\theta = t_n + \theta \Delta t \quad (8-a)$$

$$\dot{T}_\theta = \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \quad (8-b)$$

$$Q_\theta = (1 - \theta)Q_n + \theta Q_{n+1} \quad (8-c)$$

이 식들을 식 (6)에 대입하면 다음과 같다.

$$\left[\theta K + \frac{1}{\Delta t} C \right] T_{n+1} \quad (9)$$

$$= \left[-(1 - \theta)K + \frac{1}{\Delta t} C \right] T_n + (1 - \theta)Q_n + \theta Q_{n+1}$$

여기서 θ 는 증분의 크기를 조절하는 인자로 0과 1사이의 값이며 값이 클수록 해가 안정되게 수렴하지만 너무 클 경우 수렴 속도가 늦어진다. 본 논문에서는 0.75를 사용하였다.

2.2 열응력해석

탄성체의 유한요소해석에 있어서는 가상일의 원리, 변형률-변위 관계식 및 응력-변형률 관계식이 기초방정식으로 사용되었다. 가상일의 원리를 행렬로 표시하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \delta\{\epsilon\}^T \{\sigma\} dV - \int_V \delta\{U\}^T \{F\} dV - \int_S \delta\{U\}^T \{T\} dS = 0 \quad (10)$$

여기에서 $\{\epsilon\}$ 는 변형률 벡터, $\{\sigma\}$ 는 응력 벡터, $\{U\}$ 는 변위 벡터, $\{F\}$ 는 단위체적당의 물체력 벡터, $\{T\}$ 는 단위면적당의 표면력 벡터, V 는 물체의 체적, S 는 물체의 면적을 나타낸다.

변형률 벡터 $\{\epsilon\}$ 는 변위 벡터 $\{U\}$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\epsilon\} = [A]\{U\} \quad (11)$$

여기에서 $[A]$ 는 미분연산자를 나타내는 행렬이다.

응력-변형률 관계식은 다음과 같이 유도될 수 있다. 즉, 전변형률 벡터 $\{\epsilon\}$ 는 탄성변형률 벡터 $\{\epsilon^e\}$ 와 열변형률 벡터 $\{\epsilon^t\}$ 의 합으로 다음과 같이 표시 할 수 있다.

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^e\} + \{\epsilon^t\} \quad (12)$$

또 $\{\sigma\}$ 와 $\{\epsilon^e\}$ 는 후크의 법칙으로 부터

$$\{\sigma\} = [D^e]\{\epsilon^e\} \quad (13)$$

의 관계가 성립한다. 여기에서 $[D^e]$ 는 탄성응력-변형률 행렬이다. 식 (12), (13)으로 부터 응력-변형률 관계식이 얻어진다. 즉,

$$\{\sigma\} = [D^e](\{\epsilon\} - \{\epsilon^t\}) \quad (14)$$

연속체의 유한요소해석에 있어서, 요소내의 임의의 점에 대한 변위 벡터 $\{U\}$ 는 미지량인 절점변위 벡터 $\{d\}$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{U\} = [N]\{d\} \quad (15)$$

여기에서 $[N]$ 은 형상함수 행렬이다.

식 (15)를 식 (11)에 대입하면 요소내의 변형률 벡터 $\{\epsilon\}$ 는 절점변위 벡터 $\{d\}$ 를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\epsilon\} = [A][N]\{d\} = [B]\{d\} \quad (16)$$

여기에서 $[B]$ 는 변형률-변위 행렬이다. 이상의 관계식을 식 (10)에 대입하면

$$\int_V \delta\{d\}^T [B]^T [D^e] ([B]\{d\} - \{\epsilon^t\}) dV - \int_V \delta\{d\}^T [N]^T \{F\} dV - \int_S \delta\{d\}^T [N]^T \{T\} dS = 0 \quad (17)$$

이 식을 정리하면

$$\delta\{d\}^T \int_V [B]^T [D^c] [B] dV \{d\} = \delta\{d\}^T \int_S [N]^T \{T\} dS + \delta\{d\}^T \int_V [N]^T \{F\} dV + \delta\{d\}^T \int_V [B]^T [D^c] \{\epsilon'\} dV \quad (18)$$

$\delta\{d\}$ 는 임의의 가상절점 벡터이므로 윗식이 항상 성립하기 위해서는

$$\int_V [B]^T [D^c] [B] dV \{d\} = \int_S [N]^T \{T\} dS + \int_V [N]^T \{F\} dV + \int_V [B]^T [D^c] \{\epsilon'\} dV \quad (19)$$

따라서 요소의 평형방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[K]\{d\} = \{f_s\} + \{f_v\} + \{f_i\} \quad (20)$$

여기에서 $[K]$ 는 요소의 강성 행렬이고 $\{f_s\}$, $\{f_v\}$ 및 $\{f_i\}$ 는 각각 표면력에 의한 절점하중 벡터, 물체력에 의한 절점하중 벡터 및 열변형률에 의한 겉보기 절점하중 벡터이다. 식 (20)을 모든 요소에 대해 구하고, 이것을 조합하면 전체 계의 평형방정식이 얻어진다.

3. 수치 해석

수치계산에 사용된 용사모델에 있어서, 모재의 치수는 길이 40mm, 폭 30mm, 두께 6mm로 하였다. 열응력해석은 3차원 탄성해석을 하였고 열전달해석은 시간증분을 0.1sec로 하여 3차원 비정상해석을 하였다. Table.1은 열전도해석을 위해 사용한 모재와 용사피막의 재료정수를 나타낸 것이다^(1, 6).

열응력해석에 있어서는 열전도해석의 결과 구해진 용사모델의 온도를 입력데이터로 하여 3차원 열탄성해석을 하였다. 요소분할은 적분점 8개의 8절점 isoparametric 요소를 사용하였다. Fig.1은 모재두께 6mm, 코팅층 400

Table 1 Physical properties of materials used for heat transfer analysis.

	Specific heat C [J/kg.K]	Density ρ [kg/m ³]	Thermal cond. k [W/m.K]
Substrate (SS41)	470	7800	42
Main coating (TiO ₂)	1050	3800	3

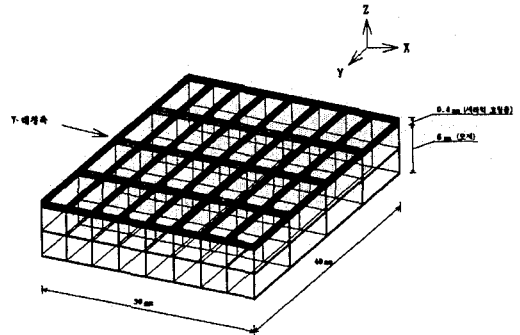


Fig. 1 finite element model used for thermal stress analysis

Table 2 Mechanical properties of materials used for thermal stress analysis.

	Young's modulus E [GPa]	Poisson's ratio ν	Thermal expansion coef. α [10 ⁻⁶ /K]
Substrate (SS41)	210	0.28	12.0
Main coating (TiO ₂)	15	0.25	7.5

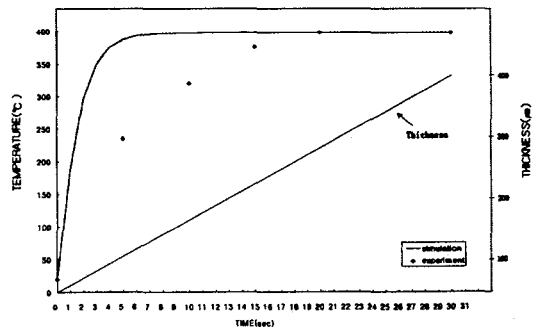


Fig. 2 Variation of substrate temperature and coating thickness during spraying procedure

μm인 용사모델의 열응력해석을 위한 요소분할을 나타낸 것으로서, 이 경우 요소수는 128개, 절점수는 225개이다. Table.2는 열응력해석에 사용된 모재와 코팅재의 재료정수를 나타낸 것이다^(1, 7).

Fig.2는 유한요소법을 이용한 열전도해석의 결과와 실험결과로 용사과정중 용사시간에 따른 용사피막의 두께와 모재의 온도변화를 나타낸 것이다⁽¹⁾. 모재는 용사 시작과 함께 온도가 급격히 상승하나 시간의 증가와 함께 그 기온기가 완만해 지며, 용사 시작후 20초에 이르르면 거의

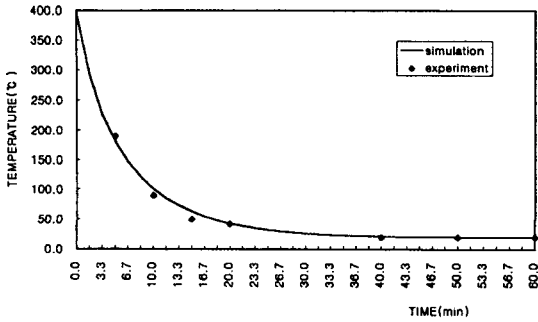
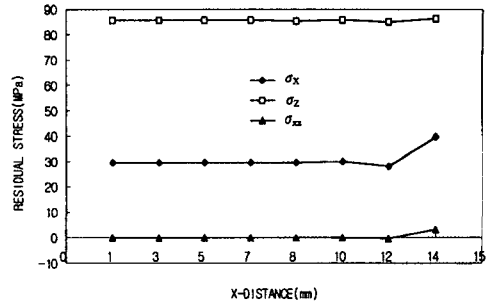


Fig. 3 Variation of substrate temperature during cooling procedure

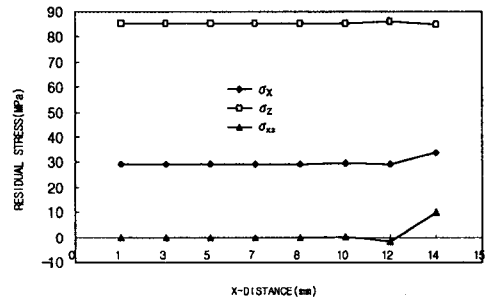
일정온도가 되어 가열이 끝날 때까지 평형상태를 유지하고 있음을 알 수 있다. 모재의 온도변화에 대해 유한요소 해석과 실험이 약간의 차이를 보이고 있는데 이는 용사과정중 용사시간에 따른 용사피막의 두께변화를 유한요소해석에서는 고려할 수가 없어 용사피막층의 두께를 일정하다고 가정하고 온도도 400℃로 일정하게 하여 모재로 열전도가 일어난다고 가정하였기 때문인 것으로 생각된다.

Fig.3은 용사후 상온에 이르기까지의 냉각과정에 있어서, 열전도해석의 결과를 실험치와 비교하여 나타낸 것이다. 이 결과에 의하면 용사완료후 모재의 온도는 급격히 냉각되나 시간이 지남에 따라 그 기울기는 점차 완만해지고 용사후 약 50분이 경과하면 모재의 온도는 거의 상온에 이르게 된다. 또한 모재의 위치에 따른 온도구배가 거의 나타나지 않았는데, 실험치의 경우 기록계상으로 분별할 수 있을 정도의 온도차이는 나타나지 않았고 수치해석의 결과에 있어서도 모재의 위치에 따른 온도구배는 1℃ 이내였다.

Fig.4는 세라믹을 400 μ m의 두께로 용사한 경우 코팅층에 발생하는 잔류응력 해석결과를 Fig.1와 같이 y축 대칭부분을 x축을 따라가면서 나타낸 것이다. Fig.4(b)의 해석결과는 모재와 코팅층의 계면에서 가장 가까운 코팅층 요소들의 중앙 1개 적분점에 대한 응력값들을 나타낸 것이며, Fig.4(a)는 코팅층의 맨 윗부분 요소들의 중앙 1개 적분점에 대한 응력값들을 나타낸 것이다. Fig.4에 의하면 폭 방향의 응력 σ_x 는 x 방향 전반에 걸쳐 30MPa의 인장응력 상태로 존재하나 끝부분에서는 약간 증가하는 경향을 보이고 있으며 Fig.4(a)에서와 같이 위의 코팅층에서는 이 경향이 강하게 나타남을 알 수 있다. 두께 방향의 응력 σ_z 는 x 방향 전반에 걸쳐 85MPa의 인장응력 상태로 존재하여 코팅층의 박리를 조장함을 알 수 있



(a) Stress distribution in the top layer of coating



(b) Stress distribution in the bottom layer of coating

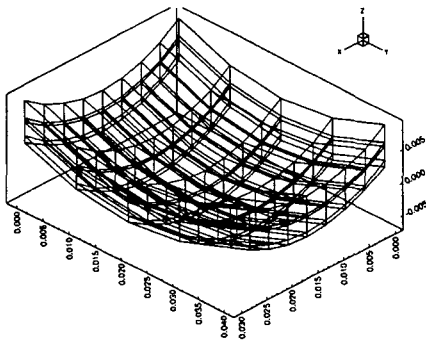
Fig. 4 Residual stress distribution of ceramic coating in the direction of X-axis

다. 전단응력 τ_{xz} 는 전반에 걸쳐 영에 가까운 값을 보이고 있으나 끝단 부근에서 어느 정도 큰 응력값을 나타내어 끝단 부근에서 부터 박리가 일어나기 쉬움을 알 수 있으며 Fig.4(b)에서와 같이 모재와 코팅층의 계면에 가까운 코팅층에서 이 경향이 두드러져 계면부근에서 열응력에 의한 박리가 쉽게 일어남을 짐작할 수 있다.

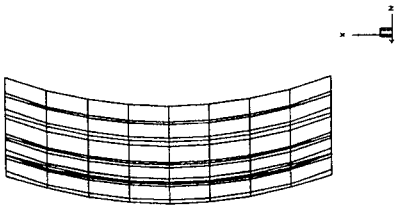
Fig.5은 유한요소 해석결과로 나온 열응력 결과로 인한 변형된 전체 시편모양을 나타낸 것인데 변형형상을 보다 쉽게 나타내기 위하여 z-방향 변위를 3,000배 확대한 모양인데 예상한 모양과 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 결 론

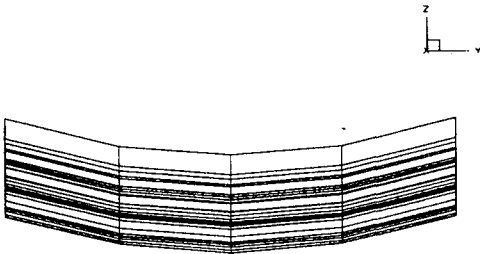
3차원 유한요소수치해석을 이용하여 세라믹용사시 열전달해석과 코팅층에 발생하는 잔류응력을 예측할 수 있는 유한요소 프로그램을 개발하였다. 용사시와 냉각시 온도변화를 비교적 잘 예측하였으나 용사시 코팅층의 두께변화를 고려하기가 곤란하고 실제 용사시의 상황을 정확히



(a) view of X-Y-Z axis (unit=meter)



(b) view of X-Z axis



(c) view of Y-Z axis

Fig. 5 Deformed configuration by thermal stress (Z-displacement is multiplied by 3,000)

묘사하는데 한계가 있어 약간의 오차가 있었다. 열응력에 의한 잔류응력은 y-대칭 부위를 x축을 따라 나타내어 보았는데 이 결과로 코팅층의 박리가 일어나는 현상을 잘 설명할 수 있어 실험만으로 측정하는데 한계가 있는 미세한 부분에 많은 보완이 되며 현업에도 많은 도움이 되리라 예상된다. 잔류응력에 의한 시편의 전체 형상도 예상과 잘 일치하여 정밀 설계에 많은 사전 데이터를 신속히 제공하여 많은 도움이 되리라 예상된다.

참고 문헌

1. 김영식: 티타니아 세라믹 용사피막의 기계적 특성에 관한 연구, 한국해양대학교 박사학위 논문, 1992.
2. M.K. Hobbs and H. Reiter: Residual stresses in $ZrO_2-8\%Y_2O_3$ Plasma-sprayed Thermal barrier coatings, *Surface and Coating Technology*, 34, pp. 33-42, 1988.
3. S. Kuroda et al: Simultaneous measurement of coating thickness and deposition stress during thermal spraying, *Thin Solid Films*, 164, pp. 157-163, 1988.
4. 조종래, 박치용, 천명식, 윤정호, 양동열: 2차원 열간 단조에서의 변형과 온도의 연계 해석과 비연계 해석 비교, 대한기계학회논문집, 제14권, 제4호, pp. 839-849, 1990.
5. Heuber, K. H. and Thornton, E. A.: *The Finite Element Method for Engineers*, John Wiley Sons, 1982.
6. 최인규 외 : 열전달, 보성문화사, pp. 685-687, 1989.
7. 蓮 淳: 溶射工學, 養賢堂, pp. 92-93, 1969.