

# 흡인력을 이용한 자기 부상계의 비선형 슬라이딩 모드 제어

이강원\*, 고유석\*, 송창섭\*\*

## Nonlinear Sliding Mode Control of an Axial Electromagnetic Levitation System by Attractive Force

Kang-Won Lee\*, You-Seok Koh\*, Chang-Seop Song\*\*

### ABSTRACT

An axial electromagnetic levitation system using attractive force is a highly nonlinear system due to the nonlinearity of materials, variable air gap and flux density. To control the levitating system with large air gap, a conventional PID control based on the linear model is not satisfactory to obtain the desired performance and the position tracking control of the sinusoidal motion by simulation results. Thus, sliding mode control(SMC) based on the input-output linearization is suggested and evaluated by simulation and experimental approaches.

Usefulness of the SMC to this system is conformed experimentally. If the expected variation of added mass can be included in the gain conditions and the model, the position control performance of the electromagnetic levitation system with large air gap will be improved with robustness.

**Key Words** : Nonlinear control(비선형 제어), Input-output feedback linearization(입출력 피드백 선형화), Magnetic levitation system(MAGLEV :자기 부상장치), Sliding mode control(슬라이딩 모드 제어), Attractive force(흡인력).

### 1. 서론

고속 철도 및 회전계 등 다양하게 응용되는 전자기력을 이용한 자기부상 방식에는 반발력과 흡인력을 이용한 방법들이 있다. 반발력을 이용한 시스템은 영구자석과 초전도체간의 반발 방식을 제외하고는 구조적으로 불안정한 시스템이며, 전자석의 흡인력에 의한 부상장치는 비교적 안정한 시스템이지만 공극의 변화에 따른 전자기력의 비선형성과 제어 가능 영역의 한계 등 제어의 어려움이 따

른다.<sup>(1)</sup> 따라서 이와 같은 문제점을 해결하기 위하여 선형화 모델을 이용한 능동제어에 관한 연구가 많이 이루어져 왔다.<sup>(2),(3)</sup>

그러나, 부상계의 수학적 모델은 자성재료의 특성과 자속밀도 분포 등의 비선형성으로 인하여 본질적으로 비선형 방정식으로 표현되며, 따라서 선형화 모델에 의한 자기부상계 제어에는 많은 제약이 따른다. 최근 고속화된 프로세서와 계측기술의 발달로 비선형계의 제어에 관심이 고조되고 있다.<sup>(4)</sup>

\* 한양대학교 대학원

\*\* 한양대학교 정밀기계공학과

본 연구에서는 흡인력을 이용한 자기부상계의 수학적 모델을 유도하고, 비선형 입출력 궤환의 선형화 기법에 의한 슬라이딩 모드 제어기법을 적용하여 흡인 부상계의 운동을 제어하고자 하였다. 이를 위해 유한요소법(FEM)에 의한 상용 전자기장 해석 프로그램을 이용하여 부상 장치의 흡인력 특성을 규명하였고, 시뮬레이션을 통하여 제어 특성을 분석하고 비선형 모델을 이용한 슬라이딩 모드 제어와 기존 선형 제어방식과의 비교를 수행하였다. 또한, 실험을 통하여 제어 가능성과 효율성을 검증하여 보았다.

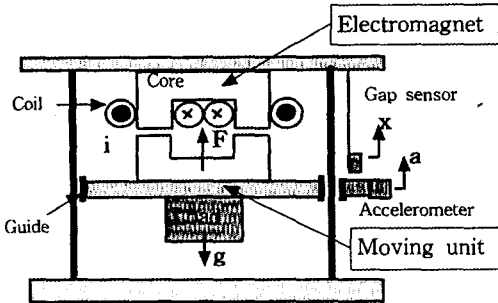


Fig. 1 Schematic diagram of single axis electromagnetic levitation system.

## 2. 흡인력을 이용한 부상기구 설계 및 해석

흡인력을 이용한 자기부상 방식은 반발력 부상 방식에 비하여 누설 자속이 작아서 작용력이 강하고, 동력학적으로 안정된 구조적인 특성이 있다.<sup>(1)</sup> 따라서, 공작기계의 스피들 모터와 같은 고속의 회전계에 많이 응용되고 있으며, 직선 운동용 베어링에도 유용성이 입증되고 있다<sup>(6)</sup>.

본 연구에서는 Fig. 1과 같이 슬라이딩 베어링에 의한 4점지지 구조의 가동부와 상부에 고정된 전자석은 중력에 대항하는 흡인력(F)을 발생하여 부상시키는 직립형 1축 부상장치를 제작하여 시스템의 부상위치를 제어하고자 한다. 철심과 지지기기로 제작된 가동부는 총 1.145Kg이다. 가동부가 부상하기 위하여 전자석은 자중을 능가하는 흡인력이 발생되어야 한다. 본 연구에서는 코일에 5A전류가 흐를 때 50N의 흡인력을 발생하도록 설계하여 최대 4g의 순간 가속능력을 갖도록 하였다.

일반적인 전자기장 해석과 마찬가지로 자기부상장치의 해석에는 다양한 해석적인 기법이 있지만, 본 연구에서는

유한요소법에 의한 범용 전자기장 해석 프로그램인 Maxwell® Field Simulator<sup>(6,2)</sup>를 이용하여<sup>(6)</sup> 개념 설계된 부상계의 해석을 수행하여, 흡인력에 미치는 주요 설계변수의 영향과 성능을 평가하였다.

전자기장 해석은 전자석계를 3차원으로 모델링하고 자성재료의 물리적인 성질과 경계조건을 부여하고, Ampere · turn (A-T)단위의 전류입력을 통하여 공극에서 발생하는 흡인력을 계산하는 순서로 이루어진다. 해석 과정에서 얻어지는 모델에 대한 자속의 흐름과 분포는 Fig. 2와 같다.

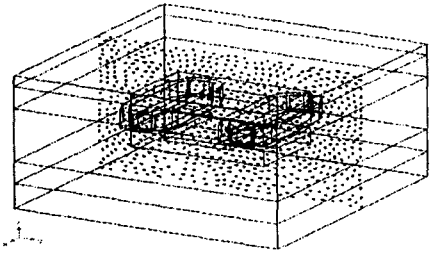


Fig. 2 Magnetic flux density distribution of single axis magnetic levitation model.

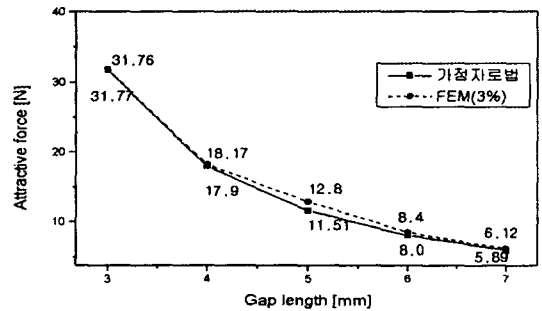


Fig. 3 Results of attractive force analysis for the electromagnetic levitation system.

Fig. 3은 4A 전류입력에 대한 FEM 해석결과로 가정자료법에 의한 계산값과 비슷한 결과를 보이고 있다. 해석에 의한 흡인력은 공극이 넓어짐에 따라 지수함수형태로 감소되고, 제어하고자하는 3~5mm의 목표 부상위치(공극)에서 흡인력이 비선형 분포임을 보여주고 있다. 50N의 부상력을 유지하기 위하여 최소 48 A-T의 전류입력이 되어야 할 것으로 해석되었다. 따라서 2조로 구성

되는 전자석 코일의 직경을 0.55mm하고 각각 120회 권선하였다.

### 3. 시스템 모델링

Fig. 1의 전자석에서 발생하는 흡인력은 자속에 의하여 결정된다. 권선횟수가 N인 코일에 흐르는 전류 I에 의하여 발생하는 자속 Φ과 자기저항 R<sub>i</sub>은 식 (1)과 같은 관계로 표현된다.

$$NI = \Phi_1 \cdot R_1 + \Phi_2 \cdot R_2 + \dots + \Phi_n \cdot R_n \quad (1)$$

이 때 주어진 공극에서 발생하는 자속밀도 B(T)는 식 (2)로 주어진다.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{(2x + \frac{L_1}{\mu_1} + \frac{L_2}{\mu_2})} \quad (2)$$

전자석에서 발생하는 자기에너지는 전체 영역에서 발생하는 자속을 적분하여 식 (3)이 되며, 흡인력은 식 (3)으로부터 가상일의 원리를 적용하여 식 (4)와 같이 유도된다.<sup>7)</sup>

$$W = \frac{1}{2\mu_0} B^2 Ax. \quad (3)$$

$$F_m = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{\alpha^2}{M(2x + \beta)} \quad (4)$$

여기서,  $\alpha = \mu_0 / AN^2$ ,  $\beta = \frac{L_1}{\mu_1} + \frac{L_2}{\mu_2}$  이고, M은 가동부의 질량이다. 회로에서 발생하는 인덕턴스 L과 권선 저항 R<sub>c</sub>에 의한 전압·전류 관계는 식 (5)과 식 (6)으로 정의된다.

$$L = \frac{N \cdot B \cdot Ax}{I} = \frac{\mu_0 N^2 A}{(2x + \frac{L_1}{\mu_1} + \frac{L_2}{\mu_2})} \quad (5)$$

$$V = \frac{\partial(LI)}{\partial t} + R_c I = I \frac{dL}{dx} x_v + L \frac{di}{dt} + R_c I \quad (6)$$

식 (5),(6)과 운동방정식으로부터 상태방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\dot{x} = x_v \quad (7)$$

$$\dot{x}_v = g - \frac{\alpha^2}{M(2x + \beta)^2} \quad (8)$$

$$\dot{i} = \frac{2x + \beta}{\mu_0 N^2 A} (V - R_c I) + \frac{2x_v I}{2x + \beta} \quad (9)$$

부상계의 PID제어기 설계를 위하여 설정 공극에서 평형상태가 이루어진다고 가정하여 선형화 하면, 식 (4)의 β항이 무시되고 식 (6),(8)은 다음과 같이 정리된다.

$$V^* = L \frac{dI'}{dt} + R_c I' \quad (10)$$

$$M \ddot{x}' = -\frac{\mu_0 N^2 A I_0}{2X_0^2} I' + \frac{\mu_0 N^2 A I_0^2}{2X_0^3} x' \quad (11)$$

여기서, X<sub>0</sub>, I<sub>0</sub>, V<sub>0</sub>는 정상상태의 값이고, x', I', V'는 미소변화량이다. 선형 제어기의 해석을 통하여 Fig. 4와 같이 속도와 전류궤환을 갖는 PID제어기를 설계하였다. Fig. 4에서 K(=μ<sub>0</sub>N<sup>2</sup>A/4)는 흡인력정수, K<sub>p</sub>와 K<sub>i</sub>는 비례와 적분 이득, K<sub>v</sub>와 K<sub>v</sub>는 전류 및 속도 궤환 이득이다.

이들 각각의 이득은 주파수응답특성 해석을 통하여 차단주파수보다 작은 주파수로 극을 배치하고 특성방정식과의 계수비교에 의하여 구하였다.

### 4. 제어기 설계

#### 4.1 슬라이딩 모드 제어기 설계<sup>10)</sup>

앞서 기술한 비선형 모델에 근거하여 비선형 궤환 입출력 선형화를 이용한 슬라이딩 모드 제어기를 설계하여 성

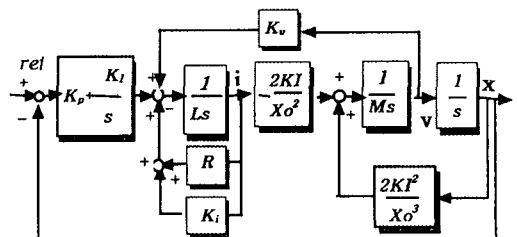


Fig. 4 Block diagram of a PID control system by the linearized model

능을 평가하고자 한다.

먼저 비선형 시스템의 입력력 상태의 선형화 가능성에 대한 조건을 검토하면 다음과 같다. 입력  $u$ 에 대한 비선형 상태방정식은 식 (12)로 정의된다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (12)$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_v \\ g - \frac{\alpha I^2}{M(2x + \beta)^2} \\ -\frac{R_c I(2x + \beta)}{\alpha} + \frac{2Ix_v}{(2x + \beta)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (2x + \beta)/\alpha \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{2I}{M(2x + \beta)} \\ 0 & \frac{2I}{M(2x + \beta)} & -\frac{4R_c I}{\alpha M} \\ \frac{2x + \beta}{\alpha} & \frac{R_c(2x + \beta)^2}{\alpha} & R_c(2x + \beta)^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서, 조건식 (15)으로부터  $\text{rank}(C)=3$ 이 되어 가 제어성(Controllable)이 판별되며, 주어진  $f$ 와  $g$  벡터의 Lie bracket이 식 (16)과 같이 원 벡터의 선형조합으로 이루어지므로 involutive하다.<sup>(6)</sup> 따라서 본 부상계는 입력상태 선형화가 가능한 시스템을 알 수 있다.

$$[g, ad_f g] = -\frac{4R_c}{\alpha^2} \frac{x^2}{I^2} g + \frac{2}{\alpha} \frac{x}{I} ad_f g \quad (16)$$

$$(ad_f g = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g)$$

이와 같이 선형화 조건이 확인된 시스템의 선형화된 상태변수를  $v$ 라 할 때, 선형화 조건이 되는 입력전압을 계산하면 다음과 같다.

$$V = \left( \frac{2R_c I^2}{M(2x + \beta)} - v \right) \frac{M(2x + \beta)}{2I} \quad (17)$$

원하는 위치  $x_d$  대한 오차를  $\bar{x} = x - x_d$ 로 정의하고 미분요소와 오차항의 선형계수  $\lambda$ 를 포함하는 슬라이딩 면을 정의하면 식 (18)이 된다.

$$s = \left( \frac{d}{dt} + \lambda \right)^2 (x - x_d) \quad (18)$$

$$= (\lambda^2 \{x^{(1)} - x_d^{(1)}\} + 2\lambda \{x^{(2)} - x_d^{(2)}\} + \frac{-2I}{M(2x + \beta)} \{V - R_c I\} - x_d^{(3)})$$

슬라이딩 면에 대한 Lyapunov함수를 정의하고<sup>(9)</sup> 미분하면 식 (19)와 같고,  $s=0$ 으로 수렴하게 되어 오차는 사라지게 된다.

$$\dot{V}_f = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} s^2 \right) : \dot{s} \cdot s \leq -K|s|, K : \text{양수} \quad (19)$$

여기서, 제어입력  $u$ 가 입력전압  $V$ 가 되는  $\text{rank}(3)$ 인 상태방정식  $x^{(3)} = f(x) + g(x)V$ 가 된다. 슬라이딩 두께  $\Phi_b$ 를 경계조건으로 하는 스위칭 제어 법칙을 적용하여 제어전압을 계산하면 식 (20), (21)이 된다.

$$V = \left\{ K \text{sat} \left( \frac{s}{\Phi_b} \right) + \lambda^2 (x^{(1)} - x_d^{(1)}) + 2\lambda (x^{(2)} - x_d^{(2)}) + f(x) - x_d^{(3)} \right\} \frac{1}{-g(x)} \quad (20)$$

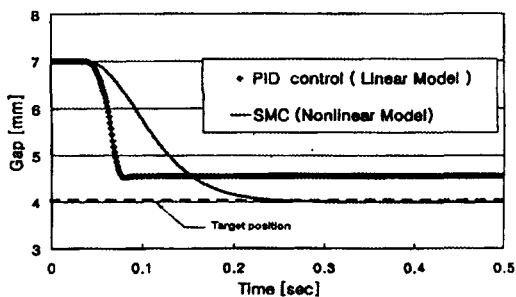
$$g(x) = -\frac{2I}{M(2x + \beta)}, \quad f(x) = \frac{2R_c I^2}{M(2x + \beta)} \quad (21)$$

시스템 이득  $K$ 는 선형화에 따른 모델링 오차와 외란  $d(x)$ 을 감안하여 설정하되 식 (22)의 Lyapunov의 안정성 판별조건을 만족하여야 한다.

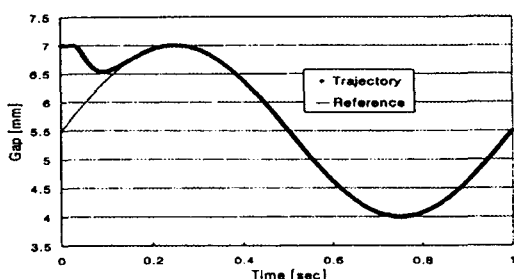
$$\delta f + \delta g \cdot \delta + \delta d + \eta < K \quad (22)$$

#### 4.2 시뮬레이션 결과

흡인력은 중력의 반대 방향으로 작용하기 때문에 전자석에 가동부가 흡착된 상태(절대위치 7mm)에서 하향 목표위치(4mm)에 도달하는 과정을 시뮬레이션 하였다. 해석을 통하여 과도현상이 발생하지 않는 극점을 배치한 선형화 모델에 의한 PID제어와 제안된 비선형 모델에 의한 슬라이딩 모드 제어(SMC)특성을 비교하였다. PID제어



(a) Step responses of PID and SMC.



(b) Sinusoidal response of SMC

Fig. 5 Simulation results of single axis magnetic levitation system.

의 각 이득은 배치된 극점에 의하여 결정되며 극점이 40 이상으로 배치될 때 오차는 작아지지만 과도현상이 발생되고 안정화 시간이 길어졌다. Fig. 5의 (a)는 극점을 40으로 고정하고 휴착상태에서 떨어져 4mm 지점에서 부상하도록 하는 계단 응답특성이며, (b)는 사인파 입력에 따른 응답특성이다. PID제어는 응답성이 빠르지만 정상상태 오차가 크게 나며, 사인파 입력에 의한 추종 제어가 불가능한 것으로 나타났다. SMC에서는 응답성은 약간 늦지만 정상오차가 없으며, 사인파 입력에 대한 추종성이 우수하게 나타났다.

### 5. 실험 및 결과

Fig. 1과 같이 실험장치를 제작하고, DSP(SBC31)를 이용하여 Fig. 6과 같이 제어장치 구성하였다. 제어 대상인 부상위치는 와전류형 근접센서를 이용하여 측정하고, 가속도계에 의한 가속도는 앰프를 통해 적분하여 속도계환신호로 활용하였다.

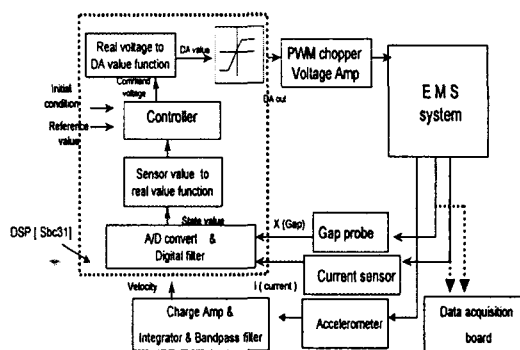
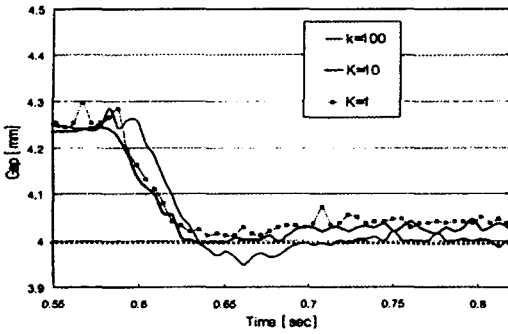


Fig. 6 Block diagram representing the experimental setup.

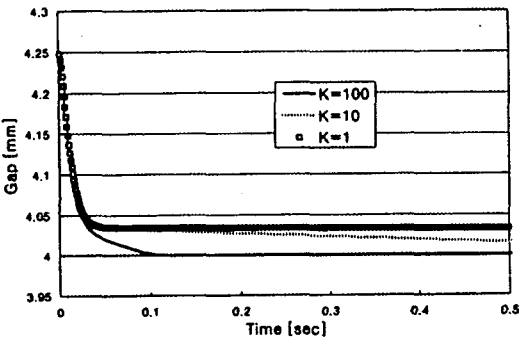
각 측정신호는 A/D변환되어 제어기로 입력되며, 제어 출력은 고안된 제어 알고리즘으로 연산되고, D/A변환기를 통하여 제어전압으로 변환되어 PWM 초퍼앰프로 보내어져 시스템을 구동하도록 하였다. 연산시간을 줄여 실시간 SMC 제어를 실현하기 위하여 DSP를 이용하였으며, 센서의 대역폭을 고려하여 0.25msec로 샘플링 하였다.

4.4mm위치에 부상되어 있는 가동부를 아래로 이동시켜 4mm위치에 도달시켜 부상하는 실험을 통하여 주요 제어변수에 따른 제어기의 응답특성 실험과 부하변동에 따른 제어특성실험을 수행하였다. Fig. 7은 슬라이딩 모드 제어 이득  $K$ 의 변화에 따른 실험에서 시뮬레이션 결과와 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있으며, 이득이 커짐에 따라 오차는 줄어든다. Fig. 8은 선형화계수  $\lambda$ 에 따른 실험결과로, 계수가 커짐에 따라 오차는 줄어들지만 과도응답이 나타난다. Fig. 9에서는 주어진 슬라이딩 면의 두께  $\Phi_b$ 가 커짐에 따라 정상상태의 오차가 다소 줄어들지만 일정 한계를 지나면 체터링이 발생한다. Fig. 10은 속도 궤환이득  $V_g$ 에 따른 결과로 이득이 커지면 과도응답이 발생되고 정상상태의 오차는 감소됨을 알 수 있다. 무부하상태의 안정된 시스템에 대하여 부가질량을 가하면 Fig. 11과 같이 정상상태에 도달하는 시간은 짧아지고 부하에 따라 위치오차는 점차 증가하는 응답특성을 보였다.

SMC제어 실험결과와 시뮬레이션 결과가 잘 일치됨을 볼 수 있었고, 실험결과에 의하여 정상상태의 오차는 시스템이득  $K$ , 선형화계수  $\lambda$ 와 속도궤환이득  $V_g$ 등을 크게 하면 줄어들지만, 적정치를 지나면 과도응답이 발생된다. 오차에 큰 영향을 주는 인자는  $K$ 와  $\lambda$ 이다. 슬라이딩 두께  $\Phi_b$ 가 증가되면 수렴속도가 빨라지면서 오차 변화에 다소 영향을 미치지만 체터링방지를 위하여 경계조건을



(a) Experimental results



(b) Simulation results

Fig. 7 Response characteristics of SMC for various system gains  $K$ .

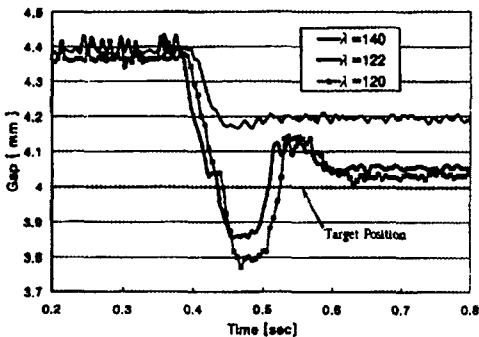


Fig. 8 Responses to various linearization constant  $\lambda$  of SMC.

설정하여야 한다. 그러나 전자석 흡인부상계의 과도응답은 전자석에 가동부가 흡착되지 않는 영역에서만 허용되므로 과도응답을 최소화하면서 오차를 줄이는 적절한 이득 선택이 매우 중요한 제어 전략이다.

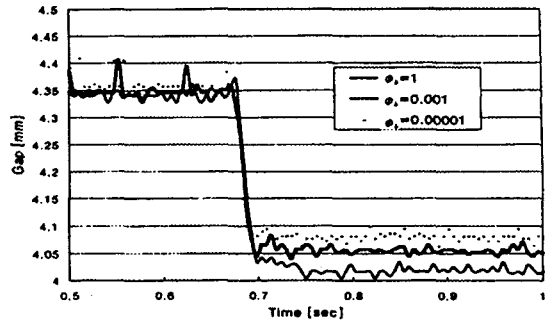


Fig. 9 Responses to various sliding surface thickness  $\Phi_s$  of SMC.

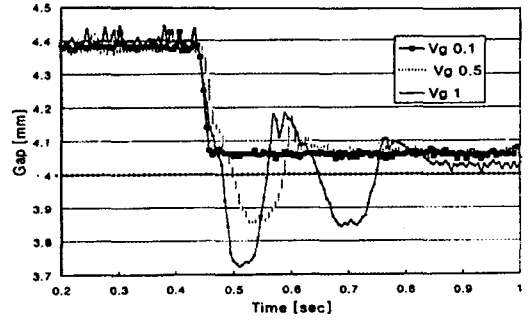


Fig. 10 Responses to various velocity feedback gains  $V_g$  of SMC.

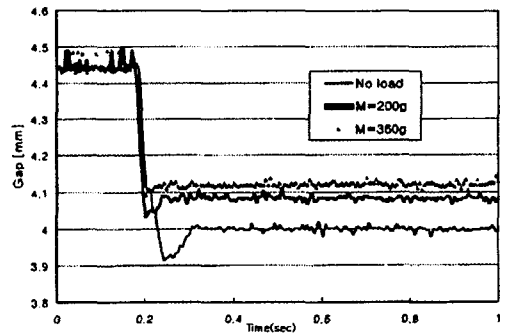


Fig. 11 Levitation position responses of SMC according to added mass.

무부하 상태에서 각 이득을 적절히 조절한 상태에서 질량을 자유낙하 시킬 때, 부하 증가에 따라 과도응답은 사라지지만 정상상태의 오차는 증가된다. 원인은 제어 입력전압 식 (17)에서 부하의 변화량이 고려되지 못한데서

기인되는 것으로 판단된다. 따라서 추종오차를 줄이자면 질량 변화에 대응하는 제어변수의 조정이 필요하다.

## 6. 결 론

전자석의 흡인력을 이용한 1축 자기부상계에 대하여, 비선형 모델에 기초한 슬라이딩 모드 제어를 제안하여 시뮬레이션과 실험을 수행하였으며, 실험결과를 토대로 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다

첫째, 흡인부상계에 대하여 궤환 입력력 선형화에 의한 비선형 슬라이딩 모드 제어가 매우 양호하고 실현 가능한 제어기법임을 검증하였다.

둘째, 실험결과와 시뮬레이션이 잘 일치함을 알 수 있었으며, 시뮬레이션 결과에 의하여 비선형성이 현저하게 나타나는 공극이 큰 자기부상계의 위치 추종 제어에 있어서 선형화 모델에 의한 PID제어기로는 구현하기 어려울 것으로 판단되며 SMC가 안정된 제어특성을 얻을 수 있는 제어전략 중의 하나임을 알 수 있었다.

셋째, SMC에서 시스템이득  $K$ , 선형화계수  $\lambda$ 와 속도 궤환이득  $V_s$ 을 크게 하면 정상상태의 오차는 줄지만 적정치를 지나면 과도응답이 발생하게 된다. 따라서 허용오차와 원하는 제어특성을 확보하기 위해서 이를 만족하는 적절한 이득과 계수 조정이 필요하다.

넷째, 부하변동에 대한 오차는 정적상태의 수학적 모델을 사용하였기 때문에 부하의 예상 동적 변화량이 선형화 입력전압조건이나 모델에 고려되지 못함에서 비롯되었다. 그러므로 부하변동이 예측되는 부상계의 비선형 슬라이딩 모드 제어에 있어서 오차를 줄이고 안정된 제어특성을 확보하려면 부하변동량을 조건화하거나 동특성을 감안한 모델의 정립이 선행되어야 하고, 이것에 기초한 이득 조정을 통하여 외란에 대한 강인성을 확보하여야 한다.

## 참 고 문 헌

1. 日本電氣學會 磁氣浮上用技術調査專門委員會, "磁氣浮上と 磁機軸受," コロナ社, pp. 1-40, 1993.
2. 변지준, 주성준, 서진현, "레일이 유연한 자기부상 장치의 비선형 궤환 선형화 제어기 개발," 전기학회 논문집 44권 1호, pp. 88-96, 1월, 1995.
3. Jerome De Miras, Ali Charara, Bernard Caron, "Nonlinear Sliding-mode Control of Electromagnetic suspension," 3th Triennial World Congress, San Francisco, USA
4. Michel Dussaux, "The Industrial Applications of the Active Magnetic Bearing Technology," 2nd Int., Symp., on Magnetic Bearing, Tyoko, pp. 33-38, July, 1990.
5. T.Hikihara, T. Hirata, Y. Hirane, "A Magnetic Suspension System of Linear Induction Motor Control Method and Stability of Suspended Motion -," Int., Conf., Maglev'89, pp. 203-208, July, 1989.
6. ANSOFT, "Maxwell 3D Field Simulator User's Reference," pp. A2-A20, Dec, 1993.
7. 박인수 역, "전자기학," 청문각, pp. 340-350, 1981.
8. Riccardo Marino and Patrizio Tomei, "Nonlinear Control Design," Prentice Hall, pp. 340-348, 1995.
9. J.E. Slotine and W. Li, "Applied Nonlinear Control," Prentice Hall, 1991.
10. Hassan K. Khalil, "Nonlinear Systems," Prentice Hall, pp. 601-616, 1996.