

# 직선 균열 강체 함유물을 내포하는 크릴 재료의 균열 해석

이 강 용\*, 김 종 성\*\*

## Crack Analysis of Creep Material Containing Rigid Inclusion with Line Crack Shape

Kang Yong Lee\* and Jong Sung Kim\*\*

### ABSTRACT

The analysis model is the infinite body consisted of power law creep material containing a rigid inclusion with line crack shape subjected to the arbitrarily directional stress on an infinite boundary. The crack analysis is performed using the complex pseudo-stress function. The strain rate intensity factor is determined in the closed form as new fracture mechanics parameter which represents the magnitudes of stress and strain rate near the tip in power law creep material.

**Key Words :** Creep Material(크릴 재료), Complex Pseudo-Stress Function(복소 유사 응력 함수), Rigid Inclusion(강체 함유물), Line Crack(직선 균열), Crack Analysis(균열 해석)

### 1. 서 론

해석의 난해함으로 인하여 연구 대상에서 한동안 제외되었던 크릴 거동은 최근 에너지 설비(power plant), 우주 항공 엔진과 화학 반응로(chemical reactor)등의 고효율과 고출력으로 인한 작동 온도와 작동 압력의 증가로 해석의 중요성이 증가되어졌다.

멱수 법칙(power law) 크릴 재료의 응력 해석에 대해 연구한 기존의 연구를 살펴보면 다음과 같다. Hoff<sup>(1)</sup>는 멱수 법칙 크릴 거동을 하는 기둥, 판과 박판의 안정성(stability) 문제에 대해 연구하였다. Rozenblum<sup>(2)</sup>은 얇은 박판(shell)의 크릴 거동에 대한 개략화된 응력 방

정식을 개발하였다. Spence<sup>(3)</sup>는 유연 곡선 파이프(smooth curved pipe)가 굽힘 상태에 있을 때 크릴 해석을 수행하였다. Mukherjee<sup>(4)</sup>는 경계요소법(boundary element method)을 이용하여 금속의 크릴 변형에 대해 연구하였다. 특히 Lee와 Gong<sup>(5)</sup>은 단순 인장(simple tension) 또는 순수 전단(pure shear) 응력이 외부 무한 경계에서 작용하고 멱수 법칙 크릴 거동을 하는 무한체에 원형 모양의 강체 함유물이 있을 때의 응력 분포를 유사 응력 함수(pseudo-stress function)를 이용하여 결정하였다.

크릴 거동을 일으키는 재료에 대한 균열 해석을 위해서는 크릴 영역에 따라서  $C^*$ ,  $C(t)$ 와  $C_t$  같은 매개변수들

\* 회원, 연세대학교 기계공학과  
\*\* 한국전력기술주식회사, 전력기술개발연구소

이 사용된다<sup>(6)</sup>. 이러한 파괴 역학 매개변수에 대한 기존의 연구들을 살펴보면 다음과 같다. Landes와 Begley<sup>(7)</sup>, Saxena<sup>(8)</sup>는 정상 상태 조건(steady-state) 하에서 경로 독립적인 적분(path independent integral)  $C^*$ 를 정의하였다. Smith와 Webster<sup>(9)</sup>는 실험적인 방법으로 시편에 대한  $C^*$ 를 결정하였다. Ohji 등<sup>(10)</sup>은 다양한 종류의 철강에 대해  $K$ 와  $C^*$ 의 사용 가능성을 연구하였다. Ehlers 와 Riedel<sup>(11)</sup>은 시간의 함수로서 균열 선단 매개변수  $C(t)$ 를 개발하였다. Saxena<sup>(12)</sup>는  $C^*$ 의 개념을 확장하여 비정상 상태 균열 성장 영역(nonsteady-state crack-growth regime)에서도 적용되어지는 균열 선단 매개변수  $C_t$ 를  $C^*$ 의 에너지 속도 변화를 개념으로 개발하였다. 그러나 이러한 크릴 파괴역학 매개변수들  $C^*$ ,  $C(t)$ 와  $C_t$ 는 수식적인 엄밀해(closed form)로 결정할 수 없으며 균열 선단 부근의 응력 분포와 이러한 크릴 파괴역학 매개변수들 사이의 관계식도 엄밀해의 풀로 제시되지 않는다. 따라서 수치적인 해석 방법이나 실험적인 방법이 필요하게 되는데 멱수 법칙 크릴 재료의 특성상 수치적 방법이나 실험적 방법은 비경제적인 손실을 가져다 준다. 이러한 단점을 극복하기 위해 이강용과 김종성<sup>(13)</sup>은 멱수 법칙 크릴 재료에 임의 형상의 균열이 존재할 때 변형률 속도 및 응력 분포를 대표하는 새로운 파괴역학 매개변수인 변형률 속도 세기계수를 엄밀해의 풀로 결정할 수 있도록 Kolosoff 응력함수들의 항으로 제시하였다.

따라서 본 논문에서는 복소 유사 응력 함수를 이용하여 직선 균열 형상의 강체 함유물을 내포하는 멱수 법칙 크릴 재료에 대해 균열 선단 부근의 변형률 속도 분포와 응력 분포를 대표하는 새로운 파괴역학 매개변수인 변형률 속도 세기계수를 엄밀해로 결정하고자 한다.

## 2. 균열 해석

해석하고자 하는 모델은 Fig. 1과 같이 멱수 법칙 크릴 재료로 구성된 무한체에 변위 rate가 영인 함유물 표면을 가지는 직선 균열 형상의 강체 함유물이 존재하고 무한체의 외부 경계에서 임의 방향의 응력이 작용하는 경우이다. 여기서  $a$ 는 균열 길이의 반이다.

Fig. 1에서 보는 바와 같이  $x$ 축에 대해 임의의 각도  $\gamma$ 로 무한 경계에 작용하는 응력  $\sigma$ 에 응력 변환식을 이용하면 다음 식을 얻는다.

$$\sigma_y = \sigma \sin^2 \gamma, \quad \sigma_x = \sigma \cos^2 \gamma, \quad \sigma_{xy} = \sigma \sin \gamma \cos \gamma. \quad (1)$$

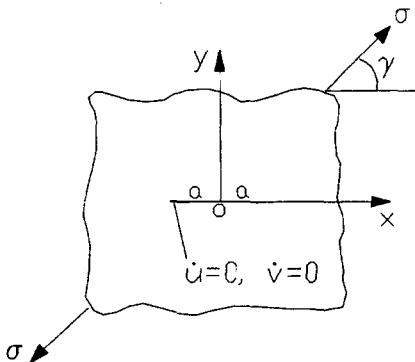


Fig. 1 The rigid inclusion with line crack shape buried in the infinite power law creep material body subjected to the arbitrarily directional stress.

해석 모델에 대한 경계조건은 다음과 같다.

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy} : \text{유한한 값 (무한 경계면)} \quad (2)$$

$$X = 0, \quad Y = 0 \quad (\text{강체 함유물 표면}) \quad (3)$$

$$\dot{u} = 0, \quad \dot{v} = 0 \quad (\text{강체 함유물 표면}), \quad (4)$$

여기서  $X$ 와  $Y$ 는 외력  $\dot{u}$ 와  $\dot{v}$ 는 직교 좌표계에서의 변위 속도 성분이다.

직선 균열 형상의 강체 함유물 경우 등각 사상 함수  $\omega(\zeta)$ <sup>(15)</sup>는 다음과 같다.

$$z = \omega(\zeta) = \frac{a}{2}(\zeta + \frac{1}{\zeta}), \quad (5)$$

여기서  $z$ 와  $\zeta$ 는 제각기 실 해석 평면과 등각 사상 평면의 복소 변수들이다.

강체 함유물 표면에 어떠한 외력도 작용하지 않는 경우 Kolosoff 응력 함수<sup>(15)</sup>  $\phi(\zeta)$ ,  $\varphi(\zeta)$ 은 다음과 같다<sup>(5)</sup>.

$$\begin{aligned} \phi(\zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \zeta^n \\ \varphi(\zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b'_n \zeta^n \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $b_n$ 과  $b'_n$ 은 결정하여야 할 복소 계수들이다. Lee와 Gong<sup>(5)</sup>은 응력 성분들과 유사 응력 함수  $\Lambda$  사이의 관계식을 다음과 같이 제안했다.

$$\sigma_y - \sigma_x + 2i\sigma_{xy} = 4\left(\frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial \bar{z}^2}\right)^{(m-1)/2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2} \quad (7)$$

여기서

$$\frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2} = \frac{1}{2} \{ \bar{z} \phi''(z) + \varphi'(z) \}, \quad (8)$$

여기서  $m$ 은 변형률 속도 경화지수이고  $(\bar{\cdot})$ 은 복소 공액을 의미한다.

식(7)에 식(5)과 (6)을 대입하고 식(2)를 이용하면 Kolosoff 응력 함수는 다음과 같다.

$$\phi(\zeta) = b_1 \zeta + \sum_{n=-\infty}^0 b_n \zeta^n = b_1 \zeta + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\zeta^n}, \quad (9)$$

$$\varphi(\zeta) = b'_1 \zeta + \sum_{n=-\infty}^0 b'_n \zeta^n = b'_1 \zeta + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha'_n}{\zeta^n}, \quad (10)$$

여기서  $\alpha_n$ 과  $\alpha'_n$ 은 결정하여야 할 복소 계수이다.

Lee와 Gong<sup>(5)</sup>은 변위 속도  $\dot{u}$ ,  $\dot{v}$ 와 Kolosoff 응력 함수들 사이의 관계식을 다음과 같이 제안했다.

$$\dot{u} + i\dot{v} = K(m)[\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\varphi(z)}], \quad (11)$$

여기서

$$K(m) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right) \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sigma_o}\right)^{1/m}, \quad (12)$$

여기서  $\sigma_o$ 은 강도 계수이다.

식(4)와 (11)에 의해 다음과 같은 경계조건 식이 얻어진다.

$$\dot{u} + i\dot{v} \Big|_{\zeta=\pm 1} = K(m)[\phi(z) - z\overline{\phi'(z)} - \overline{\varphi(z)}] \Big|_{\zeta=\pm 1} = 0. \quad (13)$$

식(13)에 식(5), (9)와 (10)을 대입하고 Cauchy 적분<sup>(15)</sup>을 수행하면 다음과 같은 복소계수들 사이의 관계식들이 얻어진다.

$$\overline{\alpha_0} = \alpha'_0 \quad (14)$$

$$\overline{\alpha_1} - b_1 = b'_1 \quad (15)$$

$$\overline{\alpha_n} = 0, \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (16)$$

$\alpha_o$ 과  $\alpha'_o$ 은 응력과 변형률 속도의 크기에 아무런 영향을 미치지 않고  $n$ 이 이차 이상인  $\alpha_n$ 이 영이므로 식(9)는 다음과 같다.

$$\phi(\zeta) = b_1 \zeta + \frac{\alpha_1}{\zeta}. \quad (17)$$

식(13)에 식(5)와 (17)을 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\varphi(\zeta) = \frac{\overline{b_1}}{\zeta} + \overline{\alpha_1} \zeta - \frac{1+\zeta}{\zeta^2-1}(b_1 \zeta - \frac{\alpha_1}{\zeta}). \quad (18)$$

식(7)에 식(5), (17)과 (18)을 대입하고 식(1)과 (15)를 이용하면 다음과 같은 계수식들을 얻는다.

$$b'_{1x} = -\left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} a \cos 2\gamma$$

$$b'_{1y} = \left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} a \sin 2\gamma, \quad (19)$$

여기서  $b'_{1x}$ 과  $b'_{1y}$ 은 제각기  $b'_1$ 의 실수부와 허수부이다.

Lee와 Gong<sup>(5)</sup>은 팽창 응력(dilatational stress)  $\sigma_p$ 과 유사 응력 함수 사이의 관계식을 다음과 같이 제안했다.

$$\begin{aligned} \sigma_p = \sigma_x + \sigma_y &= 4 \int \left[ \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left( \frac{\partial \Lambda}{\partial z^2} \frac{\partial \Lambda}{\partial \bar{z}^2} \right)^{(m-1)/2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2} \right\} \right. \\ &\quad \left. dz + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \left( \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial \bar{z}^2} \right)^{(m-1)/2} \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial \bar{z}^2} \right\} d\bar{z} \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

식(20)에 식(5), (17)과 (18)을 대입하고 식(1)과 (19)를 이용하면 다음과 같은 계수식을 얻는다.

$$b_1 = \left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} \frac{a}{m+1}. \quad (21)$$

식(15)에 식(19)와 (21)을 대입하면 다음과 같은 계수식들을 얻는다.

$$\begin{aligned} \alpha_{1x} &= \left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} a \left( \frac{1}{m+1} - \cos 2\gamma \right) \\ \alpha_{1y} &= -\left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} a \sin 2\gamma, \end{aligned} \quad (22)$$

여기서  $\alpha_{1x}$ 과  $\alpha_{1y}$ 은 제각기  $\alpha_1$ 의 실수부와 허수부이다.

이강용과 김종성<sup>(13)</sup>은 임의 형태의 균열에 대해 멱수 법  
칙 크림 재료내 균열 선단 부근의 응력 및 변형률 속도  
분포를 대표하는 변형률 속도 세기계수  $L_I$ ,  $L_H$  와  
Kolosoff 응력 함수 사이의 관계식을 다음과 같이 나타내  
었다.

$$L = L_I - iL_H = -\sqrt{\pi} \lim_{\zeta \rightarrow i} \frac{\phi'(\zeta)}{\omega''(\zeta)}. \quad (23)$$

식(23)에 식(5)와 (17)을 대입하고 식(21)과 (22)를  
이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} L_I &= -\left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} \cos 2\gamma \sqrt{\pi a} \\ L_H &= \left(\frac{\sigma}{4}\right)^{\frac{1}{m}} \sin 2\gamma \sqrt{\pi a}. \end{aligned} \quad (24)$$

식(24)로부터 변형률 속도 세기계수는 균열길이의 반  
인  $a$ , 작용 응력  $\sigma$  와 변형률 속도 경화지수  $m$ 에 대해서  
 $\sqrt{a}$  와  $\sigma^{\frac{1}{m}}$ 에 비례함을 알 수 있다.

### 3. 결과 및 고찰

이강용과 김종성<sup>(13)</sup>은 임의 형태의 균열에 대해 멱수 법  
칙 크림 재료내 균열 선단 부근의 응력 분포와 변형률 속도  
세기계수 사이의 관계식을 균열 선단에 원점을 둔 극  
좌표  $(r, \theta)$ 로 나타내어 다음과 같이 구하였다.

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_x(r, \theta) &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^m \lim_{r \rightarrow 0} I_r - 2\left(\frac{1}{2}\right)^m \lim_{r \rightarrow 0} I_\theta \\ &\quad - \frac{2^{(1-4m)/2}}{(\pi r)^{m/2}} \{L_I^2(5+3\cos 2\theta) + L_H^2(1-\cos 2\theta) - 4L_I L_H \sin 2\theta\}^{\frac{m-1}{2}} \\ &\quad \cdot \left\{ L_I \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 3\cos \frac{\theta}{2} \right) - L_H \left( \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \right\} \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y(r, \theta) &= 2\left(\frac{1}{2}\right)^m \lim_{r \rightarrow 0} I_r - 2\left(\frac{1}{2}\right)^m \lim_{r \rightarrow 0} I_\theta \\ &\quad + \frac{2^{(1-4m)/2}}{(\pi r)^{m/2}} \{L_I^2(5+3\cos 2\theta) + L_H^2(1-\cos 2\theta) - 4L_I L_H \sin 2\theta\}^{\frac{m-1}{2}} \\ &\quad \cdot \left\{ L_I \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 3\cos \frac{\theta}{2} \right) - L_H \left( \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}, \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{xy}(r, \theta) &= -\frac{2^{\frac{1-4m}{2}}}{(\pi r)^{m/2}} \{L_I^2(5+3\cos 2\theta) + L_H^2(1-\cos 2\theta) - 4L_I L_H \sin 2\theta\}^{\frac{m-1}{2}} \\ &\quad \cdot \left\{ L_I \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right) + L_H \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

여기서

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} I_r &= \frac{(m-2)2^{\frac{m}{2}} |L_I| |L_H|^{m-3}}{(\pi r)^{m/2}} \\ \lim_{r \rightarrow 0} I_\theta &= \frac{1}{2^{\frac{m+3}{2}} (2\pi r)^{\frac{m}{2}}} \left[ -L_I \int_0^\theta L_I^2(5+3\cos 2\theta) + L_H^2(1-\cos 2\theta) \right. \\ &\quad \left. - 4L_I L_H \sin 2\theta \right]^{\frac{m-3}{2}} [R_1(\theta)(3(m-1)\cos \theta \sin \frac{7\theta}{2} + (m+1)\sin \frac{\theta}{2}) \\ &\quad + R_2(\theta)\{-3(m-1)\cos \theta \sin \frac{7\theta}{2} + (m+1)\sin \frac{\theta}{2}\} \\ &\quad + 6(m-1)R_3(\theta)\cos \theta \cos \frac{7\theta}{2}]d\theta + L_H \int_0^\theta L_I^2(5+3\cos 2\theta) \\ &\quad + L_H^2(1-\cos 2\theta) - 4L_I L_H \sin 2\theta \right]^{\frac{m-3}{2}} [R_1(\theta)[-(-m-1)\cos \frac{5\theta}{2} \\ &\quad + 3(m-1)\sin \theta \sin \frac{7\theta}{2} - (m+1)\cos \frac{\theta}{2}] \\ &\quad + R_2(\theta)\left\{ -3(m-1)\sin \theta \sin \frac{7\theta}{2} + (m-1)\cos \frac{5\theta}{2} - (m+1)\cos \frac{\theta}{2} \right\} \\ &\quad + 2(m-1)R_3(\theta)\left\{ \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \theta \cos \frac{7\theta}{2} \right\} d\theta \Big] \\ R_1(\theta) &= L_I^2 \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 3\cos \frac{\theta}{2} \right)^2 + L_H^2 \left( \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right)^2 \\ &\quad - 2L_I L_H \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 3\cos \frac{\theta}{2} \right) \left( \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \\ R_2(\theta) &= L_I^2 \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right)^2 + L_H^2 \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right)^2 \\ &\quad + 2L_I L_H \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right) \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) \\ R_3(\theta) &= -L_I^2 \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 3\cos \frac{\theta}{2} \right) \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right) + L_H^2 \left( \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \\ &\quad \cdot \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) - L_I L_H \left\{ \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 3\cos \frac{\theta}{2} \right) \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \left( \sin \frac{5\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \right) \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

$m$ 이 1이라면 식(25)는 다음과 같다. 또한  $m$ 이 1인 경우의 변형률 속도 세기 계수는 식(24)의  $m$ 에 1을 대입하  
면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_x(r, \theta) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ -L_I \left( \cos \frac{5\theta}{2} + 7\cos \frac{\theta}{2} \right) + L_H \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right) \right\} \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y(r, \theta) &= \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ L_I \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) + L_H \left( 5\sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{5\theta}{2} \right) \right\} \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{xy}(r, \theta) &= -\frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \left\{ L_I \left( \sin \frac{5\theta}{2} + 3\sin \frac{\theta}{2} \right) + L_H \left( \cos \frac{5\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned} L_I &= -\frac{\sigma}{4} \cos 2\gamma \sqrt{\pi a} \\ L_H &= \frac{\sigma}{4} \sin 2\gamma \sqrt{\pi a}, \end{aligned} \quad (28)$$

여기서  $m$ 이 1인 경우의 구성 방정식이 선형 탄성학에 의한 구성 방정식과 동일하여 응력과 Kolosoff 응력 함수 사이의 관계는 동일하나 멱수 법칙 크릴 경우의 변위 속도와 Kolosoff 응력 함수사이의 관계식<sup>(5)</sup>은 선형 탄성학에 의한 관계식<sup>(15)</sup>과 약간의 차이가 존재한다. 즉 멱수 법칙 크릴 경우의 변위 속도와 Kolosoff 응력 함수 사이의 관계식<sup>(5)</sup>은 비압축성 조건하에서 유도되었는데 프와송 비가 0.5이면 비압축성 조건을 만족하므로 선형 탄성학에 의해 유도된 관계식에 포함되어 있는 프와송 비를 0.5로 설정할 때 멱수 법칙 크릴 경우와 선형 탄성학에 의해 유도된 관계식은 일치하게 된다. 따라서 선형 탄성학적인 재료 특성을 가지는 무한체에 직선 균열 형상의 강체 함유물이 존재할 때 무한체의 외부 경계에서 임의의 각도로 응력이 작용하는 경우에 대한 균열 선단 부근의 응력 분포식과 응력세기계수식<sup>(16)</sup>의 프와송 비에 0.5를 대입하면 식(27), (28)과 동일하다.

Fig.2는  $m$ 이 0.5,  $L_1$ 가 1인 경우  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 을 나누어 계산된 모드 I 변형률 속도 세기 계수비를 응력 작용 각도  $\gamma$ 에 대해 균열 길이  $a$ 에 따라서 나타내고 있다. Fig.2로부터 모드 I에 대한 변형률 속도 세기 계수비는 균열 길이  $a$ 에 무관하게 일정한 값을 가진다. 이것은 변형률 속도 세기 계수가 균열길이의 제곱근  $\sqrt{a}$ 를 포함하고 있기 때문이다. 작용 각도가 증가할수록 모드 I 변형률 속도 세기 계수비가 0이며 작용 각도가 45°이고 모드 I 변형률 속도 세기 계수비 0인 점에 대해 작용 각도에 대

한 모드 I 변형률 속도 세기 계수비 분포가 대칭임을 알 수 있다. 이것은 모드 I 변형률 속도 세기 계수가 수직 응력에 의해 발생하는 성분이기 때문이다.

Fig.3은  $m$ 이 0.5,  $\sigma$ 가 1인 경우  $L_{II}$ 을  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 나누어 계산된 모드 II 변형률 속도 세기 계수비를 응력 작용 각도  $\gamma$ 에 대해 균열 길이  $a$ 에 따라서 나타내고 있다. Fig.3으로부터 모드 II에 대한 변형률 속도 세기 계수비는 균열 길이  $a$ 에 무관하게 일정한 값을 가진다. 이것은 Fig.3의 경우와 동일한 이유 때문이다. 작용 각도가 증가 할수록 모드 II 변형률 속도 세기 계수가 증가하다가 작

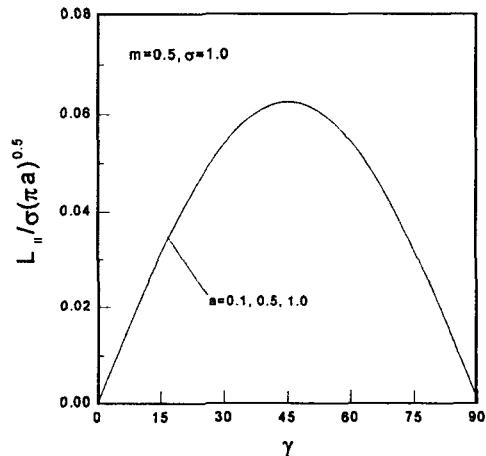


Fig. 3 Mode II strain rate intensity factor ratio vs. the direction of applied stress for various line crack lengths.

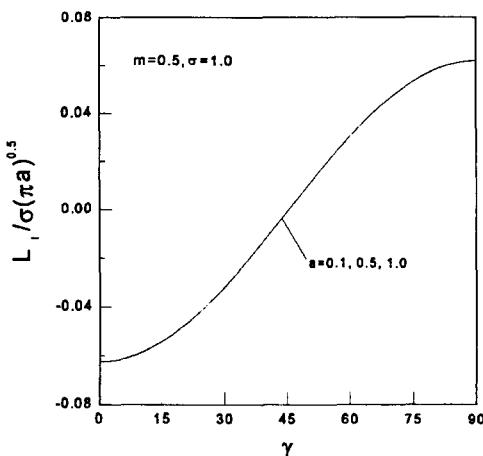


Fig. 2 Mode I strain rate intensity factor ratio vs. the direction of applied stress for various line crack lengths.

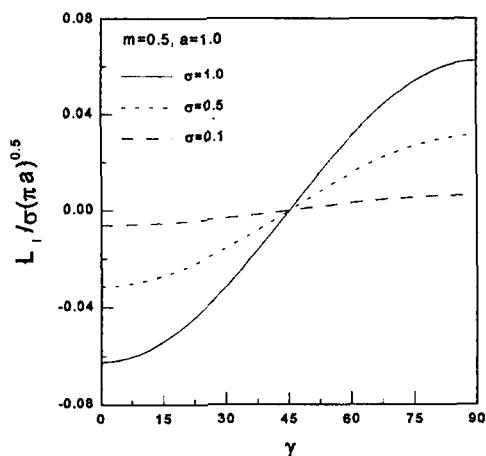


Fig. 4 Mode I strain rate intensity factor ratio vs. the direction of applied stress for various applied stresses.

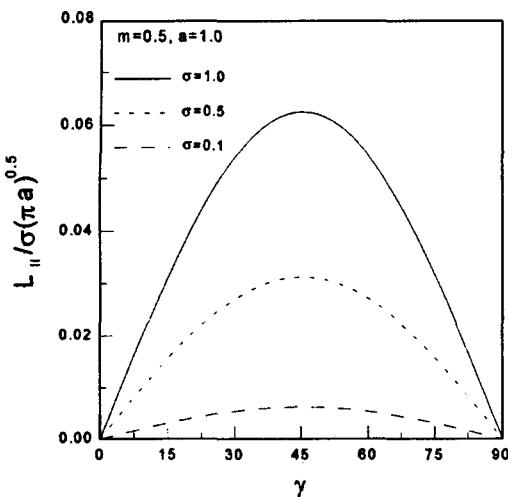


Fig. 5 Mode II strain rate intensity factor ratio vs. the direction of applied stress for various applied stresses.

용 각도  $45^\circ$ 를 기준으로 감소하고 작용 각도가  $0^\circ$ 와  $90^\circ$ 인 경우 모드 II 변형률 속도 세기 계수비가 영이며 작용 각도가  $45^\circ$ 인 경우 모드 II 변형률 속도 세기 계수비가 최대값이고 작용 각도  $45^\circ$ 에 대해 모드 II 변형률 속도 세기 계수비 분포가 대칭임을 알 수 있다. 이것은 모드 II 변형률 속도 세기 계수가 전단 응력에 의해 발생하는 성분이기 때문이다.

Fig.4는  $a$ 가 1,  $m$ 이 0.5인 경우  $L_II$ 을  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 나누어 계산된 모드 I 변형률 속도 세기 계수비를 응력 작용 각도  $\gamma$ 에 대해 작용 응력  $\sigma$ 에 따라서 나타내고 있다. Fig.4로부터 모드 I에 대한 변형률 속도 세기 계수비는 작용 응력  $\sigma$ 가 증가함에 따라 전체 영역에 걸쳐 절대값이 증가함을 알 수 있다. 이것은 변형률 속도 세기 계수가 작용 응력의  $\frac{1}{m}$ 승인  $\sigma^{\frac{1}{m}}$ 에 비례하기 때문이다.

Fig.5는  $a$ 가 1,  $m$ 이 0.5인 경우  $L_II$ 을  $\sigma\sqrt{\pi a}$ 로 나누어 계산된 모드 II 변형률 속도 세기 계수비를 응력 작용 각도  $\gamma$ 에 대해 작용 응력  $\sigma$ 에 따라서 나타내고 있다. Fig.5로부터 모드 II에 대한 변형률 속도 세기 계수비는 작용 응력  $\sigma$ 가 증가함에 따라 전체 영역에 걸쳐 증가함을 알 수 있다. 이것은 Fig.4의 경우와 동일한 이유 때문이다.

#### 4. 결 론

멱수 법칙 크릴 재료에 존재하는 직선 균열 형상의 강

체 함유물에 대한 균열 해석을 복소 유사 응력 함수를 이용하여 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 직선 균열의 강체 함유물에 대해 균열 선단 부근의 응력 분포를 대표하는 새로운 파괴역학 매개변수로서 변형률 속도 세기계수를 염밀해로 결정하였다.

(2) 변형률 속도 세기계수는 균열길이의 반의 제곱근과 작용 응력  $\sigma$ 에 대해  $\sigma^{\frac{1}{m}}$ (여기서  $m$ 은 변형률 속도 경화 지수이다.)에 비례한다.

(3) 응력 작용 각도가 증가할수록 직선 균열 형상의 강체 함유물에 대해 모드 I 변형률 속도 세기 계수는 증가한다. 또한 응력 작용 각도가  $45^\circ$ 에서 모드 I 변형률 속도 세기 계수비는 0이며 작용 각도가  $45^\circ$ 이고 모드 I 변형률 속도 세기 계수비 0인 점에 대해 작용 각도에 대한 모드 I 변형률 속도 세기 계수비 분포가 대칭이다.

(4) 응력 작용 각도가 증가할수록 직선 균열 형상의 강체 함유물에 대해 모드 II 변형률 속도 세기 계수는 증가하다가 작용 각도  $45^\circ$ 를 기준으로 감소한다. 또한 응력 작용 각도가  $0^\circ$ 와  $90^\circ$ 인 경우 모드 II 변형률 속도 세기 계수비가 영이다. 응력 작용 각도가  $45^\circ$ 인 경우 모드 II 변형률 속도 세기 계수비가 최대값이고 작용 각도  $45^\circ$ 에 대해 모드 II 변형률 속도 세기 계수비 분포가 대칭이다.

#### 후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성 평가 연구센터의 연구비지원으로 이루어진 것으로써 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

#### 참 고 문 헌

- Hoff, N. J., "Approximate Analysis of Structures in the Presence of Moderately Large Creep Deformations," Quart. Appl. Math., Vol.12, pp. 49-55, 1954.
- Rozenblum, V. I., "Approximate Equations of Creep of Thin Shells," J. Appl. Math. Mech., Vol. 17, pp. 217-225, 1963.
- Spence, J., "Creep Analysis of Smooth Curved Pipes under In-Plane Bending," J. Mech. Eng. Sci., Vol. 15, pp. 252-265, 1973.
- Mukherjee, S., "Time-Dependent Inelastic

- Deformation of Metals by Boundary Element Methods," *Developments in Boundary Element Methods-II*, Banerjee, P. K. and Shaw, R.P.(eds.), Applied Science Publishers, Barking, Essex, UK, pp. 111-142, 1982.
5. Lee, Y.S. and Gong, H., "Application of Complex Variables and Pseudo-Stress Function to Power Law Materials and Stress Analysis of Single Rigid Inclusion in Power-Law Materials Subjected to Simple Tension and Pure Shear," *Int. J. of Mech. Sci.*, Vol.29, pp. 669-694, 1987.
6. Viswanathan, R., "Damage Mechanisms and Life Assessment of High-Temperature Components," ASM International, Metals Park, Ohio, 1989.
7. Landes, J.D. and Begley, J. A., "A Fracture Mechanics Approach to Creep Crack Growth," *Mechanics of Crack Growth, STP 590*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 128-148, 1976.
8. Saxena, A., "Evaluation of  $C^*$  for the Characterization of Creep-Crack-Growth Behavior in 304 Stainless Steel," *Fracture Mechanics: Twelfth Conference, STP 700*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 131-135, 1980.
9. Smith, D. J. and Webster, G. A., "Estimates of the  $C^*$  Parameter for Crack Growth in Creeping Materials," *Inelastic Crack Analysis, Vol.1 of Elastic Plastic Fracture: Second Symposium, STP 803*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. I654-I674, 1983.
10. Ohji, K., Ogura, K., Kubo, S. and Katada, Y., "The Application of Modified J Integral to Creep Crack Growth," *Engineering Aspects of Creep, Vol. 2*, Institute of Mechanical Engineers, London, pp. 9-16, 1980.
11. Ehlers, R and Riedel, H., "A Finite Element Analysis of Creep Deformation in A Specimen Containing a Macroscopic Crack," in *Advances in Fracture Research, Proceedings, Fifth International Conference on Fracture, Cannes, France, Vol. 2*, Francois, D. et al., Ed., Pergamon Press, pp. 691-698, 1981.
12. Saxena, A., "Creep Crack Growth under Non-Steady-State Conditions," *Fracture Mechanics: Seventeenth Volume, STP 905*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 185-201, 1986.
13. 이강용과 김종성, "크릴 재료의 균열 형상 강체 함유물에 대한 새로운 파괴역학 매개변수 개발," *대한기계학회 논문집*, 제 21권, 제 12호, pp. 2165-2171, 1997.
14. 이강용과 김종성, "복소 유사 응력 함수에 의한 타원 강체 함유물을 내포하는 크릴 재료의 응력 해석," *대한기계학회 논문집*, 제 22권, 제 2호, pp. 408-415, 1998.
15. Muskhelishvili, N.I., *Some Basic Problems of the Mathematical Theory of Elasticity*, Noordhoff International Publishing, 1954.
16. 이강용과 김종성, "균열 형상의 강체 함유물을 포함하는 무한체에 대한 균열 선단 부근의 응력분포와 응력세기계수," *대한기계학회 논문집*, 제22권, 제3호, pp. 680-683, 1998.