논문 한국정밀공학회지 제15권 제6호 (1998년6월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 15. No. 6. June. 1998.

발사체 직접식 유도법의 유도성능 분석

최 재 원*

Performance Analysis of an Explicit Guidance Scheme for a Launch Vehicle

Jae Weon Choi*

ABSTRACT

In this paper, a fuel minimizing closed loop explicit inertial guidance algorithm for orbit injection of a rocket is developed. In the formulation, the fuel burning rate and magnitude of thrust are assumed constant. The motion of rocket is assumed to be subject to the average inverse-square gravity, but negligible effects from atmosphere. The optimum thrust angle to obtain a given velocity vector in the shortest time with minimizing fuel consumption is first determined, and then the additive thrust angle for targeting the final position vector is determined by using Pontryagin's maximum principle. To establish real time processing, many algorithms of onboard guidance software are simplified.

The explicit guidance algorithm is simulated on the 2nd-stage flight of the N-1 rocket developed in Japan. The results show that the explicit guidance algorithm works well in the presence of the maximum ±10 % initial velocity and altitude errors, and exhibits better performance than the open-loop program guidance. The effects of the guidance cycle time are also examined.

Key Words : Explicit Guidance Scheme(직접식 유도법), Launch Vehicle(발사체), Pontryagin's Maximum Principle(Pontryagin의 최대원리)

1. 서 론

발사체의 주요 유도 기능은, 발사체의 자세 방향을 적절히 조작하여 발사체의 진행 방향을 제어하고, 엔진의 연소시간을 조절하여 발사체의 속도를 제어함으로써 위성체를 목적하는 궤도에 진입시키는 것이다. 발사체 유도방식은 크게 프로그램 유도방식 또는 개루프 유도방식과 폐루프 유도방식으로 나눌 수 있다. 프로그램 유도방식은 미리 프로그램된 순서에 따라 발사체의 자세 방향을 변경하고, 발사체를 예정된 비행경로를 따라 비행시켜 목표지점에 가까워진 부근에서, 발사체의 동체축 방향의 속도 증분이 미리 결정된 값에 도달하면 엔진의 연소를 정지시키는 일련의 과정을 통하여 발사체를 유도하는 방식이다. 그러나, 이 방식은 발사체의 비행중에 발생하는 예기치

* 부산대학교 공과대학 기계공학부 및 기계기술연구소, 정회원

못한 외적 변동 요인들에 의해 비행경로가 기준 경로로부터 벗어나는 경우에는 임무 수행을 실패로 이끌 수 있다. 또한, 이 방식은 유도제어기의 구성이 간단하고 저렴하나, 모든 초기조건에 대하여 개루프 최적 유도지령을 계산해야 하는 전형적인 비선형 두점경계치문제(nonlinear two-point boundary value problem)가 되어 사실상 실시간 처리가 불가능하여 유도시스템으로서는 치명적인 단점을 안고 있다.[1]-[3] 한편, 폐루프 유도방식은 발사체의 현재위치 및 속도 등을 검출하고, 목적하는 궤적 상태와의 관계로부터 요구되는 유도지령을 구하는 방식이다. 실제로 발사체에 적용되는 유도방식은 앞에서 언급한 프로그램 방식과 이의 단점을 보완하기 위한 폐루프 방식을 병용하여 궤도 정밀도를 향상시키고 있다.

또 다른 분류 방법으로는, 유도계의 하드웨어 및 소프트웨어 시스템의 차이에 따라 전파유도와 관성유도로 분류된다. 전파 유도방식은 항법장치로서 지상레이다를 이용하고, 레이다에 의해 발사체의 항법데이타를 취득하여 그 데이타를 근거로 유도지령 장치가 있는 지상의 컴퓨터에 의해 비행경로 수정용의 유도지령을 산출하고 재차 레이다에 의해 유도지령을 항체로 전달하여 유도하는 방식으로 폐루프 유도의 일종이다. 그러나 지상 컴퓨터로부터 생성되는 유도지령은 레이다 전파가 도달할 수 있는 범위로 한정되기 때문에 유도 가능 영역이 좁고 일반적으로는 관성유도 방식보다 유도 정밀도가 나쁘며, 비행경로의 선택에 있어서도 자유도가 적다.[4]-[6] 반면에, 관성유도 방식은 항법장치와 유도지령 장치가 발사체에 탑재되어 있어서 항체 스스로 자립하여 유도하는 방식이다. 이 방식은 프로그램 및 폐루프 유도를 하나의 장치로 수행하기 때문에 장치의 고장은 임무 실패에 직접적으로 영향을 미칠 수 있다. 그러나 지상 시설과의 관련이 없으므로 시스템 구성이 단순하며 유도 가능 영역이 넓고 유도 정밀도도 높으며, 임무수행에 있어서도 융통성이 뛰어나다.

또한, 유도지령을 계산하는 알고리즘에 따라 직접식(explicit)과 간접식(implicit) 방식으로 구분할 수 있다. 직접식 유도방식은 현재의 발사체의 상태로부터 목표로 하는 상태로 발사체를 직접 유도하는 방식으로, 현시점 및 목표지점에서의 위치 및 속도벡터등을 경계조건으로 하고 특정 평가함수를 만족하는 최적 유도지령을 두점경계치문제를 풀어서 구하게 된다. 이 방식은 비행전(preflight) 계산이 불필요하며 임무 적응성도 뛰어나다. 반면, 간접식 유도방식은 미리 예정하고 있는 비행경로를 따라 항체를 유도하는 방식으로 통상 섭동법(perturbation)에 의해 기준궤도 부근에서 운동방정식을 선형화하여, 간단하게 구성된 알고리즘과 미리 설정된 비행경로 수정용의 감도(sensitivity) 계수로부터 유도방정식의 해를 구하는 방식인데, 비행 경로상의 큰 오차가 발생할 경우 시스템이 발산할 우려가 있으며, 다양한 임무의 수행이나 임무의 변경에 따른 유도시스템의 적응 능력도 결여되어 있다.[2],[7]

발사체의 궤적 및 유도시스템에 관한 연구로는, 실용위성 및 과학위성급에 대하여 개루프 개념의 지구정지궤도 및 극궤도 진입을 위한 발사궤적에 대한 연구[8],[9]가 수행된 바 있으며, 참고문헌(3)에서는 섭동식 유도법의 기준궤도로 사용할 수 있는 개루프 개념의 최적 발사 궤적을 Pontryagin의 최대원리를 적용하여 오프라인(off-line)으로 구한 후, 일본의 과학위성 발사체인 M-3H-3에 적용하여 유도시스템의 성능을 고찰하였다. 참고문헌(10)-(18)에서는 발사체의 유도성능을 향상시키기 위한 다양한 기법들이 시도되었다. 이러한 폐루프 유도법들은 실시간 처리를 필요로 하는 유도시스템의 특성상 가능한 한 시스템을 간단하게 하여 유도지령을 계산하게 된다.[2],[3],[7],[10]-[18] 즉, 추력(thrust) 및 연료분사율을 일정하게 가정하고 중력가속도도 간단히 계산하며, 강체 발사체를 질량중심에 대하여 점질량(point mass)으로 보고 유도지령을 계산하게 된다.

본 논문에서는, 발사체의 유도 가능 영역이 넓고 임의의 임무에도 적응성을 발휘할 수 있는 온라인(on-line) 유도법인 폐루프 직접식 관성유도법을 최소연료소모의 관점에서 유도한 후, 일본의 실용발사체중 하나인 N-1발사체의 제 2단 비행 구간에 적용하여 먼저, 유도지령각의 계산 시간 간격에 따른 유도성능을 분석하고 다음으로, 2단 주엔진 점화시에 최대 ±10 %의 초기 유도오차를 개루프의 프로그램 유도법 및 본 논문의 직접식 유도법에 허용했을 때의 유도성능을 비교 분석한다. 본 논문에서의 접근법은 기존의 최적 속도제어 문제만을 다룬[7] 방법과는 달리, Pontryagin의 최대원리를 적용하여 연료소모를 최소화하면서 동시에 목표점에서의 고도 및 속도오차 최소화 문제를 각각 분리하여 최적 위치제어 및 최적 속도제어 문제로 나누어 각각의 문제에 대한 최적 해를 구하여 종합하는 방법을 택하고 있다. 또한, 유도 알고리즘에서는 유도지령 계산에 따르는 유도 정밀도 뿐만 아니라, 계산에 소요되는 시간도 중요하기 때문에 실시간 처리를 위하여 유도 정밀도를 해치지 않는 범위에서 유도 알고리즘을 최대한 단순하게 처리한다.

2. 발사체 운동방정식 및 최적 유도지령각

본 장에서는, 직접식 유도법(explicit guidance)을 적용하는 외기권에서 발사체 운동방정식을 기술하고, 이로부터 최소연료소모의 관점에서 Pontryagin의 최대원리를 적용한 피치 및 요의 최적 유도지령각을 계산한다. 또한, 이를 위하여 도입한 좌표계에 대해서도 간략하게 기술한다.

2.1 좌표계[2),(11),(19)]

유도방정식을 기술하고 유도지령각을 편리하게 산출하기 위하여 동체좌표계(body frame), 지면축좌표계(earth-fixed frame), 관성좌표계 외에 Fig. 1에서 보는 바와 같이 항법좌표계(navigation frame: N-frame)와 유도좌표계(guidance frame: G-frame)를 도입한다. 항법좌표계는 위성궤도면과 발사지점의 원점을 통과하는 자오선과의 교점에 원점을 설정하고, 위성궤도면내의 진행방향을 X_N 축, 지구중심의 반대 방향을 Z_N 축 그리고 오른손 법칙을 이루도록 Y_N 축을 정의한다. 그리고 유도좌표계는 유도목표점(ν_T, λ_T)에 원점을 설정하고, 항체의 진행방향을 X_G축으로 설정하고, Y_G및 Z_G축은 항법좌표계에서와 같은 방법으로 정의된다. 이때, ν_T는 그리니치 자오선으로부터 측정된 경도이고, X_G 축의 방향은 자오선의 북방으로부터 측정된 경로방위각(σ_g)으로 결정된다. 그리고 그림에서 i는 궤도경사각을 나타내고 있다.

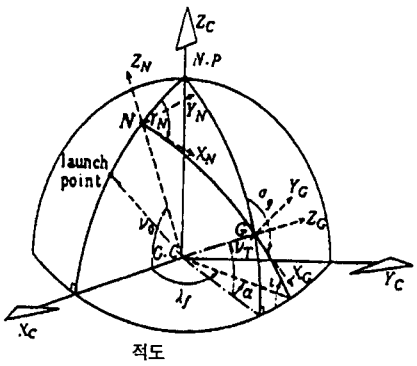

Fig. 1 Coordinate Systems

2.2 유도좌표계에서의 발사체 운동방정식[10),(11)]

대기 및 기타 불확실한 미지의 외란이 작용하는 영역에서의 직접식 폐루프 유도는 발사체의 구조상의 문제, 운동방정식의 복잡성, 외란의 불확실성등의 원인으로 유도방정식의 해를 구하기가 어렵다. 이러한 이유로 직접식 폐루프 유도는 공기력이 무시될 수 있는 고도 이상에서 적용되는 것이 일반적[7),(10)-(12),(18)] 이므로 본 논문에서도 이러한 영역에 대하여 운동방정식 및 유도방정식을 도출한다. 또한 추력 및 연료분사율은 일정하다고 가정한다. 그리고 발사체의 동역학을 유도하기 위하여 유도좌표계를 관성고정좌표계로 설정한다(이하 하첨자 f로 표기한다).

이러한 가정하에서 발사체의 운동방정식을 기술하면 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}_f &= \frac{F}{m}\cdot\cos\beta\cdot\cos\alpha - g_{fx}(r,\ \varphi,\ \phi) \\ \ddot{y}_f &= \frac{F}{m}\cdot\cos\beta\cdot\sin\alpha - g_{fy}(r,\ \varphi,\ \phi) \\ \ddot{z}_f &= \frac{F}{m}\cdot\sin\beta \qquad\quad - g_{fz}(r,\ \varphi,\ \phi) \end{aligned}\right\} \qquad (2.2-1)$$

여기서, m 및 F는 각각 발사체의 질량 및 추력을 나타내고 아래첨자 f는 유도좌표계를 표시하며, α와 β는 각각 다음의 Fig. 2에 도시한 바와 같이 유도좌표계에서 본 피치(pitch) 및 요(yaw) 추력벡터(thrust vector) 방향을 나타낸다. r 은 지구중심에서 발사체의 중력중심까지의 거리이며, ϕ와 φ는 각각 발사체의 현시점에서의 경도 및 위도값이다. 식 (2.2-1)의 비선형성을 감소시키기 위하여 중력가속도를 다음과 같이 현시점 및 목표 지점에서의 값을 평균하여 사용한다.

$$\bar{g}_f = \left(\frac{1}{2}\right)\cdot(g_f + g_{fT}) \qquad (2.2-2)$$

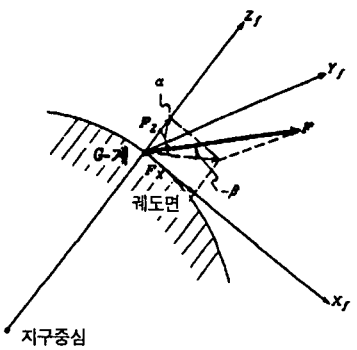

Fig. 2 Guidance Frame

2.3 최적 유도지령각

2.3.1 최적 속도제어

본 절에서는 최소 연료소모의 관점에서 최적 유도지령각을 구하게 되는데, 이 문제는 결국 최적 속도벡터의 제어문제가 되며, 최적 유도지령각은 속도벡터의 함수로 표시되게 된다. 최적 유도지령각을 계산하기 위하여 먼저 발사체 운동방정식 (2.2-1)을 다음의 관계를 이용하여 재구성한다.

$$\frac{F}{m}=\frac{F}{\dot{m}}\cdot\left\{\frac{\dot{m}}{m_o-\dot{m}t}\right\}=V_{ex}\frac{1}{(\tau-t)} \qquad (2.3-1)$$

여기서, m_0는 발사체의 초기 질량이며, τ는 초기 질량(m_0 : kg)을 연료분사율($\dot{m}$:kg/sec)로 나누어 준 값(즉, $\frac{m_0}{\dot{m}}$: sec)이다. 그리고, V_{ex}는 연료분사속도($\frac{F}{\dot{m}}$: m/sec)를 나타낸다. 이제, 식 (2.2-1)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x}_f&=\frac{V_{ex}}{(\tau-t)}\cdot\cos\beta\cdot\cos\alpha-\bar{g}_{fx}\\ \ddot{y}_f&=\frac{V_{ex}}{(\tau-t)}\cdot\cos\beta\cdot\sin\alpha-\bar{g}_{fy}\\ \ddot{z}_f&=\frac{V_{ex}}{(\tau-t)}\cdot\sin\beta\qquad-\bar{g}_{fz}\end{aligned}\right] \qquad (2.3-2)$$

그리고, 앞절에서 언급한 가정들로부터 일정한 추력을 가진 발사체의 연료최소제어는 연료연소시간을 최단으로 하는 문제와 같게 된다. 즉, 최단시간 제어문제로 바꾸어 생각할 수 있으므로 성능지표를 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$J_1=\int_0^T dt \qquad (2.3-3)$$

식 (2.3-3)으로 주어지는 성능지표를 최소화하는 추력각, 즉 최적 피치 및 요 추력각을 Pontryagin의 최대원리[20]를 적용하여 구하기 위하여 먼저, 식 (2.3-2)를 다음과 같이 상태방정식 형태로 변환시킨다.

$$\left.\begin{aligned}\dot{x}_1&=\frac{V_{ex}}{(\tau-x_4)}\cdot u_3\cdot u_1-\bar{g}_{fx}\\ \dot{x}_2&=\frac{V_{ex}}{(\tau-x_4)}\cdot u_3\cdot u_2-\bar{g}_{fy}\\ \dot{x}_3&=\frac{V_{ex}}{(\tau-x_4)}\cdot u_4\qquad-\bar{g}_{fz}\\ \dot{x}_4&=1\end{aligned}\right]$$

여기서 각 상태변수들 및 입력변수들은 다음과 같이 정의되었다.

$$x_1=\dot{x}_f,\quad x_2=\dot{y}_f,\quad x_3=\dot{z}_f,\quad x_4=t$$
$$u_1=\cos\alpha,\quad u_2=\sin\alpha,\quad u_3=\cos\beta,\quad u_4=\sin\beta,$$
$$u_1^2+u_2^2=1,\quad u_3^2+u_4^2=1$$

이제, Hamiltonian을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}H_1&=\sum_{i=1}^{4}p_i(t)\ \dot{x}_i+p_5\dot{J}_1\\&=p_1\{\frac{V_{ex}}{(\tau-x_4)}u_3u_1-\bar{g}_{fx}\}+p_2\{\frac{V_{ex}}{(\tau-x_4)}u_3u_2-\bar{g}_{fy}\}\\&\quad+p_3\{\frac{V_{ex}}{(\tau-x_4)}u_4-\bar{g}_{fz}\}+p_4\cdot1+(-1)\cdot1\end{aligned}$$

여기서, p_i는 동상태변수(costate) 또는 Lagrangian 승수(Lagrangian multipliers)로 다음의 식으로부터 구해진다.

$$\dot{p}_i=-\frac{\partial H_1}{\partial x_i},\quad i=1,\cdots,4$$

그리고 위의 동상태변수의 종단조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}&p_i(t)=p_i(x_4)=p_i(T),\ i=1,\cdots,3\\&p_4(t)=p_4(x_4)\\&\quad=Q\{p_1(T)u_1u_3+p_2(T)u_2u_3+p_3(T)u_4\}+p_4(T)\end{aligned}$$

여기서, $Q=V_{ex}\left(\frac{1}{\tau-T}-\frac{1}{\tau-x_4}\right)$.위에서 구한 Hamiltonoan 식과 u_i에 대한 조건들 및 종단조건들로부터 최적의 피치 ($u_1^*=\cos\alpha_0$) 및 요 ($u_3^*=\cos\beta_0$)추력각은 다음 식을 이용하여 구해진다.

$$\frac{\partial H}{\partial u_i}=0$$

최종적으로 이와 같이 구한 u_1^*, u_3^*로부터 최적 추력각

α_0 와 β_0 를 계산하면 다음과 같이 주어진다.

$$\alpha_0 = \tan^{-1}\frac{(\Delta V_{fx} + \bar{g}_{fx}T)}{(\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz}T)} \qquad (2.3-4)$$

$$\beta_0 = -\tan^{-1}\frac{(\Delta V_{fy} + \bar{g}_{fy}T)}{\{(\Delta V_{fx} + \bar{g}_{fx}T)^2 + (\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz}T)^2\}^{1/2}}$$

여기서, T는 현시점에서 추력중단시간(cutoff)까지의 시간이고, ΔV_{fx}, ΔV_{fy} 및 ΔV_{fz}는 유도좌표계에서 T초 동안 추력에 의해 얻어지는 각 축 방향의 속도증분 성분을 나타낸다.

2.3.2 최적 위치제어

추력이 일정한 로케트의 소비연료 최소제어는 식 (2.3-4)에서도 알 수 있듯이 결국은 속도벡터 제어 문제이다. 따라서, 이러한 속도벡터 제어만으로는 일반적으로 목표지점에서의 위치조건을 만족시킨다는 보장을 할 수 없다. 따라서, 목표지점에서의 속도 및 위치조건을 동시에 만족시키는 정밀도가 높은 유도를 수행하기 위해서는 연료를 부가적으로 더 소비하더라도 위치조건까지 만족시킬 필요가 있다. 따라서, 본 논문에서는 앞에서 구한 α_0, β_0에 각각, 보정량 $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ 를 부가하여 이를 최소화함으로써 위치조건도 만족시키도록 한다. 이를 새로운 변수 α 와 β 를 사용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha \qquad (2.3-5)$$
$$\beta = \beta_0 + \Delta\beta$$

단, $\Delta\alpha << 1$, $\Delta\beta << 1$ 의 조건을 만족한다고 가정한다. 이제, 식 (2.3-5)를 식 (2.2-1)에 대입하고 $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$ 의 2차 이상의 고차항을 생략하고 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\left.\begin{aligned}
\ddot{x}_f &= \frac{V_{ex}}{(\tau - t)}\cdot\{\cos\alpha_0\cdot\cos\beta_0 - \Delta\alpha\cdot\sin\alpha_0\cdot\cos\beta_0 - \Delta\beta\cdot\cos\alpha_0\cdot\sin\beta_0\} - \bar{g}_{fx}\\
\ddot{y}_f &= \frac{V_{ex}}{(\tau - t)}\cdot\{\sin\alpha_0\cdot\cos\beta_0 + \Delta\alpha\cdot\cos\alpha_0\cdot\cos\beta_0 - \Delta\beta\cdot\sin\alpha_0\cdot\sin\beta_0\} - \bar{g}_{fy}\\
\ddot{z}_f &= \frac{V_{ex}}{(\tau - t)}\cdot\{\sin\beta_0 + \Delta\beta\cdot\cos\beta_0\} - \bar{g}_{fz}
\end{aligned}\right\} \qquad (2.3-6)$$

단, $\sin\Delta\alpha \approx \Delta\alpha$, $\cos\Delta\alpha \approx 1$, $\sin\Delta\beta \approx \Delta\beta$, $\cos\Delta\beta \approx 1$ 이라 가정한다.

앞절에서와 같은 방법으로 목표지점에서의 속도 및 위치조건까지 고려한 운동방정식 (2.3-6)에 대하여 추가로 성능지표를 다음과 같이 설정한다.

$$J_2 = \int_0^{T'}(\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2)dt \qquad (2.3-7)$$

여기서 T'는 $T + \delta T$의 개념으로 앞절의 속도조건뿐만 아니라 본 절에서 다루고 있는 위치조건까지 만족시키는데 소요되는 시간을 포함한 전체 소요 시간을 의미한다.

2.3.1절에서와 같은 방법으로 식 (2.3-6) 및 (2.3-7)에 대하여 다시 Pontryagin의 최대원리를 적용하면, 다음의 최적 위치제어량을 얻을 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\alpha^* &= (H_Z - B\cdot H_Y/A^*)\cdot W_F/W_E\\
\Delta\beta^* &= W_F\cdot A\cdot H_Y/(W_E\cdot A^*)
\end{aligned}\right\} \qquad (2.3-8)$$

여기서,

$$W_E = -A_t\cdot V_{ex}^2(Q_2\cdot P_1 + Q_1\cdot P_2)/(2P_2)$$

$$W_F = \frac{V_{ex}}{2}\left\{\frac{1}{\tau - T_e} + \frac{P_1}{P_2}(1 - \xi\cdot\log\xi)\right\}$$

$$A_t = A/(A^*\cdot B^*)$$

$$H_Z = (R_{fTz} - R_{fz}) - V_{fz}\cdot T_e + W_1 - W_3/(A^*\cdot B^*)$$

$$H_Y = (R_{fTy} - R_{fy}) - V_{fy}\cdot T_e + W_2 - W_3\cdot B/B^*)$$

$$W_0 = \frac{1}{2}T_e^2$$

$$W_1 = W_0\cdot\bar{g}_z$$

$$W_2 = W_0\cdot\bar{g}_y$$

$$W_3 = \{(T_e - \xi)\cdot\log\xi + T_e\}\cdot V_{ex}$$

$$\xi = \tau/(\tau - T_e)$$

$$\eta = T_e/\tau$$

$$P_1 = (2\xi - 2 - \log\xi)/\tau$$

$$P_2 = 2\xi - \frac{1}{2}\cdot(2 + \log\xi)^2$$

$$Q_1 = (3 - \eta)\cdot\log\xi - 3\eta$$

$$Q_2 = (3\eta - 5)\cdot\log\xi + 5\eta + \frac{1}{2}(\eta - 1)\cdot(\log\xi)^2\}\tau$$

$$A^* = (A^2 + 1)^{1/2}$$

$$B^* = (B^2 + 1)^{1/2}$$

$$A = \frac{\left|\Delta V_{fx} + \bar{g}_{fx}T_e\right|}{\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz}T_e}$$

$$B = \frac{-(\Delta V_{fy} + \bar{g}_{fy}T_e)}{\{(\Delta V_{fx} + \bar{g}_{fx}T_e)^2 + (\Delta V_{fz} + \bar{g}_{fz}T_e)^2\}^{1/2}}$$

$$T_e = T$$

그리고 $(R_{fTy} - R_{fy})$ 및 $(R_{fTz} - R_{fz})$는 각각 G-좌표계에서의 y 및 z 방향의 현시점에서의 위치오차를 나타낸다.

따라서, 최종적으로 유도좌표계에서 발사체에 전달되는 피치 및 요 방향의 최적 추력각은 식 (2.3-4)및 식 (2.3-8)로부터 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\left.\begin{aligned}\alpha_{pitch} &= \alpha_0 + \Delta\alpha^* \\ \beta_{yaw} &= \beta_0 + \Delta\beta^*\end{aligned}\right] \qquad (2.3-9)$$

2.3.3 연료연소시간 T의 결정

연료연소시간 T는 현시점으로부터 추력중단(cutoff)까지의 시간으로 정의된다. 이 값은, 현시점에서의 속도값과 목표지점에서 요구되는 속도값과의 속도오차에 중력손실을 보상한 값은 바로 발사체의 추력에 의한 속도 증분으로 상쇄되어야 하므로 이러한 사실로부터 구할 수 있다. 즉, 추력에 의한 속도 증분을 ΔV_r 이라 하면, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\Delta V_r &= \int_0^T \frac{F}{m} dt \\ &= \int_0^T \frac{V_{ex}}{\tau - t} dt \\ &= V_{ex} \log(\frac{\tau}{\tau - T})\end{aligned} \qquad (2.3-10)$$

또한, 목표 속도에 도달하기 위하여 필요한 속도증분을 δV라고 하면, 이 값은 다음 식으로부터 구해진다.

$$\delta V = \{\delta V_x^2 + \delta V_y^2 + \delta V_z^2\}^{1/2} \qquad (2.3-11)$$

단,

$$\begin{aligned}\delta V_x &= \Delta V_{fx} - \bar{g}_{fx} T \\ \delta V_y &= \Delta V_{fy} - \bar{g}_{fy} T \\ \delta V_z &= \Delta V_{fz} - \bar{g}_{fz} T\end{aligned}$$

따라서, 식 (2.3-10)과 (2.3-11)로부터 T를 구할 수 있게 되는데, 이를 해석적으로 구하는 것은 어려우므로 다음과 같은 근사 해법을 이용하면 간편하게 구할 수 있다.

$$T = T' + \delta T \qquad (2.3-12)$$

여기서, T' 는 T의 제 0차 근사치이며 δT는 보정량이다. 이제 δT의 고차항을 무시하면, 식 (2.3-10)은 다음과 같이 근사화된다.

$$\Delta V_r = C_1 + C_2 \delta T \qquad (2.3-13)$$

여기서,

$$\begin{aligned}C_1 &= -V_{ex} \log(1 - \frac{T_e'}{\tau}) \\ C_2 &= V_{ex} / (\tau - T_e')\end{aligned}$$

따라서, 식 (2.3-11)과 (2.3-13)가 서로 같아야 되므로, 이 두 식으로부터 δT를 구하면 다음과 같다.

$$\delta T = \{-D_2 \pm (D_2^2 - D_1 D_3)^{1/2}\} / D_1 \qquad (2.3-14)$$

여기서,

$$\begin{aligned}D_1 &= C_2^2 - \bar{g}^2 \\ D_2 &= C_1 C_2 + \bar{g}_{fx}(\Delta V_{fx} - \bar{g}_{fx} T_e') + \bar{g}_{fy}(\Delta V_{fy} - \bar{g}_{fy} T_e') + \bar{g}_{fz}(\Delta V_{fz} - \bar{g}_{fz} T_e') \\ D_3 &= C_1^2 - (\Delta V_{fx} - \bar{g}_{fx} T_e')^2 - (\Delta V_{fy} - \bar{g}_{fy} T_e')^2 - (\Delta V_{fz} - \bar{g}_{fz} T_e')^2\end{aligned}$$

2.3.4 유도지령각의 동체좌표계로의 변환

앞절에서 구한 최적 유도지령각은 모두 유도좌표계에서 구해진 것이므로 이 유도지령각을 발사체에 구현시키기 위해서는 동체좌표계에서의 값으로 변환해 주어야 한다. 그런데 α, β 는 모두 스칼라량이므로 다음과 같이 유도좌표계에서의 단위 유도벡터 성분으로 표시하여 좌표변환을 행한다.

$$\begin{bmatrix} R_G \\ P_G \\ Y_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta \cdot \sin\alpha \\ \cos\beta \cdot \cos\alpha \\ \sin\beta \end{bmatrix} \qquad (2.3-15)$$

이것을 동체좌표계에서의 성분으로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} R_B \\ P_B \\ Y_B \end{bmatrix} = T_{BG} \begin{bmatrix} R_G \\ P_G \\ Y_G \end{bmatrix} \qquad (2.3-16)$$

여기서, T_{BG}는 G-좌표계에서 B-좌표계로의 좌표변환행렬을 나타낸다. 좌표변환행렬에 대한 자세한 기술은 참고문헌 (19)를 참조하기 바란다.

3. 시뮬레이션 및 결과 분석

3.1 시뮬레이션 환경

본 논문에서는 시뮬레이션 대상 모델로 일본의 실용위성용 발사체인 N-1발사체를 선택하고, 일본의 다네가시마를 발사 지점으로 하여 시뮬레이션을 수행한다. 본 논문의 직접식 유도방식은 외기권에서 적용될 수 있으므로, 외기권을 비행하게 되는 2단 동력 비행구간에 대하여 본 유도법을 적용한다. 이때, 유도계산을 위한 초기 및 목표지점의 고도, 속도 등의 요구조건은, 6자유도 강체운동 발사체의 궤적해석용 프로그램(SNU6D)[19]을 이용하여, 프로그램유도 방식으로 구한다. 발사체의 비행은 Table 1에 나타낸 이벤트 순서(event sequence)를 따른다. 2단 점화시의 고도 및 속도 초기값은 각각 150 km와 4.4 km/sec정도이며, 방위각은 약 86 deg정도이다. 위도 및 경도는 각각 30.4 deg, 133.5 deg 정도이다. 목표지점에서 요구되는 조건은, 고도가 약 400 km, 속도는 6.8 km/sec, 방위각(σ_g)은 약 92.2 deg이며, 위도 및 경도는 각각 30.4 deg와 144.5 deg이다. 시뮬레이션을 위한 흐름도가 Fig. 3에 도시되어 있다.

유도 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여, 우선 적분간격과 유도지령 계산간격에 따른 목표지점에서의 유도오

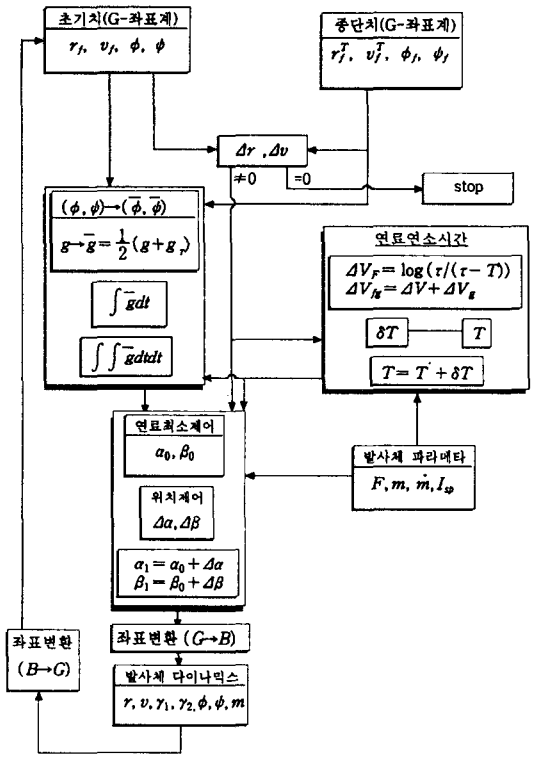

Fig. 3 Flowchart for Simulation

Table 1 Event Sequence

시간(sec)	이벤트(Events)
0.00	제1단 주 엔진, SIB, 버어니어 엔진 점화
7.33	피치프로그램(No.1) 개시
38.19	SOB 연소종료
40.00	피치프로그램(No.1) 종료
40.33	피치프로그램(No.2) 개시
60.00	피치프로그램(No.2) 종료
60.33	피치프로그램(No.3) 개시
80.00	SOB 분리
85.00	피치프로그램(No.3) 종료
85.33	피치프로그램(No.4) 개시
208.00	피치프로그램(No.4) 종료
218.513	제1단 주 엔진 연소종료(MECO)
219.513	제1단 주 엔진 잔류추력 연소종료
224.513	버어니어엔진 연소종료(VECO)
226.013	제1단 분리
228.013	제2단 주 엔진 점화(콜-가스제트 가제어상태) 제2단 유도프로그램 개시(직접식 관성유도)
242.513	페어링덮개(fairing cover) 제거
461.970	제2단 주 엔진 연소종료(SECO)

차를 분석하여 유도 정밀도를 해치지 않는 범위에서 적절한 계산시간 간격을 구해낸 후, 이값을 사용하여 미지의 외란 등의 영향으로 항체가 1단 연소 구간중 기준궤도로부터 벗어나, 폐루프의 직접식 유도법이 적용되는 2단 연소 구간의 초기 유도오차로 작용하게 되는 경우에 대해서 유도오차를 고찰하고, 이를 같은 조건을 적용한 개루프의 프로그램 유도의 경우에 대해서도 유도오차를 계산하여 폐루프의 직접식 유도법의 유도오차와 비교한다. 또한, 유도 알고리즘의 성능을 평가하기 위하여, 2장에서 언급한 바와 같이 목표지점에 대한 속도조건만 부과하는 경우와 위치조건까지도 동시에 부과하는 경우에 대하여 각각 유도오차를 분석해 봄으로써 본 논문의 유도 알고리즘의 성능을 평가한다.

3.2 유도 알고리즘의 성능 평가 결과

본 논문에서 제시한 유도 알고리즘의 성능 평가는 첫째, 목표지점에서의 위치 및 속도에 관한 유도오차를 고찰해 봄으로써 유도시스템의 기본적인 성능을 평가하고

둘째, 유도지령각의 계산시간 간격(Δt_G)이 유도오차에 미치는 영향을 살펴보며, 마지막으로 미지의 외란 등의 영향으로 항체가 1단 연소 구간중 기준궤도로부터 벗어나, 페루프 유도법이 적용되는 2단 연소 구간의 초기 유도오차로 작용하게 되는 경우에 대하여, 최대 ±10%의 초기오차를 허용하여 유도 기능이 잘 동작하는지를 프로그램 유도 및 직접식 유도법에 대하여 유도 성능을 고찰해 본다.

먼저, 발사체의 운동방정식을 푸는 적분간격을 10 msec로부터 50 msec까지 변화시켜가며 시뮬레이션을 수행해 본 결과, 계산 속도와 계산의 정밀도를 고려하여 25 msec가 가장 적절하였다. Fig. 4의 a), b)는 유도지령 계산 간격을 적분간격의 10배인 0.25 sec로 설정하고, 유도지령 계산시에 속도조건만 부과한 경우(velocity only)와 목표지점에서의 속도조건과 위치조건을 동시에 부과한 경우(velocity & altitude)에 대하여, 고도 및 속도오차 추이를 서로 비교한 것이다. Fig. 4의 a), b)에서 알 수 있듯이 속도조건만을 부과한 경우, 목표지점의 조건인 고도 약 400 km, 속도 약 6.8 km/sec에 대하여 고도오차는 약 10.6 km, 속도오차는 약 23 m/sec였으며, 위치조건까지 고려한 경우의 고도오차는 약 9.8 km, 속도오차는 약 24.7 m/sec였다. 속도조건만을 고려한 경우에 비해 속도오차는 약간 증가하고 고도오차는 감소했는데, 이것은 목표속도 최적화에 사용되는 연료 일부를 고도조건을 만족시키기 위해 사용한 때문이다. Fig. 4의 c), d)는 각각 위도 및 경도 추이를 앞의 두 조건에 대해 비교한 것이다. 목표지점에서의 위도오차는 약 0.0067 deg, 경도오차는 약 0.0047 deg 정도의 위치오차가 발생하였다. 이러한 위치 및 속도오차는 약 10초 내외의 짧은 시간 동안 비행하게 되는 미사일의 경우와는 달리 발사체의 경우는 2단 연소종료후 약 200초 동안 행해지는 관성비행중 지상으로부터의 전파유도등으로 충분히 보상될 수 있는 범위의 오차이다.

다음은 유도지령의 계산시간 간격(Δt_G)에 따른 목표지

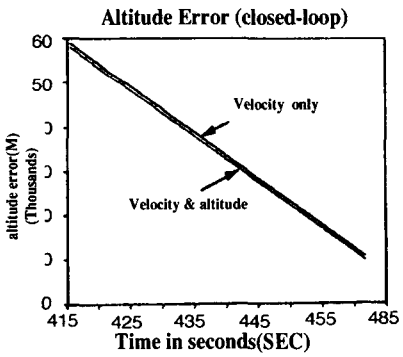

Fig. 4 a) Altitude Error Comparison

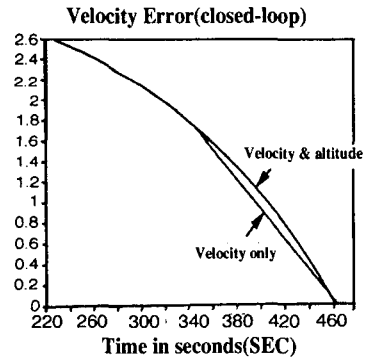

Fig. 4 b) Velocity Error Comparison

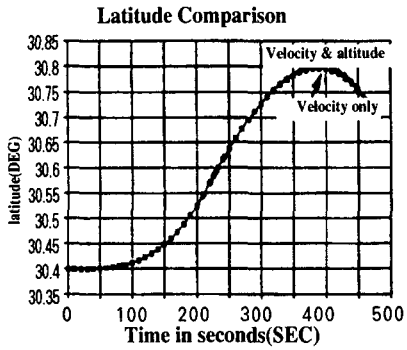

Fig. 4 c) Latitude Comparison

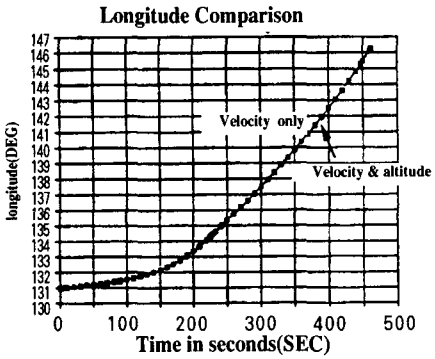

Fig. 4 d) Longitude Comparison

Table 2 Guidance Error w.r.t. Δt_G

Δt_G (sec)	0.125	0.25	1.25	3.75	6.25	7.5
ΔV (m/sec)	31.873	24.715	6.917	82.741	88.817	114.086
ΔH (m)	9786.0	9815.2	11010.5	11409.7	13409.8	14737.1

Table 3 Guidance Error w.r.t. Initial Guidance Error

항목	초기유도오차(t= 228.013 sec)						
	기준	-10%	-5%	-3%	+3%	+5%	+10%
목표고도 (km)	398.8	-	-	-	-	-	-
고도오차 (km)	-	-9.81516	-9.81514	-9.81508	9.81527	9.81531	9.81544
목표속도 (m/s)	6774.4	-	-	-	-	-	-
속도오차 (m/s)	-	-24.715	-24.715	-24.714	24.716	24.716	24.717

점에서의 고도 및 속도오차를 살펴보았다. 속도 및 위치 조건을 동시에 고려한 경우에 대하여, Δt_G를 0.125 sec 부터 7.5 sec에 이르는 6가지 경우에 대해 시뮬레이션을 수행하여 그 결과를 Table 2에 나타내었다. 표에서 보듯이 적분간격의 50배인 1.25 sec정도까지는 고도 및 속도 오차는 비교적 작은 값이며, 다른 경우는 오차가 상대적으로 다소 큰 값이므로 Δt_G는 1.25 sec이하의 값으로 적당히 선택하면 되는데, 속도 및 고도오차의 유도 정밀도를 동시에 고려하여 본 논문에서는 0.25 sec로 선택하여 시뮬레이션을 수행하였다.

마지막으로, 발사체의 제1단 비행구간인 프로그램 유도 구간 동안 대기권 비행중의 여러 불확실한 외란에 의하여 유도오차가 발생하게 되면, 이는 제2단 유도의 초기 유도 오차로 작용하게 된다. 따라서, 본 논문에서는 이러한 제 2단 유도구간의 초기 유도오차값으로 고도 및 속도값에 ±3%, ±5%, ±10%까지 허용하여, 2단 유도 방식으로 폐루프의 직접식 유도를 사용했을 때의 목표지점에서의 유도오차를 Table 3에 나타내었다. 이 경우, 공히 속도 및 위치조건을 동시에 고려하였으며 Δt_G는 0.25 sec로 설정하여 시뮬레이션을 수행한 결과이다. 모든 경우 근소한 차이가 있지만 유도 초기치에 오차가 없는 경우와 비슷한 오차 범위를 보이므로, 본 논문의 폐루프 직접식 유도 알고리즘이 견실하게 동작하고 있음을 알 수 있다. 또한, 초기 유도오차 발생시 폐루프 유도법이 개루프의 프로그램 유도법보다 우수한 성능을 보이는 것을 입증하기 위하여, 초기 유도오차에 따르는 개루프 및 폐루프 유도법의 성능을 고찰하였다. 개루프의 프로그램 유도법을 적용한 경우의 목표 지점에서의 고도오차는 약 63 km 정도이고, 속도오차는 약 165 m/sec 정도로 나타났는데, 이는 폐루프 유도법을 적용한 경우보다 고도오차는 약 6.5배, 속도오차는 약 6.7배 정도 더 큰 오차를 보이는 수치다. 따라서, 폐루프 유도법이 개루프 경우보다 견실한 성능을 보임을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 발사체의 유도 가능 영역이 넓고 임의의 임무에도 적응성을 발휘할 수 있는 온라인(on-line) 유도법인 폐루프 직접식 관성유도법을 최소연료소모의 관점에서 구성한 후, N-1발사체의 제 2단 비행 구간에 적용하여, 유도지령각의 계산 간격 및 직접식 유도법이 적용되는 시점의 누적된 초기 유도 오차에 따른 유도 성능을 분석하였다. 또한, 초기 유도오차 발생시 폐루프 유도법이 개루프의 프로그램 유도법보다 우수한 성능을 보이는 것을 시뮬레이션을 통하여 입증하였다.

직접식 유도법의 성능 분석 결과, 목표지점에서의 고도 및 속도오차는 2단 유도의 측면에서 보면 무시할만한 범위내이며, 실시간 처리가 가능한 범위내에서 충분한 계산 정밀도를 갖고 있다. 또한, 불확실한 외란 등의 영향을 고려한 유도 초기 시점에서의 고도 및 속도에 최대±10 %의 오차가 발생하더라도 초기 오차가 없는 경우와 거의 같은 정도의 성공적인 유도 기능을 발휘하였다. 그리고, 개루프의 프로그램 및 폐루프의 직접식 유도법의 유도 성능을 초기 유도오차에 따른 목표지점에서의 유도오차로서 비교하였는데, 두 경우 모두 10 %의 초기 유도오차를 허용하였을 때 직접식 유도법이 프로그램 유도법보다 고도오차는 약 6.5배, 속도오차는 약 6.7배 정도 더 좋은 성능을 보였다. 또한, 목표지점에서의 요구속도에만 조건을 부과한 경우와 위치 요구조건까지도 동시에 고려한 경우에 대해서도 시뮬레이션을 수행하여, 위치 요구조건의 부가로 고도 오차가 개선됨을 확인하였다.

향후 이와 관련한 연구로는, 폐루프 유도법으로 구한 유도지령이 발사체의 자세 안정에 미치는 영향 및 발사체의 잔류추력이 유도오차에 미치는 영향에 대한 분석이 필요하며, 완전한 관성유도시스템을 구성하기 위하여 스트랩다운 관성항법장치와의 결합을 위한 연구등이 필요할 것으로 생각된다.

참 고 문 헌

1. 최재원, "위성발사체 유도제어시스템," 제어 · 자동화 · 시스템공학회지, 제3권, 제2호, pp. 26-33, 1997년.
2. 최재원, 윤용중, 이장규, "직접식 관성유도시스템의 성능 분석," 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 419-424, 1991년.
3. 이승현, 최재원, 이장규, "과학위성 발사체의 최적 기준궤적 해석," 한국항공우주학회지, 제20권, 제1호, pp. 27-38, 1992년.
4. 石谷 久, 前田行雄, 玉木康子, "電波誘導方式(I)," 東京大學宇宙航空研究所報告, 第8卷, 第3號 (A), 1972年 7月.
5. 石谷 久, 馬場康子, 前田行雄, "電波誘導方式(II)," 東京大學宇宙航空研究所報告, 第9卷, 第4號 (A), 1973年 10月.
6. 齊藤成文, "電波誘導システム(總論)," 東京大學宇宙航空研究所報告, 第12卷, 第1號 (B), 1976年 3月.
7. G. E. Townsend, A. S. Abbott, and R. R. Palmer, Guidance, "Flight Mechanics and Trajectory Optimization," Volume Ⅷ- Boost Guidance Equations, NASA CR-1007.
8. 최재원, 이장규, 이달호, "위성발사체의 발사궤적 해석," 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 614-619, 1988년.
9. 최재원, 이장규, 이승현, "유도제어시스템을 포함한 과학위성 M-3H-3의 발사궤적 해석," 한국자동제어학술회의 논문집, pp. 59-64, 1989년.
10. 大坪孔治, "三次元準最適直接式誘導法," 日本航空宇宙技術研究所報告, TR-258, 1972年 1月.
11. 大坪孔治, 小口美津夫, 新田慶治, 森 英彦, "ストラップダウン方式を用した慣性誘導システム - 搭載ソフトウェアシステムとその評價-," 日本航空宇宙技術研究所報告, TR-775, 1983年 8月.
12. D. C. Chandler, I. E. Smith, "Development of the Iterative Guidance Mode with Its Application to Various Vehicles and Missions," Journal of Spacecraft, Vol. 4, No. 7, pp. 898-903, July 1967.
13. D. T. Martin, R. F. Sievers, R. M. O'Brien and A. F. Rice, "Saturn V Guidance, Navigation, and Targeting," Journal of Spacecraft, Vol. 4, No. 7, pp. 891-897, July 1967.
14. M. Seetharama Bhat, Shashi K. Shrivastava, "An Optimal Q-Guidance Scheme for Satellite Launch Vehicles," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 10, No. 1, pp. 53-60, January-February 1987.
15. H. J. Horn, D. C. Chandler, and V. L. Buckelew, "Iterative Guidance Applied to Generalized Missions," Journal of Spacecraft, Vol. 6, No. 1, pp. 4-8, January 1969.
16. P. R. Schultz, R. V. Soufl, and C. Grubin, "A Boost Guidance Scheme for Following a Given Trajectory and Satisfying Injection Constraints," Journal of Spacecraft, Vol. 3, No. 8, pp. 1209-1215, August 1966.
17. J. L. Tylee, J. W. Hardtla, "Adaptive Guidance for Future Launch Vehicles," AIAA paper 88-4124-CP, pp. 609-617, 1988.
18. M. E. Hough, "Explicit Guidance Along an Optimal Space Curve," AIAA paper 88-4297-CP, pp. 620-626, 1988.
19. 이장규, 최재원 외, "위성발사체 유도제어시스템에 대한 연구," 최종연구보고서, 과학기술처, 1988년 7월.
20. A. E. Bryson, Y. C. Ho, "Applied Optimal Control," Hemisphere Publishing Co., 1975.