논문 한국정밀공학회지 제15권 제11호 (1998년 11월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 15, No. 11, November 1998.

압전 가진기와 압전 센서를 부착한 평판의 시스템 식별

송 철 기*, 황 진 권**, 이 장 무***

System Identification of a Plate with Piezoelectric Actuators and Sensors

Chul Ki Song*, Jin Kwon Hwang**, Jang Moo Lee***

ABSTRACT

This paper proposes an identification method for modes of a thin plate where multiple actuators and sensors are bonded. When a natural frequency of a mode is decoupled from all other natural frequencies, the mode can be identified separatedly with a bandpass filter. Since a thin plate has resonant peaks at natural frequencies, the bandpass filter can be designed to extract the signal of the mode to be identified. Parameters of the second order linear differential equation of the mode can be obtained to apply the Least square method to the extract the modal signal. The proposed identification method is applied to an all-clamped plate with two pairs of piezoelectric actuators and sensors. The outputs of the identified model match with the experimental data well.

Key Words : System identification (시스템 식별), Piezoelectric materials (압전체), Vibration mode (진동 모드), Least square method (최소 자승법)

1. 서 론

압전체를 사용하여 보, 평판 및 우주선과 같은 유연구조물의 진동을 제어하는 연구가 활발히 진행되어 왔다[1]-[5]. 압전체는 진동의 가진과 측정에서 좋은 정확도를 보이고 반작용 없이 큰 힘을 발생시킬 수 있다. 또한, 압전체는 경량, 소형, 저렴한 가격 등의 장점을 가지고 있다. 진동제어에 압전 가진기와 센서의 실용성과 적용성에 대한 많은 연구 결과들이 발표되었다. Hagood 등은 압전 가진기와 센서를 부착한 유연구조물의 운동방정식을 유도하였다[6]. Dimitriadis 등은 압전 가진기와 센서에 의한 단순지지 평판의 진동응답을 이론적으로 해석하였고[7], Clark 등은 이를 실험적으로 입증하였다[8]. Tzou와 Fu도 압전 센서와 가진기를 사용하여 이와 유사한 연구를 하였다[9]. Hong은 동일 위치에 부착할 수 있는 일체형의 압전 가진기와 센서를 개발하였고 자동차 연료 통의 진동저감 실험에 사용하였다[10]. Falangas 등은 고정단 평판에 압전 가진기와 가속도계를 부착하고 속도 되먹임제어와 H_∞제어를 적용하여 그 진동을 제어하였다[11].

한편, 정밀하고 효과적인 진동제어를 위하여서는 유연

* 경상대학교 기계설계학과
** 안성산업대학교 제어계측공학과
*** 서울대학교 기계설계학과

구조물의 정확한 모델 식을 사용할 필요가 있다. 앞에서 소개된 대부분의 연구들에서는 구조물의 물성치를 사용한 이론적 계산과 모달 시험 (modal testing), 그리고 유한요소법 (FEM: Finite Element Method)으로 유연구조물들의 모델식들을 구하였다. 유연구조물의 고유주파수는 이론적 계산, 모달 시험과 유한요소법으로 구할 수 있고, 진동모드의 감쇠비는 이론적 계산과 모달 시험에 의해 얻을 수 있다. 압전 가진기와 센서에 관련된 진동모드의 계수들은 압전체의 물성치와 유연구조물의 고유함수 (eigenfunction)를 사용함으로써 계산될 수 있다. 그러나, 이러한 계산은 압전 가진기와 센서의 형상과 위치에 따라서 매우 복잡하고 많은 계산량을 요구하게 된다. 더욱이, 이론적 계산과 모달 시험 및 유한요소법으로 유연구조물의 경계조건들과 압전체의 부착효과를 정밀하게 고려하여 진동모드들의 모든 계수들을 정확히 구하기는 매우 어렵다.

본 논문에서는 압전체가 부착된 고정단 평판에서 식별대상의 진동모드가 다른 진동모드들과 중첩이 없을 때, 이 진동모드를 쉽게 식별할 수 있는 방법을 제시한다. 이 방법은 가진기와 센서의 신호에서 식별대상 진동모드의 신호를 추출할 수 있는 밴드패스 (bandpass) 필터를 사용한다. 이 밴드패스 필터의 추출된 모드 신호에 최소 자승법 (Least square method)을 적용하면 진동모드의 계수들을 쉽게 찾을 수 있다. 제안된 식별기법은 압전체의 형상, 개수, 그리고 위치에 관계없이 적용될 수 있고, 구조물의 경계조건들과 압전체의 부착효과를 고려한 진동모드의 계수들을 얻을 수 있다. 제안된 식별기법의 유용성을 보이기 위하여 압전체가 부착된 고정단 평판의 진동모드 식별에 유한요소법과 모달 시험을 적용하고 그 결과들과 제안된 식별기법의 결과들을 비교한다.

2. 압전 가진기와 압전 센서가 부착된 고정단 평판의 모델식

평판의 운동식은 각 진동모드별로 2 차 미분방정식의 집합으로 나타낼 수 있으며[12], 유연구조물과 압전체 사이의 관계 수식은 Hagood 등에 의해 제시된 바 있다[6]. 다수의 압전 가진기에 의해 가진되는 얇은 고정단 평판의 진동모드 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다[9].

$$\ddot{q}_n(t)+2\zeta_n\omega_n\dot{q}_n(t)+\omega_n^2 q_n(t)=\sum_{l=1}^{na}k_a S_n^a(x_l,y_l)\cdot u_l(t) \quad (1)$$

$$S_n^a(x_l,y_l)\triangleq\iint_{D_l^a}\nabla^2\phi_n(x,y)dxdy, \quad n=1,2,3,\cdots$$

여기서 (x, y)는 평판의 가로와 세로의 좌표이고, $q_n(t)$, $\omega_n(rad/sec)$, ζ_n 및 $\phi_n(x,y)$은 각기 n번째 모드의 진동 변위, 고유진동수, 감쇠비 및 고유함수이다. na는 압전 가진기의 개수이고, $u_l(t)$는 l번째의 압전 가진기의 전압입력이고, k_a는 압전 가진기와 평판의 물성치에 의해 결정되는 모멘트-전압 상수이다. D_l^a는 l번째 압전 가진기의 부착영역이고, ∇^2는 라플라스 연산자이다. $S_n^a(x_l,y_l)$은 l번째의 압전 가진기에 의하여 n번째 진동모드에 작용되는 모멘트의 효과 정도를 나타낸다.

고정단 평판의 진동에 의하여 압전 센서에 발생되는 전압은

$$z_m(t)=\sum_{n=1}^{\infty}k_s S_n^s(x_m,y_m)\cdot q_n(t) \quad (2)$$

$$S_n^s(x_m,y_m)\triangleq\iint_{D_m^s}\nabla^2\phi_n(x,y)dxdy, \quad m=1,2,3,\cdots,ns$$

이며, $z_m(t)$는 m번째 압전 센서의 출력전압, ns는 압전 센서의 개수, D_m^s는 m번째 압전 센서의 부착영역이다. k_s는 압전체와 평판의 물성치에 의해 결정되는 전압-변위 상수이며, $S_n^s(x_m,y_m)$은 n번째 진동모드의 운동에 의하여 m번째 압전 센서에서 측정되는 전압 정도를 나타낸다.

시스템 식별에서 찾아야 할 진동모드의 계수들을 a_n, b_n, c_{nl}, d_{mn}으로 나타내기로 한다.

$$a_n\triangleq 2\zeta_n\omega_n, \qquad b_n\triangleq\omega_n^2,$$

$$c_{nl}\triangleq k_a S_n^a(x_l,y_l), \qquad b_{mn}\triangleq k_s S_n^s(x_m,y_m).$$

앞으로의 수식 전개의 편리성을 위하여 평판에 부착된 압전 가진기와 센서의 개수를 각각 2 개로 가정하면, 식 (1)과 식 (2)를 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$\ddot{q}_n(t)+a_n\dot{q}_n(t)+b_n q_n(t)=\sum_{l=1}^{2}c_{nl}\ u_l(t), \quad n=1,2,3,\cdots \quad (3)$$

$$z_m(t)=\sum_{n=1}^{\infty}d_{mn}q_n(t), \quad m=1,2. \quad (4)$$

제어이론 적용이 용이한 상태 공간 모델식으로 식 (3)과 (4)의 n개 진동모드들의 운동식을 나타낼 수 있다.

$$\dot{w}(t)=Aw(t)+Bu(t).$$

$$z(t)=Cw(t),$$

$$w(t)=[q_1(t),\ \dot{q}_1(t),\ q_2(t),\ \dot{q}_2(t),\cdots,\ q_n(t),\ \dot{q}_n(t)]^T,$$

$$u(t)=[u_1(t),\ u_2(t)]^T,\ z(t)=[z_1(t),\ z_2(t)]^T.$$

여기서, 시스템 행렬 A, B, C는 다음과 같다.

$$A = diagonal(\underline{A}_1,\ \underline{A}_2,\cdots,\ \underline{A}_i,\cdots,\ \underline{A}_n),$$

$$\underline{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -b_i & -a_i \end{bmatrix},\quad i = 1,2,\cdots,n,$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & c_{11} & 0 & c_{21} & \cdots & 0 & c_{n1} \\ 0 & c_{12} & 0 & c_{22} & \cdots & 0 & c_{n2} \end{bmatrix}^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & d_{21} & 0 & \cdots & d_{n1} & 0 \\ d_{12} & 0 & d_{22} & 0 & \cdots & d_{n2} & 0 \end{bmatrix}.$$

3. 시스템 식별기법

시스템 모델 (3)과 (4)는 MIMO 시스템이고 압전 센서의 출력신호에는 모든 모드들의 신호들이 중첩되어 있기 때문에 식별대상 모드들의 모든 계수들 a_n, b_n, c_{nl}, d_{mn}을 한꺼번에 구하는 것은 매우 어렵다. 그런데, 얇은 평판의 진동모드는 매우 작은 감쇠비를 갖기 때문에 압전 센서 출력의 주파수 스펙트럼은 각각의 고유주파수에서 공진 피크를 갖는다. 따라서, 각각의 식별대상 진동모드들의 고유주파수가 다른 모든 진동모드들의 고유주파수들과 차이가 있을 때, 밴드패스 필터를 사용하면 그 진동모드만의 신호를 얻을 수 있다. 이 때, 밴드패스 필터의 대역 중심 주파수는 그 진동모드의 고유주파수이며, 그 차수와 대역폭은 인접한 다른 진동모드들의 신호들이 포함되지 않도록 설정된 것이다. 이러한 디지탈 밴드패스 필터로 압전 센서의 신호를 여과하면, 그 여과된 신호는 식별대상 진동모드에 대한 정보를 갖고 있는 반면, 다른 모드에 대한 정보는 거의 갖고 있지 않게 된다. 슈도-랜덤 (pseudo-random) 신호를 압전 가진기들에 인가하고 그 때의 압전 센서의 출력 신호를 샘플링하면, 진동모드의 식별에 사용되는 진동 데이터를 얻을 수 있다. 또한 이 데이터의 주파수 스펙트럼을 이용하여 식별대상 진동모드를 위한 밴드패스 필터의 대역폭 및 차수를 적절히 선정할 수 있다.

식별대상이 n번째 진동모드일 때, 밴드패스 필터로 여과된 압전 센서와 가진기의 신호에서 다른 진동모드의 신호를 무시하면, 식 (3), (4)에서 n번째 진동모드에 대한 근사화된 수식을 얻을 수 있다. 여기서부터 수식 전개의 간결성을 위하여 진동모드를 나타내는 첨자 n을 생략하기로 한다.

$$\ddot{q}(t) + a\dot{q}(t) + bq(t) = c_1 u_1^f(t) + c_2 u_2^f(t) \qquad (5)$$

$$z_1^f(t) = d_1 q(t) \qquad (6)$$

$$z_2^f(t) = d_2 q(t) \qquad (7)$$

여기서 $u_1^f(t)$, $u_2^f(t)$, $z_1^f(t)$, $z_2^f(t)$는 각기 $u_1(t)$, $u_2(t)$, $z_1(t)$, $z_2(t)$에서 동일한 밴드패스 필터로 여과된 신호들이다. 식 (5), (6)와 (7)의 계수들 a, b, c_1, c_2, d_1및 d_2는 구할 값들이다.

먼저, d_1과 d_2를 구하기 위하여 샘플링된 센서 출력 데이타의 제곱의 합을 비교하여 $z_m^f(t)(m=1,2)$에서 가장 큰 세기의 신호를 선정한다. 여기서는 $z_1^f(t)$를 가장 큰 세기의 신호이라고 가정한다. 그러면, d_1을 다른 계수들 a, b, c_1, c_2, d_1 및 d_2의 크기 기준으로 설정하여 1로 놓을 수 있다. 식 (6)과 (7)에서 d_2는 최소 자승법을 사용하여[13] 다음의 목적함수를 최소화함으로써 얻을 수 있다.

$$\min_{d_2} \sum_{k=1}^{K} \left| z_2^f[k] - d_2 z_1^f[k] \right|^2 \qquad (8)$$

여기서 $z_1^f[k]$과 $z_2^f[k]$는 각각 $z_1^f(t)$와 $z_2^f(t)$를 샘플링한 신호이고, K는 샘플링 데이터의 개수이다.

다른 미지 계수들 a, b, c_1및 c_2를 정확하게 구하기 위하여, 새로운 신호인 $z_1(t)$가 정의될 필요가 있다.

$$z^f(t) \triangleq z_1^f(t) + \mathrm{sgn}(d_2) z_2^f(t) \qquad (9)$$

여기서 $\mathrm{sgn}(\cdot)$은 부호함수이며, $z^f(t)$는 센서들의 모든 여과된 신호들을 합친 신호이다. 식 (6), (7)과 (9)를 사용하면 식 (5)를 $u_1^f(t)$, $u_2^f(t)$와 $z^f(t)$만으로 표현할 수 있다.

$$\ddot{z}^f(t) + a\dot{z}^f(t) + bz^f(t) = \{1 + abs(d_2)\}\{c_1 u_1^f(t) + c_2 u_2^f(t)\} \qquad (10)$$

여기서 $abs(\cdot)$는 절대값을 취하는 함수이다. 최소 자승법을 적용하기 위하여 연속시간함수 (10)을 이산시간함수로 변환할 필요가 있다. 단순하면서 변환 정확도가 좋은 Tustin의 변환 방식을 식 (10)에 적용하면, 다음의 이산시간방정식을 얻을 수 있다.

$$z^f[k+2] + \bar{a} z^f[k+1] + \bar{b} z^f[k] = \bar{c}_1 v_1[k] + \bar{c}_2 v_2[k],$$

$$v_1[k] \triangleq u_1^f[k]+2u_1^f[k-1]+u_1^f[k-2], \quad (11)$$
$$v_2[k] \triangleq u_2^f[k]+2u_2^f[k-1]+u_2^f[k-2].$$

여기서 "-"는 연속시간 모델의 계수들에 상응되는 이산시간 모델의 계수들을 표시한다. 샘플링 시간 간격이 충분히 작을 때, 이산시간 모델은 연속시간 모델과 잘 일치되며, 연속시간 모델 계수들과 이산시간 모델 계수들 사이의 관계는 다음과 같다.

$$a=\frac{4(\bar{b}-1)}{T(\bar{a}-\bar{b}-1)}, \quad (12)$$

$$b=-\frac{4(\bar{a}+\bar{b}-1)}{T(\bar{a}-\bar{b}-1)}, \quad (13)$$

$$c_1=-\frac{16\bar{c}_1}{T^2(\bar{a}-\bar{b}-1)(1+abs(d_2))}, \quad (14)$$

$$c_2=-\frac{16\bar{c}_2}{T^2(\bar{a}-\bar{b}-1)(1+abs(d_2))}. \quad (15)$$

이산시간방정식 (11)의 $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}_1$ 및 $\bar{c}_2$를 구하기 위한 목적함수를 다음과 같이 놓을 수 있다.

$$\min_{\bar{a},\bar{b},\bar{c}_1,\bar{c}_2}\sum_{k=3}^{K-2}\left|z^f[k+2]+\bar{a}z^f[k+1]+\bar{b}z^f[k]-\bar{c}_1v_1[k]-\bar{c}_2v_2[k]\right|^2 \quad (16)$$

$z^f[k]$는 $v_1[k]$와 $v_2[k]$에 대한 선형이므로 식 (16)에 최소 자승법을 사용함으로써 $\bar{a}$, $\bar{b}$, $\bar{c}_1$ 및 $\bar{c}_2$를 구할 수 있다. 식 (12) ~ (15)를 사용하여 연속시간 모델 계수들을 이산시간 모델 계수들에서 계산할 수 있다.

4. 실험장치

실험 장치는 두 쌍의 압전 가진기와 센서가 부착된 강철 고정단 평판이다. 평판의 치수는 $360mm\times300mm\times0.8mm$이고, 밀도는 $7870\,kg/m^3$, 영률 (Young's modulus)은 210×10^9 N/ m^2, 포와송 비 (Poisson's ratio)는 0.30이다. 평판의 가장자리는 Fig. 1에 나타난 것처럼 4 개의 강철보와 여러 개의 클램프로 고정되어 있다. 모달 시험을 한 결과, 이 평판의 10 개 저차 진동모드의 고유주파수들이 서로 다름을 확인하였다. 이 평판에 사용된 압전체는 G1195 (Piezo Systems Co.)이며, 그 밀도는 7870 kg/m^3, 스트레인 상수 (piezoelectric strain constant)는 $166\times10^{-12}\,m/V$, 유전상수 (permittivity)는 151×10^{-10}, 영률은 $63\times10^9 N/m^2$, 그리고 포와송 비는 0.31이다. 두 쌍의 가진기와 센서를 처음 세 개의 진동모드들이 잘 가진되고 측정되는 위치에 부착하였다. 압전 가진기와 센서를 동일 위치에 부착한 효과를 얻도록, 가진기 둘레에 4 개의 직사각형 모양의 압전체를 부착하고 이들을 전선으로 연결하여 하나의 센서를 만들었다.

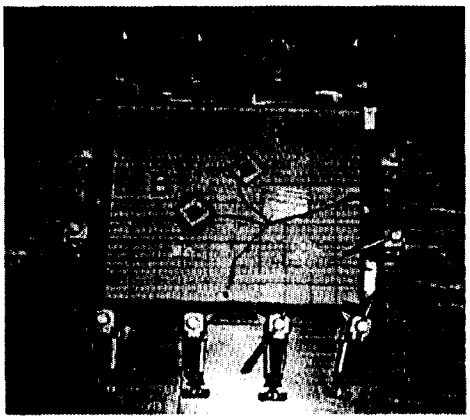


Fig. 1 All-clamped plate with two co-located actuators and sensors.

식별 실험에 필요한 가진기의 신호 생성 및 센서의 신호 샘플링을 위하여 디지탈 신호처리 보드를 제작하였고 이 보드에는 Texas Instrument Inc.의 TMS320C30 DSP Chip과 12 비트의 분해능을 갖는 두 개의 A/D 변환기와 한 개의 D/A 변환기가 있다. 그리고, 두 종의 아날로그 보드들을 설계하였으며, 그 하나에는 두 압전 가진기 신호들을 위한 고전압 증폭기가 있고 다른 하나에는 두 압전 센서 신호들을 위한 저전압 증폭기와 한 개의 D/A 변환기의 출력에서 최대 3 신호까지 다중화된 아날로그 신호들을 분리할 수 있는 아날로그 역다중화기 (de-muxer)가 있다. 식별 실험장치에 대한 블록 선도가 Fig. 2에 나타나

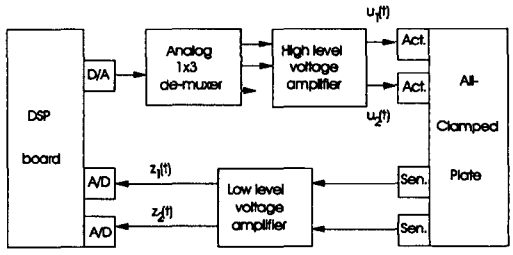


Fig. 2 Block diagram of the experimental system.

있으며, 두 센서의 출력들은 A/D 변환기를 통해 직접 샘플링된다. 두 가진기들을 위한 신호들은 DSP 프로그램에 의해 생성되며 이것들은 일정한 시간 간격으로 번갈아서 D/A 변환기에 출력되고 다시 아날로그 역다중화기와 고전압 증폭기에 의하여 각기 본래의 두 신호들로 복원되고 증폭된다.

5. 실험결과 및 토의

이 식별 실험의 샘플링 주파수는 4.867 kHz이었고 샘플링한 데이터 개수는 16384이었다. 이 실험에서 저주파의 진동모드들을 식별하기 위하여, 가진기의 입력신호들은 슈도-랜덤 잡음을 180 Hz의 대역폭을 갖는 디지탈 저주파 필터로 여과한 신호들을 사용하였고 이것들은 TMS320C30 DSP 어셈블러 프로그램에 의해 생성되었다. 이 입력신호들로 평판을 가진하여 얻어진 센서들의 출력 스펙트럼들이 Fig. 3에 나타나 있다. 압전 가진기들에 180 Hz 이하의 대역을 갖는 신호들을 인가함으로써, Fig. 3에서 나타난 바와 같이 7 차 이상의 고주파 진동모드에 의한 진동 에너지는 매우 작음을 알 수 있다. 이 실험에서 식별대상들을 처음 6 개의 저차 진동모드들로 하였고 이 6 개의 진동모드들을 위한 디지탈 밴드패스 필터들은 6 또는 10 Hz의 대역폭을 갖는 4차 버터워쓰 필터를 사용하였다. 이 실험 평판에 제안된 식별 방법을 적용하여 구해진 시스템 행렬 A, B, C 는 다음과 같다.

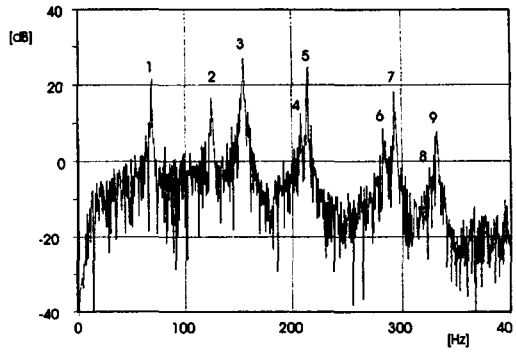
$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.8619\times10^{5} & -1.8768 \end{bmatrix},\quad \underline{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6.1840\times10^{5} & -2.3140 \end{bmatrix},$$

$$\underline{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9.4863\times10^{5} & -3.0408 \end{bmatrix},\quad \underline{A}_4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.7277\times10^{6} & -7.9215 \end{bmatrix},$$

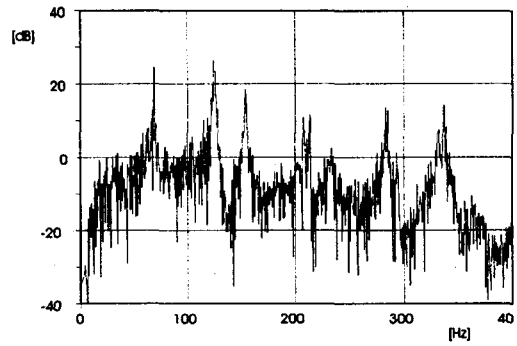
$$\underline{A}_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1.8262\times10^{6} & -4.4072 \end{bmatrix},\quad \underline{A}_6 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3.2634\times10^{6} & -9.6997 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -2.8866\times10^{2} & 0 & 5.5301\times10^{2} & 0 & -2.2506\times10^{3} \\ 0 & -2.8093\times10^{2} & 0 & -1.2391\times10^{3} & 0 & 7.9116\times10^{2} \\ 0 & -9.9263\times10^{2} & 0 & -2.3095\times10^{3} & 0 & 2.7348\times10^{3} \\ 0 & -6.1057\times10^{2} & 0 & 4.7188\times10^{2} & 0 & -4.6160\times10^{3} \end{bmatrix}^{T}$$

$$C = \begin{bmatrix} 7.2281\times10^{-1} & 0 & -2.9284\times10^{-1} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -3.5961\times10^{-1} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -4.4944\times10^{-1} & 0 \\ 5.9907\times10^{-1} & 0 & -2.1083\times10^{-1} & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$



(a) $z_1(t)$



(b) $z_2(t)$

Fig. 3 Spectrums of the actual outputs. (The numbers denote the corresponding modes)

고유주파수와 감쇠비는 행렬 A로부터 간단히 계산될 수 있으며, 그 계산 결과들이 Table 1에 나타나 있다. 이 계산 결과들을 유한요소법과 모달 시험으로 얻은 결과들과 비교하여 보았다. 유한요소법에서는 실험의 평판을 10 ×10요소들로 분할하고 각각의 요소를 8 개 노드의 쉘 구조로 간주하였다. 부착된 압전체에 의한 강성 효과를 무시하고 유한요소법으로 계산된 고유주파수들이 Table 1에 나타나 있다. 한편, 진동모드의 감쇠비는 유한요소법으로 구할 수가 없다. 모달 시험에서는 경량 가속도계 (low mass accelerometer)와 충격 망치 (impact hammer), 그리고 주파수 분석기와 주파수 분석 소프트웨어가[14] 사용되었으며, 그 시험의 결과도 Table 1에 나타나 있다. Table 1에서 제안된 식별 방법에 의하여 구한 고유주파수는 다른 방법으로 구한 것들과 유사함을 보여준다. 유한요소법과 모달 시험에 의하여 압전체에 관련된

Table 1 Natural frequencies and damping ratios.

Mode	Natural frequency (Hz)			Damping ratio (%)	
	Proposed method	Modal testing	FEM	Proposed method	Modal testing
1	68.67	68.91	68.03	0.218	0.340
2	125.16	125.28	123.15	0.147	0.237
3	155.01	155.56	153.13	0.156	0.291
4	209.20	207.75	204.74	0.301	0.357
5	215.08	213.38	212.02	0.163	0.220
6	287.51	284.38	283.47	0.268	0.406

행렬 B, C를 계산하는 것은 매우 어렵고 복잡한 데, 그 이유는 압전 가진기와 센서의 형상 및 부착위치가 이 행렬 계산에 고려되기 때문이다. 그러나, 제안된 식별 방법에서는 진동 실험 데이터를 이용하기 때문에 행렬 B, C를 용이하게 구할 수 있다.

실험의 가진기 입력들 $u_1(t)$와 $u_2(t)$를 식별된 모델에 인가하여 모델 출력들을 계산할 수 있다. 실제 실험의 센서 출력들과 이 모델 출력들과의 오차비를 다음과 같이 구하였다.

각 진동모드별 오차비 :

$$\frac{\sum_{k=1}^{K}\left|z_{mn}^{f}[k]-\hat{z}_{mn}^{f}[k]\right|^{2}}{\sum_{k=1}^{K}\left|z_{mn}^{f}[k]\right|^{2}},\quad m=1,2,\quad n=1,2,\cdots,6$$

전체 진동모드들의 오차비 :

$$\frac{\sum_{k=1}^{K}\left|z_{m}[k]-\hat{z}_{m}[k]\right|^{2}}{\sum_{k=1}^{K}\left|z_{m}[k]\right|^{2}},\quad m=1,2$$

여기서 $z_{mn}^{f}[k]$는 m번째 센서 신호를 n번째 모드를 위한 밴드패스 필터로 여과하여 얻은 신호이며, $\hat{z}_{mn}^{f}[k]$는 $z_{mn}^{f}[k]$에 상응되는 모델 출력을 의미한다. 계산된 오차비들이 Table 2에 정리되어 있으며, 각 진동모드별 오차비는 그리 크지 않음을 보여주고 있다. 이는 여과된 신호가 식별대상 진동모드에 대한 충분한 정보를 갖는 반면에, 다른 진동모드에 대한 정보는 거의 갖고 있지 않다는 것을 의미한다. 또한, 전체 진동모드들의 오차비도 각 모드별 오차비와 비슷한데, 이는 식별에서 제외된 7차 이상의 진동모드들의 운동에너지가 상대적으로 작다는 이유도 있지만은, 저차의 6개 진동모드들의 식별이 잘 되었음을 보여주는 것이다.

Table 2 Error ratios between the actual outputs and the modal outputs.

Mode	Error ratios	
	Error ratios for $z_1(t)$	Error ratios for $z_2(t)$
1	9.9991×10^{-2}	1.2773×10^{-1}
2	1.1537×10^{-1}	1.4726×10^{-1}
3	2.0689×10^{-2}	4.5471×10^{-2}
4	2.8123×10^{-1}	1.0026×10^{-1}
5	9.5559×10^{-3}	1.8539×10^{-1}
6	2.5207×10^{-1}	9.0333×10^{-2}
Total	1.1085×10^{-1}	2.6020×10^{-1}

실제 실험의 센서 출력과 모델 출력의 스펙트럼들이 Fig. 3과 Fig. 4에 비교되어 있으며, 6 개의 식별대상 진동모드들의 스펙트럼은 잘 일치함을 알 수 있다. 시간 영역에서의 실제 실험의 센서 출력과 모델 출력의 일부분이 실험의 Fig. 5에 나타나 있으며, 이 두 신호 또한 잘 일치함을 알 수 있다. 이 실험에서 얻은 모델을 사용하여 실험

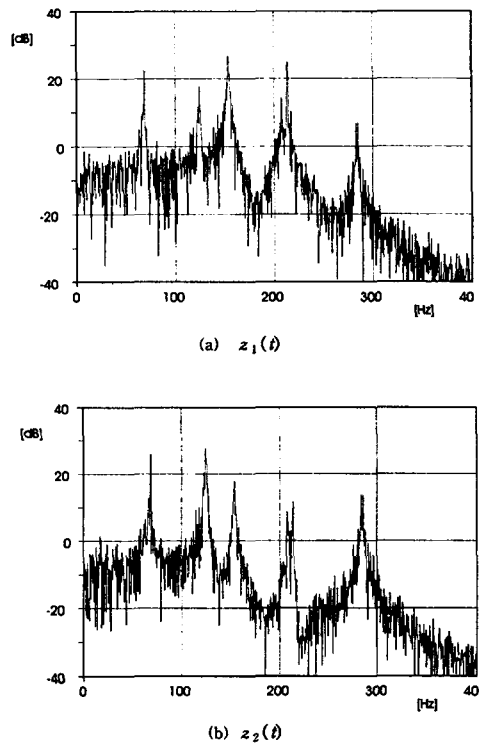
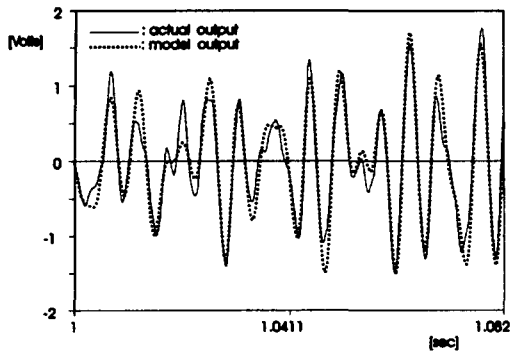
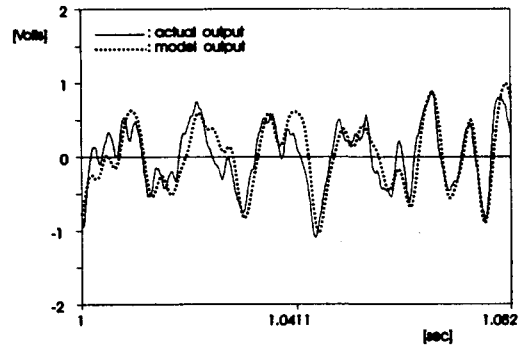


Fig. 4 Spectrums of the model outputs.



(a) $x_1(t)$



(b) $x_2(t)$

Fig. 5 The actual outputs and the model outputs.

의 고정단 평판에 대한 진동제어 실험을 사용하여 식별된 모델의 유용성을 검정하였다[15, 16].

6. 결 론

본 논문에서는 여러 개의 가진기와 센서가 부착된 얇은 평판에 관한 간편한 시스템 식별 방법을 제시하였으며, 식별 대상 진동 모드의 고유 진동수들이 주파수 영역에서 잘 분리되어 있을 때 적용할 수 있다. 이 방법은 유연구조물이 작은 감쇠비를 갖고 있음을 이용하여 밴드패스 필터를 도입한 것이다. 밴드패스 필터의 사용에 의하여 식별 대상 진동모드들에 대한 다입력 다출력 (MIMO) 시스템은 보다 다루기 쉬운 각 진동모드별로 다입력 단일출력 (MISO) 시스템으로 변환되어서 최소 자승법의 적용으로 각 진동모드의 계수들을 쉽게 찾을 수 있다. 고정단 평판의 실험 결과는 제안된 방법이 실제로 유용하고 각 진동모드에 대한 계수들을 쉽게 구할 수 있음을 보여준다. 제안된 방법은 다음의 몇 가지 장점을 가지고 있다. (1) 기존의 유한요소법과 모달 시험과는 달리, 이 식별 방법을 압전체의 개수, 위치, 부착 방향, 그리고 형상에 관계없이 사용할 수 있다. (2) 밴드패스 필터의 사용에 의하여 관심 대상의 진동모드만을 식별할 수 있다. (3) 이 방법은 압전체의 특성치 또는 평판의 고유함수를 필요로 하지 않는다. (4) 이 방법은 감쇠비가 작은 일반 구조물에도 쉽게 응용될 수 있다.

참 고 문 헌

1. Bailey, T. and Hubbard, J. E., "Distributed Piezoelectric-Polymer Active Vibration Control of a Cantilevered Beam," AIAA Journal of Guidance and Control, Vol. 8, No. 5, pp. 605-611, 1985.
2. Baz, A. and Poh, S., "Performance of an Active Control System with Piezoelectric Actuators," Journal of Sound and Vibration, Vol. 126(2), pp. 327-343, 1988.
3. Sakawa, Y. and Luo, Z. H., "Modeling and Control of Coupled Bending and Torsional Vibrations of Flexible Beams," IEEE Trans. Auto. Control, Vol. 34, No. 9, pp. 970-977, 1989.
4. Lee, C. K. and Moon, F. C., "Laminated Piezo-polymer Plates for Torsion and Bending Sensors and Actuators," Journal of Acoust. Soc. Am., Vol. 85(6). pp. 2432-2439, 1989.
5. Williams, T. and Juang, J. N., "Sensitivity of the Transmission Zeros of Flexible Space Structures," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 15, No. 2, pp. 368-375, 1992.
6. Hagood, N. W., Chung, W. H. and von Filtow, A., "Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control," AIAA 31st Structure, Structural Dynamics and Materials Conference, Long Beach, April, 1990.

7. Dimitriadis, E. K., Fuller, C. R. and Rogers, C. A., "Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates," ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 113, pp. 100-107, 1991.
8. Clark, R. L., Flemming, M. R. and Fuller, C. R., "Piezoelectric Actuators for Distributed Vibration Excitation of Thin Plates: A Comparison between Theory and Experiment," ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 115, pp. 332-339, 1993.
9. Tzou, H. S. and Fu, H. Q., "A Study of Segmentation of Distributed Piezoelectric Sensor and Actuators Part 1: Theoretical Analysis," Journal of Sound and Vibration, Vol. 172, No. 2, pp. 247-259, 1994.
10. Hong, S. Y., "Active Vibration Control of Adaptive Flexible Structures Using Piezoelectric Smart Sensors and Actuator," Ph. D. Thesis, The Pennsylvania State University, 1992.
11. Falangas, E. T., Dworak, J. A. and Koshigoe, S. "Controlling Plate Vibrations Using Piezoelectric Actuators," IEEE, Control System, Vol. 14, No. 4, pp. 34-41, 1994.
12. Meirovitch, L., Dynamics and Control of Structures. Wiley Interscience, 1990.
13. Soderstrm, T. and Stoica, P., System Identification, Prentice-Hall, Inc., pp. 60-71, 1989.
14. CADA-X Rev. 3.3, User manual, LMS International, 1995.
15. 황진권, 압전체를 사용한 유연구조물의 시스템 식별 및 진동 제어, 서울대학교 공학박사학위논문, 1997.
16. Jin Kwon Hwang, Chong-Ho Choi, Chul Ki Song, Jang Moo Lee, "Robust LQG Control of an All-Clamped Thin Plate with Piezoelectric Actuators/Sensors," IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 2, No. 3, pp. 205 - 212, Sept. 1997.