

이 연구는 1995년도 한국과학재단 연구비 지원(과제번호 95-0200-09-02-3)에 의한 결과임.

강인한 이산관측기 설계

허건수*, 김상진**

Robust Discrete-Time Observer Design

Kun-Soo Huh*, Sang-Jin Kim**

ABSTRACT

The authors have shown that the performance of discrete-time observer-based monitoring systems can be represented by the performance index $\kappa_2(P)$ (condition number of the eigensystem P of the observer matrix in terms of L_2 norm). The observers with the minimized performance index can be defined as robust observers in the sense that the observer performance can be guaranteed in harsh environments. In this paper, based on the performance index, a design methodology for the robust discrete-time observer is developed. Similar to the continuous-time case, the methodology determines the structure and eigenvalues of the observer matrix simultaneously. A complete design procedure is given for single-output case and is illustrated with a spindle-driver example. The simulation results demonstrate the improved performance compared with a traditional pole-placement observer technique.

Key Words : Discrete-time Observer (이산 관측기), robustness (강인성), Performance Index (성능 지표)

Nomenclature

Φ, Γ, H	: Discrete-time plant model		
L	: Observer gain		matrix P in terms of the L_1 norm definition
p_1	: Right eigenvector with respect to the dominant eigenvalue	$\kappa_2(P)$: The condition number of the eigenvector matrix P in terms of the L_2 norm definition
q_1	: Left eigenvector with respect to the dominant eigenvalue	$\kappa_2(\Phi - LH - I)$: The condition number of the matrix $(\Phi - LH - I)$ in terms of the L_2 norm definition
P	: eigenvector matrix		
S	: Scaling matrix		
$\kappa_1(P)$: The condition number of the eigenvector		

* 한양대학교 정밀기계공학과
 ** LG그룹 생기 연구센터

1. 서론

일반적으로 사용되고 있는 Luenberger 형태의 확정적 이산관측기들⁽¹⁾은 시스템 섭동이 있거나 측정 오차가 있는 경우 종종 과도 상태와 정상상태에서 큰 오차를 발생시킨다. 이러한 큰 오차를 갖는 이산관측기들이 실제 기계 감지(machine monitoring) 시스템이나 제어시스템에 적용될 경우 거짓 경보나 제어 성능 감소를 가져올 수 있다⁽²⁾. 이와 같은 성능 감소의 요인으로는 먼저 요구되는 추정수렴속도를 만족하는 대표 극점을 정하고 나머지 극점들을 적당한 위치에 두는 설계방법을 들 수 있다. 이 단점을 해결하는 많은 연구가 있었으며 우선 모델링 오차와 측정 오차의 noise 모델을 토대로 최적 설계되는 Kalman filter⁽³⁾을 들 수 있다. 그리고 오차 발생 요인의 보다 체계적인 연구를 위하여 Huh and Stein⁽⁴⁾과 허건수와 김상진⁽⁵⁾은 각각 연속시간과 이산시간영역에서 확정적 관측기(deterministic observer)의 성능에 나쁜 영향을 미치는 ill-conditioning 요소들을 정의하고 각각의 요소들의 영향을 정량화 하는 성능지표들을 결정하였다. 또 이 성능지표들로부터 관측기의 전체 성능을 나타내는 하나의 주지표를 결정하기 위하여 행렬 노음의 성질을 이용하였다. 그리고 Huh and Stein⁽⁶⁾은 연속시간 영역에서 이렇게 결정된 주지표를 토대로 ill-conditioning 요소들에 대하여 민감하지 않은 강인한 성능을 가진 Well-conditioned 관측기를 설계할 수 있음을 보여 주었다. 본 논문에서는 허건수와 김상진⁽⁵⁾에서 결정된 이산시간영역에서의 주지표를 이용하여 연속시간에서와 마찬가지로 이산시간영역에서도 ill-conditioning 요소들에 민감치 않은 강인한 이산관측기를 설계하고자 한다.

2. 연구 배경

관측기 설계의 주된 목표는 요구되는 수렴속도에서 추정 오차를 신속하게 감소시키고 플랜트의 섭동이나 측정 오차에 강인하게 상태변수들을 추정하는 것이다. 따라서 관측기 설계기술은 주로 과도 상태와 정상상태에서의 오차 거동에 많은 노력을 기울여 왔다.

과도상태에서의 관측기 오차 거동은 페루프 제어시스템의 극점배치/안정화 문제로 대응될 수 있으며 이에 대한 많은 연구가 이루어져 왔다⁽⁷⁾⁻⁽¹⁴⁾. 정상상태에서의 관측기 오차 거동 연구는 플랜트 섭동이 있을 때의 강인한 제어기 설계와 유사하나 상태 추정 오차가 실제로 얼마인지

모른다는 점에서 차이가 있다. 부분적으로 기계섭동이 어떤 분리된 형태로 일어나거나 특정한 구조를 갖는 경우, 이 섭동의 영향이 상태 추정 오차에 미치는 영향을 최소화하는 연구가 진행된 바 있다⁽¹⁵⁾⁻⁽¹⁷⁾.

따라서 보다 일반적인 형태의 플랜트 섭동이나 측정 오차가 발생하는 경우의 강인한 관측기 성능, 즉 오차를 줄이고 정확도를 확보할 수 있는 새로운 방법이 요구되었고 이에 허건수와 김상진⁽⁵⁾은 이산시간에서 관측기의 과도 상태와 정상상태에서의 추정 오차의 강인성 정도를 정량화 하는 성능지표를 구하였다. 이 성능지표를 토대로 본 연구에서는 강인한 이산관측기의 설계방법을 제시하고자 하며 이 관측기는 플랜트가 이산시간모델로 주어지는 경우나 컴퓨터를 이용한 실시간 상태 추정시에 잘 적용될 것으로 예상된다.

3. 이산관측기에 대한 성능지표와 주지표

다음의 선형 이산 상태공간 방정식이 플랜트에 대한 모델이고 관측가능(observable)하다고 하자.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) &= Hx(k) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$, $y \in R^q$, 그리고 $u \in R^m$ 이다. 이 경우 확정적 이산관측기는 다음식으로 나타내어지며

$$\hat{x}(k+1) = (\Phi - LH)\hat{x}(k) + \Gamma u(k) + Ly(k) \quad (2)$$

여기서 $\hat{x} \in R^n$ 은 상태추정변수이다. 이산관측기가 서로 다른 고유값을 갖는다고 하면 이산관측기의 고유시스템은 다음과 같이 표현된다.

$$(\Phi - LH)P = M_0 P \quad (3)$$

여기서 $M_0 = \text{diag}[\mu_1 \ \mu_2 \ \mu_3 \ \dots \ \mu_n]$: 고유값 행렬
 $P = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ \dots \ p_n]$: 정규화된 고유벡터행렬

이때, 이산관측기의 오차 거동을 나타내는 성능평가요소들과 이 요소들을 정량적으로 나타내는 성능지표를 그리고 또 이 지표들을 지배하는 주지표가 본 저자들에게 의해 연구되었으며 요약하면 다음 Table 1과 같다⁽⁵⁾.

그러나 결정된 주지표인 $\kappa_2(P)$ 는 관측기 계인의 양함수(explicit function)로 표현되지 않을 뿐만 아니라 계

Table 1. Performance Indices for the Discrete-time Observer

성능평가요소	성능지표
초기추정상태값에 대한 과도상태 추정오차 형상의 민감도	$\kappa_2(\Phi - LH - I)$
과도상태의 최대 오차 크기와 과도상태의 적분 오차	$\kappa_1(P)$
라운드 오프 오차에 대한 고유값 민감도	$\frac{1}{\min_i \rho_i }$
플랜트 섭동과 입력력 센싱 편차에 대한 정상상태의 정확도 강인성	$\kappa_2(\Phi - LH - I)$
주지표 : $\kappa_2(P)$	

인값의 변화에 따라 급격하게 변하게 되므로 이 지표를 최소화하는 계인값을 직접 구하기가 힘들게 된다. 따라서 본 연구에서는 연속시간영역에서 연구된 결과⁽⁶⁾를 이용하여 주지표가 작은 값을 갖는 행렬 형태 즉 well-conditioned 행렬이 관측기 행렬에 실현되도록 관측기 설계를 하고자 한다.

4. Well-Conditioned 행렬의 정의와 특성

이산관측기행렬, $\Phi_1 (= \Phi - LH)$ 은 다음식과 같이 Schur form으로 나타낼 수 있다.

$$W^H \Phi_1 W = M_0 + N \tag{4}$$

여기서 W 는 일원행렬(unitary matrix), M_0 는 대각선 요소에 고유값들을 갖는 대각행렬(diagonal matrix)이고 N 은 상삼각-비대각 행렬(upper-triangular off-diagonal matrix)로서 본 논문에서는 비정규행렬(non-normallity matrix)이라 부른다. Well-conditioned 행렬을 정의함에 있어서 사용된 관계식은 고유벡터 행렬의 condition number $\kappa_2(P)$ 가 다음의 η 에 대한 단조 증가함수로 표현되는 상한값⁽¹⁸⁾을 가진다는 것이다.

$$\eta = \frac{\|N\|_F}{\min_{i \neq j} |\mu_i - \mu_j|} \tag{5}$$

여기서 아래 첨자 F 는 프로베니우스 노름(Frobenius norm)을 나타내며 분자에 있는 비정규행렬의 노름을 작게 하고 분모에 있는 고유값의 차이를 크게 하면 작은 η 값을 얻을 수 있고 따라서 condition number $\kappa_2(P)$ 의 값도 작게 할 수 있다. 이렇게 작은 condition number $\kappa_2(P)$ 를 갖는 행렬을 well-conditioned 행렬이라고 정의하고 따라서 well-conditioned 이산관측기 설계는 비

정규 행렬의 노름의 최소화 과정과 이산관측기의 고유값을 가능한 멀리 배치하는 과정으로 나뉘어 질 수 있다. 비정규행렬 N 의 프로베니우스 노름을 감소시키기 위해서는 행렬 Φ_1 의 비대각요소들을 의대칭(skew-symmetric)이나 대칭에 최대한 가깝게 만들면 된다고 연구된 바 있다⁽⁶⁾. 그리고 적절한 고유값 분리는 단일 출력일 경우 근계적법을 사용하여 고유값들 간의 최소차를 극대화시킴으로써 이루어 질 수 있다. 다음 5장에서는 단일 출력 plant의 경우 관측기의 비대각 행렬이 의대칭에 가깝게 되도록 관측기를 설계하는 방법을 제시하고 있으며 다중 출력의 경우는 현재 연구 중에 있다.

5. 강인한 이산관측기 설계 방법

이산관측기의 성능을 나타내는 주지표가 연속시간에서와 같은 수학적식을 가지므로 이 주지표를 최소화하는 방법은 연속시간에서의 설계방법⁽⁶⁾을 참조하여 다음과 같이 개발되었다.

먼저 시스템의 출력벡터가 다음과 같다고 가정한다.

$$H = [1:O^T] \tag{6}$$

위식에서 O 는 $(n-1) \times 1$ 인 영벡터이다. 또한 시스템행렬 Φ 는 다음과 같이 네 개의 블록으로 나눌 수 있다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \dots & \phi_{1,n} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \dots & \phi_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \dots & \phi_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \tag{7}$$

이 경우에 이산 관측기행렬이 $\Phi - LH$ 로 표현되므로 식(6)에 의하면 Φ_{12} 과 Φ_{22} 의 요소들은 이산관측기 계인에 의해 전혀 영향을 받지 않고 Φ_{11} 과 Φ_{21} 만이 이산관측기 계인에 의해 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 따라서 Φ_{12} 와 Φ_{21} 이 의대칭 관계로 변환되도록 이산관측기 계인을 선택하는 것은 가능하나 Φ_{22} 는 이산관측기 계인에 의해 변하지 않으므로 자체가 의대칭이 아니면 의대칭행렬이 될 수가 없다. 이를 해결하기 위한 하나의 대응책으로 다음과 같은 스케일링 변환식을 도입한다.

$$\Phi' = S^{-1} \Phi S \tag{8}$$

여기서 S 는 스케일링 행렬(scaling matrix)로서 다음과 같이 정의된다.

$$S = \text{Diag}[s_1, s_2, \dots, s_n], \quad s_i \neq 0 \text{ for } i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

식(8)의 스케일링 관계식을 식(1)에 적용하면 입력과 출력은 변하지 않고 다음 식

$$\begin{aligned} x'(k+1) &= \Phi'x'(k) + \Gamma'u(k) \\ y(k) &= H'x'(k) \end{aligned} \quad (10)$$

과 같이 표현되는데 여기서 $x'(k) = S^{-1}x(k)$, $\Gamma' = S^{-1}\Gamma$, $H' = HS$ 의 관계식을 갖는다. 그리고 식(10)에서의 Φ' 은

$$\Phi' = S^{-1}\Phi S = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi'_{1,2} & \dots & \phi'_{1,n} \\ \phi'_{2,1} & \phi_{2,2} & \dots & \phi'_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi'_{n,1} & \phi'_{n,2} & \dots & \phi_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

로 표현되는데 대각선 요소들은 식(9)의 스케일링에 의해 변하지 않고 또한 부록에서 보여지듯이 행렬 Φ 의 고유값들은 스케일링 행렬 식(9)에 의해 변하지 않게 된다. 그러나 고유벡터 행렬 P 는 $S^{-1}P$ 로 변하게 되고 따라서 condition number $\kappa_2(P)$ 도 변하게 된다.

스케일링 행렬 S 는 Φ_{22} 를 대칭 또는 비대칭으로 만드는 것이 목적이므로 비대각요소들의 크기가 같아지도록 선택되어야 한다. 따라서 행렬 S 의 마지막 $n-1$ 개의 대각선 요소는 아래의 식(13)을 이용하여 계산되고 나머지 1개의 요소는 임의로 정할 수 있다. (본 연구에서는 편의상 1로 정한다.)

$$S = \text{Diag}[1, s_2, \dots, s_n] \quad (12)$$

$$\left(\frac{s_i}{s_j} \right)^2 = \left| \frac{\phi_{ij}}{\phi_{ji}} \right| \text{ for } i, j = 2, \dots, n \text{ and } i \neq j \quad (13)$$

다음으로 이산 관측기 게인 L 에 의한 Φ_{11} 와 Φ_{12} 의 변화를 관찰하고자 한다. 먼저 이산관측기 게인을 다음과 같이 나타내면

$$L = \begin{bmatrix} l_1 \\ \vdots \\ l_2 \\ \vdots \\ l_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 \\ L_{n-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

이산 관측기 행렬은 다음과 같은 형태로 변환된다.

$$\Phi'' = \Phi' - LH = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} - l_1 & \phi'_{1,2} & \dots & \phi'_{1,n} \\ \phi'_{2,1} & \phi_{2,2} & \dots & \phi'_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi'_{n,1} & \phi'_{n,2} & \dots & \phi_{n,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi''_{11} & \Phi''_{12} \\ \Phi''_{21} & \Phi''_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

위 식에서 우선 Φ''_{11} 과 Φ''_{12} 이 서로의 대칭관계가 되도록 관측기 게인 L_{n-1} 을 선택하여야 하며 이는 다음 관계식으로부터 쉽게 구할 수 있다.

$$\phi''_{i,1} = \phi'_{i,1} - l_i = -\phi'_{i,1} \text{ for } i = 2, \dots, n \quad (16)$$

다음으로는 l_i 를 결정하여야 하는데 Φ''_{11} 이 대각선 요소이므로 비대칭이 되는 조건으로부터 구속받지 않으나 관측기의 극점이 Fig.1에서 보여지는 것과 같이 요구되는 상태 추정속도를 만족시키는 영역 Ω 내에 배치되도록 설정되어야 한다. 이를 위하여 식(16)과 같이 설계된 관측기 행렬을 다음 식과 같이 표현하면 근계적법에 의해 만족하는 l_i 값의 범위를 구할 수 있다.

$$z(k+1) = \left\{ \Phi' - \begin{bmatrix} 0 \\ L_{n-1} \end{bmatrix} H \right\} \cdot z(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (17)$$

$$w(k) = [1 : 0^T] \cdot z(k)$$

$$u(k) = -l_1 w(k)$$

여기서 θ 는 $(n-1) \times 1$ 인 영벡터이다. 식(17)을 이용하여 근계적을 그리고 원하는 추정 속도를 만족하는 이산관측기 게인 l_i 의 집합 Ψ 를 다음과 같이 구할 수 있으며

$$\Psi = \{l_i | l_i < l_1 < l_u\} \quad (18)$$

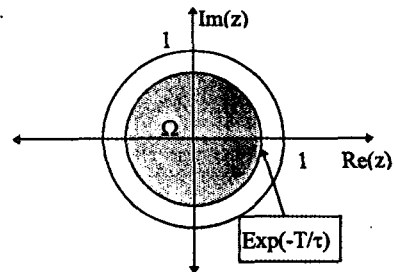


Fig. 1. The region for the desired observer poles
 T : Sampling period
 τ : Convergence time constant

여기서 l_1 와 l_2 는 계인의 최소값과 최대값을 각각 의미하며 이 범위 내에서 l_1 을 선택할 때는 식(5)의 우측 항의 분모 즉 극점들 사이의 최소 간격이 최대가 되도록 한다.

이상 설계된 이산관측기는 식(5)의 η 값이 작게 되고 따라서 이산관측기의 성능을 나타내는 주지표인 condition number가 작게 되어 강인한 이산관측기가 된다. 제안된 강인한 이산관측기의 성능은 다음 장의 예제를 통하여 검증하도록 한다.

6. 예 제

본 논문에서는 허건수와 김상진⁽⁵⁾에서 사용되었던 스핀들 드라이브 예제에 대하여 제안된 이산관측기를 설계하고 일반적인 Luenberger 이산관측기와 성능을 비교할 것이다. 이 스핀들 드라이브의 이산화된 모델식은 식(1)과 같이 나타낼 수 있으며 그 행렬들은 다음과 같이 구해진다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0.7856 & 0.1782 & 0.4079 & -0.8753 \\ -0.1336 & 0.5905 & -0.0262 & 0.1082 \\ 0.5099 & 0.0437 & -0.2697 & 2.5822 \\ 0.1094 & 0.0180 & -0.2582 & -0.4138 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\Gamma = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0.1012 \\ 0.7810 \\ 0.0121 \\ 0.0074 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

식(13)을 이용하여 스케일링 행렬을 구하고, 스케일링된 시스템 식(11)은 다음과 같이 구해진다.

$$S = \text{Diag}[1 \ 1 \ 1.2915 \ 0.4048]$$

$$\Phi' = \begin{bmatrix} \Phi'_{11} & \Phi'_{12} \\ \Phi'_{21} & \Phi'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7865 & 0.1782 & 0.5268 & -0.3575 \\ -0.1336 & 0.5905 & -0.0338 & 0.0442 \\ 0.3948 & 0.0338 & -0.2697 & 0.8165 \\ 0.2697 & 0.0441 & -0.8165 & -0.4138 \end{bmatrix}$$

윗 식에서 보듯이 Φ'_{22} 의 비대각요소들이 의대칭에 가깝게 설계되었으며 다음으로 Φ'_{12} 와 Φ'_{21} 이 의대칭관계가 되도록 이산관측기 계인의 아래 블록을 식(16)을 이용하여 결정하였다.

$$L_{n-1} = \begin{bmatrix} 0.0446 \\ 0.9216 \\ -0.0896 \end{bmatrix}$$

이상 결정된 관측기행렬 식(15)는 다음과 같이 구해진다.

$$\Phi'' = \begin{bmatrix} 0.7865 - l_1 & 0.1782 & 0.5268 & -0.3575 \\ -0.1782 & 0.5905 & -0.0338 & 0.0442 \\ -0.5268 & 0.0338 & -0.2697 & 0.8165 \\ 0.3575 & 0.0441 & -0.8165 & -0.4138 \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서 요구되는 상태추정 수렴속도(settling time < 0.1초)를 만족시키는 영역 Ω 내에 모든 극점들을 배치하기 위해 Fig.2와 같이 식(20)의 근궤적을 그리고 이를 만족하는 l_1 의 범위를 구하면 다음과 같다.

$$\psi = \{l_1 | -0.5497 \leq l_1 \leq 0.0975\}$$

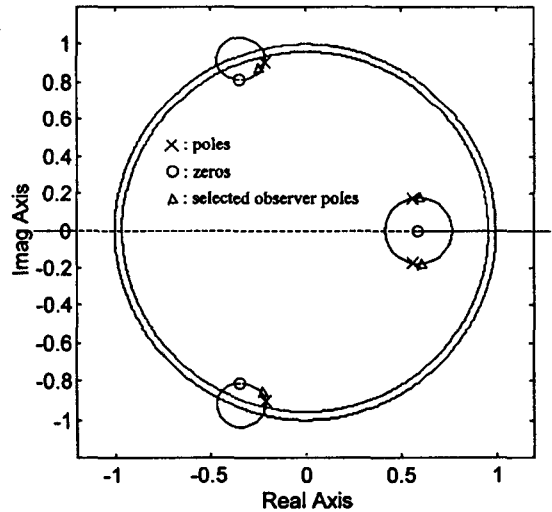


Fig. 2 Root-locus with respect to the observer gain l_1

위 범위 내에서 이산관측기의 주지표를 최소화하기 위해 최소 극점간 거리를 최대화하는 l_1 의 값을 구하면 다음과 같다

$$l_1 = -0.1292$$

이때 최종적으로 결정된 이산관측기의 고유값과 이 설계된 관측기의 주지표값은 다음과 같다.

Designed Eigenvalue: $\{-0.2155 \pm j0.8922$

$0.6268 \pm j0.1752\}$

Main Performance Index: $\kappa_2(P) = 2.3065$

이상 설계된 강인한 이산관측기의 성능을 검토하기 위하여 Luenberger 관측기의 성능과 비교하였다. Luenberger 이산관측기는 요구되는 상태수렴속도를 만족하도록 실수축상에 관측기 극점을 $[0.96 \ 0.95 \ 0.94 \ 0.93]$ 과 같이 선정하고 극점배치(pole-placement) 방법으로 관측기 게인(gain)을 구하였다. 이때 결정된 게인은 $L = [-3.0865 \ 0.254742871 \ 9.02095417 \ -1.95082028]^T$ 이며 이와 같이 자릿수가 많아야 되는 것은 극점배치가 수치오차에 매우 민감하기 때문이다. 이렇게 설계된 Luenberger 관측기는 Table 2에서 보인 바와 같이 주 지표에 있어서 매우 큰 값을 가지며 따라서 본 연구에서 제안된 이산관측기에 비해 과도상태 및 정상상태에서 매우 민감한 성능을 보일 것으로 예상된다. 시뮬레이션 결과 과도상태에 있어서 Luenberger 관측기는 초기조건 설정에 따라 매우 민감하게 변함을 보였으나 본 연구에서 제안된 관측기는 초기조건 설정에 관계없이 일정하게 수렴함을 보이고 한 예가 Fig.3에 나타나있다. 그리고 스펜들 드라이브의 점성감쇠계수가 초기상태의 반으로 감소되는 플랜트 섭동이 일어났을 때 정상상태의 추정오차의 크기가 Table 2에 비교되어 있다. 제안된 이산관측기가 Luenberger 관측기보다 매우 우수한 성능을 나타내고 있으며 이때의 \hat{x}_3 에 대한 추정오차가 Fig.4에 도시되어 있다. 그리고 입력이나 출력의 측정시 발생할 수 있는 정적편차(static bias)에 대해서도 본 관측기가 매우 강인함이 Table 2에 비교되어 있다.

Table 2. Performance comparison of the Luenberger observer and the well-conditioned observer

성능 지표	Luenberger 이산관측기	well-conditioned 관측기
$\kappa_2(P)$	5.0662×10^4	2.3065
$\kappa_2(\Phi - LH - I)$	4.7448×10^6	5.8178
과도상태의 최대 추정오차 $\ e(k)\ $	6.5331×10^2	0.2880
과도상태의 적분 추정오차 $\sum_{k=0}^{\infty} \ e(k)\ $	5.4076×10^4	2.8174
리운드 오프 오차 (10^{-9})에 의한 극점배치에서의 오차: $ \mu_1 - \mu_2 $	6.5910×10^{-2}	2.0125×10^{-10}
정상상태 오차: $\frac{\ F_{\text{obs}}\ }{\ F_{\text{ref}}\ } \times 100\%$		
a. 모델링 오차가 있는 경우	1.4980×10^2	1.0319
b. 2% 입력 센싱편차가 있는 경우	9.0944×10^4	0.8737
c. 2% 출력 센싱편차가 있는 경우	9.0944×10^4	1.5990

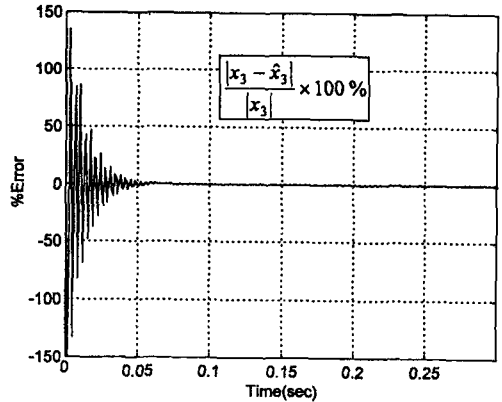


Fig. 3 Estimation error of \hat{x}_3 with the zero initial condition

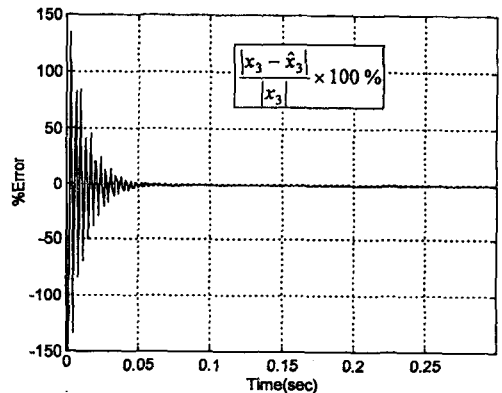


Fig. 4 Estimation error of \hat{x}_3 with a plant perturbation

7. 요약 및 결론

이산영역에서 성능의 주지표인 $\kappa_2(P)$ 를 최소화하는 강인한 관측기 설계 방법이 개발되었다. 스펜들 드라이브 에제를 통한 모의실험 결과 본 연구에서 제안된 관측기가 과도상태 및 정상상태에서 초기조건 설정이나 플랜트 섭동에 매우 강인한 성능을 보였으며, 관측기를 설치할 때의 roundoff error에도 매우 강인함을 보였다.

이상 제안된 확정적 관측기는 관측기 극점이 먼저 선정되는 것이 아니라 관측기의 게인과 극점들이 이산관측기의 성능지표를 최소화하도록 설정되어 강인성을 최대한 확보하도록 설계된다. 따라서 확률적(stochastic) 시스템에서 Kalman filter가 오차 공분산 (covariance)을 최소화하는 최적관측기라 할 때 확정적(deterministic) 시스템에서는 본 연구에서 제안한 관측기가 초기조건설

정이나 플랜트 섭동에 대한 성능주지표를 최소화하는 하나의 최적관측기로 생각될 수 있다.

참 고 문 헌

1. Luenberger, D. G., "Observers for Multivariable Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-11, pp.190-197, 1966.
2. Handsome, J., "Diagnostics Through the 80's And into the 90's," Control Engineering, Nov., pp. 124-132, 1990.
3. Kalman, R. E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problem," Trans. ASME Series D, Journal of Basic Engineering, Vol. 82, pp 35-45, 1960.
4. Huh, K. and Stein, J. L., "A Quantitative Performance Index for Observer-Based Monitoring Systems," ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 116, No.3, pp. 487-497, 1994.
5. 허건수, 김상진, "이산관측기에 근거한 감지시스템을 위한 정량적 성능지표," 한국정밀공학회지, 제12권, 제10호, pp.138-148, 1995.
6. Huh, K. and Stein, J. L., "Well-conditioned Observer Design for Observer-Based Monitoring Systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol.117, No.4, pp. 592-597, 1995.
7. Berger, W. A., Perry, R. J. and Sun, H. H., "Eigenvalue Sensitivity in Multivariable Systems," IEEE Proceedings, CH2767-2, pp. 433-436, 1989.
8. Burrows, S. P. and Patton, R. J., "Optimal Eigenstructure Assignment for Multiple Design Objectives," American Control Conference, Vol. 2, pp. 1678-1683, 1990.
9. Kautsky, J., Nichols, N. K. and van Dooren, P., "Robust Pole Assignments in Linear State Feedback," International Journal of Control, Vol. 41, No. 5, pp. 1129-1155, 1985.
10. Moore, B. C. and Klein, G., "Eigenvector Selection in the Linear Regulator Problem:

Combining Modal and Optimal Control," Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, pp. 214-245, 1976.

11. Skelton, R. E. and Wagie, D. A., "Minimal Root Sensitivity in Linear Systems," Journal of Guidance, Vol. 7, No. 5, pp. 570-574, 1984.
12. Spurgeon, S. K., "Pole Placement Extensions for Multivariable Systems-A Survey," American Control Conference, Vol. 2, pp. 1660-1665, 1990.
13. Andry, A. N. Jr., Chung J. C. and Shapiro, E. Y., "Modalized Observers," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-29, No.7, pp. 699-672, 1984
14. Sobel, K. M., Banda, S. S. and Shapiro, E. Y., "Robust Modalized Observer with Flight Control Application," Proceedings for the 27th Conference on Decision and Control, Austin, Texas, pp. 1018-1019, 1988
15. Battacharyya, S. P., "The Structure of Robust Observers," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 21, Aug., pp. 581-588, 1976
16. Galimidi, A. R. and Barmish, B. R., "Robustness of Luenberger Observers: Linear Systems Stabilized Via Nonlinear Control," American Control Conference, Vol. 2, pp. 968-974, 1984.
17. Shafai, B. and Carrol, R. L., "Design of Proportional Integral Observer for Linear Time-Varying Multivariable Systems," Proceedings of 24th Conference of Decision and Control, Ft. Lauderdale, FL., Dec., pp. 597-599.
18. Huh, K. and Stein, J. L., "A Non-normality measure of the Condition Number for Monitoring and Control," ASME Journal of Dynamic systems, Measurement and Control, Vol. 119, No.2, pp.217-222, 1997.

부 록

$$\begin{aligned} \det(sI - \Phi') &= \det(sI - S^{-1}\Phi S) \\ &= \det(S^{-1}(sI - \Phi)S) = \det(sI - \Phi) \end{aligned}$$