

타원계 엽형기어의 설계 및 동특성에 관한 연구

유 명 섭*

Design of Elliptical Lobe Type Gear with Involute Profile

M. S. Lyu*

ABSTRACT

Noncircular gears have been used for obtaining the modified angular velocity ratio between parallel axes. The elliptical gear, which is a kind of noncircular gears, makes use of ellipse as a pitch curve, and is applied for the measurement of the discharge of liquid. The applications of an elliptical gear are more advantageous than any other mechanism as like a crank-slider linkage or a cam mechanism in view of the accuracy and the reliability to transmit the prescribed motion. In this paper, according to the theoretical involute tooth profile, two pairs of the elliptical gears were manufactured by using CNC wire electronic discharge machine. The proper ranges of the operating pressure angle and of module not to generate undercutting are studied on the change of the eccentricity, because it is the eccentricity of the pitch curve that determines most of the characteristics of the elliptical gear and then the vibration analysis is executed for the verification of harmonious rotating.

Key Words : Elliptical lobe type gear(타원계 엽형기어), Eccentricity(이심률), Pressure angle(압력각), Undercutting(언더컷)

1. 서 론

일반적으로 비원형 기어는 캠이나 링크기구와 같이 임의의 변위곡선을 이용하여 부등속 운동을 전달할 수 있는 기구이다. 기계제작의 측면에서 소형화, 경량화, 고정밀화 등의 요구에도 부합할 수 있는 기계요소이고, 캠이나 링크 기구에 비해 접촉하는 피치곡선에서 직접 이(齒)가 맞물리기 때문에 원하는 운동을 고속, 고하중에서도 확실

하게 운전할 수 있는 장점이 있음에도 불구하고 실제로는 설계, 제작상의 어려움으로 인하여 널리 보급되지 못한 실정에 있다.

이 비원형 기어의 가장 주목할 만한 특징은 피치곡선의 변화에 따라 원동축에 등속 회전운동을 주면 종동축 기어에서 회전 운동의 속비가 변화해서 주기적인 부등속 회전 운동이 발생한다. 여기서 타원을 피치곡선으로 가지는 기어를 타원계 엽형기어라 하고, 그 중에서 엽수(lobe의

* 성남기능대학 생산기계기술학과

수)가 2개인 것을 타원계 2엽형기어라고 한다. 제량기나 주유기등의 각종 계측기나 인쇄기 등에 사용되고 있는 타원계 엽형기어는 임의의 곡선을 피치곡선으로 가지는 다른 비원형 기어에 비해서 설계, 제작상의 제약이 비교적 적어 이에 관한 논문이 미국과 일본을 중심으로 연구, 발표되어 왔다. 1888년 미국의 Grant⁽¹⁾에 의해 비원형 기어에 대한 연구가 처음으로 시작 되었고, 1897년 미국의 Richard⁽²⁾에 의해 보통의 원형기어를 편심시킨 편심 기어가 인쇄기에 사용되었다. 일본에서는 1959년 窪田雅男⁽³⁾에 의해서 비원형기어에 응용될 수 있는 피치곡선의 수학적 성질에 대한 연구가 되었고, 이후에는 치절장치의 개발 및 가공방법의 개선에 대한 연구⁽⁴⁻⁷⁾가 되어지고 있다. 국내에서는 타원계 엽형기어에서 이심률 변화에 따른 피치곡선의 속도비, 곡률 등의 기하학적 특성에 대한 연구⁽⁸⁾가 되어진 바 있으나, 타원기어의 치형이나 제작 방법에 대해서는 논의된 바가 없다.

본 연구에서는 타원계 엽형기어의 외형과 속도비 등 여러 특성은 이심률에 의해 변화되므로, 이심률의 변화에 따라 피치곡선을 결정하였고, 원형기어의 치형에 일반적으로 사용되고 있는 인벌류트 치형을 타원의 기하학적 형상에 따라 변화시켜 일반화 하였다. 그리고 이렇게 설계한 형상에 따라 CNC 와이어 방전가공기를 사용, 실물을 가공하여 설계의 타당성을 확인하였다. 가공한 두쌍의 기어를 가지고 진동실험을 통하여 원활한 회전운동이 전달될 수 있는지를 확인하였다. 또한, 타원계 엽형기어는 일반적인 원형기어와 제작상의 제반 조건들이 달라지기 때문에, 이심률의 변화에 따라 원활한 회전운동을 위한 압력각의 범위와 언더컷 방지를 위한 모듈의 한계를 고찰하였다.

2. 이론적 고찰

2.1 피치곡선의 설계

(1) 피치곡선

엽수가 N 개이고, 축간거리가 a 인 타원계 2엽형기어 $(N=2)$ 의 피치곡선을 r, θ 의 극좌표로 나타내면 다음 식과 같다.

$$r = \frac{a}{2} \frac{1 - \epsilon^2}{1 + \epsilon \cos N\theta_1} \quad (1)$$

위식에서 이심률(ϵ)은 수학적 의미로 $\epsilon = 2f/a$ (f :축점거리)가 되지만 최대 피치반경과 최소 피치반경의 파라미터

로 생각하면 된다.

(2) 위상과 각속비

원동축의 각속도에 대한 종동축의 각속도의 비, 즉 각속비 ω_2/ω_1 과 원동축의 회전각(θ_1)과 종동축 회전각(θ_2)의 관계는 다음식과 같다. 이심률이 커질수록 각속비의 변화와 위상 변화의 빠름, 늦음도 커진다.

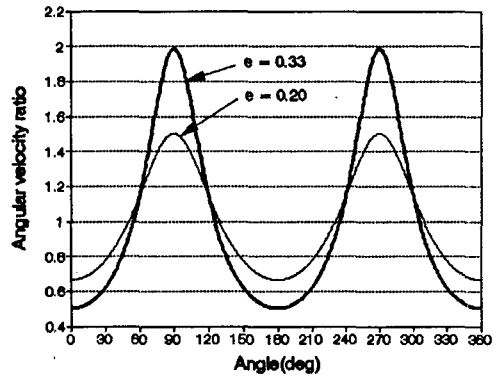


Fig. 1 Variation of angular velocity ratio

$$\theta_2 = \frac{1}{N} \cos^{-1} \left(\frac{2\epsilon + (1 + \epsilon^2) \cos N\theta_1}{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos N\theta_1} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1 - \epsilon^2}{1 + \epsilon^2 + 2\epsilon \cos N\theta_1} \quad (3)$$

Fig.1은 이심률이 0.20, 0.33일 때 회전각의 변화에 따른 원동축과 종동축의 속도비를 나타낸 것이고, Fig.2는 이심률의 변화에 따라 얻을 수 있는 최대 속도비를 구한 그래프이다. 이심률이 0.33일 때 최대 속도비는 2배이다.

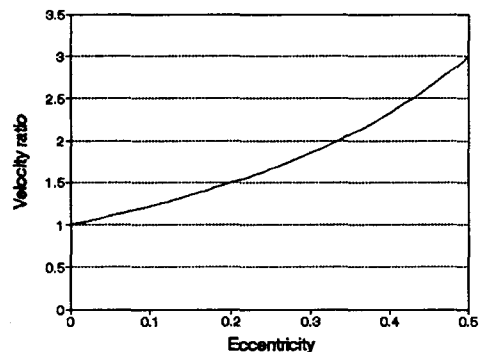


Fig. 2 Maximum angular velocity ratio on the change of the eccentricity

2.2 이(齒)의 절삭

(1) 모듈과 잇수

비원형 기어의 치형은 원형 기어의 치형과 동일하게, 피치곡선을 따라서 기준력을 굴려서 생성된 인벌류트 곡선을 사용한다. 타원계 엽형기어의 잇수는 원동축과 종동축이 같은 것이 적당하고, 피치곡선을 따라 이(齒)를 배치할 때 타원계 엽형기어는 쌍방의 위상이 양쪽 기어에 대해서 같아지는 것이 가공상 바람직하다. 다시 말하면, 두개의 맞물리는 기어에서 이의 위치가 같은 것이 좋다. 이것은 교환성의 점에서 유리할 뿐만 아니라, 한쌍의 기어를 겹쳐 한번에 치절할 수 있고, 이 경우 이가 맞물릴때 피치곡선에 대해 대칭의 위치에서 떨어져도 한쪽의 기어를 물리게 하면 위상의 오차가 줄어들고 더불어 빠르게 물리게 된다는 잇점이 있다. 단지 양기어의 이의 위상이 같기 위해서는 가령 최대 곡률에 이끈편의 중심이 있으면 이것과 맞물리는 최소 곡률에는 이뿌리면의 중심이 오지 않으면 안된다. 따라서 N 을 잇수, x 를 양의 정수로 하면 잇수 Z 는

$$Z = 2N(x + 0.5) = 2Nx + N = 4x + 2 \quad (4)$$

이어야 함을 알 수 있다.

(2) 랙커터를 이용한 이(齒)의 절삭

Fig.3은 랙커터나 호브를 이용해서 타원계 엽형기어를 가공하기 위한 공구와 기어 블랭크 사이의 절삭운동을 나타낸 것으로 C_1 은 X_0 축에 평행한 랙커터의 기준피치선, C_2 는 타원기어의 피치곡선이다. 커터의 기준피치선 C_1 과 피치곡선 C_2 와의 접촉점을 P 라 하고, 원점 O_0 에서 C_1 에 내린 수선의 발을 H , 단반경에서 점 P 까지의 각도를 θ 라고 하면 기어블랭크(피치곡선 C_2)의 회전각은 ϕ 가 된다. s 는 피치곡선의 단반경에서 접촉점까지의 곡선의 길이이다. 그림과 같이 고정좌표계 $S_0(O_0 X_0 Y_0)$ 와 랙커터의 좌표계 $S_1(O_1 X_1 Y_1)$, 그리고 절삭되는 타원계 엽형기어의 중심에 원점을 둔 좌표계 $S_2(O_2 X_2 Y_2)$ 를 잡는다. 타원기어의 피치곡선과 랙커터의 치절 기준선이 미끄럼이 없이 맞물려 움직인다고 가정한다. 그리고 e, h 는 원점 O_2 에서 접촉점 P 까지의 x, y 방향의 각각의 거리이고, s 는 피치곡선의 단반경에서 θ 까지의 피치곡선의 길이와 같다. 이제 커터의 기준피치선과 기어의 피치곡선 사이의 관계는 C_1 의 좌표가 (x_1, y_1) 일 때, 타원기어의 피치곡선과 랙커터의 치절 기준선이 미끄럼이 없이 맞물려 움직인다고 하면 S_0 와 S_1

의 좌표계간의 변환행렬은 다음과 같다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = \begin{Bmatrix} e \\ h \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_p) \\ -s + r \cos(\pi/2 - \alpha_p) \end{Bmatrix}$$

그리고 S_0 와 S_2 간의 변환은 다음과 같다.

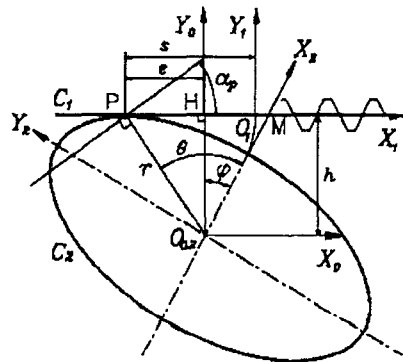


Fig. 3 Gear generation using rack cutter

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$L_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

따라서 좌표계 S_1 과 S_2 사이에는 다음과 변환관계에 의해 S_1 에서 나타낸 기준피치선의 좌표 (x_1, y_1) 는 좌표계 S_2 에 다음과 같이 나타내어진다.

$$\begin{Bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{Bmatrix} = T_2^{-1} \left\{ \begin{Bmatrix} x_1 + e \\ y_1 + h \end{Bmatrix} - L_2 \right\} \quad (5)$$

$$= \begin{Bmatrix} (x_1 + e) \cos \phi - (y_1 + h) \sin \phi \\ (x_1 + e) \sin \phi + (y_1 + h) \cos \phi \end{Bmatrix}$$

(3) 축간거리

축간거리는 일반적인 기어처럼 모듈과 잇수로부터 임의로 정할 수 없다. 일반적인 원형 기어에서는 피치원 직경은 모듈 m 과 잇수 Z 의 곱이 된다.

$$D = m \cdot Z \quad (D : \text{피치원 직경})$$

여기서 축간거리는 원주의 길이(피치원 길이)가 진원이기 때문에 원주를 π 와 지름의 관계에서부터 구해지고 항상 일정하게 결정된다. 그러나 타원의 경우는 이심률 ϵ 에 의해 그 정수는 변화하고, 또 타원주 길이를 산출한 것에 의해 잇수, 모듈을 결정하지 않으면 안된다. 여기에서 진원의 원주를 π 에 대한 타원의 원주율을 E_r 라 하면

$$E_r = f(\epsilon) \quad (6)$$

가 된다. E_r 는 다음과 같이 구할 수 있다. 식(1)에서 r 의 θ 에 대한 미분식을 구하면

$$\frac{dr}{d\theta} = \frac{1-\epsilon^2}{2} \frac{N \cdot \epsilon \sin N\theta}{(1+\epsilon \cos N\theta)^2} \quad (7)$$

이고, 이때의 타원주율 E_r 는 다음과 같다.

$$E_r = \int_0^{2\pi} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta \quad (8)$$

또 타원주율 E_r 를 원주율 π 로 나눈 값을 타원주비를 R_r 로 하면

$$R_r = \frac{E_r}{\pi} \quad (9)$$

가 되고, 타원계 2엽형기어의 축간거리 a 는 다음 식으로 주어진다.

$$a = R_r \cdot m \cdot Z \quad (10)$$

(4) 압력각

원형기어의 맞물림 압력각 α 는 공구압력각 α_c 와 동일하지만 비원형기어의 경우에는 Fig.4와 같이 피치곡선이 기어 중심선에 대해 그 곡선의 압력각(α_p)만큼 기울어져 있으므로 피치곡선을 따라서 치절된 기준치형의 압력각에 피치곡선의 압력각이 더해진다.

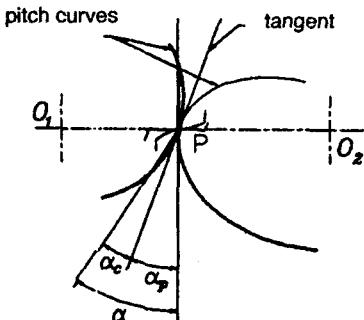


Fig. 4 Pressure angle of elliptical gear

따라서, 타원계 2엽형기어의 맞물림 압력각 α 는 다음 식에서 구한다.

$$\alpha = \alpha_c + \alpha_p \quad (11)$$

α_c : 공구의 압력각

α_p : 피치곡선의 압력각 ($(\tan^{-1}(r \frac{d\theta}{dr}))$)

Fig.5는 회전각에 따라 피치곡선의 압력각의 변화를 보여주는 그림이고, Fig.6은 이심률에 따라 타원의 피치곡선이 갖는 최대압력각을 구한 것이다. 이심률이 0.23일 때 최대압력각이 25°인 것을 알 수 있다.

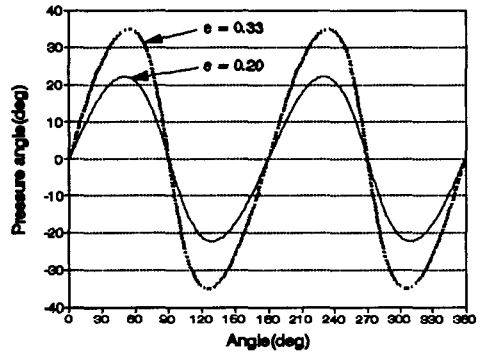


Fig. 5 Variation of pressure angle

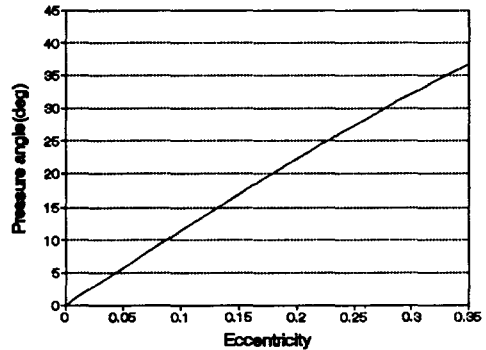


Fig. 6 Maximum pressure angle on the change of the eccentricity

(5) 언더컷

언더컷에 대해서는 비원형기어의 피치곡선의 각부에서의 곡률에서 부터 상당원형기어로 치환해서 언더컷의 유무를 판별한다. 원형기어의 언더컷 방지를 위한 조건을

타원의 경우에 곡률 반경의 변화를 고려해서 적용한다. 피치곡선이 원인 경우에 랙의 이끝선이 기어의 기초원 위의 작용선의 접점을 통과하는 경우가 한계이므로, 원형 기어의 모듈을 m , 피치원 반경을 R 이라 하면

$$m = R \sin^2 \alpha_c$$

이다. 위식에서 피치원 반경 R 을 타원의 변화하는 곡률반경 ρ 로 바꾸면 타원계 엽형기어의 경우에 대한 언더컷이 발생하지 않는 모듈의 크기를 결정할 수 있다. 따라서 언더컷이 발생하지 않도록 하기 위해서 다음식을 만족해야만 한다.

$$m = \rho \sin^2 \alpha_c \tag{12}$$

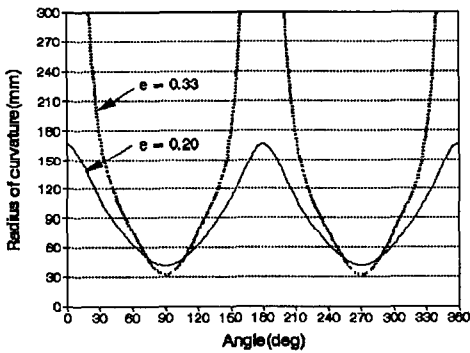


Fig. 7 Radius of curvature

여기서, 곡률반경 ρ 는 다음과 같다.

$$\rho = \left\{ r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 \right\}^{\frac{3}{2}} \tag{13}$$

$$/ \left\{ r^2 + 2 \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 - r \left(\frac{d^2r}{d\theta^2} \right) \right\}$$

Fig.7은 이심률이 0.20, 0.33일 때의 회전각에 따라 피치곡선에서 곡률의 변화를 보여주는 그림이다. 엽수가 2인 경우에 이심률이 0.33이면 곡률반경이 단반경에서 무한대가 된다.

(6) 치형의 방정식

Fig.8에서와 같이 O 점을 원점으로 하는 OXY 좌표계에서 $\bar{r}(OQ)$, $\Theta(\angle QOX)$ 로 치형상의 한점 Q 를 나타내면

$$\bar{r} = \sqrt{r^2 + r'^2 + 2rr' \cos(\pi/2 - \alpha_p - \alpha_c)} \tag{14}$$

$$\Theta = \theta + \tan^{-1} \left\{ \frac{r' \sin(\pi/2 - \alpha_p - \alpha_c)}{r' \cos(\pi/2 - \alpha_p - \alpha_c) + r} \right\} \tag{15}$$

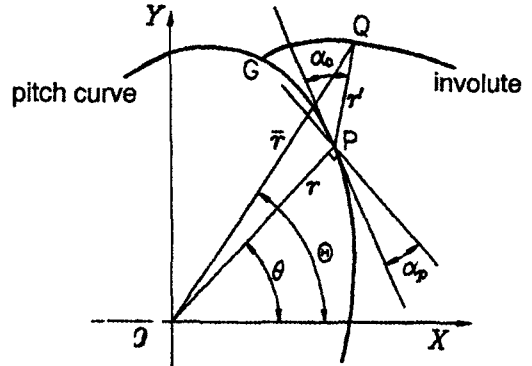


Fig. 8 Profile of an elliptical gear

r 은 선분 OP 의 길이이고, 원형기어에서는 선분 PQ 의 길이(= r')는 곡선 PG 의 길이와 같게 되겠지만, 타원기어의 경우에는 피치곡선이 기울어져 있어 다음의 관계가 된다.

$$r' = \cos \alpha_c \times (\text{곡선 } PG \text{의 길이})$$

곡선 PG 의 길이는 단반경에서부터 $r' = 0$ 인 점, 즉 G 까지의 피치곡선의 길이를 s_0 , 점 P (회전각 θ)까지의 피치곡선의 길이를 s 로 하면

$$s = \int_0^\theta \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2} d\theta \tag{16}$$

이고, 따라서 r' 는 다음의 식으로 구할 수 있다.

$$r' = \left\{ s_0 - \int_0^\theta \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2} d\theta \right\} \cos \alpha_c \tag{17}$$

3. 가공 및 실험

3.1 이(齒)의 절삭

본 논문에서는 이심률 0.20과 0.33의 타원계 2엽형기어를 이론적으로 설계된 도면에 기초해서 가공했다. 두 종류는 잇수가 34개, 모듈 4의 크기를 갖는다. 제작된 비원형 기어의 치수는 Table 1과 같다.

Table 1 Dimension of manufactured elliptical gear

		N20	N33
module		4	4
no. of tooth		34	34
pressure angle		20°	20°
center distance		138.63(mm)	142.87(mm)
pitch curve	max. radius	83.18(mm)	95.01(mm)
	min. radius	55.45(mm)	47.86(mm)

2.2절 (6)의 식(24), (25)의 관계를 이용하여 Fig.9와 같이 도면화 하였다.

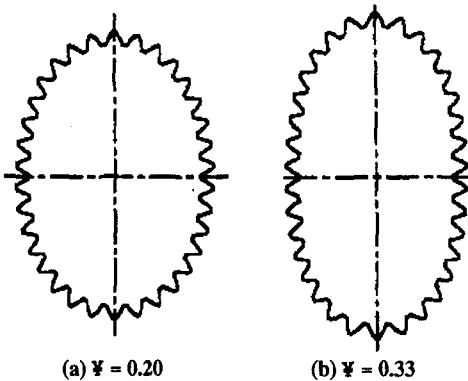


Fig. 9 Drawing of designed elliptical gears

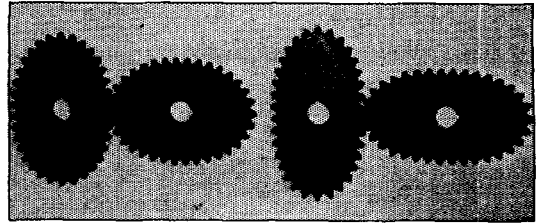
AutoCAD에서 출력된 DXF화일을 캡소프트웨어인 오메가 캐드를 이용하여 NC코드로 변환하여 콘트롤러에서 도면을 읽어 CNC 와이어 방전가공기로 절삭, 가공하였다.

Table 2는 CNC 와이어 방전가공기의 가공조건이고, Fig.10은 제작된 기어의 사진이다.

3.2 진동 실험

진동 실험에서는 회전수를 100rpm에서 300rpm까지 순차적으로 변화시키면서 주파수 스펙트럼을 관찰하였다.

Fig.11은 0Hz에서 200Hz사이에서의 회전수의 변화에 따른 이심률이 0.20인 N20의 주파수 스펙트럼을 나타낸다.



(a) $\Psi = 0.20$ (b) $\Psi = 0.33$

Fig. 10 Manufactured elliptical gears

Table 2 Manufacturing condition of wire-EDM

machine	Daewoo DW500	Wire tension	7 notch(0. 1A)
controller	sodic	wire speed	8 mm/min
material	SM45C	gap	0.05mm
on time	4 sec	cutting speed	1.7~1.9mm/min
off time	12 sec	resistance	2~3 × 10e4 Ωcm
wire dia.	0.25mm	offset	axial : G41 H170 radial : G42 H170

X축은 주파수를 나타내고 Y축은 진동의 크기이며, Z축은 회전수(rpm)를 표시한다.

Fig.11을 보면 40Hz, 80Hz, 140Hz부근에서 진동이 상대적으로 크게 분포하고 있다. 40Hz에서는 회전수의 진행에 따라서 진동이 조금씩 증가하고 있으며, 그외 주파수에서는 제한된 범위의 회전수에서만 진동이 나타나고 있음을 알 수 있다.

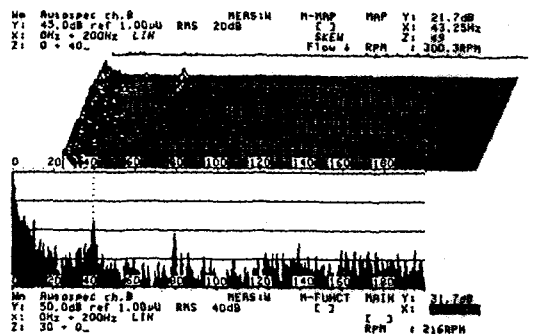


Fig. 11 Frequency spectrum of N20

Fig.12는 0Hz에서 200Hz사이에서의 회전수의 변화에 따라 측정된 이심률이 0.33인 N33의 주파수 스펙트럼이다. 이 그래프에서는 40Hz, 80Hz, 100Hz, 140Hz의 주파수에서 진동이 발생되고 있음을 볼 수 있다. 연속적인 진동은 40Hz에서 일어나고, 그외의 진동은 회전수의 증가에 따라서 불연속적으로 나타나고 있다.

N20과 N33의 주파수 스펙트럼을 비교해 보면, 진동은 40Hz근처에서 다른 주파수대에 비해 상대적으로 크고, 회전수의 증가에 따라 진동의 크기도 증가하며, 연속적인

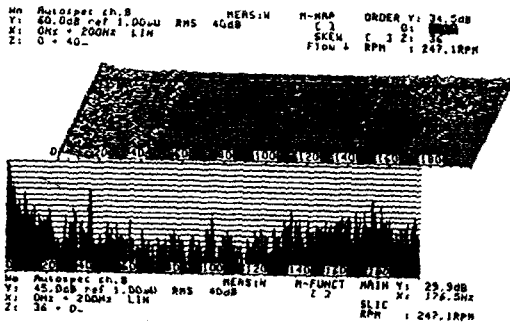


Fig. 12 Frequency spectrum of N33

형태를 보여주고 있고, 그 수치가 뚜렷하게 다르지 않고 거의 일치하고 있음을 알 수 있다.

4. 결과 및 고찰

비원형기어의 대부분의 특성은 이심률에 의해서 결정된다. 이심률에 따라 압력각, 속도비, 축간거리가 변화하고 원활한 운동 전달을 위하여 두 가지, 즉 물림 압력각과 모듈의 관점에서 제한사항을 고려하여야 한다.

첫째, 기어의 압력각은 축력, 치면압 등에 영향이 있고, 맞물림 압력각이 너무 크면 이의 강도 뿐만 아니라 회전 정도에도 악영향을 미치므로 주의할 필요가 있다. 캠기구에 있어서 일반적으로 곡선상의 최대 압력각을 45° 이하로 제한⁽⁴⁾함을 고려하면, 타원계 엽형기어에서는 피치곡선의 압력각이 25°를 넘지 않아야 하며, 이때 이심률의 한계값은 0.23임을 알 수 있다. 따라서, 동력전달에 사용하는 기어라면 이심률이 0.23을 넘지 않는 것이 적당하다. 한편, 0.23이상의 이심률이 사용되는 부동속비를 얻기 위해서 기어를 선택할 때는 단경부가 오목해지지 않는, 기준 랙커터로 치절이 가능한 0.33을 이심률의 최대

값으로 보는 것이 적당하다. 이때 원동축과 종동축의 최대 각속비는 약 2배이다.

둘째, 2.4절에서 논한 것과 같이 피치곡선에서의 곡률 반경의 변화를 고려해서 언더컷 방지를 위한 모듈을 구할 수가 있다. 언더컷 발생유무의 판단은 식(20)에 의해 피치곡선의 전체에 대해 검사해 최소치를 구한다.

위와 같이 압력각과 언더컷 방지, 두가지 제한사항에 대해서 고려하면 이심률의 변화에 따른 최대 모듈을 구할 수가 있다. Fig.13은 이심률이 $\epsilon=0$, $\epsilon=0.23$, $\epsilon=0.33$

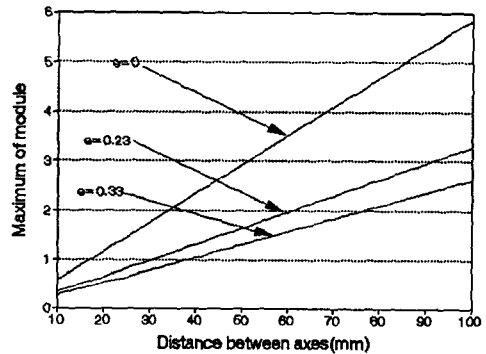


Fig. 13 Maximum module to avoid undercutting on the change of the center distance

일때의 축간 거리의 변화에 따라서 모듈의 최대값을 구한 그래프이다. $\epsilon=0$ 인 경우는 피치곡선이 진원인 원형 평기어를 나타낸다.

5. 결론

타원계 비원형기어를 설계, 제작하기 위해서 필요한 사항을 이심률의 변화에 따라 고찰하였다. 이렇게 설계된 것에서 이심률이 0.20과 0.33인 두 기어를 CNC 와이어 EDM으로 가공하였다. 그리고 이렇게 가공된 두쌍의 기어를 가지고 진동 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 이론적 치형에 따른 타원계 2엽형기어를 설계하였고, 실제로 가공하여 확인하였다.
2. 동력을 전달하기 위해서는 맞물림 압력각의 최대값을 45°로 제한하였을 때, 이심률의 최대 한계는 0.23이다. 운동 전달의 견지에서는 기준 랙커터로 절삭이 가능하도록 단경부가 오목해지지 않는 최대 이심률의 값은 0.33이다. 이때의 최대 각속도비는 약 2배이다.

3. 가공한 2개의 타원기어는 40Hz에서 진동이 발생하였고, 편심된 타원계 비원형 기어의 진동 특성은 이심률의 변화에 따라 큰 차이를 보이지 않았다.

참 고 문 헌

1. Grant, Amer. Machinist, pp. 4, Aug. 25, 1888.
2. Richard, Amer. Machinist, pp. 20, Apr. 22, 1897.
- 3.窪田雅男, "非圓形齒車에 관한 研究", 日本機械試驗所報告, No 30, 3月, 1959.
4. 新井哲夫, "橢圓系形葉形齒車の 設計", 日本機械學會 論文集, Vol 34, No 6, pp. 82-93, 1990.
5. 山崎隆, "非圓形齒車の 設計, 製作과 應用", 日本機械學會論文集, Vol 29, No 11, pp. 47-51, 1985.
6. 濱山良明, "非圓形齒車 機構의 設計, 製作", 日本設計製圖學會 論文集, Vol 22, No 5, pp. 1-7, 1987.
7. 北村謨一, "非圓形齒車の 設計-偏心齒車와 橢圓齒車, 日本機械學會 論文集, Vol 26, No 8, pp. 109-115, 1982.
8. 高允昊, "橢圓系非圓形葉形)기어의 設計에 관한 研究", 정밀공학회 추계학술대회, pp. 622-626, 1994.
9. Peter Lynwander, "GEAR DRIVE SYSTEMS-design and application", MARCEL DEKKER, INC., 1983.
10. R.B. Randall, "FREQUENCY ANALYSIS", B&K, 1987.