

굽힘곡선을 이용한 공작기계 주축의 정적 동적 취약부 규명

이 찬 홍*, 이 후 상*

Static and Dynamic Weak Point Analysis of Spindle Systems Using Bending Curve

Chan-Hong Lee*, Hu-Sang Lee*

ABSTRACT

This paper describes static and dynamic weak point analysis of spindle systems to eliminate high concentrated bending point on spindle and improve total stiffness of spindle systems. The weak point analysis is based on the evaluation of bending curves of spindles. For static weak point analysis the bending curve is derived from static deflection curve and for dynamic weak point analysis it is derived from the mode shape curves in consideration of the transfer function at exciting point. The validity of the weak point search methodology is verified by comparison of the static deflection, the natural frequency and the dynamic compliance between the original and the improved spindle.

Key Words : Weak Point Analysis(취약부 해석), Static and Dynamic Analysis(정동적 해석), Spindle(주축), Bending Curve(굽힘곡선), Stiffness Improvement(강성개선)

1. 서 론

공작기계의 가공정밀도는 공구와 공작물간의 상대변위 크기로서 평가된다. 이 상대변위는 가공중에 발생하는 절삭력이 공구-척-주축-기계구조물-안내면-가공테이블-공작물로 이어지는 하중전달 폐경로를 흐르면서 경로상의 정, 동적 취약부의 주된 영향을 받게 되고, 각 요소부품의 변형이 누적되어 생겨난다⁽¹⁾. 공작기계내에서 정, 동적 취약부로서 대표적인 요소는 주축으로, 타 요소와는 달리 고속회전을 하면서 고정밀의 기하학적 위치를 유지해야 하므로 정, 동적으로 불리한 다점 접촉의 Angular Con-

tact Bearing을 하중지지용 부품으로 주로 사용하고 있고, 주축의 동력전달 구조상 다른 부품에 비해 직경에 대한 길이가 길어서 주축자체는 상대적으로 낮은 강성을 보유하고 있다⁽²⁾.

그래서 공작기계의 가공정밀도에 직접 영향을 미치는 주축의 정, 동강성을 개선시키기 위해서 지금까지 많은 방법이 사용되어져 왔는데, 부가적인 장치를 삽입하지 않고 주축의 구조만을 변경시킨 대표적인 방법으로는 주축 베어링의 강성, 주축직경, 재질 등을 고려하여 전후부 베어링의 간격을 주축선단에서 강성이 최대가 되도록 조정하는 방법이 있다. 이 방법에 의한 주축구조의 개선에서

* 한국기계연구원 공작기계실

는 주축의 한 부분을 임의로 선정하여 길이조정을 하는 방법을 사용하였기 때문에, 주축내에 가장 강성이 취약한 부분을 선정하여 구조개선을 수행한 결과와 비교하여 볼 때 개선 효과면에서 상대적으로 효율이 낮을 수밖에 없다. 그러므로 주축 구조개선의 효율을 높이기 위해서는 우선 주축내의 취약부를 규명할 필요가 있고, 주축관련부품의 기하학적 조건을 고려하여 취약부에서의 구조개선을 통해 주축전체의 강성을 크게 향상시키고, 부가적으로 조립공차 적용과 베어링에압 증가를 통하여 주축내의 변화가능한 부위에 대한 특성개선을 시도하는 것이 유리하다.

본 연구에서는 주축의 정, 동적 취약부를 규명하기 위하여 정적으로는 정적 처짐곡선을 이용하였고, 동적으로는 진동모드의 처짐곡선과 주파수를 이용하여 주축선단의 처짐에 가장 영향을 많이 주는 취약부위를 규명하였다. 취약부의 개선방법으로는 취약부위의 주축지름을 증가시켜 주축전반부에서 굽힘이 집중되지 않도록 유도하였다. 그리고 구조개선의 타당성을 확인하기 위해서 기존 주축시스템과 개선 주축시스템의 정, 동적 특성변화를 비교분석 하였다.

2. 굽힘곡선에 대한 이론적 해석

직선 보(beam)는 임의의 위치에서 굽힘모멘트나 하중을 받아 변형해서 처짐곡선을 형성하게 되는데, 이 처짐곡선은 탄성론에 입각하여 굽힘응력이 탄성영역내에서 존재하고 미소 변위일 경우 다음과 같이 미분방정식으로 표시 할 수 있다.

$$EI(x) \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = M(x),$$

$$y'' = \frac{d^2 y(x)}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (1)$$

(1)식의 물리적인 의미를 살펴보면 처짐곡선의 두번 미분치(굽힘곡선)는 그 위치에서 작용되는 모멘트 $M(x)$ 와 그 위치에서의 단면 2차 모멘트 $I(x)$ 의 비율과 동일함을 나타낸다. 즉 각 위치에서의 모멘트에 대해서 $I(x)$ 가 작으면 그곳에서의 굽힘이 많이 일어남을 의미한다. 좀 더 보의 굽힘에 관하여 수학적으로 굽힘반지름 형태로 표현하면, 보의 좌우면에 동일한 모멘트를 가했을 때 굽힘 곡률 반지름 ρ 는 식(2)와 같이 표시된다.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI(x)} \quad (2)$$

여기서 $M(x)/EI(x)$ 의 값이 큰 경우는 굽힘곡률 ρ 가 작은 것을 의미하므로 결국 굽힘이 큰 것을 나타낸다. 또한 보의 강성면에서 관찰해보면 $M(x)/EI(x)$ 가 크다는 것은 해당 부분이 취약함을 나타내는데 이것은 $M(x)$ 와 재료의 계수 E 가 일정하다고 할 때 $I(x)$ 가 상대적으로 작아야 하므로 관련 부위의 직경이 작음을 의미한다.

이와 같이 구조물의 취약부를 규명하기 위해서는 구조물의 각부위를 식(1)에 의해 수치화하고 그 크기를 비교하면 취약부의 위치를 파악할 수 있다. 예를 들면 Fig. 1 과 같은 양단 지지의 보에서 양쪽 지지단 사이에 취약부가 존재할 때 굽힘곡선 $y''(x)$ 의 값을 계산하면 취약부의 존재를 확인할 수 있다⁽³⁾.

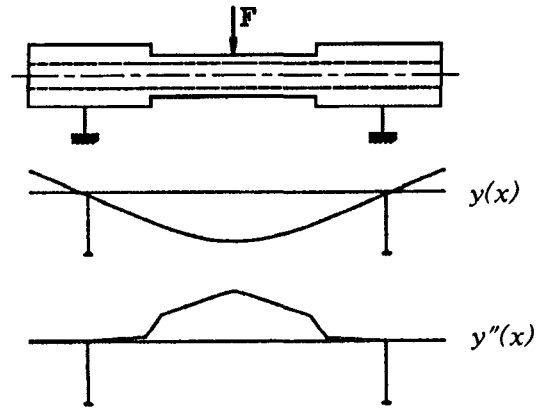


Fig. 1 Bending curve in a weak structure

3. 주축의 정적, 동적 취약부 탐색

주축 구조물의 정, 동적 취약부를 파악하는 데는 우선 정적인 하중에 대한 주축의 취약부를 결정하고, 다음으로 동적인 하중에 대한 주축의 취약부를 결정하므로써 전체적인 구조강성의 윤곽을 잡을 수 있다. 여기서 고려해야 할 사항은 정적인 취약부와 동적인 취약부가 항상 동일한 위치에 존재하지만은 않는다는 사실이다. 이것은 정, 동적 하중의 입력형태가 다르고 작용위치에 따라서 취약부의 위치가 차이를 나타낼 수 있고, 또 동적인 거동에서는 진동으로 인한 굽힘운동에서 구조물의 질량분포가 추가로 영향을 미치기 때문이다. 또한 설계자의 관심밖에 있

는 힘흐름의 경로상에 들어 있지 않은 주축의 모든 취약부를 대상으로 탐색할 것이 아니고 상용하중의 위치와 방향에 대해서 주축상의 취약부를 규명하는 것이 적절하다. 또한 계산결과 정적 취약부와 동적 취약부가 다른 위치일 경우 해당 주축의 역할을 고려하여 고속 주축인 경우는 동적 취약부를, 고강성 주축인 경우는 정적 취약부를 중점적으로 보강설계하고, 양쪽이 모두 필요한 경우에는 각각에 가중인자(Weighting Factor)를 설정하여 적절한 조합구조를 선택할 필요가 있다.

정적 취약부를 규명하기 위해서는 하중을 주축의 선단에 가한다고 생각하고 주축처짐을 이용하면 되는데, Fig. 2에 나타낸 바와 같이 주축선단에 절삭력을 가한다고 생각하면 처짐곡선 $y(x)$ 와 굽힘곡선 $y''(x)$ 는 다음과 같이 나타난다.

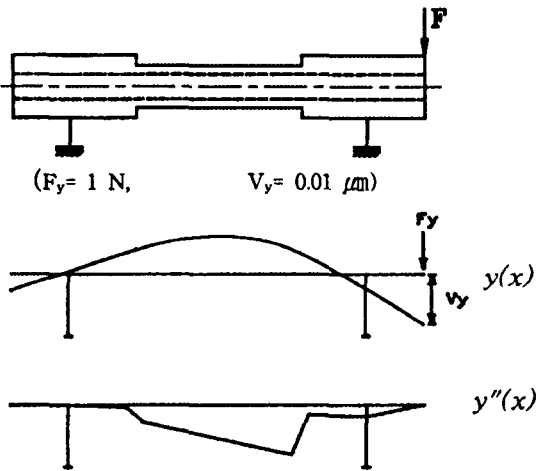


Fig. 2 The static bending curve of a spindle with a cutting force

그림에서 알 수 있는 바와 같이 일반 처짐곡선 $y(x)$ 에서는 각 부위의 처짐정도를 파악할 수는 있지만 어느 부분이 이와 같은 처짐에 얼마나 기여를 많이 했는지 파악하기가 어렵다. 그러나 굽힘곡선 $y''(x)$ 에서는 전후부 베어링 사이의 곡선 절댓값의 크기가 가장 큰 취약부가 뚜렷이 나타나고 어느 부위에 어느 정도 굽힘이 생겼는지는 절댓값의 상대비교에 의해 쉽게 알 수 있다.

동적 취약부의 규명에서는 정적인 경우와는 다소 다른 점이 있는 취약부 규명에 쓰이는 굽힘곡선이 집중하중으로부터 유도되어진 곡선이 아니고 고유진동시 생겨나는 주축의 진동모드이기 때문에, 각 모드마다 취약부의 위치

가 다르고 이때의 진동수도 달라서 실제 가공중에 절삭점에서 진동특성에 주된 영향을 미치는 모드를 우선적으로 찾아 내야 한다⁽⁴⁾. 주축에 있어서 가장 중요한 동적 물리량은 주축선단 또는 공구 끝의 진동이기 때문에 주축선단에서의 전달함수를 이용해 각 모드의 진동 기여율을 파악하고, 여기서 대표적인 영향을 주는 모드를 한 개나 두 개 정도 선택하여 취약부를 규명한다. Fig. 3에 Fig. 2와 동일한 주축의 진동모드를 4개 나타내었고 이 진동모드의 취약부를 밝히기 위해 $y''(x)$ 를 계산하였다 (Fig. 4).

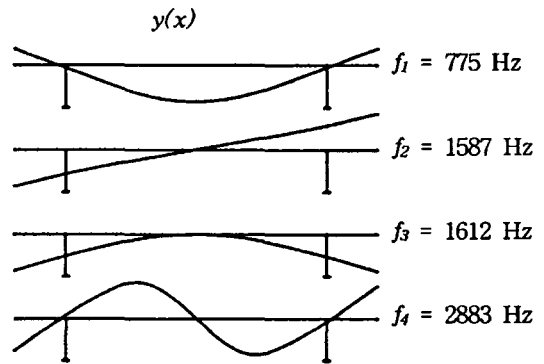


Fig. 3 The mode shape of spindle system

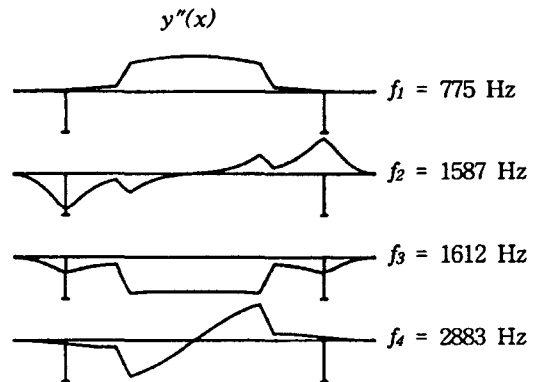


Fig. 4 The dynamic bending curve of spindle system

Fig. 4에서 나타내듯이 주축중간의 구조적 취약부위는 각 모드에서 뚜렷한 곡선변화로 나타나고, 정적 $y''(x)$ 곡선과 비교하여 선의 형태가 직선으로 되지 않고 곡선으로 형성되어 있어 각 주축상 위치에서 자체질량이 굽힘곡선에 어느정도 영향을 미쳤는지 정성적으로 파악할 수 있다. 주요 모드에서의 취약부를 살펴보면, 1차 모드에서

축의 중앙부위가 가장 큰 굽힘이 생겨 최대의 취약부라 할 수 있고 이 점을 중심으로 좌우에 굽힘이 갑작스럽게 증가한 점을 감안하면 구조설계상의 문제점을 간접적으로 나타내고 있다. 2차 모드에서는 전후부 베어링 부위에서 굽힘이 강하게 생겨 이곳을 취약부로 규정할 수 있고 축 중앙의 취약구조는 2차 모드에서 주축변형에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 나타나고 있다. 3차 모드는 1차 모드와 비슷한 양상을 보이고, 4차 모드에서는 취약구조의 시작과 끝에서 큰 굽힘이 생겨서 이곳이 취약부임을 알 수 있다. 이와 같이 각 주파수마다 취약부가 달라서 실제 모든 취약부를 설계에 반영할 수가 없으므로 하중이 입력되는 절삭 가진점에서 가진 주파수범위와 전달함수를 고려하여 취약부 해석을 할 대상 진동 모드를 선택하면 된다.

4. 공작기계 주축의 취약부 규명과 구조개선

공작기계가 NC화 되면서 주축 회전수의 제어는 복잡한 기어변속방식에서 주축 모터제어방식으로 바뀌고, 주축의 열발생 억제를 위해 기어박스도 주축대좌에 설치하는 등, 주축대 내에 존재하던 여러 장치들이 제거되어서 주축의 구조가 매우 간단하게 되었다.

그래서 공작기계의 주축을 일정한 지름을 갖는 보의 형태라 생각하고 지름 50mm, 전부 베어링 3개의 전체강성 6×10^8 N/m, 후부 베어링 2개의 전체 강성 3×10^8 N/m의 연삭기 주축을 대상으로 취약부를 밝히고 구조개선을 하도록 한다. 주축의 지름이 일정할 경우에 $M(x)/EI(x)$ 에서 $I(x)$ 가 일정하므로 $M(x)$ 의 변화에 따라서 $y''(x)$ 곡선이 변화하기 때문에 이 곡선의 크기를 작게 하기 위해서는 $I(x)$ 의 크기, 즉 단면을 크게 하는 방법을 사용한다. Fig. 5에서 보는 바와 같이 전부 베어링 주변에 굽힘이 가장 많이 일어나기 때문에 이곳을 집중적으로 구조개선할 필요가 있다⁽⁵⁾.

우선 정적인 $y''(x)$ 의 곡선을 관찰하면 전부 베어링중 첫 번째 베어링에서 가장 많은 굽힘이 생기고 있고, 두번째와 세번째 베어링이 주축굽힘을 억제하면서 곡선이 완만해진다(Fig. 5-a). 후부 베어링에는 연삭점에서의 연삭력이 완전히 소진되면서 더 이상 주축굽힘이 발생하지 않아 후부 베어링이후 부위에는 주축의 각변위에 의한 직선변위만이 생긴다. 그리고 $y(x)$ 와 $y''(x)$ 의 곡선으로 알 수 있는 것은 전부 베어링 부위에서 연삭력에 의한 베어링의 정적 처짐이 작은 반면, 이곳에서의 축굽힘은 매우 커서

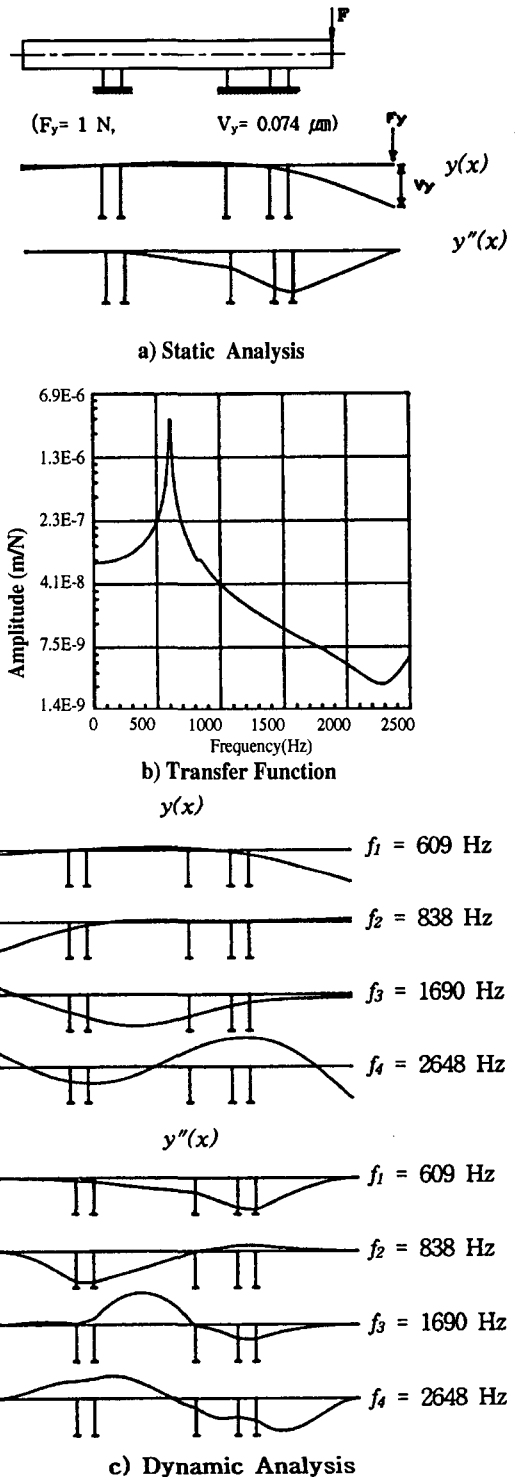


Fig. 5 The static and dynamic bending curve of grinding machine's spindle

주축의 각변위로 인해 연삭점의 치점이 확대되어 베어링의 강성을 증대시키는 것보다 주축의 굽힘강성을 증대시키는 것이 주축시스템의 전체 강성을 증가시키는데 더 효과적임을 알 수 있다.

동적인 취약부를 규명하기 위해서는 가진력이 발생하는 연삭점에서 동적 전달함수를 분석하면 되는데 Fig. 5-b와 같이 첫 번째 고유진동수의 Compliance가 가장 큰 경우에는 다른 진동모드에 비해서 1차 진동모드가 연삭점에 가장 큰 영향을 미치므로 이 모드 곡선에 대해서 취약부를 결정하도록 한다. 그리고 주축의 특수한 운전조건 때문에 근접한 고유진동수를 높게 이동시키고자 할 때는 동적 $y''(x)$ 의 곡선을 참조하여 해당 진동모드에서 취약부를 보강하면 된다. Fig. 5-c에서 나타내듯이 1차 진동모드 우드의 $y''(x)$ 곡선은 정적인 경우와 마찬가지로 전부 베어링쪽에 굽힘이 많이 생겨서 취약한 것으로 나타났다.

취약부의 구조개선은 결국 주축상의 실제적인 직경치수 변화로서 실현되는데 정적, 동적 취약부가 현저하게 차이가 있을 경우에는 연삭점에서의 정적변위와 동적변위의 경중에 따라 비율을 결정해서 구조개선의 위치를 결정한다. 대상 주축의 취약부는 정적, 동적 취약부가 거의 차이가 없어 전부 베어링의 과도굽힘 부위를 구조개선 하였는데 구조개선의 방법은 취약부에서 베어링 Seat부위 140mm에 대해서 주축지름을 50mm에서 60mm로 증가시켰다. 구조개선된 주축의 해석결과를 Fig. 6에 나타내었는데, 연삭점에서 정적인 치점은 1 N에 대해서 0.055 μ m로서 정적 개선효과는 26%였다. 그리고 개선된 $y''(x)$ 곡선에서 보듯이 굽힘곡선의 크기가 전부 베어링 부위에서 현저하게 감소하였음을 나타냈다.

동적인 개선효과는 1차 진동모드에서 취약부 보강으로 인해서 주축의 관련부위 질량이 증가했음에도 불구하고 고유진동수가 87Hz 증가하였고, 이때의 Compliance변화는 696Hz에서 1.4 μ m/N가 감소해서 40%의 개선효과가 나타났다.

반면에 구조개선의 크기를 Fig. 6과 같이 축길이 140mm, 주축지름을 50mm에서 60mm로 증가시키고 구조변경위치를 $y''(x)$ 곡선에 의하지 않고 임의로 전후 베어링 사이로 결정하였을 경우, 뚜렷한 개선효과가 없음을 Fig. 8에 나타내었다. 이 경우에는 정적인 치점 개선효과가 3%정도이고, 동적으로는 주파수가 9Hz 상승하고, Compliance는 618Hz에서 오히려 0.1 μ m/N정도 증가하는 현상이 나타났다. 그러므로 굽힘곡선에 의한 취약부 규명 방법은 공작기계 주축의 고강성화에 도움을 주고,

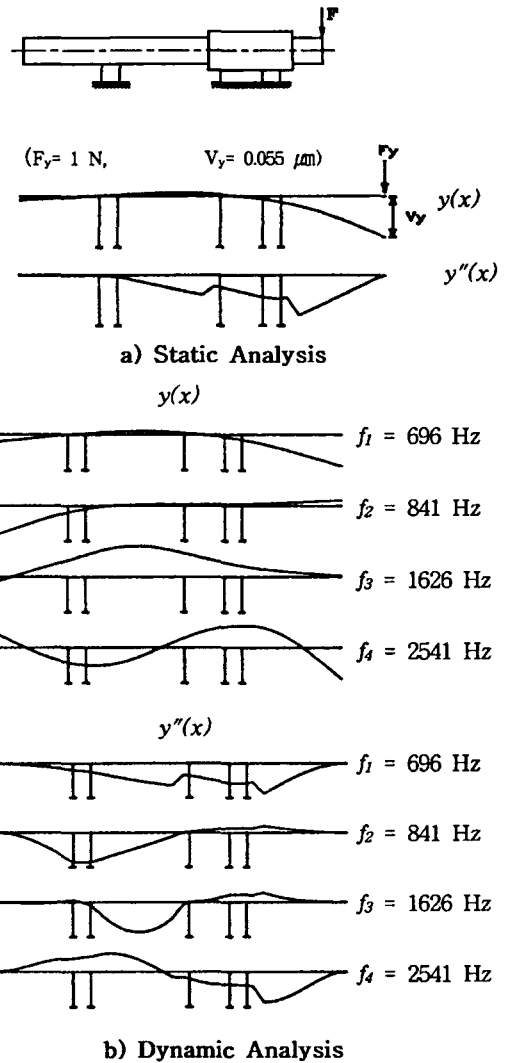


Fig. 6 The static and dynamic bending curve of improved spindle

타 구조물의 고강성화에도 개선의 크기와 위치를 결정하는데 하나의 지표로서 사용할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서 제안한 굽힘곡선을 이용한 정, 동적 취약부 규명에 있어서 굽힘곡선의 이론적 타당성을 검증하고 정적, 동적 취약부 결정방법을 제시하였으며, 이에 따른 주축의 구조개선을 실행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

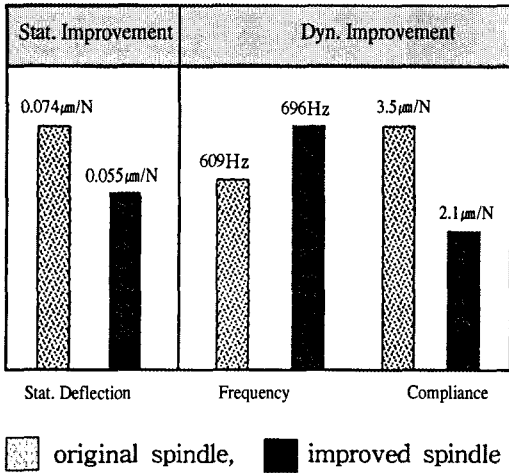


Fig. 7 The static and dynamic effect of structure improvement on spindle system

- 1) 굽힘곡선에 의해 주축의 정, 동적 취약부를 뚜렷이 구별할 수 있음을 입증하였다.
- 2) 주축의 정적 취약부는 주축선단에 가해지는 정적하중에 의한 처짐을 이용하여 규명할 수 있다.
- 3) 주축의 동적 취약부는 주축 선단에 가장 영향을 많이 미치는 고유진동수와 해당 진동모드 곡선을 이용하여 규명할 수 있다.
- 4) 주축시스템의 취약부 보강은 관련 취약부의 굽힘강성이 증가하도록 축의 지름을 확장함으로써 달성할 수 있다.
- 5) 정적, 동적 취약부의 위치가 다른 경우나 상반된 구조개선이 요구되는 경우 고속 주축은 동적 취약부를, 고강성 주축인 경우는 정적 취약부를 중점적으로 보강설계를 실시하면 된다.

참고 문헌

1. A. H. Slocum, "Precision Machine Design," Prentice-Hall, 1992.
2. M. Weck, "Werkzeugmaschinen II," VDI Verlag, 1991.
3. K. J. Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis," Prentice-Hall, 1982.
4. D. J. Ewins, "Modal Testing : Theory and Practice," Research Studies Press, 1984.
5. G. Spur and C. H. Lee, "Berechnung von Spindel- Lager- Systemen," ZWF, 85, 1, pp. 55-59, 1990.
6. H. Irretier, "Schwingungen in rotierenden Maschinen IV," 1997.
7. 이찬홍, 이후상, "굽힘곡선을 이용한 공작기계 주축의 취약부 규명," 한국정밀공학회 춘계학술대회, pp. 449-453, 1994.

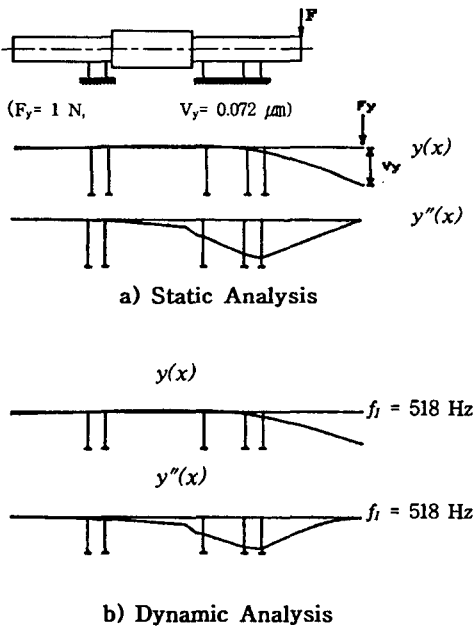


Fig. 8 The static and dynamic bending curve of wrong improved spindle