

## 위상이동 그림자 무아레방법을 이용한 형상측정법의 정확도 개선에 관한 연구

강영준\*, 유원재\*\*, 권용기\*\*\*

### A Study on the Improvement of Accuracy of Surface Measurement in the Phase-Shifting Shadow Moiré Method

Young-June Kang\*, Weon-Jae Ryu\*\* and Yong-Ki Kwon\*\*\*

#### ABSTRACT

In this study, the theory and application of phase-shifting shadow moiré topography is focused on the non-contact measurement of object surfaces for practical use in the field of production engineering. Shadow moiré topography has been studied during last few decades in the area of the optical physics, and now its mathematical theory has been established. Generally, in case of the classical shadow moiré topography, the sensitivity is a few tenths of millimeter in best cases. Here we tried the application of phase-shifting method to the conventional shadow moiré topography. But the reference grating and the deformed grating are mutually dependent because it is impossible to obtain uniform phase shifts on the whole field. Therefore it is difficult to use a phase-shifting method in shadow moiré topography. However, it was shown that constant phase-shifting was able to be measured by moving both the grating and light source. Finally we obtained a better result by using this procedure and applied the phase-shifting shadow moiré to three dimensional object measurement.

**Key Words :** shadow moiré (그림자 무아레), non-contact measurement(비접촉 방법) phase-shifting(위상 이동), grating(격자), shape measurement(형상측정)

#### 1. 서 론

무아레란 비슷한 주기를 갖는 두 개의 격자를 겹쳤을 때 보다 큰 주기를 갖는 무늬가 생기는 현상으로 이 무늬들에는 많은 가치 있는 정보가 포함되어 있다. 1874년

Rayleigh는 최초로 2개의 격자무늬가 겹쳐졌을 때 생기는 무아레 무늬를 해석하였고 이를 격자무늬의 완전성을 검사하는데 응용할 수 있음을 제시하였다.<sup>(1)</sup> 그러나 그 이후 측정분야에서 오랜 기간동안 무아레 무늬현상이 가지는 여러 가지 장점과 우수성에도 불구하고 별로 관심을

\* 전북대학교 기계공학부, 자동차 신기술 연구소

\*\*: 전북대학교 대학원

\*\*\* 전주공업대학 기계과

끌지 못했다. 1950년대 이후 이 현상이 물체의 변형에 의한 응력해석 등에 효과적으로 이용됨으로 해서 여러 측정 분야에서 매우 활발하고 다양하게 이용되기 시작하여 오늘날 비파괴 비접촉을 장점으로 가지는 광학적 측정분야의 중요한 부분을 차지하게 되었다. 여러 학자들에 의해 응력분석,<sup>(1)(2)</sup> 진동분석,<sup>(3)(4)</sup> 등고선 측정<sup>(5)(6)(7)(8)</sup> 등과 같은 분야에 무아래 방법을 적용하여 많은 발전을 이루어 왔다. 물체에 등고선을 그리는 무아래 방법은 1970년도 초반에 Takasaki<sup>(5)(6)</sup>와 Meadows<sup>(7)(8)</sup>등에 의해 제안된 비접촉 3차원 측정 방법이다. 무아래 무늬에 의한 등고선 표현은 물체의 형태에 대한 직접적인 이해에 매우 유용하다. 또한 가간섭광(Coherent light)을 광원으로 쓸 필요가 없다는 장점이 있는 반면에 측정의 정밀도가 낮다는 단점이 있다.<sup>(9)</sup> 그러나 정밀도가 낮은 것이 평균효과를 갖는다는 점에서 오히려 유리한 경우가 있기 때문에 나름대로의 응용분야를 구축하고 있다. 예를 들면 표면의 거칠기와 같은 미세형상을 무시한 거시적 형상의 측정이라든지 사람의 몸과 같이 수  $\mu\text{m}$ 정도의 정밀도로 측정 할 필요가 없는 경우에 적합한 기술로 인식되어 왔다. 그러나 이 정도의 정밀도로는 정밀 측정 산업분야에서 사용하기에는 불충분하다. 또 하나의 단점으로는 1개의 무아래 무늬화상으로부터는 측정 표면의 요철(凹凸)을 판별하기가 쉽지 않다는 것이다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 G. Mauvoisin, F. Bremand, A. Lagarde등은 기존의 방법에 격자와 물체의 거리를 변화시키는 위상이동 방법을 적용시켜 정밀도를 개선했다.<sup>(10)</sup> 그러나 물체의 깊이가 깊을 경우에는 격자에서 먼 거리일수록 위상이동이 정확히 되지 않는다는 단점이 있다. 또한 T. Yoshizawa, T. Tomisawa등은 격자와 광원을 동시에 이동시키는 방법을 적용하여 위상이동 오차를 줄였다.<sup>(11)</sup> 본 연구에서는 지금까지의 그림자 무아래 방법의 결점인 낮은 분해능을 향상시키기 위해 그림자 무아래 방법에 T. Yoshizawa, T. Tomisawa등이 적용한 위상이동 방법을 구현하였다. 이 방법을 통해 시스템의 구성이 간단하고 측정 속도가 빠른 위상이동 그림자 무아래 방법을 구현할 수 있었다. 보통의 그림자 무아래 방법에서는 단지 하나의 격자무늬만이 사용되기 때문에 기준 격자무늬와 변형된 격자무늬가 서로 의존하여 전 등고선 무늬에 대해 일정한 위상이동을 할 수 없다. 그래서 위상이동을 할 때 점광원과 격자를 동시에 이동시키는 방법을 사용하여 전 등고선 무늬에 대해 거의 일정한 위상이동을 달성하였고 측정 오차를 감소시킴으로써 보다 정확한 결과가 나오도록 하였고 그

결과에 의해 물체 표면의 3차원 입체상을 구성했다.

## 2. 기본 원리

일반적인 그림자 무아래의 원리가 Fig. 1에 나타나 있다.  $n$ 번째 차수의 무아래 등고선 무늬는 기준격자  $G$ 로부터 거리  $z_n$ 만큼 떨어진 곳에 생긴다. 이 위치  $z_n$ 은 다음과 같은 식<sup>(5)</sup>으로 표현된다.

$$z_n = \frac{nph}{b - np} \quad (1)$$

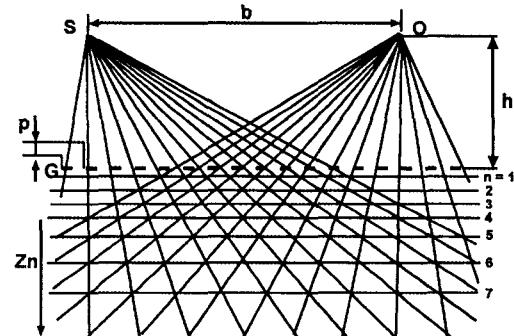


Fig. 1 Optical arrangement of conventional moiré

여기서 점광원  $S$ 와 관찰점  $O$ 는 격자에서 같은 거리  $h$ 만큼 떨어져 있고 둘사이의 거리는  $b$ 이다. 그리고  $p$ 는 격자의 간격이다. 이때  $n$ 번째 차수의 등고선 무늬와  $n+1$ 번째 차수의 등고선과의 높이 차이  $\Delta z_{n+1,n}$ 은 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta z_{n+1,n} = z_{n+1} - z_n = \frac{bp}{(b-np)[b-(n+1)p]} \quad (2)$$

위의 식에서 알 수 있듯이 등고선 무늬의 위치는 무아래 무늬의 차수  $n$ 에 의존하기 때문에 어떤 두 등고선들 사이의 높이는 항상 다르고 차수  $n$ 에 의해 결정된다. Fig. 1에서 격자를 격자평면에 대해 수직으로 움직이면 무아래 무늬의 위상이 변하게 된다. 무아래 무늬가 이동한 거리, 즉 수직으로  $Ah$ 만큼 움직인 거리를 무아래 무늬의 등고선 간격으로 나누고 거기에  $2\pi$ 를 곱하여 위상이동량을 구하면 다음과 같은 식이 된다.

$$2\pi\Delta h / \Delta z_{n+1,n} = \frac{2\pi\Delta h(b - np)[b - (n+1)p]}{bph} \quad (3)$$

위 식에서 위상변화량은 일정하지 않고 차수  $n$ 에 의존한다는 것을 알 수 있다. 따라서 격자 하나만을 움직여서는 위상을 일정하게 이동시키지 못하게 된다. 따라서 일정한 위상이동을 실현하려면, 격자와 광원을 동시에 이동시키는 방법을 적용해야 한다.

격자를 물체를 향하여 수직으로  $\Delta h$ 만큼 움직이고 동시에 광원을 관찰점을 향하여 수평으로  $\Delta b$ 만큼 움직이면 격자에서 거리  $z_n'$ 의 위치에  $n$ 번째 차수의 무아래 무늬가 생긴다. Fig. 2에서 나타나는 이 위치에 대한 식은 다음과 같다.

$$z_n' = \frac{np(h + \Delta h)}{b - \Delta b - np} \quad (4)$$

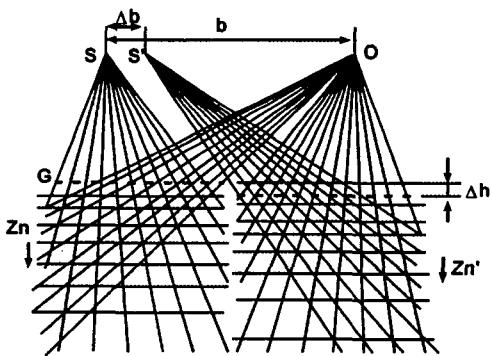


Fig. 2 Shift of moiré contours by moving both a grating and a light source.

$n+1$ 번째 등고선 무아래 무늬는 원래의 격자로부터 다음 식의 위치에 있다.

$$z_{n+1} = \frac{(n+1)ph}{b - (n+1)p} \quad (5)$$

만약 광원과 격자를 동시에 움직여서 변화된  $n$ 번째 무아래 무늬의 위치가 원래 무늬의  $n$ 번째와  $n+1$ 번째 사이에 생기게 한다면, 아래의 식이 성립된다.

$$z_n + (z_{n+1} - z_n)(\phi/2\pi) = z_n' + \Delta h \quad (6)$$

여기서  $\phi$ 는  $n$ 차 무아래 무늬의 위상이동량이다.  $n$ 번째 차수 무늬의 이동에 대해 Fig. 3에 나타나 있다.

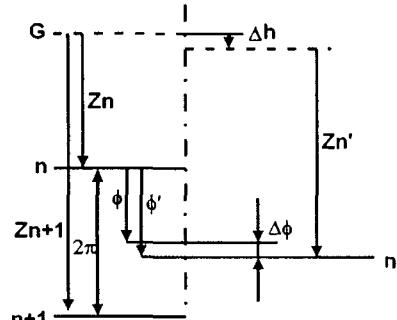


Fig. 3 The  $n$ 'th order of contour in shadow moiré varies with the movement of the grating and the light source

우리가 구현하고자 하는 것은 무아래 무늬의 차수  $n$ 에 관계없이 위상이동량  $\phi$ 가 일정한 것이다. 식 (3), (4), (5)식을 (6)식에 대입하여  $n$ 에 대해 내림차순으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f(h, \Delta h, b, \Delta b, p)n^2 + g(h, \Delta h, b, \Delta b, p, \phi)n \\ + h(h, \Delta h, b, \Delta b, p, \phi) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

여기에서  $f(h, \Delta h, b, \Delta b, p)$ 는  $h, \Delta h, b, \Delta b, p$ 의 함수를 의미하고 나머지 항의  $g, h$ 도 마찬가지로 괄호안의 문자의 함수이다.

차수  $n$ 에 관계없이 일정하게 위상이동을 하려면 (7)식의 함수항  $f, g, h$ 가 모두 0이어야 한다. 즉,

$$f(h, \Delta h, b, \Delta b, p) = 0 \quad (8)$$

$$g(h, \Delta h, b, \Delta b, p, \phi) = 0 \quad (9)$$

$$h(h, \Delta h, b, \Delta b, p, \phi) = 0 \quad (10)$$

위 식들을  $\Delta b$ 에 대해 정리하면 다음과 같은 식들을 얻을 수 있다.

$$\Delta b = \frac{b\Delta h}{h + \Delta h} \quad (11)$$

$$\Delta b = \frac{bhp(\phi/2\pi) - 2b^2\Delta h + bp\Delta h}{hp - bh + p\Delta h - 2b\Delta h} \quad (12)$$

$$\Delta b = b \quad (13)$$

위 식들을 잘 살펴보면 세식을 모두 만족하는  $\Delta b$ 는 없다는 것을 알수 있다. 왜냐하면 식 (13)의 의미는 광원과 관찰점이 일치가 된다는 의미가 되는데, 사실상 그렇게 되기는 불가능하다. 따라서 세식을 모두 만족하는 해는 존재하지 않으므로 엄격한 의미에서는 그림자 무아레방법에 위상이동법을 적용하는 것은 불가능하다는 것을 알 수 있다. 그러나 식 (11)로부터 근사해를 얻어낼 수는 있다. 물론, 식 (12)도 사용할 수 있지만 계산이 복잡해지는 단점이 있다. 식 (1), (4), (5), (11)을 (6)에 대입하여 정리하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta h = \frac{(bhp - np^2h)(\phi/2\pi)}{b^2 - (n+1)bp + np^2(\phi/2\pi)} \quad (14)$$

식 (14)를 식 (11)에 대입하면 다음 식을 얻는다.

$$\Delta b = \frac{(bp - np^2)(\phi/2\pi)}{b - (n+1)p + p(\phi/2\pi)} \quad (15)$$

광원과 격자를 각각  $\Delta b$ 와  $\Delta h$ 만큼 이동시켰을 때 무아레 무늬가 위상  $\phi$ 만큼 이동되게 된다. 그러나  $\Delta b$ 와  $\Delta h$ 는  $n$ 에 따라 결정되기 때문에 우선  $n=1$ 로 놓고  $\Delta b$ 와  $\Delta h$ 를 결정하면 다음식을 얻게된다.

$$\Delta h = \frac{ph(b-p)(\phi/2\pi)}{b^2 - 2bp + p^2(\phi/2\pi)} \quad (16)$$

$$\Delta b = \frac{p(b-p)(\phi/2\pi)}{b - 2p + p(\phi/2\pi)} \quad (17)$$

격자만을 움직이거나 광원만을 움직여  $n$ 에 관계없이 위상을 일정하게 이동시킬 수는 없다. 따라서 격자를 움직였을 때 생기는 위상오차는 광원을 이동시켜서 보정을 한다. 그러나 완전히 제거하지는 못하는데 이때의 위상오차  $\Delta\phi$ 가 Fig. 3에 나타나 있다. 위의 근사 조건에서의 오차  $\Delta\phi = \phi' - \phi$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\phi = \frac{2\pi(z_n' + \Delta h - z_n)}{z_{n+1} - z_n} - \phi \quad (18)$$

그러나, 식 (18)에는 많은 변수들이 있기 때문에 오차에 대해 정확히 알기가 힘들다. 그래서 이 식을 컴퓨터 시뮬레이션을 실행해보았다. 실행 조건은 위상이 동량  $\phi = \pi/2$ ,  $h = 400\text{mm}$ ,  $b = 200\text{mm}$ ,  $p = 0.125\text{mm}$ 인 실험조건과 같은 조건에서 실행했다.  $n = 1$ 에서 100까지의 결과가 Fig. 4에 나타나 있다.

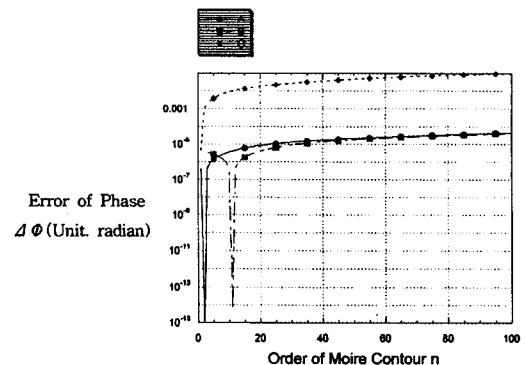


Fig. 4 Calculated error of shifted phase caused by this trial in the case  $h=400\text{mm}$ ,  $b=200\text{mm}$ ,  $p=0.125\text{mm}$ . Shifts  $\Delta h$ ,  $\Delta b$  for  $\phi = \pi/2$  are determined on (a) $n=1$  (b) $n=10$  (c) $\Delta b=0(n=1)$

위 결과에서  $n$ 이 1에서 100까지의 등고선 무늬의 위상오차가 등고선 간격의 1/100보다 훨씬 작으므로 위상이 동방법을 적용할 수 있는 충분히 작은 오차를 나타내고 있다. 또한 위상  $\phi = 0, \pi, 3\pi/2$ 에서도 비슷한 결과를 얻을 수 있었다. 또한 Fig. 4(b)는  $n=10$ 일 때의 결과인데 10번 째 등고선 무늬에서 오차가 제일 작음을 알 수 있다. 또한 격자만 움직일 때( $\Delta b=0$ )의 계산 오차가 Fig. 4(c)에 나타나 있다.

오차가 전자의 경우보다 매우 크고 차수  $n$ 이 증가함에

따라 증가되어진다. 즉, Fig. 4(a)의 경우에서 오차값이 실제 측정을 위해 사용하기에 충분히 적은 값이므로 실제 적용 가능한 측정 방법이라 하겠다.

### 3. 위상정보를 이용한 3차원 형상구현

화면에 잡힌 물체의 각 점에서의 강도(intensity)는 다음과 같이 나타낸다.

$$I(x, y) = I_0(x, y)\{1 + \gamma(x, y)\cos[\phi(x, y) + \alpha_i]\} \quad (19)$$

여기서,  $I(x, y)$ 는 한점의 강도,  $I_0(x, y)$ 는 평균강도,  $\gamma(x, y)$ 는 가시도(visibility),  $\phi(x, y)$ 는 위상, 그리고  $\alpha_i$ 는 이동하는 위상값이다.<sup>(12)</sup>

기준 격자에 수직으로 물체를 이동시키고 광원을 이동시킨 다음 측정 물체를 PC에 연결된 CCD 카메라로 4개의 상을 얻는다.

Four-Frame 위상이동법에 의하여 얻어진 4개의 화상의 강도는 각각 다음과 같이 나타난다.

$$I_1(x, y) = I_0(x, y)\{1 + \gamma(x, y)\cos[\phi(x, y)]\} \quad (20)$$

$$I_2(x, y) = I_0(x, y)\left\{1 + \gamma(x, y)\cos[\phi(x, y) + \frac{\pi}{2}]\right\} \quad (21)$$

$$I_3(x, y) = I_0(x, y)\{1 + \gamma(x, y)\cos[\phi(x, y) + \pi]\} \quad (22)$$

$$I_4(x, y) = I_0(x, y)\left\{1 + \gamma(x, y)\cos[\phi(x, y) + \frac{3\pi}{2}]\right\} \quad (23)$$

위상이동법으로 측정되어진 각 점에서의 위상  $\phi(x, y)$ 는 다음식으로 된다

$$\phi(x, y) = \tan^{-1}\left[\frac{I_4(x, y) - I_2(x, y)}{I_1(x, y) - I_3(x, y)}\right] \quad (24)$$

그러나 이 위상값들은  $-\pi/2$ 에서  $\pi/2$ 사이의 값들만을 가지게 되므로 위상펼치기(Unwrapping or Demodulation)과정을 거쳐서 최종적으로 물체 각 점의 실제 위상

을 구하게 된다.<sup>(13)(14)(15)(16)</sup>

### 4. 실험 방법

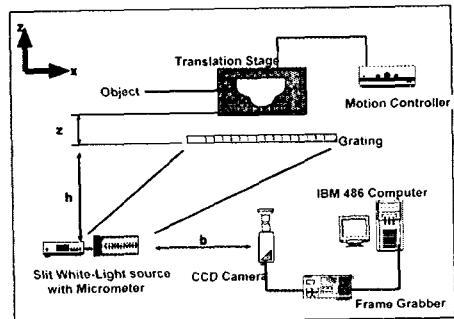


Fig. 5 Experimental setup

실험장치의 개략도가 Fig. 5에 나타나 있다.

CCD 카메라는 무아레 무늬가 등고선의 의미를 가지고 록 할로겐 램프와 격자(Grating)에서 같은 거리에 위치시켰다. 할로겐 램프를 평행하게 이동시키기 위해 마이크로미터가 부착된 평행이동 스테이지(Translation stage)위에 부착했다. 격자는 8line/mm의 격자를 사용하였고, 동전은  $0.1\mu\text{m}$  단위로 움직일 수 있는 이동 제어기(Motion Controller)위에 고정 시켜 정밀한 이동을 할 수 있게 하였다. CCD 카메라에서 받은 4개의 상은 프레임 그레이버(Frame grabber)를 통해 PC에서 처리될 수 있게 하였다. 격자에서 CCD 카메라까지의 거리는 400mm, CCD 카메라에서 광원까지의 거리는 200mm로 하였다.

Fig. 5에서와 같이 측정물체를 기준격자의 뒤에 위치시키고, CCD 카메라로 기준격자를 통해 물체를 관찰한다. 또한 할로겐 램프는 CCD 카메라와 같은 높이에 위치시키고 측정물체를 조명하면 무아레 무늬가 생성되는 것을 볼 수 있다. 그림자 무아레에서 일정한 위상이동을 수행하기 위해 필요한 이동거리  $\Delta h$ 와  $\Delta b$ 를 결정하기 위해 기준격자와 관찰점과의 거리간격과 광원과 관찰점과의 거리간격을 측정한다. 광원을 카메라 방향으로  $\Delta b$ 만큼 이동시키고, 동시에 물체가 고정된 Stage를 기준 격자쪽으로  $\Delta h$ 만큼 이동시켜서 무아레 무늬들을 위상이동시킨 후 카메라로 상을 획득한다. 이 과정을 반복하여 4개의 무아레 무늬화상을 획득한다. 이 화상들은 Frame Grabber를 거쳐서 컴퓨터에 저장되고 4개의 화상이 모

두 입력된 후에 3차원 입체상을 구성하게 된다.

Fig. 6은 Four-frame 위상 이동법을 이용한 동전의 측정 모습을 보여주고 있다. 동전의 요철이 약 0.25mm가 채 되지 않으므로 기존의 일반적인 그림자 무아래 방법으로는 동전 표면에 등고선을 형성할 수 없기 때문에 측정할 수가 없다.

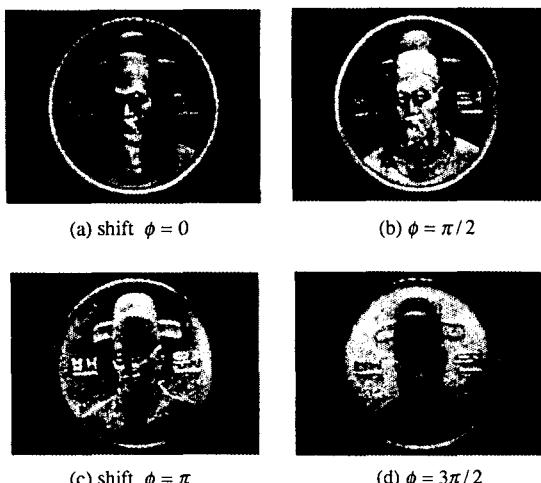


Fig. 6 Four moiré images with shifted phases

Fig. 7은 위상이동을 실행하여 얻어진 위상도(Phase map)를 나타내고 있다.

그러나 식(24)에 포함된 arctangent함수는  $-\pi/2$ 에서  $\pi/2$ 까지의 범위에서 정의되기 때문에 위상값  $\phi(x, y)$ 를 계산할 때 불연속점들이 발생된다. 그 결과로 측정물체의 Phase map상의 강도(intensity)가 불연속적으로 나타나게 된다. 이 계산된 위상값  $\phi(x, y)$ 를 0에서  $2\pi$ 까지 확장시킨 후 불연속적인 곳을 제거해야 하는 과정이 필요하다. 이를 Unwrapping 또는 Demodulation이라 한



Fig. 7 Phase map

다. Fig. 7에서는 불연속적인 부분이 나타나지 않는데, 그 이유는 동전상에 단 한 개의 무아래 무늬만이 형성되어 오직 무늬의 한 주기만을 이용하여 위상이동을 하기 때문이다. 따라서 이 실험에서 동전을 측정하여 얻어진 Phase map과 Demodulation map은 같은 정보를 가지게 된다. 그러나 물체표면에 여러개의 무아래 무늬가 형성될 때는 반드시 Demodulation과정을 거쳐야만 한다.



Fig. 8 Demodulation Image

Fig. 8은 Fig. 7의 위상도를 위상펼치기 과정을 거쳐 실제 위상을 구한 화상이다.

Fig. 9는 위상펼침 이미지(Demodulation Image)를 3차원의 형태로 나타낸 화상이다. 측정된 결과를 보면 동전이 마치 사발모양으로 가운데 부분이 웰록 파여진 형상을 하고 있고 그 가운데에 인물상이 위치하고 있다. 그 이유는 동전을 사용할 때 동전의 형상이 표면의 마모로 인해 본래 모습을 잊지 않게 하기 위해 가운데 부분을 더 깊게 제작하였다고 한다.



Fig. 9 3D plot of a coin

위 결과에 따르면 기존의 그림자 무아래가 측정하지 못하였던 정밀한 3차원 형상이 위상이동(phase-shifting) 방법에 의해  $\mu\text{m}$ 단위로 측정될 수 있음을 보여주고 있다.

## 5. 결 론

물체의 3차원 형상을 측정하기에 적합한 무아레 방법의 결점인 낮은 분해능을 향상시키기 위해 위상이동방법을 도입하였다. 그림자 무아레 방법의 경우 단지 하나의 격자를 사용하기 때문에 무아레 무늬 차수에 관계없이 일정하게 위상이동을 할 수가 없다. 그래서 본 연구에서는 격자와 물체와의 거리를 변화시키고 동시에, 관찰점과 광원과의 거리를 변화시켜 거의 일정한 위상이동을 달성하고 지금까지의 무아레 방법의 결점인 낮은 분해능을 향상시켰다. 또한 복잡한 광학적 시스템을 도입할 필요가 없이 간단한 화상처리(Computer-image processing) 장비만 있어도 쉽게 실현 가능한 방법이라 하겠다.

## 참 고 문 헌

- P. S. Theocaris, "moiré Fringes in Strain Analysis," Pergamon Press, New York, 1969.
- A. J. Durelli and V. J. Parks, "moiré Analysis of Strain," Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1970.
- J. D. Hovanesian and Y. Y. Hung, "moiré Contour-Sum Contour-Difference and Vibration Analysis of Arbitrary Objects," Applied Optics, Vol. 10(12), pp. 2734-2738, December 1971.
- K. G. Harding and J. S. Harris, "Projection moiré interferometer for vibration analysis," Applied Optics, Vol. 22(6), pp. 856-861, March 1983.
- H. Takasaki, "Moiré Topography," Appl. Opt. 9, 1467-1472, 1970.
- H. Takasaki, "moiré Topography," Applied Optics, Vol. 9, No. 1467, 1970.
- D. M. Meadows, W. O. Johnson and J. B. Allen, "Generation of surface contours by moiré patterns," Applied Optics, Vol 9, No. 942, 1970.
- J. B. Allen and D. M. Meadows, "Removal of Unwanted Patterns from moiré Contour Maps by Grid Translation Techniques," Applied Optics, Vol. 10(1), pp. 210-212, January 1971.
- 한국표준연구소, "비접촉식 형상 측정기술개발," 제1차년도 연차보고서, 1991.
- G. Mauvoisin, F. Bremand and A. Lagarde, "Three-dimensional shape reconstruction by phase-shifting shadow moiré," Applied Optics, Vol. 33, No. 11, pp. 2163-2169, 1994.
- T. Yoshizawa and T. Tomisawa, "Shadow moiré topography by means of the phase-shift method," Opt. Eng. 32, pp. 1668-1674, 1993.
- K. Creath, "Phase-measurement interferometry : BEWARE these errors," SPIE, Vol. 1553, pp. 213-220, 1991.
- Takeda, M., et al., "Fourier Transform Method of Fringe Pattern Analysis for Computer-Based Topography and Interferometry," J. Opt. Soc. Am. 72, pp. 156-160, 1982.
- Ghiglia, D. C., et al., "Cellular-Automata Method for Phase Unwrapping," J. Opt. Soc. Am. 4., pp. 267-280, 1987.
- Kreis, T., "Digital Holographic Interference-Phase Measurement Using the Fourier-Transform Method," J. Opt. Soc. Am. A3, pp. 847-855, 1986.
- Huntley, J. M. "Noise-Immune Phase Unwrapping Algorithm," Appl. Opt. 28, pp. 3268-3270, 1989.