

역필터를 이용한 기어의 맞물림 힘 재생에 관한 연구

채 장 범*

Study on Gear Meshing Force Signature Recovery Using Inverse Filter

Jangbom Chai*

ABSTRACT

In monitoring and diagnosing machinery with gear trains, gear meshing force are the important signature indicating the operating condition. The gear meshing forces, however, are extremely difficult to be measured while gears are rotating. One easy possible way is to measure vibrations which are produced and transferred by the gear meshing forces. While the gear meshing forces are traveling, the force waveforms are shaped by the path transfer function. In the paper, the way to recover the source waveform by eliminating the path effects is discussed using inverse filter.

Key Words : Transfer function(전달함수), Inverse transfer function(역전달함수), Inverse filter(역필터), Meshing force(맞물림 힘)

1. 서 론

기어는 기계에서 동력 전달의 수단으로 사용되어 왔다. 기어의 한쪽은 구동 장치가 놓여 기어를 회전시키고 다른 한쪽은 원하는 동작을 하고 동작에 따라 부하가 걸린다. 한 예로 모터가 기어를 작동시켜 밸브를 여닫는 장치를 생각해 볼 수 있는데 모터가 구동되어 밸브를 닫으면 밸브의 위치가 변하고 이에 따라 부하가 변하게 된다. 이때 기어와 밸브의 상태를 살피기 위해서는 기어에 걸리는 힘과 밸브에 걸리는 힘을 구하면 된다. 즉, 기계의 상태를 진단하기 위해서는 기계 부품의 거동과 부품에 걸리는 힘을 측정하는 것이 필요하다. 이 양들은 계측기를 직접 부착하여 측정하면 된다. 그러나 계측기를 장착하는 것이

어렵거나 불가능할 경우가 있고 특히 안전에 관련된 장치는 상태 진단을 위하여 기계를 변형시키는 것을 허용하지 않음에 따라 진단에 필요한 신호를 계측기로 직접 측정할 수 없는 경우가 더 많다.

기어의 맞물림 힘은 한 쌍의 기어가 서로 맞물리면서 발생하게 된다. 그래서 맞물림 힘은 기어 이의 형상, 기어의 회전 속도 그리고 기어에 걸리는 부하 등에 영향을 받아 변하게 된다. 즉, 기어의 맞물림 힘은 부하가 증가하면 부하에 따라 증가하고 회전 속도가 변하면 그에 따라 기어의 맞물림 주파수가 변한다. 그러므로 기어의 맞물림 힘을 살피면 기어의 상태뿐 아니라 기어에 걸리는 부하의 상태까지도 파악할 수 있다고 하겠다. 이렇게 많은 진단 정보를 갖고 있는 기어의 맞물림 힘은 시간에 따라 변하

* 아주대학교 기계 및 산업 공학부

게 되어 기어의 진동을 초래하게 된다.

발생된 기어의 진동은 내부 경로를 따라서 전파되어 기어 상자의 외벽까지 전달이 된다. 그런데 기어 맞물림 힘의 신호는 여러 내부 경로를 따라서 전파되고 전파 도중 장애물을 만나면 신호가 반향 되기도 하여 측정점에 도달된 신호는 이미 원래의 형상을 잃어 버린 후가 된다.⁽⁴⁾ 그래서 진동원이나 소음원을 찾고자 하는 연구가 여러 곳에서 시도되어왔고 역필터가 신호가 전파되면서 왜곡된 성분을 효과적으로 원상 복구하는데 사용되어 왔다. 역필터는 전달함수의 역수로부터 구해져서 역필터를 이용하여 진동원을 찾으려는 노력은 전달함수 특성 연구로 이어졌고 충격힘이 작용되거나 기계 내부의 압력의 변화가 있을 경우에 외부의 진동을 측정하여 진동원을 재생해내는 연구가 이루어 졌다.⁽¹⁾⁽²⁾⁽⁵⁾ 그리고 진동원의 재생시 사용되는 역필터를 강인하게 구하는 방법도 제시되었다.⁽⁷⁾ 그러나 지금까지의 연구에서는 주로 진동원이 기계와는 독립된 메카니즘으로 존재하는 경우였다. 이에 반해 기어의 경우에는 한 쌍의 기어가 상대운동으로 힘을 발생하는, 다시 말해 기계에 진동원이 존재하는 경우이다. 그리고 기어의 경우에는 중요한 정보가 특정 주파수 주변 즉, 기어의 맞물림 주파수 주변에만 분포하는 경우이다. 그래서 본 논문에서는 기어의 맞물림 힘을 외부에 장착한 가속도 신호로부터 역필터를 이용하여 재생된 기어의 맞물림 힘이 기어의 움직임과 전달 힘에 대한 정보를 정확히 포함하고 있는지에 대하여 논하고자 한다.

2. 전달함수의 측정

역필터를 설계하는데 첫 단계는 전달함수를 구하는 일이다. 기어의 맞물림 힘과 기어 상자의 진동 사이의 전달함수는 실험적으로 구할 수 있다. 그런데 기어의 맞물림 힘은 한 쌍의 기어의 상대 운동에 의하여 발생하기 때문에 전달함수를 구할 때 특별한 주의가 요구된다. 구하고자 하는 전달함수는 "기어의 맞물림 힘에 의하여 어떤 진동이 기어 상자 외벽에 발생하는가?"이다. 이를 위하여는 기어에 알 수 있는 맞물림 힘을 가하고 이 때 발생하는 외벽의 진동을 측정하면 된다. 그러나 기어의 이에 힘을 가하여 원하는 기어 맞물림 힘을 발생시킨다는 것은 사실상 불가능하다. 그러므로 전달함수를 구할 때는 상호 작용 원리(Reciprocity Principle)를 이용한다. 즉, 기어 상자 외벽에 힘을 가하고 기어에서 진동을 측정하여 힘과 진동간의 관계를 구한다. 외벽에 가하는 힘은 힘 계측기를 사

용하여 측정하고 기어의 움직임은 소형의 가속도계를 기어 이에 부착함으로써 측정할 수 있다. 그런데 여기서 주의하여야 할 점은 기어의 맞물림 힘은 두 기어의 맞물리는 이의 상호 움직임에 의하여 발생된다는 것이다. 이러한 힘의 발생을 고려하면 맞물림 힘과 외벽의 진동간의 전달함수는 상호 작용 원리를 이용하여 외벽에 가해지는 힘과 맞물리는 한 쌍의 기어의 상대 움직임간의 관계와 같다고 할 수 있다. 한 쌍의 기어의 상대 진동은 각각의 기어에 가속도계를 부착하고 측정된 신호 중 상대 회전 성분만을 뽑아 내면 된다. Fig. 1 에 전달함수를 구하기 위한 실험 장치 구성을 나타냈다.

Fig. 1 에서 보듯이 가속도계는 기어의 축을 중심으로 서로 반대되는 곳에 부착하고 가속도계의 감도 축을 서로 평행하게 놓아 기어의 상대 회전 성분만을 측정하도록 한다. 상대 회전 성분이 두 가속도계의 차이가 되기 때문에 두 가속도계의 상대 감도(relative sensitivity)를 기어의 회전 주파수 범위 안에서 정확하게 구하는 것도 중요하다. Fig. 2에 사용된 두 개의 가속도계의 상호간의 관

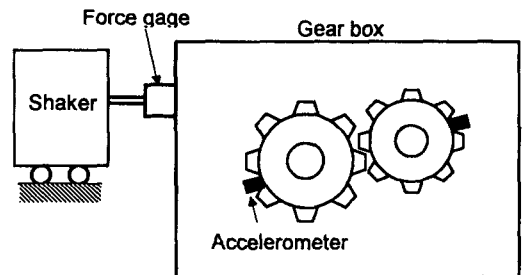


Fig. 1 전달함수를 구하기 위한 실험 장치의 개략도

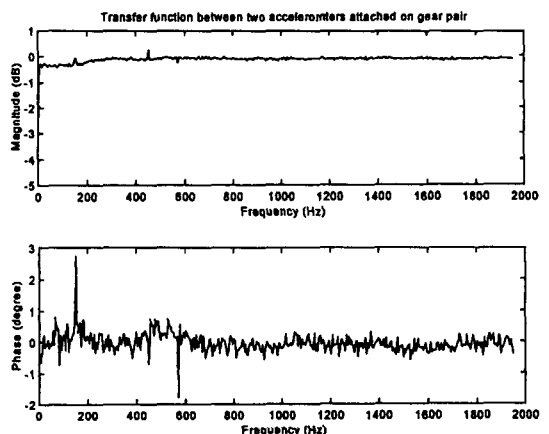


Fig. 2 두 기어에 부착된 가속도계의 응답 특성 관계

계를 나타냈다. 이 관계가 두 맞물린 기어의 상대 회전 성분을 구할 때 사용되어 계측기로 인한 오차를 줄였다. 그러나 전달함수를 아무리 정확하게 측정을 하였다고 하여도 기어가 작동할 동안에 기어의 맞물림 힘과 기어 상자의 진동과 정확하게 일치할 수는 없다. 더욱 전달함수는 작동의 조건, 조립 상태에 따라 변하고 작동 중에도 각 부품의 위치에 따라서도 변할 수 있다. 그러나 만일 작동 조건이 약간 달라졌을 때 전달함수가 그다지 많이 변하지 않는다면, 측정된 전달함수는 그 조건 범위 안에서 맞물림 힘을 재생하기 위하여 사용될 수 있을 것이다. Fig. 3에 전달함수가 작동 조건에 따라 얼마나 변화하는 지를 살펴보았다. Fig. 3에서는 기어에 가해지는 맞물림 힘을 변화시켜 가면서 이에 따른 기어 이와 외벽간의 전달함수의 변화를 표시하였다. 세 개의 선이 전달함수의 크기와 위상을 나타내기 위하여 사용되었고 세 개의 선은 각기 800N의 맞물림 힘의 차이가 날 때의 전달함수를 표시하고 있다. 위의 맞물림 힘의 구간은 기어의 작동 범위를 대부분 포함한다. 그림에서 보듯이 기어에 걸리는 부하의 변동에 전달함수는 그다지 변하지 않음을 알 수 있다. 그러므로 이 구간의 부하 조건에서는 동일한 전달함수를 사용할 수 있다.

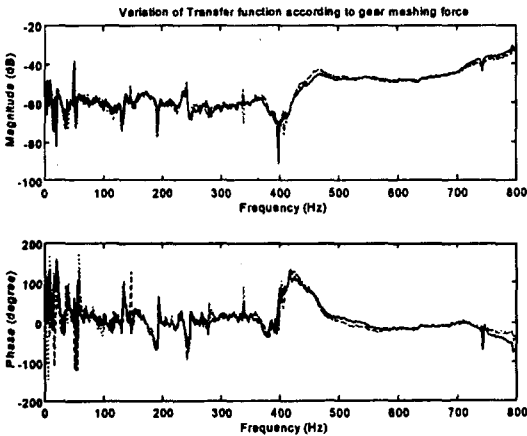


Fig. 3 기어에 가해지는 맞물림 힘의 변화에 따른 전달함수의 변화

3. 역필터의 설계

전달함수를 표현하는 방법은 여러 가지로 다항식의 비로는 다음과 같이 표시될 수 있다.⁽²⁾

$$TF = C \cdot \frac{(\omega - z_1)(\omega - z_1^*)(\omega - z_2)(\omega - z_2^*) \cdots (\omega - z_N)(\omega - z_N^*)}{(\omega - p_1)(\omega - p_1^*)(\omega - p_2)(\omega - p_2^*) \cdots (\omega - p_N)(\omega - p_N^*)} \quad (1)$$

- z_k : k-번째 영점
- p_k : k-번째 극점
- *
 : 켈레 복소수
- TF : 전달함수
- C : 상수

구조물의 전달함수는 안정하므로 전달함수의 극점(pole)은 S-평면에서는 왼쪽면에 그리고 Z-영역에서는 단위 원의 안쪽에 존재하게 된다. 그러나 전달함수의 영점(zero)에는 일반적으로 어떠한 제약도 없이 S-전 평면과 Z-전 영역에 분포하게 된다. 만일 전달함수의 영점 중 적어도 1개가 Z-영역에서 단위 원밖에 존재하게 되면 이런 시스템에서는 전달함수의 역수인 역전달함수의 극점은 단위 원밖에 존재하게 되어 역전달함수는 불안정하게 된다. 전달함수로부터 역필터를 만드는 데에는 위에서 언급한 역전달함수의 불안정성 이외에도 여러 가지 어려움이 있다. 그 중 하나는 역전달함수에서의 첨두(peak)는 전달함수에서는 영점의 부분이고 이 부분은 전달함수를 구할 때 잡음(noise)에 많은 영향을 받을 수 있는 부분이다. 따라서 역전달함수를 구하기 위하여 전달함수의 역을 취하여 전달함수의 영점 부분이 첨두가 되면 잡음의 영향이 증폭 된다. 또한 역전달함수는 전달함수의 극점의 감쇠가 아니고 영점의 감쇠에 의해서 시스템의 응답 함수의 길이가 결정되므로 원래의 응답 길이보다 긴 응답 함수를 갖을 수 있다. 그러므로 전달함수를 구하는 실험에 각별한 주의가 요구되며 이러한 어려운 점을 극복하고 강인한 역필터를 만들기 위하여 가우스 윈도우를 이용한 켈스트럼을 사용하였다.⁽¹⁾ Fig. 4에 전달함수와 역전달함수를 나타내었다. 역전달함수는 전달함수의 역수로서 전달함수의 그래프를 뒤집어 놓는 그림이 된다. 이 역전달함수의 켈스트럼과 윈도우가 Fig. 5 (a)에 표시되어 있는데 켈스트럼은 다음과 같이 정의 된다.

$$c(\tau) = F^{-1}(\log_{10}|TF| + j\angle TF) \quad (2)$$

여기서 F^{-1} 은 프리에 역변환, TF 는 전달함수, $\angle TF$ 전달함수의 위상 그리고 j 는 복소수를 나타낸다. 그리고 윈도우된 켈스트럼 결과로 강인해진 역전달함수를 Fig. 5 (b)에 표시하였다. 이렇게 켈스트럼된 역전달함수의 충

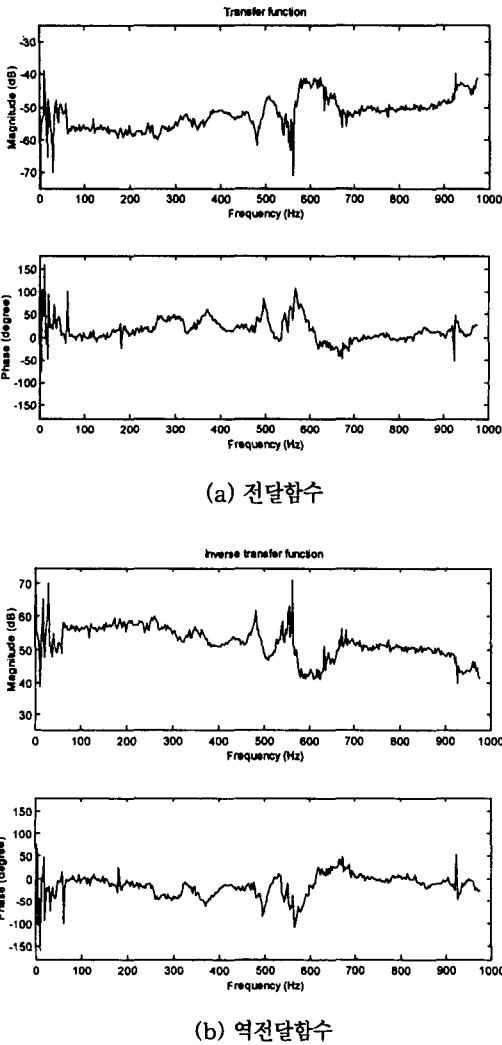


Fig. 4 기어와 기어 상자 외벽간의 전달함수와 역전달함수

격 응답 함수를 이용하여 역필터를 만들었으며 그 역필터 계수는 Fig. 6 에 표시되어 있다.

4. 기어 상자의 실험

앞에서 설명된 과정을 거쳐 만들어진 역필터를 이용하여 재생된 기어의 맞물림 힘이 부하 크기와 주파수에 대한 정보를 담고 있는지를 검증하는 실험을 수행하였다. Fig. 7 에 실험 장치 개략도에서 나타낸 것과 같이 기어 상자 외벽에 가속도계를 부착하여 가속도를 측정하였다.

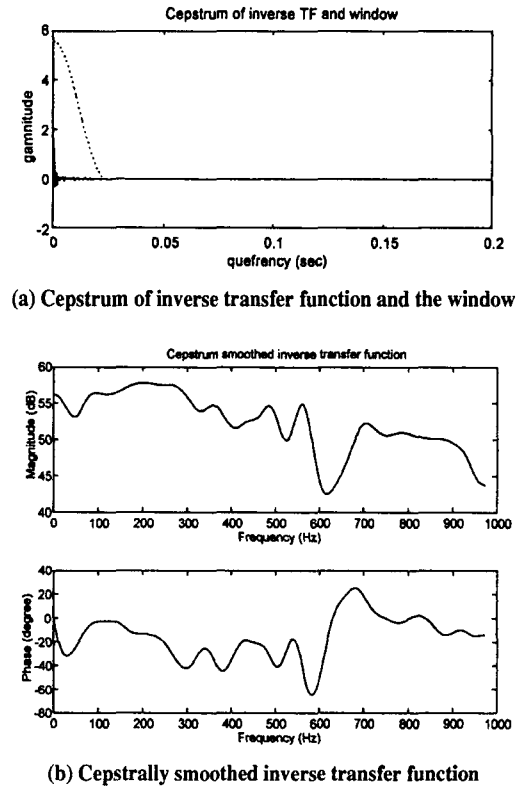


Fig. 5 역전달함수와 켈스트럼을 이용하여 처리된 역전달함수

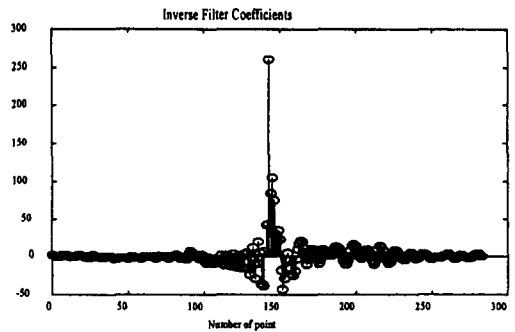


Fig. 6 역필터의 계수

가속도계에서 나온 신호는 신호 증폭기를 통하여 증폭되고 다시 앤티-에일리어싱 필터 (Anti-Aliasing filter)를 거친 후에 샘플링 되었다. 이렇게 측정된 신호는 다시 개발된 역필터를 통과하여 기어의 맞물림 힘으로 재생된다. 먼저 재생된 기어의 맞물림 힘의 크기 성분이 정확히 재생이 되는지를 살펴보기 위하여 기어의 부하를 증가시키

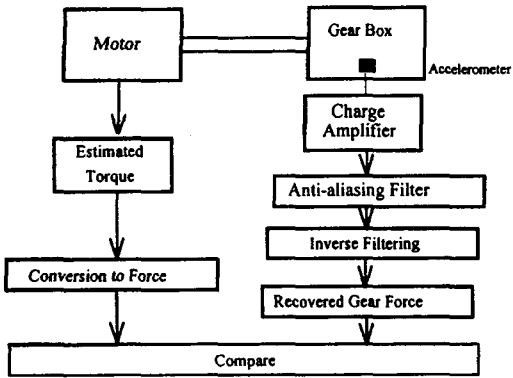


Fig. 7 재생된 기어의 맞물림 힘과 측정된 구동 토크와의 비교 실험 장치 개략도

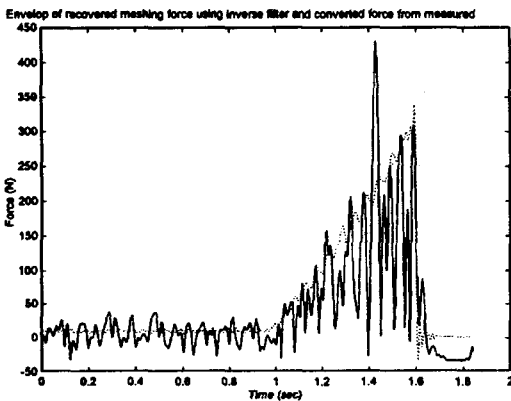


Fig. 8 재생된 기어의 맞물림 힘 크기와 구동 토크로부터 계산된 기어의 부하와의 비교

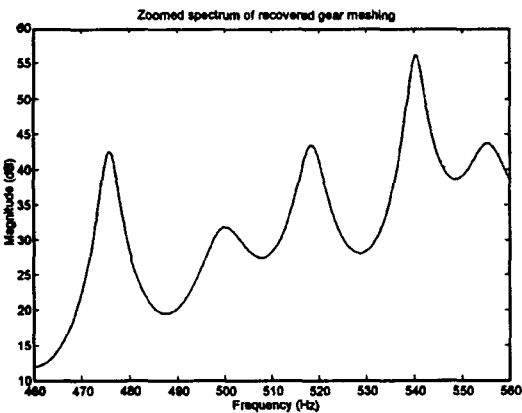


Fig. 9 기어의 맞물림 주파수 근처에서 확대된 기어의 맞물림 주파수 AR 스펙트럼

면서 실험을 수행하였다. 재생된 기어의 부하는 모터에서 직접 측정된 모터 구동 토크로부터 환산된 기어 부하와 비교하였다. Fig. 8 에 기어의 맞물림 힘의 크기 성분만을 실선으로 표시하였고, 모터 토크로부터 변환된 기어의 전달 힘이 점선으로 표시되었다. 부하는 처음에는 일정하다가 선형적으로 증가하고 어느 정도 증가한 후에는 기어의 회전을 멈추었다. Fig. 8 에서 보여진 바와 같이 기어 힘의 절대값과 경향이 상당히 잘 일치 함을 알 수 있다. 즉, 기어의 맞물림 힘이 기어 상자 외벽까지 전달 되면서 왜곡된 부분이 역필터를 통하여 잘 제거되어 재생된 기어 맞물림 힘의 신호가 힘의 크기에 대한 정보를 정확히 갖고 있다.

다음으로는 기어 맞물림 힘에 포함된 주파수 성분이 잘 재생되었는 지를 살펴보기 위하여 주파수 분석을 수행하였다. Fig. 9 에 기어의 맞물림 주파수 성분인 약 540 Hz 주위로 확대한 스펙트럼을 표시하였다. 기어의 맞물림 주파수 근방에 커다란 피크를 발견할 수 있으며 이 피크가 기어의 주 회전속도의 정보를 갖고 있다. 그리고 피크 주위로 약 20 Hz 떨어져 있는 두 성분도 Fig. 9 에 보인다. 이 성분은 기어가 연결된 다른 기어 쌍의 맞물림 주파수로 다른 쌍의 맞물림의 영향이 전달되어 기어의 맞물림 힘의 신호가 20 Hz로 변조된 상태를 보여 준다. 즉 역필터가 기어의 회전에 대해서 관심이 있는 한쌍의 기어의 회전 정보뿐 아니라 연결된 다른 기어에 의한 회전 속도의 변화의 정보까지도 잘 재생하였음을 보여 준다.

5. 결론

본 연구는 기어의 진단을 수행할 때 필수적으로 요구되어 지는 기어의 맞물림 힘을 비침투적으로 재생해 내는 방법을 연구하는데 주안점을 두었다. 기어 상자 외벽에 부착한 가속도계의 신호를 이용하여 기어 상자 내부의 기어 맞물림 힘을 재생해내기 위해서는 기어의 맞물림 힘이 진동으로 기어 상자 외벽까지 전달 되는 동안 왜곡된 부분을 제거하여야 한다. 이를 위해서 실험으로 기어와 기어 상자 외벽간의 전달함수를 구하였고 이를 기본으로 역필터를 설계하여 기어의 맞물림 힘을 재생하였다. 전달함수를 구하는 과정에서 기어의 맞물림에 의하여 발생하는 힘의 영향은 기어의 상대 운동을 측정함으로써 고려하였다. 역필터를 사용하여 재생된 기어의 맞물림 힘의 크기는 실험으로 검증되었듯이 기어에 걸리는 힘의 크기와 경향을 잘 보여주었을 뿐 아니라 부하의 크기의 정보까지도

제공하여 주고 있다. 그리고 재생된 기어 맞물림 힘의 주파수 성분은 기어 회전의 주 주파수 성분과 또한 이에 연결되어있는 다른 기어에 의한 주 주파수 성분의 변조 성분까지도 정확히 재생해냄을 보여주었다. 이로서 역필터를 사용함으로 기어와 기어로 구동되는 장치의 진단에 필수적인 기어 맞물림 힘의 재생이 이루어져 비침투적으로 기계의 진단이 수행될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. D.L. Bowen, "Application of Signature Inverse Filtering to the Fault Diagnosis of an Impact Mechanism", M.Sc Thesis, Dept. of Mech. Eng. MIT, May, 1980.
2. J. Chai, R.H. Lyon, and J.H Lang, "Non-Invasive Diagnostics of Motor-Operated Valves", Proc. of Automatic Control Conference, Vol 2, pp 2006-2012, 1994.
3. R.G. Gibbson, "Phase Variability of Structural Transfer Function", M.S. Thesis, MIT, Dept. of Mech. Eng. Feb. 1986.
4. R. H. Lyon, Machinery Noise and Diagnostics, Butterworth, Boston, 1987.
5. A. V. Oppenheim, and R. W. Schafer, Discrete-Time Signal Processing, Prentice-Hall, New Jersey, 1989.
6. A. Ordubadi, "Component and Fault Identification in a Machine Structure using an Acoustic Signal", Sc.D thesis, Dept. of Mech. Eng., MIT, May, 1980.
7. R.E. Powell, "Multichannel Inverse Filtering of Machinery Vibration Signals", Sc.D Dept. of Mech. Eng., MIT, Jan. 1983.