

변동하중시 정·동적 허용안전계수를 고려한 기계부품의 신뢰성 평가

양성모*, 감희용*, 김강희**

An Estimating Reliability of Machine Elements Subjected to Fluctuating Load Considering Static and Dynamic Allowable Safety Factors

Sung-Mo Yang*, Hee-Yong Kang*, Kang-Hee Kim**

ABSTRACT

It is common to assume identical allowable safety factors in static strength defined by mean stress and in fatigue, defined by stress amplitude. Under the load with asymmetrical cycles the safety factor is not the same. In this paper, with the consideration of unequal allowable safety factors a general method for estimating fatigue reliability of a machine element under a combined state of stress is derived based on the theory proposed by Prof. Kececioglu and a normal distribution. The calculation of fatigue reliability for limited life is discussed with example.

Key Words : Safety Factor(안전계수), Asymmetrical Cycle(비대칭 사이클) Normal Distribution(정규분포), Fatigue Reliability(피로 신뢰성)

Nomenclature

S_u : 극한강도
 S_y : 항복강도
 S_{sa} : 정적강도
 S_e : 동적강도
 K_{sm} : 정적강도수정계수
 K_{sa} : 동적강도수정계수
 S_o : 동적응력
 S_m : 정적응력
 m : 정적강도실제안전계수

a : 동적강도실제안전계수
 $[m]$: 정적강도허용안전계수
 $[a]$: 동적강도허용안전계수
 $[S_u]$: 정적안전강도
 $[S_e]$: 동적안전강도
 S_r : 안전강도
 S^* : 실제강도
 μ : 확률변수의 평균
 σ : 확률변수의 표준편차
 r : 하중특성계수
 S_m^* : $r = \infty$ 에서의 정적강도

* 전북대학교, 자동차 신기술연구소
 ** 전북대학교 대학원

- S_a^* : $r = \infty$ 에서의 동적강도
- $f_x(x)$: 변수 x 의 확률밀도함수
- P : 외부하중
- L : 등가응력
- M : 굽힘모멘트
- R : 신뢰성(%)
- $Pr(A)$: 사상(A)의 발생확률
- τ : 전단응력
- S'_c : 내구한도
- S_E : 표준시편의 시험강도
- S_{min}, S_{max} : 응력사이클의 최소, 최대값
- K^* : 조합된 강도수정계수

1. 서론

확률론적 설계는 변화가 많은 설계환경을 수학적으로 모델링하기 위해서 하중과 강도의 특성 등을 통계적인 기법을 이용하여 분석하며, 이러한 확률론적인 접근 방법을 통해서 기계요소에 대한 신뢰성을 평가할 수 있다.⁽¹⁾

신뢰성을 이용하면 설계단계에서 부품이나 시스템의 평균수명과 임의의 시점에서 시스템이 정상 가동할 확률 또는 주어진 시간 내에 시스템의 정상 가동률을 추산할 수 있다. May, Massoud.M와 Dao-Thien⁽²⁾는 신뢰성과 안전계수 사이의 밀접한 상관 관계에 대해서 논하였고, Mischker.C⁽³⁾는 안전계수와 신뢰성의 관계에서 설계계수의 확률적 분포를 고려한 신뢰성 평가 방법을 제시하였으며, Avakov.V.A⁽⁴⁾는 비대칭사이클 응력에서의 동적 허용안전계수와 정적허용안전계수의 차이점을 설명하였다.

지금까지 기계요소설계에 있어서, 안전계수(강도/응력비)를 보통 정적, 동적동일값으로 설계하여 신뢰성을 계산하고 있으며, 사용하고자 하는 기간동안 고장이 나지 않도록 하기 위해서는 안전계수를 여유있게 잡아야 하나 이것을 과다하게 잡으면 과잉품질이 되어 경제적인 문제가 따른다. 반대로 안전계수를 너무 적게 잡으면 기계요소의 수명과 안전상에 문제가 생긴다.

따라서 본 연구에서는 기계요소설계에 있어서, 일반적으로 서로 다른 정·동적허용안전계수를 이용하여⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 기계요소에 적용할 수 있는 보다 정확한 신뢰성 평가식을 제시하고자 한다. 단, 피로한도를 고려하기에 충분한 누적 사이클을 가지고 있으며, 강도와 응력에 대한 모든 변수들은 정규분포를 갖는다고 가정하여 Kececioglu 교수

가 제안한 이론을 이용⁽¹⁾하여 응력과 강도의 표준편차와 평균을 계산한다

2. 신뢰성 평가 이론

2.1 신뢰성 기초이론

잘 알려진 바와 같이 피로문제에의 계산은 일반적으로 등가응력에 의해 환산될 수 있다. Soderberg 선도는 Fig.1에서와 같다. 위 그림에서 등가응력 L_m, L_a 는 직선 $r = L_a / L_m$ 이 피로한도 응력곡선과 만나는 점점의 중, 횡좌표이다. 따라서 등가응력 $L = (L_a^2 + L_m^2)^{1/2}$ 표시할 수 있다.

응력과 강도의 불규칙변화의 성향을 포함한 신뢰성 평가를 위하여, 응력의 2차분포 $f_L(L)$ 와 강도분포 $f_S(S_m^*)$.

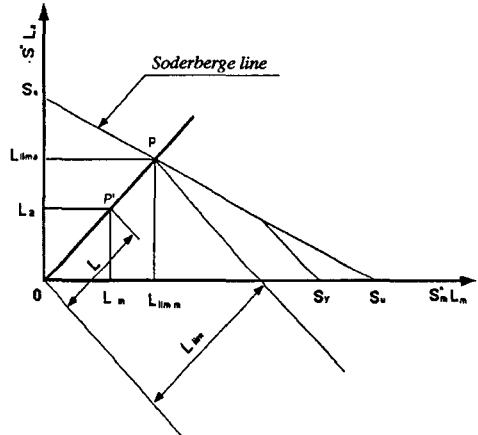


Fig. 1 Principle of fatigue calculation

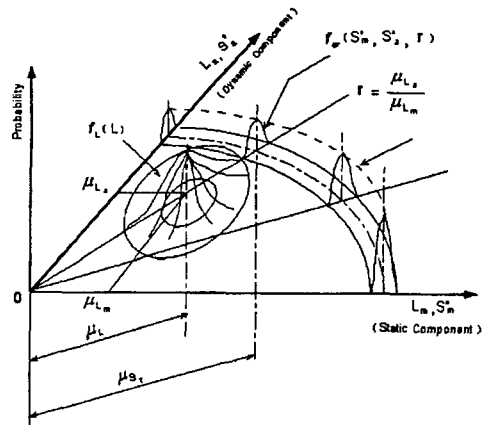


Fig. 2 Strength and stress distribution of a machine element subjected to fluctuating load

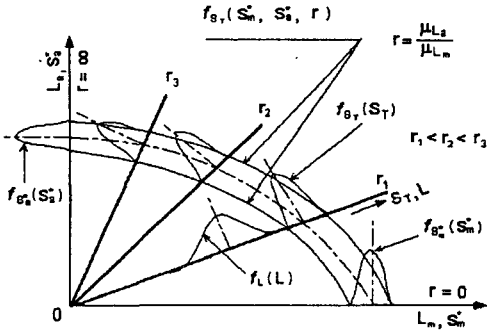


Fig. 3 Fatigue - stress distribution

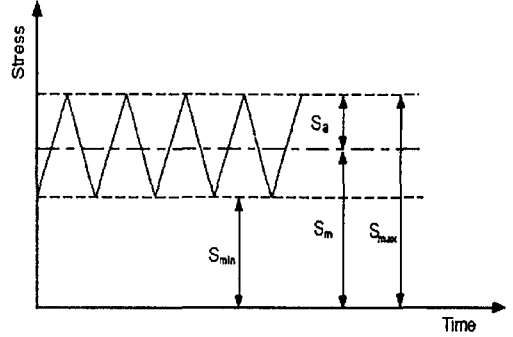


Fig. 4 Stress asymmetrical cycles

S_a^* , r)를 고려한다 (Fig.2). r 의 불규칙 변화의 영향이 작다고 가정하여, 기계요소의 신뢰성은 $r = \mu_{L_n} / \mu_{L_m}$ (Fig.3)의 하중특성선도 위에 있는 $f_{S_a}(S_a)$ 의 분포와 $f_L(L)$ 의 분포로부터 찾을 수 있다.

2. 2 강도분포와 허용안전계수

편진반복응력 사이클의 최대값에서 최소값까지의 변화는 Fig.4에 나타나 있다. 정적강도에 미치는 계수(응력집중, 과부하등)의 영향을 다음과 같이 고려한다.

$$K_{sm} = K_1 K_2 \cdots K_n \quad (0 < K_{sm} \leq 1)$$

$$S_{st} = K_{sm} \times [(S_u) \text{ 또는 } (S_y)] \quad (1)$$

윗식의 평균과 표준편차는

$$\mu_{S_{st}} = \mu_{K_1} \mu_{K_2} \cdots \mu_{K_n} \mu_{S_u} = \mu_{K_{sm}} \mu_{S_u}$$

$$\sigma_{S_{st}} = \left\{ \sigma^2_{K_1} \left(\frac{\partial S_{st}}{\partial K_1} \right)^2_{\mu} + \cdots + \sigma^2_{K_n} \left(\frac{\partial S_{st}}{\partial K_n} \right)^2_{\mu} + \sigma^2_{S_u} \left(\frac{\partial S_{st}}{\partial S_u} \right)^2_{\mu} \right\}^{1/2} \quad (2)$$

이고, 정적강도 실제안전계수(m)을 구하면 다음과 같다.⁽⁴⁾

$$m = \frac{\mu_{S_{st}}}{S_m} \quad (3)$$

안전성 있는 설계를 하기위해서는, 실제안전계수는 허용안전계수보다 커야한다. 따라서, 정적강도 실제안전계수(m)은 정적강도허용안전계수($[m]$)보다 크다.

$$m = \frac{\mu_{S_{st}}}{S_m} \geq [m] \quad (4)$$

위의 두 안전계수의 상대적인 비 a 는

$$a = \frac{m}{[m]} = \frac{\mu_{S_{st}}}{([m] S_m)} = \frac{\mu_{[S_{st}]}}{S_m} \geq 1 \quad (5)$$

이고, 정적안전강도($\mu_{[S_{st}]}$)는 다음과 같다.

$$\mu_{[S_{st}]} = \frac{\mu_{S_{st}}}{[m]} \quad (6)$$

정적강도 수정계수에서의 마찬가지로 동적강도 수정계수도 동적성분계수(응력집중, 첫수영향, 표면조도등)들의 곱으로써 정의한다.

$$K_{sa} = K'_1 K'_2 \cdots K'_n$$

$$S_e = K_{sa} \times (S'_e) \quad (0 < K_{sa} \leq 1) \quad (7)$$

윗식의 평균과 표준편차는

$$\mu_{S_e} = \mu_{K_1} \mu_{K_2} \cdots \mu_{K_n} \mu_{S'_e} = \mu_{K_{sa}} \mu_{S'_e}$$

$$\sigma_{S_e} = \left\{ \sigma^2_{K'_1} \left(\frac{\partial S_e}{\partial K'_1} \right)^2_{\mu} + \cdots + \sigma^2_{K'_n} \left(\frac{\partial S_e}{\partial K'_n} \right)^2_{\mu} + \sigma^2_{S'_e} \left(\frac{\partial S_e}{\partial S'_e} \right)^2_{\mu} \right\}^{1/2} \quad (8)$$

이다. 편진반복응력 사이클에서의 동적강도 실제안전계수(a)는⁽⁴⁾

$$a = \frac{\mu_{S_e}}{S_a} \quad (9)$$

이며, 동적강도 실제안전계수(a)은 동적강도 허용안전계

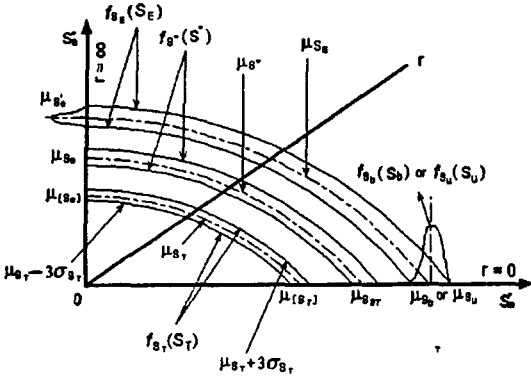


Fig. 5 Determination of strength distribution

수((a)) 보다 크다.

$$a = \frac{\mu_{S_e}}{S_a} \geq [a] \quad (10)$$

위의 두 안전계수의 상대적인 비 β 는

$$\beta = \frac{a}{[a]} = \frac{\mu_{S_e}}{(S_a[a])} = \frac{\mu_{[S_e]}}{S_a} \geq 1 \quad (11)$$

$$\mu_{[S_e]} = \frac{\mu_{S_e}}{[a]} \quad (12)$$

이다. 조합된 강도수정계수를 K^* 라하면 Fig.5에서 보는 바와같이 안전강도분포 $f_{S_r}(S_r)$ 는 임의 r 값에 대하여, 표준시험 시험분포 $f_{S_e}(S_e)$ 로부터 구할 수 있다. 정적강도 허용안전계수 $[m]$ 와 동적강도 허용안전계수 $[a]$ 의 표준화된 일반적 형태는 없으나, 재료 특성과 하중관계를 고려, 허용안전계수의 최저 경계가 존재하는 경우에 정·동적 허용안전계수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁸⁾⁽⁹⁾

$$[a] \geq 1.25 \dots \text{대칭응력에서의 피로강도}$$

$$[m] \geq 2.50 \dots \text{극한강도에서의 정적강도}$$

$$[m] > 2.50 \frac{S_y}{S_u} \dots \text{항복강도에서의 정적강도}$$

2. 3 정·동적 허용안전계수를 고려한 신뢰성 허용안전계수 $[F]$ 에 대한 안전강도 S_T 는

$$S_T^2 = \left[\frac{S_{ST}}{m} \right]^2 + \left[\frac{S_e}{[a]} \right]^2$$

이고, 윗식의 평균 μ_{S_T} 는

$$\mu_{S_T} = \left(\frac{\mu_{S_{ST}}^2}{[m]^2} + \frac{\mu_{S_e}^2}{[a]^2} \right)^{1/2}$$

이다.

식(6), (12)로부터,

$$\frac{\mu_{S_{ST}}}{[m]} = \mu_{[S_{ST}]}, \quad \frac{\mu_{S_e}}{[a]} = \mu_{[S_e]}$$

이고, μ_{S_T} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mu_{S_T} = (\mu_{[S_{ST}]}^2 + \mu_{[S_e]}^2)^{1/2}$$

표준편차는

$$\sigma_{S_T} = \left\{ \sigma_{[S_{ST}]}^2 \left(\frac{\partial S_T}{\partial [S_{ST}]} \right)_\mu^2 + \sigma_{[S_e]}^2 \left(\frac{\partial S_T}{\partial [S_e]} \right)_\mu^2 \right\}^{1/2}$$

이므로, 신뢰성 R 는 다음과 같다.

$$R = P_r(S_T > L) = P_r(S_T - L > 0)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_{S_T} \mu_L}{(\sigma_{S_T}^2 + \sigma_L^2)^{1/2}} \Phi(Z) dZ$$

$$= 1 - \Phi \left[-\frac{\mu_{S_T} - \mu_L}{(\sigma_{S_T}^2 + \sigma_L^2)^{1/2}} \right] \quad (13)$$

3. 신뢰성 평가

기계요소설계의 많은 문제들에서 하중을 받는 축은 일반적으로 정적비틀림모멘트와 동적굽힘모멘트가 함께 작용한다. Fig.6에서 기어축은 각각 그 끝이 동일한 두 기어에 의해 고정되어 있다. 힘은 중앙 기어를 통해 양쪽 기어에 전달되고, 굽힘모멘트 선도와 임계점(A)에서 응력은 Fig.6에서 나타낸바와 같다. 이 요소의 신뢰성을 계산하기 위하여 굽힘 모멘트 선도와 부품의 기하학적 형상을 고려, 가장 위험한 횡단면 k-k와 임계점 A를 택한다. 따라서, A점에 작용하는 수직응력은 굽힘모멘트 식을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$S_z = \frac{16P}{\pi d^3} \left(\frac{r_1}{I_2} L_1 - L_2 \right)$$

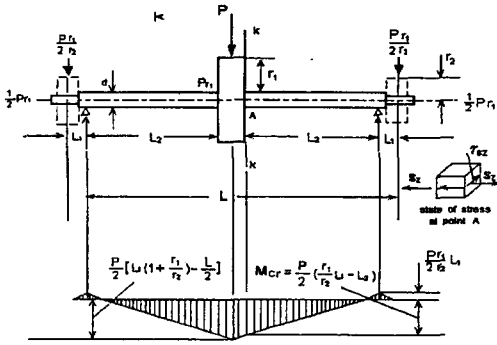


Fig. 6 Gear shaft and the load imposed on it

비틀림모멘트는 다음과 같다.

$$\tau_{xz} = \frac{8P}{\pi d^3} r_1$$

d는 k-k단면 축의 지름이다. 이 경우 수직응력의 정적 성분은 $S_m = 0$ 이고, 동적성분 $S_a = S_z$ 이다. 전단응력의 정적 성분은 $\tau_m = \tau_z$ 이고, 동적성분 $\tau_a = 0$ 이다. 가해지는 힘이 불규칙적으로 변동한다고 가정, 힘 P의 평균과 표준편차를 각각, μ_p 와 σ_p 로 나타낸다.

$$\mu_{S_a} = \frac{16 \mu_p \mu_n}{\pi (\mu_d)^3} (\frac{\mu_n}{\mu_r} \mu_{L_1} - \mu_{L_2}) \quad (14)$$

$$\sigma_{S_a} = \left\{ \sigma_p^2 \left(\frac{\partial S_a}{\partial P} \right)_\mu^2 + \sigma_d^2 \left(\frac{\partial S_a}{\partial d} \right)_\mu^2 + \sigma_n^2 \left(\frac{\partial S_a}{\partial r_1} \right)_\mu^2 + \sigma_{r_2}^2 \left(\frac{\partial S_a}{\partial r_2} \right)_\mu^2 + \sigma_{L_1}^2 \left(\frac{\partial S_a}{\partial L_1} \right)_\mu^2 + \sigma_{L_2}^2 \left(\frac{\partial S_a}{\partial L_2} \right)_\mu^2 \right\}^{1/2} \quad (15)$$

$$\mu_{\tau_m} = \frac{8 \mu_p \mu_n}{\pi \mu_d^3} \quad (16)$$

$$\sigma_{\tau_m} = \left\{ \sigma_p^2 \left(\frac{\partial \tau_m}{\partial P} \right)_\mu^2 + \sigma_n^2 \left(\frac{\partial \tau_m}{\partial r_1} \right)_\mu^2 + \sigma_d^2 \left(\frac{\partial \tau_m}{\partial d} \right)_\mu^2 \right\}^{1/2} \quad (17)$$

비틀림에너지 이론에서 실제 축에 정적성분과 동적성분의 등가응력은 다음과 같다. (1)

$$L_a = S_a, L_m = \{ S_m^2 + 3(\epsilon \tau_m)^2 \}^{1/2} = \sqrt{3} \epsilon \tau_m$$

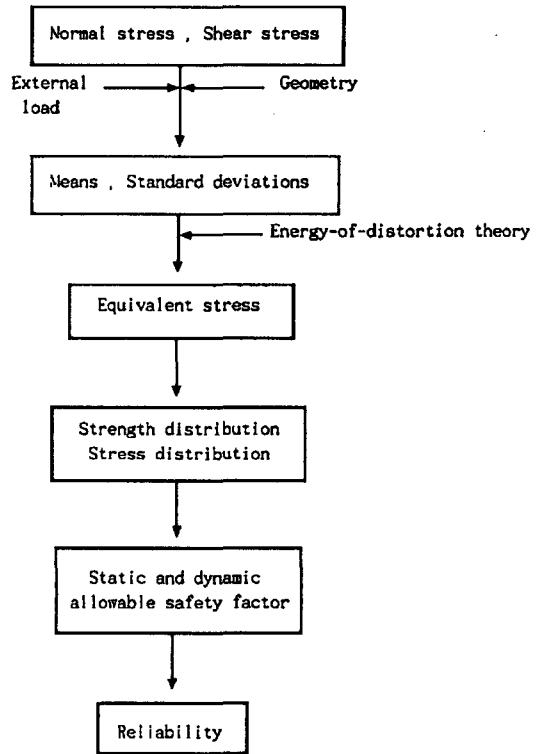


Fig. 7 Reliability calculation

ϵ 은 전단응력과 수직응력 사이의 응력 형태 차이에 대한 영향계수이다. (이 경우에 수직응력은 동적이고 전단응력은 정적이다) 집중응력, 하중조건, 작동환경, 표면조건 등과 같은 다양한 계수들의 영향을 고려하여 선택한 재료의 Soderberg 선도를 기초로 찾아낸다. 즉, 강도분포는 $r = \mu_{L_a} / \mu_{L_m}$ 선을 이용하여 선도위에서 결정하고 신뢰성을 계산하며 흐름도는 Fig.7과 같다.

$$L_m = K_{sm} \sqrt{3} \epsilon \tau_m, \quad (18)$$

$$L_a = K_{sa} S_a \quad (19)$$

$$r = \frac{\mu_{L_a}}{\mu_{L_m}} \quad (20)$$

$$\mu_L = (\mu^2 L_m + \mu^2 L_a)^{1/2} \quad (21)$$

$$\sigma_L = \left\{ \sigma^2 L_m \left(\frac{\partial L}{\partial L_m} \right)_\mu^2 + \sigma^2 L_a \left(\frac{\partial L}{\partial L_a} \right)_\mu^2 \right\}^{1/2} \quad (22)$$

단, K_{sm} , K_{sa} 와 ϵ 는 상수로 가정한다.

3.1 정 동적허용안전계수가 같을 경우 신뢰성평가

Fig.6에 표현된 기계요소는 $L=0.272m$, $L_1=0.02m$, $L_2=0.11m$, $r_1=0.054m$, $r_2=0.027m$ $d=0.01647\pm 0.00043m$, 하중 $P=784\pm 147N$ 이다.

뜨임과 담금질이된 1045강의 극한강도와 피로한도는 다음과 같으며, (Fig.8)

$$S_u = 1144.48 \pm 75.514(MPa)$$

$$S'_e = 603.13 \pm 65.707(MPa)$$

선택 재료의 강도분포는 Fig.8과 같고, $\epsilon = 0.7$ 이다. 동적강도 수정계수 (K_{sd})와 정적강도 수정계수(K_{sm})의 값은 $K_{sm}=0.91$, $K_{sd}=0.4$ 이다. 피로한도 응력에 대한 정 동적 허용안전계수가 $[F]=1.5$ 로 같을 경우의 신뢰성을 평가한다. 여기서, L , L_1 , L_2 , r_1 와 r_2 는 상수이고 P 와 d 는 확률변수이다.

$$\mu_p = 784N ; \sigma_p = 49N,$$

$$\mu_d = 0.01647m ; \sigma_d = 0.000143m$$

식(14), (15), (16) 와 (17)로부터 $\mu_{s_y} = 62.67MPa$, $\sigma_{s_y} = 5.7MPa$, $\mu_{s_m} = 24.17MPa$, $\sigma_{s_m} = 1.634MPa$ 임을 알 수 있다. 따라서, $\mu_{s_n} = 45.7MPa$, $\mu_{s_a} = 157.93 MPa$ 이고, 식(20), (21)과 (22)로부터, $\mu_L = 164MPa$, $\sigma_L = 13.82MPa$, $r = 3.455$ 이다. 따라서 $r=3.455$ 에서 정 · 동적 허용안전계수가 같을 때 평균과 표준편차는 $\mu_{s_r} = 188MPa$ $\sigma_{s_r} = 4.165MPa$ 이므로 신뢰성 R 은 식(13)로부터

$$R = 95.4 \%$$

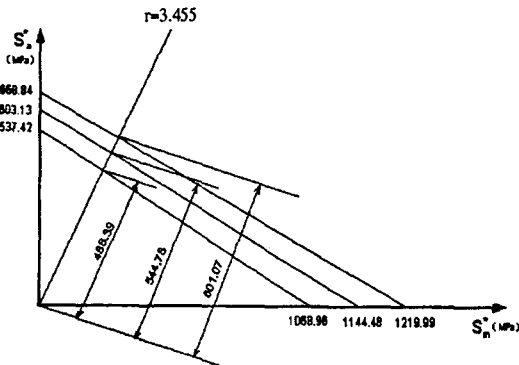


Fig.8 Determinating parameters of strength distribution based on modified Goodman line when distribution data known are not complete

이므로, 참고문헌⁽¹⁾의 신뢰성식과 본논문에서 유도한 신뢰성식으로 계산한 결과는 동일함을 알 수 있어 본논문의 타당성을 고찰할 수 있다.

3.2 정 · 동적허용안전계수가 다를 경우 신뢰성 평가

실제 기계부품에서는 정 · 동적 허용안전계수가 다르다. 정 · 동적 허용안전계수가 $[m]=2.5$, $[a]=1.25$ 로 다를 때⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 신뢰성은 다음과 같다. (Fig.6, Fig.8참조) μ_{s_r} , μ_{s_n} 의 값은 3.1절로부터

$$\mu_{s_e} = 241.252MPa , \quad \mu_{s_n} = 1041.477MPa$$

$$\mu_{[s_n]} = \frac{\mu_{s_n}}{[m]}, \quad \mu_{[s_e]} = \frac{\mu_{s_e}}{[a]} \text{로부터}$$

$$\mu_{[s_e]} = 193.0MPa , \quad \mu_{[s_n]} = 416.6MPa$$

따라서, $r=3.455$ 에서 정 · 동적 허용안전계수가 다른 경우 평균과 표준편차는 $\mu_{s_r} = 177MPa$, $\sigma_{s_r} = 5.96MPa$ 이므로, 신뢰성 R 은 식(13)에서,

$$R = 81.6\%$$

이다. 이와 같이 서로 다른 정 · 동적 허용안전계수를 동시에 고려하면 신뢰성이 81.6%로 떨어져 신뢰성 저하를 예측할 수 있다.

4. 결 론

기계요소에 대한 수명예측과 평가를 보다 정확하고, 간단하게 하기 위하여, 정 · 동적 허용안전계수가 서로 같지 않다는 사실을 고려한 신뢰성 평가식을 새로이 정립하였다. 그리고 정 · 동적 허용안전계수가 서로 같을 경우와 다를 경우의 신뢰성 계산값과 비교하여 다음과 같은 결과를 얻었다.

1. 높은 정밀도의 기계요소 설계를 할 경우의 신뢰성 평가에 있어서 정 · 동적 허용안전계수가 다르다는 사실을 고려하여 신뢰성을 평가하여야 보다 안전하고 믿을 수 있는 신뢰성을 평가할 수 있다.
2. 정 · 동적 허용안전계수가 같은 경우 신뢰성은 95.4%였으나, 서로다른 정 · 동적 허용안전계수를 고려하면, 신뢰성이 81.6%로 떨어지므로, 동적상태의 하중을 받는 부품의 신뢰성저하를 예측할 수 있다.

후 기

이 연구는 1996년도 한국학술진흥재단 학술연구 조성비(지방대육성, 과제번호 02-E-0270)에 의한 연구 결과입니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Chang, C. H., "A General Method for Estimating Reliability of Machine Elements Subjected to Fluctuating Load." ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. APR. pp. 150-159. 1983.
2. Mischke, C., "A Method of Relating Factor of Safety and Reliability." ASME Journal of Engineering for Industry, Aug pp. 537-542. 1970.
3. May, Dao-Thien, and Massoud, M., "On the Relation Between the Factor of Safety and Reliability." ASME Journal of Engineering for Industry, Aug. pp. 852-857, 1974.
4. Avakov, V. A., "Safety Factor in Fatigue Under Fluctuating Stress." ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. Oct. pp. 397-401. 1987.
5. Horger, O. G., Ed., Metals Engineering Design, ASME Handbook, 2nd Ed., McGrawHill, NY, 1965.
6. Briggs, C. W., Ed., Steel Castings Handbook, 4th Ed., Steel Founder's Society of America, Rocky River, OH, 1970.
7. Shiegly, J. E., and Mischke, C. R., Ed., Standard Handbook of Machine Design, McGrawHill, NY, 1986.
8. Avakov, V., "Probabilistic Strength Design Based on Lognormal Distribution." ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. APR. pp. 160-162. 1983.
9. Serensen, S. V., et al., Load Carrying Capacity and Stress Analysis of Machine Elements, 3rd Ed., Mashino stroenie, Moscow, Publ. House, 1975.