

# 등반경-테이퍼 소재 비선형 특성의 코일 스프링 설계 방법 연구

권혁흥\*, 최선준\*\*

## A Study on Design Method of the Cylindrical-Taper Section Coil Spring

H. H. Kwon\*, S. J. Choi\*\*

### ABSTRACT

The coil spring is used in the suspension of automotive vehicles and small omnibus. Recently, it can be adopted hardening type spring which spring constant is accompanied by increasing displacement to increase passenger comfortability. One of methods which assert this characteristic is cylindrical-taper section coil spring. In this paper, we calculate ideal spring characteristic curve from the given vehicle conditions, and show the design method of the cylindrical-taper section coil spring.

**Key Words** : Suspension(현가장치), Coil Spring Design(코일 스프링 설계), Taper Section(테이퍼 소재), Hardening Characteristic Spring(경화 특성 스프링)

### 1. 서 론

차량의 현가장치에는 여러 종류의 스프링이 많이 사용되고 있는데 이 스프링에 요구되고 있는 특성중 중요한 것은 승차감 향상과 조향안정성에 있다. 그러나 승객과 화물의 변동에 의한 하중의 변화로 기존까지 많이 사용되던 직선적 특성을 가진 스프링은 하중에 따라 차량의 동특성이 변하여 스프링 설계시 지정된 승차인원 혹은 적재 화물에서의 중량에 기준하여 차량의 동특성을 결정한다. 이에 따라 이 하중이하에서는 승차감이나 조향성이 떨어지는데 이런 현상은 특히 차량무게의 변동이 심한 시내버

스, 트럭 등이나 승차감이 크게 문제시되는 승용차의 경우는 중요한 문제가 되고 있다. 이러한 현상을 개선하기 위해 스프링의 특성을 경화형으로 하는 방법이 적극 사용되고 있다. 경화형 특성스프링은 하중의 증가에 따라 변위의 변화율이 점점 작아져 스프링 정수가 증가하는 스프링으로 하중변동에 따른 차량의 고유진동수 변화를 적게 하여 승차감 향상을 도모할 뿐만 아니라 차량선회시 롤강성을 증가시켜 조향안전성도 높이고 직선 특성형 스프링에 비해 설치높이를 낮게 할 수 있다. 최근의 승용차에는 거의 대부분 코일 스프링을 사용하고 있는데 코일 스프링이 경화특성을 가지는 방법에는 여러 가지가 있으며

\* 대전대학교 기계설계공학과, 생산기술연구소  
 \*\* (주) 고려자동차

그중 한가지가 스프링의 코일경을 일정하게 하고 소재의 직경을 테이퍼로 하여 하중의 증가와 더불어 소재경이 작은 부분부터 밀착되는 등반경-테이퍼소재 코일 스프링이다. 코일스프링 설계와 관련된 연구로는 Wahl<sup>(1)</sup>이 기초적인 고체역학이론을 이용하여 직선 특성 코일스프링의 특성, 응력 해석식을 유도하였으며 John<sup>(2)</sup>, Saynor<sup>(3)</sup>는 직선 특성 코일스프링의 설계방법에 대하여, Chandler<sup>(4)</sup>는 Wahl의 식을 설계에 이용할 때 필연적인 시행착오 계산을 없애는 방법을 제시하였으며, Erisman<sup>(5)</sup>, Hinkle<sup>(6)</sup>, Weiss<sup>(7)</sup> 등은 직선 특성코일 스프링의 최적설계에 대하여 연구하였고, 不開正義<sup>(8)</sup>는 탄성론에 근거하여 코일스프링의 응력을 정밀하게 해석하였으며 Kock<sup>(9)</sup>은 무한대의 수명을 가지는 직선특성 코일 스프링의 해석식을 유도하였고, Johnson<sup>(10)</sup>은 빠른 충격이 가해질 때 발생하는 서징현상을 최소로 하는 직선형 코일 스프링의 설계방법을 제시하였다. Solomon<sup>(11)</sup>은 경화형 특성 코일스프링의 장점 및 이의 정밀해석을 위한 프로그램 개발을 보고하였으며 Sawanobori<sup>(12)</sup>는 탄성론에 근거한 비선형 코일 스프링의 정밀해석에 대하여 연구하였으며 Vondracek<sup>(13)</sup>, Vaillant<sup>(14)</sup>, Votta<sup>(15)</sup>는 경화 특성 코일스프링의 장점과 직선 특성 코일 스프링과의 비교를, Kung<sup>(16)</sup>은 원추형 코일 스프링의 해석식으로 설계하는 방법을 제시하고 있다. 또, 일본스프링 기술연구회<sup>(17)</sup>는 기초적인 고체역학을 이용하여 코일 스프링의 해석식을 유도하였다. 이상과 같이 직선 특성형 코일 스프링은 여러 가지 해석식의 조작에 의한 설계방법에 관해 많은 연구가 이루어졌으나 강화 특성인 경우는 해석식이 복잡하고 비선형의 특성이므로 설계방법의 정립이 거의 없다. 따라서, 본 논문에서는 차량의 중량, 현가장치의 사양 등이 주어졌을 때 차량중량의 변화에도 불구하고 일정한 고유진동수를 가질 수 있는 코일 스프링의 특성을 유도하고 이에 근사한 특성을 갖는 등반경-테이퍼 소재 코일 스프링의 설계방법에 대하여 논하고자 한다.

## 2. 설계방법

### (1) 이론식 유도

#### 1) 이상적인 스프링의 하중-변위 선도

현가장치의 1/4 모델을 차체질량  $m$ 과 스프링  $k$ 로 단순하게 생각하여 1자유도 진동계로 생각하면 이 시스템의 고유진동수,  $f_n$ ,는 다음식으로 표현된다.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1)$$

승차감의 향상을 위해서는 현가장치용 스프링의 특성곡선은 하중의 변동에 무관하게 고유진동수를 일정하게 유지 하는 것이 이상적이다. 이를 위해서 식(1)에서  $k/m =$  상수인 조건과 스프링정수의 정의인

$$k = \frac{dF}{d\delta} \quad (2)$$

로부터 스프링의 하중  $F$ 와 변위  $\delta$  관계식이 다음과 같이 얻어진다.

$$F = F_0 e^{c\delta} \quad (3)$$

여기에서  $c$ 는 요구되는 고유진동수로부터 얻을 수 있는 상수이며  $F_0$ 는 임의의 상수이다. 그러나 실제 스프링에서는 무하중시 변위가 있을 수 없으므로 식(3)을 수정하여야 하는데 차량에서는 항상 공차하중 이상의 하중이 스프링에 작용하고 있기 때문에 이 곡선의 수정 부분이 공차하중 이하이면 차량의 진동특성에 영향을 미치지 않는다. 이 조건을 만족시키기 위해서는  $F_0$ 가 공차하중의  $\frac{1}{2}$ 정도 이면 된다. 특성곡선의 수정은 Fig.1과 같이 무하중시 변위가 없어야 하며 식(3)에 접선되어야 하는 조건을 만족시키는 직선으로 이 부분을 연결시키고 그 외 부분은 식(3)이 된다.

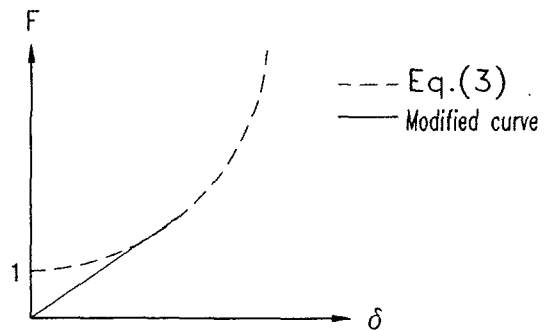


Fig. 1 Ideal characteristics curve for suspension spring

#### 2) 등반경-테이퍼 소재 코일스프링

스프링의 소재가 Fig.2(b)와 같이 최소직경  $d_1$ , 최대 직경  $d_2$ 이고 이 사이를 직선적으로 직경이 변화하며

Fig.2(a)와 같이 코일경  $D$ 가 일정한 코일스프링을 등반경-테이퍼 코일 스프링이라 하는데 선간 피치  $P_0$ 는 일정하게 설계하는 것이 보통이다. 이 스프링은 하중의 증가와 더불어 최소직경의 선경에서부터 선간 접촉이 일어나 스프링 정수가 점점 증가하는 경화형 스프링의 특성을 나타낸다.

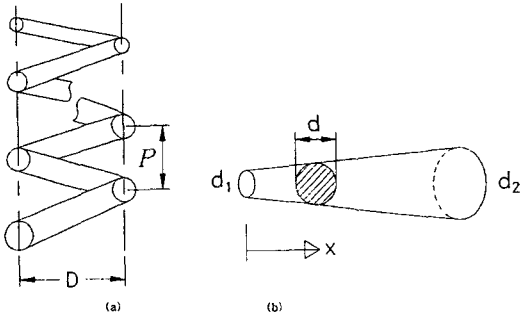


Fig. 2 Cylindrical-taper section coil spring

3) 이론식

코일스프링에 있어 하중은 스프링의 중심에 집중하중  $F$ 로 작용한다고 가정한다. 따라서 스프링은 순수 비틀림에 의해 변형된다. Fig.3에서와 같이 유효권수가  $n$ 인 최소소재경  $d_1$ 에서  $x$ 거리에서의 소재경은  $d$ 이며 최대소재경이  $d_2$ 인 코일스프링의 한 부분을 대상으로 필요한 이론식을 유도하여 본다.

i) 선간 접촉이 없을 때의 변위

무하중에서부터 어느 하중까지는 스프링 전체에 걸쳐서 선간접촉이 일어나지 않는데 이 때는 스프링이 직선형 특성을 갖게 된다. 에너지법을 사용하면 변위는 다음과 같이 집중하중의 식으로 표현될 수 있다.

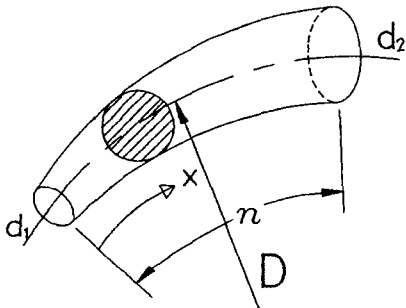


Fig. 3 One module of coil spring

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{\partial}{\partial F} \int_0^{mD} \frac{T^2}{2GJ} dx = \int_0^{mD} \frac{FD^2}{4GJ} dx \quad (4)$$

여기에서  $T$ 는 집중하중에 의해 코일스프링에 걸리는 비틀림 모멘트,  $G$ 는 횡탄성계수,  $J$ 는 극관성모멘트로써  $J = \frac{\pi d^4}{32}$  이며  $d = d_1 + \frac{(d_2 - d_1)x}{mD}$  이다.

식(4)를 정리하여  $d_1, d_2, n$ 으로 표현하면 다음과 같다.

$$\delta = \frac{8F D^3 n}{3G} \cdot \frac{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2}{d_1^3 d_2^3} \quad (5)$$

따라서 스프링의 정수는 다음과 같이 표현된다.

$$k = \frac{F}{\delta} = \frac{3G}{8D^3 n} \frac{d_1^3 d_2^3}{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2} \quad (6)$$

ii) 선간 접촉이 일어날 때의 변위

하중이 더욱 증가하게 되면 스프링의 최소선경에서부터 선간 접촉이 일어나기 시작하여 접촉된 부분과 아직도 접촉되지 않은 부분으로 나누어진다. 이때 접촉되지 않은 부분의 변위를  $\delta_1$ , 접촉된 부분의 변위를  $\delta_2$ 라 하면,  $\delta_1$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \int_{m_1 D}^{mD} \frac{FD^2}{4GJ} dx \\ &= \frac{8F D^3 n}{3G} \frac{1}{d_2 - d_1} \left\{ \frac{1}{d_1 + (d_2 - d_1)(n_1/n)} - \frac{1}{d_2^3} \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

여기서  $n_1$ 은 접촉이 일어난 권수이다.

접촉이 일어난 부분의 변위  $\delta_2$ 는 초기하중  $F_1$ 에서의 피치가  $P$ ,  $F$ 에서의 코일 경사각과 접촉시의 코일 경사각을  $\alpha, \alpha'$ 이라 하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta_2 = \int_0^{m_1 D} (\alpha - \alpha') dx \quad (8)$$

여기에서

$$\alpha = \frac{1}{\pi D} \left( P - \frac{d_2 - d_1}{2n} \right)$$

$$\alpha' = \frac{1}{\pi D} \left( d - \frac{d_1 - d_2}{2n} \right) = \frac{1}{\pi D} \left( d_1 + \frac{d_2 - d_1}{\pi n D} x - \frac{d_2 - d_1}{2n} \right)$$

이를 정리하면

$$\delta_2 = n_1 \left( P - d_1 - \frac{d_2 - d_1}{2n} n_1 \right) \quad (9)$$

여기에서  $P = P_0 - \frac{\delta|_{F=F_1}}{n}$  으로  $\delta|_{F=F_1}$  은 선간 접촉이 일어나지 않는 최대하중에서의 변위량이며  $P_0$ 는 무하중시의 피치이다. 또 이때의 하중  $F$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{8FD^2}{\pi G} \left( d_1 + \frac{d_2 - d_1}{\pi n D} x \right)^{-4} \Big|_{x=\pi n_1 D} = (\alpha - \alpha') \Big|_{x=\pi n_1 D} \quad (10)$$

위식을 정리하면

$$F = \frac{G}{8D^3} \left( P - d_1 - \frac{d_2 - d_1}{n} n_1 \right) \left( d_1 + \frac{d_2 - d_1}{n} n_1 \right)^4 \quad (11)$$

식(10)과 식(11)에서  $n_1$ 을 소거하면  $\delta_2$ 를  $F$ 의 식으로 표시할 수 있으며 스프링의 총변위  $\delta$ 는

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 \quad (12)$$

이다. 접촉개시 하중  $F_0$ 는 식(11)에서  $n_1 = 0$ 로 두면 다음과 같다.

$$F_0 = \frac{Gd_1^4}{8D^3} (P - d_1) \quad (13)$$

## (2) 설계방법

### 1) 특성곡선의 근사화

주어진 조건을 만족하는 스프링의 설계에 있어서 이 스프링을 Fig.4와 같이  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_N$ 의 스프링정수를 갖는  $N$ 개의 스프링이 직렬로 연결되어 하중의 증가에 따라 차례로 밀착되는 것으로 생각하면 이상적인 하중-변위 선도는 Fig.5와 같이 직선의 연속으로 근사될 수 있다.

그러므로 원래의 스프링을  $N$ 등분하여 각각을 하나의 스프링으로 생각하면  $N$ 개의 스프링이 직렬로 연결되어 있는 것이 되고 이때 테이퍼 소재의 직경이 제일 작은 스프링을 1로 하고 가장 큰 쪽의 스프링을  $N$ 으로 하면 하중의 증가에 따라 첫 번째 스프링으로부터 차례로 밀착되어 스프링 작용을 못하는 것이 된다. 즉, 이 스프링은 경화형 스프링 특성을 나타내게 된다. Fig.5의 하중-변위 선도에서  $F_1, \delta_1$ 은 직선부분이 끝날 때의 하중 및 변위이며  $F_N, \delta_N$ 은 완전 밀착되었을 때의 최대하중과 변위이다.  $\delta_1$ 과  $\delta_N$ 사이에는 등간격으로 분할하고 각 구간을 직선으로 근사시켰으므로 스프링정수  $K_1, K_2, K_3, \dots, K_N$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_i = \frac{F_i - F_{i-1}}{\Delta \delta} = \begin{cases} \frac{F_1}{\delta_1} : i=1 \\ \frac{F_i - F_{i-1}}{\Delta \delta} : i \geq 2, \text{여기에서 } \Delta \delta = \frac{\delta_N - \delta_1}{N-1} \end{cases} \quad (14)$$

따라서 이상곡선에서의 각 구간별 스프링정수  $K_i$ 와 여

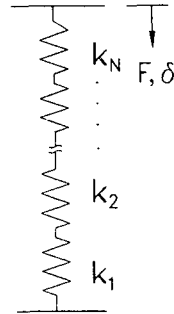


Fig. 4 Serial combination of spring

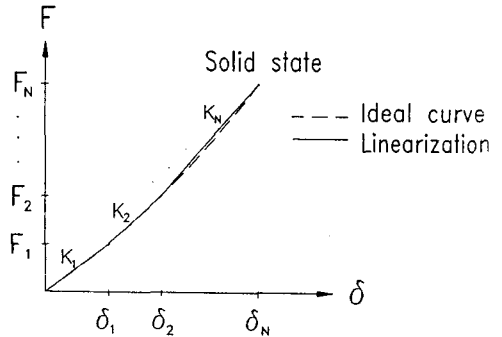


Fig. 5 Linearization of ideal curve

러 개의 직렬 연결된 스프링정수  $k_i$ 는 다음과 같은 관계가 있다.

$$K_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^N (1/k_j)} \quad (15)$$

이 식을  $k_i$ 에 대하여 표시하면

$$k_i = \begin{cases} \frac{1}{\frac{1}{K_i} - \sum_{j=i+1}^N \frac{1}{k_j}} & : i \leq N-1 \\ K_N & : i = N \end{cases} \quad (16)$$

2) 설계순서

주어진 차량의 공간, 하중, 승차감조건으로부터 식(3)을 이용하여 스프링이 갖추어야할 이상적인 하중-변위 선도를 구한다. 이 선도를 여러개의 구간으로 나누고 나누어진 구간을 직선으로 이상화시킨 후 각 구간별로 식(14)를 이용하여 스프링정수를 계산한 후 식(16)을 이용하여 구간별 스프링정수로부터 이상화되어 직렬연결된 각 스프링의 스프링정수를 구한다. 스프링 특성이 구해지면 형상을 계산하게 되는데 그 방법은 다음과 같다.

코일스프링의 코일경  $D$ 는 취부공간의 치수로부터 결정한다. 전체스프링의 최대소재경은 최대하중  $F_{max}$  과 소재의 허용응력  $\tau_a$ 로부터 다음의 Wahl의 코일스프링 응력 계산식을 이용하여 구한다.

$$d_2 = (K \frac{8F_{max}D}{\pi\tau_a})^{\frac{1}{3}} \quad (17)$$

여기에서  $K$ 는 Wahl계수로서  $K = \frac{4c-1}{4c-4} + \frac{0.615}{c}$ 이다. 또  $d_1/d_2 = \alpha$ 라 두면 최소 소재경에서 임의의 권수

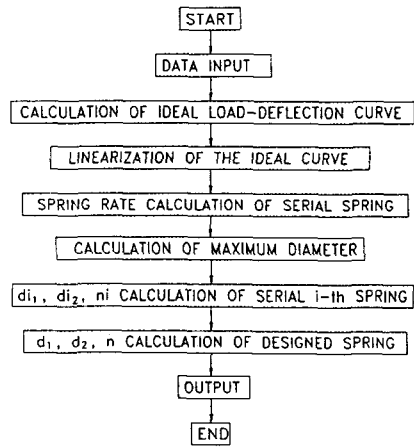


Fig. 6 Design procedure

$n_i$ 만큼 떨어진 부분의 소재경  $d$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$d = d_1(1 + \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot \frac{n_i}{n}) \quad (18)$$

식(6), (17), (18)을 연립하여 풀면 구하고자 하는 스프링형상 즉,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $n$ 을 구할수 있다. 형상이 결정되면 마지막으로 이상적인 하중-변위선도와 실제 설계된 스프링의 하중-변위선도를 비교하기 위하여 식(5), (7), (9), (11)을 이용한다.

이상에서 설명한 설계차례를 정리하면 Fig.6과 같다.

3. 설계에 및 고찰

(1) 설계예

표 1과 같은 중형 승용차의 차량조건을 기본으로 일반적인 등반경 코일스프링 설계결과와 등반경 테이퍼소재 코일스프링의 설계결과를 표 1에 나타내었다.

Table 1 Input and output of spring design

(a) Data for spring design

Coil dia.	120 mm
Max. load	600 kgf
Tare load	300 kgf
Allowable stress	110 kgf/mm <sup>2</sup>
Spring rate	3.37 kgf/mm

(b) Comparison of spring

size \ type	Cylindrical uniform wire	Cylindrical taper wire	
		freq.=1.0 Hz	freq.=1.5 Hz
Coil dia.	120 mm	120 mm	120 mm
Wire dia.	13.0 mm	d1=8.15 mm d2=12.42 mm	d1=11.65 mm d2=12.42 mm
Active turns	4.9	5	5
Spring rate	3.37 kgf/mm	-	-

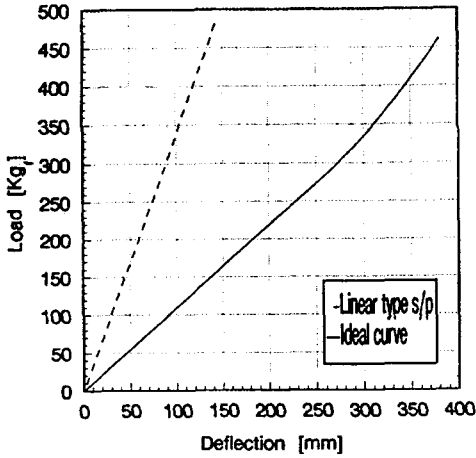


Fig. 7 Comparison of load-deflection curve

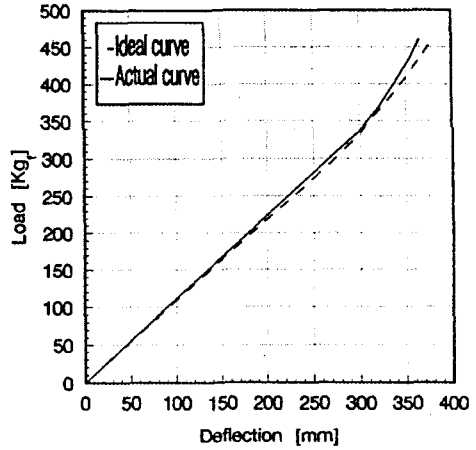


Fig. 8 Load-deflection curve (1.0 Hz)

테이퍼소재 코일스프링의 경우 요구되는 진동수를 1.0 Hz, 1.5 Hz 두가지에 대하여 설계하였다. 일반적인 스프링의 하중-변위선도와 이상적인 하중-변위선도를 Fig.7에서 비교하여 보았다. Fig.8, 9는 테이퍼소재 코일스프링의 설계결과를 이상적인 하중-변위선도와 비교하여 보았는데 Fig.8은 고유진동수가 1.0 Hz일때이며, Fig.9는 1.5 Hz이다.

(2) 고찰

등반경-등선경 코일스프링과 등반경-테이퍼소재 코일스프링의 설계를 비교하여 보면 일반적인 등반경-등선경 코일스프링의 직선적인 특성에 비해 등반경-테이퍼소재 코일스프링은 경화형 스프링특성을 나타내어 현가장치에 필요한 이상적인 하중-변위선도의 구현이 어느 정도 가능함을 Fig.7에서 볼 수 있다. Fig.8, 9에서는 이 종류의 스프링으로 이상적인 하중-변위선도에 가까운 하중-변위선도를 얻을 수 있음을 알 수 있는데 이상치로부터 하중기준의 오차가 10%이내에 있음을 알 수 있다. 이상적인 선도와 일치하는 스프링의 설계를 위해서는 등반경의 경우는 선경의 변화가 권수에 따라 고차의 함수에 의거 변화되어야 하기 때문에 실제 제작에 있어 거의 불가능하므로 이를 고려할 때 위의 결과는 매우 잘 일치한다고 생각할 수 있다. 이 결과로부터 여기에서 제시하는 설계방법이 유용하다는 것을 알 수 있다. 이 설계방법은 매우 일반적인 것이기 때문에 임의의 하중-변위선도를 만족시키는 각종 코일스프링의 설계에 응용될 수 있으며 다른 종류의 스프링설계에도 응용이 가능하다.

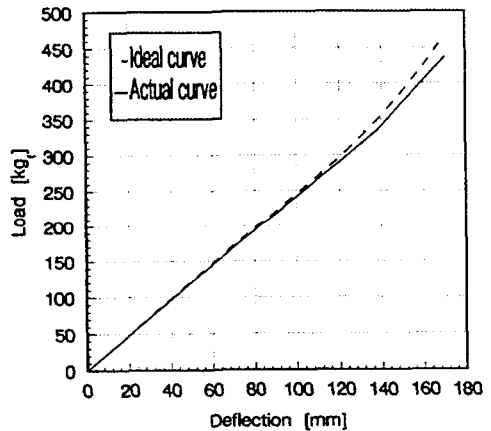


Fig. 9 Load-deflection curve (1.5 Hz)

4. 결론

- 주어진 차량조건에 의해 이상적인 현가장치의 하중-변위선도에 근사되는 등반경-테이퍼 코일 스프링의 설계방법을 정립하였다.
- 등반경-테이퍼 코일스프링의 설계를 위해 스프링을 여러개의 자 스프링으로 분할하여 각각의 자 스프링이 직렬연결된 것으로 가정후 자 스프링의 설계를 통해 스프링이 설계되는 방법을 사용하였으며 이 방법의 유효성을 이론적으로 검증하였다.
- 등반경-테이퍼 코일스프링의 경우 이상적인 현가장치 스프링에 요구되는 하중-변위선도와 유사한 선도의 구현이 가능함을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. A. M. Wahl, "Mechanical springs," Mc Graw-Hill, 1963.
2. R. C. John, "Short cut for designing helical springs," Machine design, p92, Nov. 1979.
3. D. Saynor, "Helical coil spring design," Engineering, p1, June 1986.
4. R. D. Chandlor, "A new direct procedure for helical spring design," Machine design, p131, March 30, 1961.
5. R. J. Erisman, "Optimum design of helical compression springs," J. of Engineering for industry, p227, May 1961.
6. R. T. Hinkle, "Design of helical springs for minimum weight, volume and length," J. of Engineering for industry, p37, Feb. 1959.
7. K. Weiss, "How to design helical compression springs for minimum weight, minimum volume, or minimum length," Machine design, p173, Dec. 1962.
8. 下關正義, "圓筒コイルばねの應力解析," 日本機械學會論文集(C編), Vol. 48, p1774, 1982.
9. R. W. Kock, "Designing springs for infinite life," Machine design, p148, Oct. 1975.
10. R. C. Johnson, "Design of helical springs for minimum surging in high speed operation," Machine design, p155, Sep. 1958.
11. A. R. Solomon, "Coil spring design, an analytical view," SAE transaction, SAE paper No. 790410, p1495, 1980.
12. T. Sawanobori, "The analysis of static stress in coil springs with nonlinearity," Bulletin of JSAME, Vol. 29, p2306, 1986.
13. H. Vondracek, "Design and manufacturing helical coil spring with variable diameter of coil and diameter," SAE paper No. 820210, p688, 1983.
14. C. Vaillant, "A new design and manufacturing process for suspension coil spring," SAE Paper No. 950060, p1305, 1986.
15. F. A. Votta, "Special spring forms," Machine design, p106, Mar. 1957.
16. W. Kung, "Form free to flat, deflection of conical springs," Machine design, p159, Aug. 1968.
17. ばね技術研究會編, "ばね(3版)," 丸善株式會社, pp. 229~230, 1982.