

유정압 테이블의 동적 Modeling에 관한 연구

노승국*, 이찬홍*, 박천홍*

A Study on the Dynamic Modeling of a Hydrostatic Table

Seung-Kook Ro*, Chan-Hong Lee*, Chun-Hong Park*

ABSTRACT

In this paper, a 3-DOF(Degree Of Freedom) rigid body model is developed for dynamic analysis of a hydrostatic table. The dynamic coefficients, stiffness and damping constant of each pad are calculated from the mass flow continuity condition. The validity of this model is examined in theoretical and experimental method. The dynamic behavior when mass unbalances and local variations of stiffness and damping of pads present is analyzed for real applications of hydrostatic table. Since the theoretical and experimental results show good agreement, it can be said that the 3-DOF rigid body model is useful for the dynamic model of the table. The analysis reveals that the pitching motion is the dominant mode of vibration. It also reveals that unbalanced loads can increase amplitude of tilting motion and reduce natural frequencies and damping capacity of the hydrostatic table.

Key Words : 3-DOF rigid body motion(3자유도 강체 운동), dynamic modeling(동적 모델링), hydrostatic table(유정압 테이블), unbalanced load(편하중)

1. 서론

유정압 베어링은 저마찰, 고감쇠 특성을 지니고 있어 공작기계용 운동요소에 적합한데, 특히 고정밀 안내면에 적용하는 경우 운동속도가 작아 발열에 의한 열변위의 우려가 적으면서 고감쇠 효과를 기대할 수 있어 활발히 응용되고 있다. 이러한 유정압 안내면의 실용화 설계에 있어 높은 정적 강성과 더불어 동강성, 감쇠능 등의 동적 특

성을 얻기 위해서는 테이블 전체에 대한 동적 모델링이 필수적이다.

Brown⁽¹⁾은 1개의 유정압 패드로 이루어진 축방향 베어링에 대해 등가의 스프링-댐퍼 모델을 적용하여 유정압 베어링의 고감쇠 효과를 확인하였으며 靑山 등⁽²⁾은 이론, 실험적 해석을 통하여 동적 모델의 타당성을 검증하고 유한요소 해석에 의한 정, 동적 특성 계수의 산출방법과 병진운동과 경사운동 상태에 대한 모델의 타당성도 함께 검

* 한국기계연구원 공작기계그룹

증하였다. 그러나 이들 연구에서는 모두 1개의 단면지지 패드만을 대상으로 하였으므로 일반적으로 사용되는 멀티패드 구조나 양면지지 구조에 대해서는 적용하기 어렵다는 단점이 있다. 또한 여러개의 자유도를 가지는 3차원상의 동적 거동상태에 대해서는 모델링 및 해석상에 근본적인 문제를 안고 있다.

본 연구에서는 유정압 안내면의 테이블 구조를 대상으로 동적 모델을 제시하고 이론적 해석과, 실험적 규명을 통하여 동적 모델의 타당성을 확인하였다. 이 모델을 바탕으로 유정압 테이블의 실제 적용시에 필연적으로 발생하는 테이블 편하중의 영향 및 국부적인 유정압 패드의 강성과 감쇠의 저하에 의한 테이블의 동적 거동을 파악하였다.

여기서 베어링패드의 동적계수를 유량의 연속조건으로부터 유도된 근사해법⁽⁹⁾을 이용하여 구하고 이를 3자유도 모델에 적용하여 이론적 해석을 수행하였고, 실험결과와의 비교를 통하여 동적 모델링의 타당성을 확인함으로써 설계시에 테이블의 구조변경에 따른 동적특성의 변화를 민감하게 감시하여 테이블 구조 최적화를 가속시킬 수 있도록 하였다.

2. 유정압 테이블의 동적 모델링

2.1 유정압 베어링의 동적계수 결정

유정압 베어링은 기본적으로 Fig. 1과 같은 단순한 수학적 형태로 생각해 볼 수 있다. 이에 관련된 동적계수는 편하중 방정식인 레이놀즈 방정식으로부터 구할 수 있으며 유한 요소법이나 차분법을 이용한 수치해법이 사용될 수 있으나, 여기서는 패드의 형태와 기존의 실험경향을 이용하기 위해 유정압 테이블의 경우 단일패드에 대하여는 압력과 유량관계를 사용하여 근사해를 구하는 방법으로 시스템의 동적계수를 결정할 수 있다.

따라서 유량 근사해법으로 유정압 베어링의 동적계수를 수식적으로 표현하면 강성값은 단면과 양면 패드에 대하여 식 (1.a) (2.a)와 같이, 감쇠 계수는 식 (1.b) (2.b)와 같이 표현 된다⁽³⁾.

$$K = \frac{3\bar{A}\bar{A}\bar{P}_s}{h_0} (1 - \bar{P}) \quad (1.a)$$

$$C = \frac{\eta}{k_c} \bar{A}^2 A^2 \bar{P} \quad (1.b)$$

$$K_d = 3\bar{A}\bar{A}\bar{P}_s \left[\frac{\bar{P}_1(1 - \bar{P}_1)}{h_1} + \frac{\bar{P}_2(1 - \bar{P}_2)}{h_2} \right] \quad (2.a)$$

$$C_d = \frac{\eta}{k_c} \bar{A}^2 A^2 (\bar{P}_1 + \bar{P}_2) \quad (2.b)$$

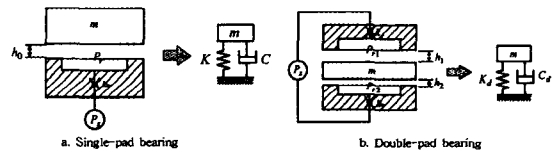


Fig. 1 Simple hydrostatic bearing system and 1-DOF model

Table 1 Specification of the hydrostatic table

mass of table, m	15 kg
table width, $B \times$ length, L	200×200 mm
distance between pads, r_x, r_y	75 mm
pad width, $B_l \times$ length, L_l	15×60 mm
effective area, A_e	$5.27 \times 10^2 \text{ mm}^2$
bearing gap, h_1, h_2	47.19, 50.81 μm
pressure ratio, \bar{P}_1, \bar{P}_2	0.5289, 0.4728
supply pressure, P_s	11 kgf/cm^2
capillary coefficient, k_c	$2.87 \times 10^{-4} \text{ mm}^2$
stiffness constant(1 pad), K_d	17.4 $\text{N}/\mu\text{m}$
damping constant(1 pad), C_d	85.8 kNs/m

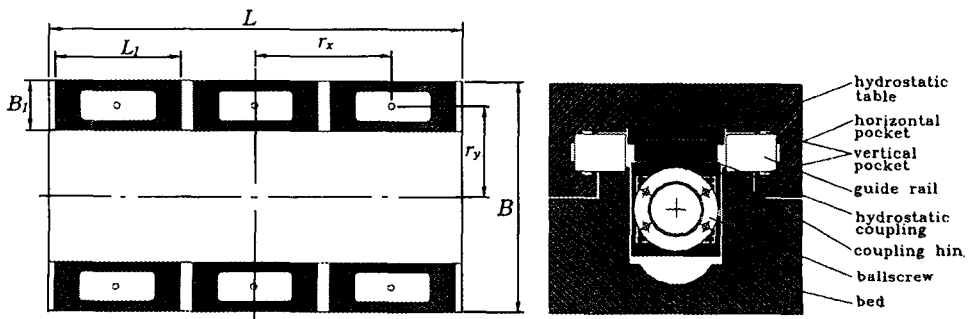


Fig. 2 Hydrostatic guide system

단, A 는 면적, \bar{A} 는 베어링 패드의 면적계수로 패드면적에 대한 유효면적의 비(\bar{A}/A)를 나타낸다. 그리고, \bar{p} 는 압력비로 P/P_s 이며, P_r , P_s 는 각각 포켓 리세스의 압력과 공급압력, η 는 작동유체의 점성계수, k_c 는 포켓의 모세관 계수, h_1 , h_2 는 베어링 상, 하 패드의 간극이다.

2.2 유정압 테이블의 동역학적 모델 및 운동방정식

Fig. 2에는 본 연구의 대상인 유정압 이송테이블 시험 모델의 구조를 나타내었다. 모두 6개의 양면 패드로 구성되어 있으며 그 제원은 Table 1과 같다. 표에 표시한 동적계수(K_d , C_d)는 식(2.a,b)에 의해 구해진 값이다. 이러한 유정압 테이블의 정, 동적 특성을 규명하기 위해서 몇가지 계산방법을 생각해 볼 수 있다. 우선 기존에 사용되어온 1자유도 모델과 유한요소법에 의한 정밀 수치해석 모델 그리고 본 논문에서 제시한 3자유도 강체 모델을 구성하여 결과의 정확도와 이송테이블의 모델링 간편성을 비교 검토하였다.

① 1자유도 모델

Fig. 1과 같은 기존의 M-C-K 1차원 모델은 이송테이블의 변위가 상하방향으로 크기와 위상면에서 동일하게 움직이는 것을 가정하고 있는데, 이 가정은 테이블의 크기가 커지면서 동적 해석결과의 신뢰성에 문제가 생기게 된다. 예를 들면 테이블의 이송방향 길이가 커지고 유정압 패드의 분포가 안내면을 따라 여러 개로 나뉘어 있을 경우, 테이블의 주요 진동형태가 상하방향의 운동보다는 앞뒤 경사방향(pitch운동)의 운동형태가 되므로 테이블 상의 각 점은 실제로 동일하지 않은 변위와 위상을 갖게 된다. 그러므로 이송테이블의 3차원 거동해석에는 부적합한 모델이라고 할 수 있다.

② 유한요소 모델

유한요소 모델(Fig. 3)에 의한 이송테이블의 동적 거동 해석은 모델에 관계없이 정밀한 해를 얻을 수 있지만 입

력 데이터의 증가와 모델링 변경의 불편함으로 최적화를 위한 반복 계산에는 부적당하다. 다만, 적절한 수학적 모델을 찾기 전에 유정압 안내면에서 일어나는 동적 현상을 거시적으로 보기 위해서 계산을 실시하였다.

Fig. 4에 나타낸 바와 같이 1차 진동모우드는 앞뒤 경사모양의 거동으로서 1차원 모델에 의한 해석으로는 많은 해석오차를 유발시키는 진동형태라 할 수 있다. 2차 진동모우드는 상하방향의 운동으로서 1차원 모델 해석시에 주로 사용하는 진동형태이다. 3차 진동모우드는 롤링운동 모우드로서 유정압 테이블의 진동특성에 의한 마지막 진동모우드이다. 4차 진동모우드는 유정압 베어링과는 관계없는 이송테이블 자체의 강성에 의한 비틀림 진동이라 할 수 있다. 여기서 중요한 것은 이송테이블이 어느 진동모우드의 영향을 가장 많이 받는 가이다. 일반적으로 이송계의 안내면의 감쇠계수가 작은 경우에는 1차 모우드 형태의 진동에 의해 영향을 가장 많이 받고, 유정압 안내면같이 고감쇠가 되는 경우에는 고유진동의 공진은 나타나지 않으나 저주파수 영역에서 1차 진동모우드와 유사한 진동영향을 많이 받는다. 따라서 유정압 안내면의 특성과 각 부위의 진동레벨을 고려한 이송테이블상의 질량분포를 설계하려면 기존의 1자유도 모델로서는 어려우며 보다 이송계의 특성을 잘 표현할 수 있는 간단한 수학적 모델의 설정이 필요하다.

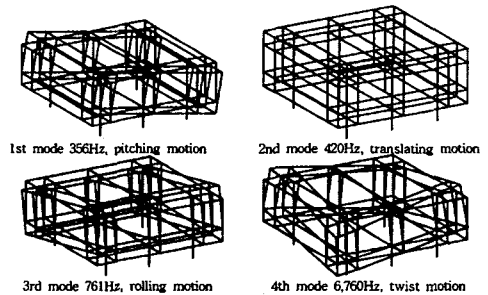


Fig. 4 Result of FEM analysis

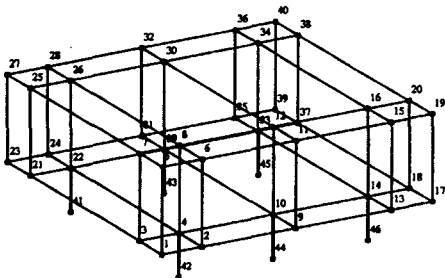


Fig. 3 Model for FEM analysis

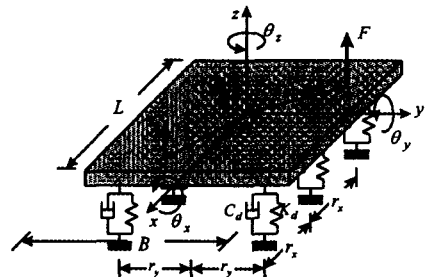


Fig. 5 3-DOF rigid body model of the hydrostatic table

③ 3자유도 강제 모델

유정압 테이블은 기하학적으로 매우 간단한 대칭형 구조이고 유정압 패드는 C-K로 모델링할 수 있으며 또한 과대감쇠로 전달함수 상에 peak가 존재하지 않는 상황이므로 복잡한 상용 유한요소해석 프로그램보다는 수학적 모델링 방법을 적용하는 것이 효과적이다.

Fig. 5와 같은 3차원 강제모델에 대하여 6개의 자유도 중 z방향과 θ_x, θ_y 를 제외한 미소운동을 무시하고 질량 불균형을 고려하여 수직방향 힘 F가 a(a_x, a_y)에서 작용하고, 중심 O에서 질량중심 C까지의 좌표가 e(e_x, e_y)일 때 강체의 운동방정식을 식 (3)과 같은 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$[M]\ddot{q} + [C]\dot{q} + [K]q = F[a] \quad (3)$$

여기서,

$$q = \begin{bmatrix} z \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix}, [M] = \begin{bmatrix} m & me_y & -me_x \\ me_y & I_{xx} & -I_{xy} \\ -me_x & -I_{xy} & I_{yy} \end{bmatrix}$$

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 \\ a_y \\ -a_x \end{bmatrix}, [C] = \text{diag}[C_z, C_{\theta_x}, C_{\theta_y}]$$

$$[K] = \text{diag}[K_z, K_{\theta_x}, K_{\theta_y}]$$

$$I_{xx} = m \left(\frac{B^2}{12} + e_y^2 \right), I_{yy} = m \left(\frac{L^2}{12} + e_x^2 \right), I_{xy} = me_x e_y$$

이때, b에서의 변위를 $z_1 = z + b_y \theta_x - b_x \theta_y$ 로 나타낼 수 있으며, I_{xx}, I_{yy}, I_{xy} 는 O에서의 관성 모멘트들이고, 각각의 방향에 대한 강성과 감쇠는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$K_z + 6K_d, K_{\theta_x} = 6r_y^2 K_d, K_{\theta_y} = 4r_x^2 K_d$$

$$C_z + 6C_d, C_{\theta_x} = 6r_y^2 C_d, C_{\theta_y} = 4r_x^2 C_d$$

질량 편심이 없고(O=C) $r_x = r_y = r$ 인 경우에 대해서는 가진력에 대한 변위의 전달함수는 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$\frac{Z_1}{F} = \frac{1}{ms^2 + 6C_d s + 6K_d} + \frac{a_y b_y}{I_{xx} s^2 + 6r^2 C_d s + 6r^2 K_d} + \frac{a_x b_x}{I_{yy} s^2 + 4r^2 C_d s + 4r^2 K_d} \quad (4)$$

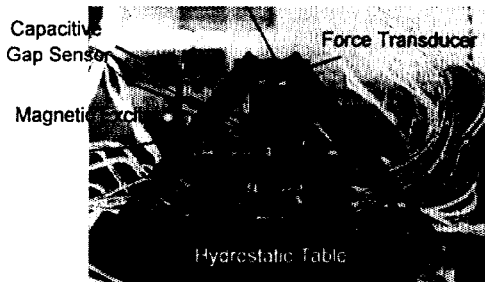
여기서 s는 Laplace연산자이다. 앞의 식 (3)혹은 식 (4)를 이용하여 테이블의 임의의 점(x,y)에서의 상하방향 운동을 예측할 수 있고, 식 (3)을 가지고 고유치 문제를 통해 고유진동수와 모우드 형태 등의 해석을 수행할 수 있다.

3. 유정압테이블의 실험적 특성 규명

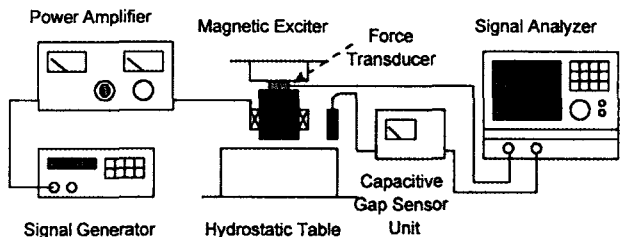
3.1 실험 방법과 실험 장치

시스템의 강성과 감쇠특성과 외부 진동에 대한 테이블의 변위 등을 규명하기 위해서 Fig. 6에서와 같이 전자석형의 비접촉식 가진기를 이용하여 가진 실험을 수행하였다.

자체 제작된 가진기(100N, 850Hz)는 전자기력으로 비접촉 상태에서 가진을 하며 지지부에 force센서(B&K8200)를 장치하여 힘을 측정할 수 있도록 하였다. 정현파의 신호를 신호발생기(HP사)에서 발생시켜 전력



a. picture of experimental setup



b. schematic diagram of experimental setup

Fig. 6 Experimental setup

증폭기를 통해 가진기에 인가하며 가진기의 대역폭을 늘리기 위해 전류제한 회로를 자체에 내장하고 있어서 가진력을 기준값으로 보상할 수 있는 증폭기(B&K2707)를 사용하였다. 용량형 센서(Microsense, 주파수응답범위 40kHz)를 이용하여 변위를 측정하고 각 주파수에 따른 컴플라이언스와 위상차를 신호분석기(B&K3550)를 이용하여 구했다.

3.2 실험 결과 및 이론치와의 비교

Fig. 7은 테이블중앙부를 가진했을 때의 테이블 끝단에서의 주파수 응답특성을 측정한 것이다.

위의 그림에서 실선은 강제 모델 식(3)을 통하여 주파수 응답을 구한 것으로 실험결과와 경향이 비교적 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다. 또한 테이블의 과도감쇠로 인해 컴플라이언스 스펙트럼에서는 고유진동수의 peak가 나타나지 않으나 위상스펙트럼으로부터 구해지는 비감쇠 고유진동수(undamped natural frequency, 90°위상차에서의 진동수)를 이용하여 비교해보면 실험값은 408Hz 근처로서 이론치와 약 10Hz의 오차를 가지고 근접하는 것을 알 수 있다. 한편 다른 위치에 대한 가진에서도 유사한 결과가 얻어지는지를 확인하기 위해 가진기를 앞쪽(a=[70,0], b=[-100,0])에 설치하고 가진 실험을 수행한 결과를 Fig. 8에 나타내었다. 이 경우에서도 이론치는 실험치를 잘 추종하고 있으나 가진기 자체와 구조물의 공진 등에 의한 노이

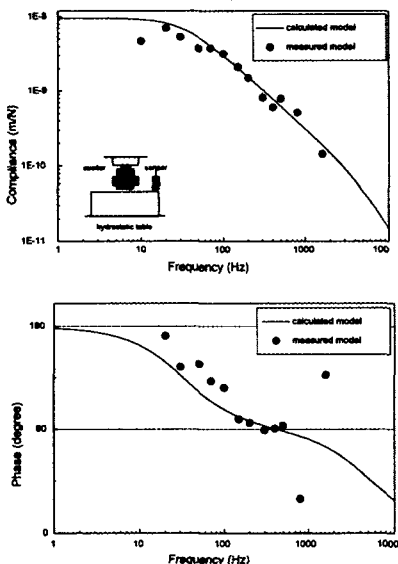


Fig. 7 Frequency response plot (Ps=11kg/cm²)

드로 인해 오차가 다소 존재하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 한 쪽 안내면의 중앙에 있는 패드의 압력을 제거하고 가진 실험을 수행한 결과를 나타낸 것으로 테이블의 강성과 감쇠가 감소하고 있으며 이론치도 유사한 결과를 나타내고 있다.

이상의 결과로부터 1개의 유정압패드에서 구한 동적계수를 이용하여 다수의 패드를 갖는 유정압테이블을 3자유도 강체모델로 해석하는 것이 타당함을 확인할 수 있다.

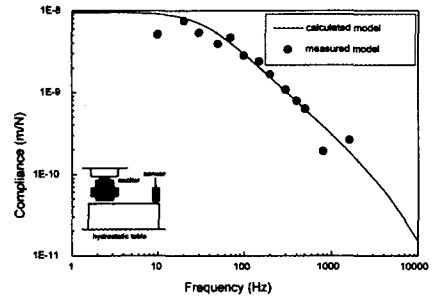


Fig. 8 Frequency response at titling excitation

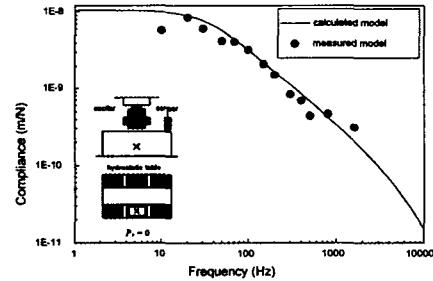


Fig. 9 Frequency response (pressure of a pad removed)

4. 편하중에 의한 테이블의 동적 거동 해석

4.1 작은 편하중이 작용하는 경우의 이론적, 실험적 해석

일반적으로 테이블 위에는 큰 하중의 주축대나 마그네틱 클램프, 공구대 등이 장착되며 이 경우 유정압테이블에는 편하중에 의하여 간극과 압력, 유량 등의 변화가 생겨 동특성이 변화할 가능성이 있다. Fig.10은 편하중의 영향을 파악하기 위하여 테이블의 한쪽 단에 약 5kg의 추를 올려놓고 테이블 중앙부에서 가진했을 때 반대쪽 단에서의 응답을 측정된 결과를 나타낸 것으로, 유정압테이블의 강성과 감쇠가 매우 커서 저주파수 영역에서는 편하중의 영향이 미미하고 고주파 영역에서 영향이 서서히 나타나기 시작한다.

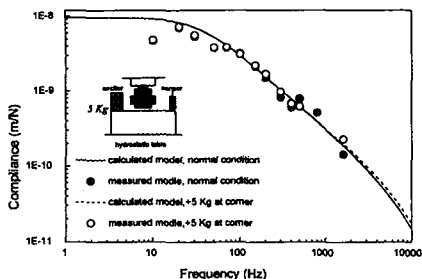


Fig. 10 Frequency response (with unbalance load, 50N)

4.2 큰 편하중이 작용하는 경우의 이론적 해석

앞절에서 서술한 작은 편하중에서의 이론적, 실험적 특성 검증과 기준 이송테이블의 위치에 따른 이론적, 실험적 동특성 검증결과를 바탕으로 편하중이 더 크게 작용하는 경우에 대한 영향을 이론적으로 식 (4)의 3자유도 모델을 이용하여 계산할 수 있는데, 편하중이 작용할 때 이송 테이블의 질량중심 e_x, e_y 를 변화시켜 계산할 수 있다. 여기서 끝단의 한쪽 모서리에 30, 60, 100, 150kg의 가상 질량을 설치하고 동일한 지점에서 가진력을 가하는 경우 ($a = [100, 100]$), 같은 점에서의 응답 ($b = [100, 100]$)과 중앙에서의 응답 ($b = [0, 0]$)을 계산하여 Fig. 11에 나타내었다.

가진점에서는 부가 편하중에 의한 관성력이 증가하므로 편하중이 없을 때에 비하여 고유진동수와 감쇠비가 낮아지고 이에 상응하여 이때의 진동 진폭이 커짐을 알 수 있다. 가진점에서의 주파수 응답이 중앙부에 비해 크고 편하중의 영향을 더욱 크게 받고 있다. 또한 Fig. 11b는 모드 해석을 계산한 결과를 나타낸 것으로 큰 편하중이 생김에 따라 경사진동 형태의 모우드의 고유진동수와 감쇠비가 감소하며 편하중이 매우 큰 경우에는 감쇠비가 1 이하가 되어 외부 가진력의 위치에 따라 이송테이블의 진동이 고유진동수에서 상당히 커질 수 있음을 알 수 있다.

4.3 국부 유점압 패드의 동적계수 변화에 대한 이론적 해석

한편 패드형상의 불균일, 오일공급 압력이나 모세관 저항값의 불균일 등에 의해 발생하는 테이블의 경사로 인해 부분적으로 동적계수가 불균일하게 분포되는 경우, 이송테이블의 동특성 예측을 위해, Fig. 11에서의 하중 작용점 가까이 패드와 그와 반대쪽 패드의 동적계수가 각각 100, 90, 70, 50%로 감소하였을 때 주파수특성의 계산 결과를 Fig. 12에 나타내었다.

그림에서 주파수응답 분석을 통하여 양 패드의 동적계수가 감소하는 경우에는 테이블이 병진운동에 대한 강성보다 경사 운동에 대한 강성이 급격히 감소하는 것을 알 수 있다. 모드 해석 결과를 보면, 동적계수의 변화에 따라 모우드 형태에는 변화가 없으나 고유진동수와 감쇠비는 감소하게 되는데, 100%에서 50%로 감소하였을 때 1차 모우드인 피칭운동의 고유진동수와 감쇠비는 각각, 398Hz에서 344 Hz, 6.1에서 5.3으로 감소한다.

실제 유점압테이블에 있어서 편하중이 작용하는 경우에는 Fig. 11에서의 편심질량효과와 Fig. 12에서의 테이블 경사에 의한 패드강성의 저하가 동시에 나타나므로 두 가지 현상을 함께 고려해야 할 필요가 있다. 이 경우 편하중에 의한 경사는 결과적으로 양측 단에서의 진폭을 증가시

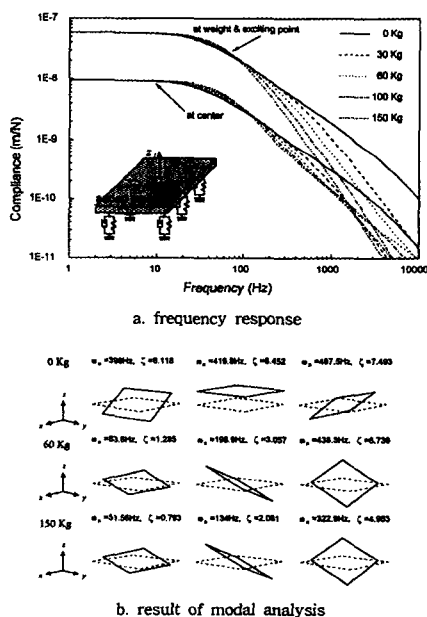


Fig. 11 Result of numerical analysis with unbalance mass

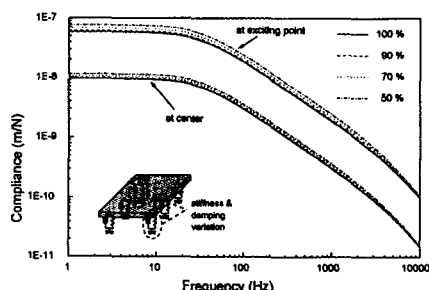


Fig. 12 Frequency response

키게 되어 가공조도 등에 영향을 미칠 수 있으므로 카운터웨이트 등을 이용하여 수평을 유지하는 것이 바람직하다.

5. 결론

본 연구를 통해 얻어진 결론을 요약하면 다음과 같다.

1. 단일 유정압 패드의 대한 동적계수를 3자유도 강체 진동시스템에 적용한 유정압 테이블의 동적 모델링이 이송계 진동특성 해석을 가속화시키고 신뢰성 또한 유지할 수 있는 방법임을 검증하였다.
2. 유정압테이블의 동적 거동은 1차 및 2차 진동모우드에 의해 주도되며 특히 1차 모우드인 피칭 운동은 테이블의 기하학적 정도에 큰 영향을 줄 것이 예상된다.
3. 유정압테이블에 작용하는 편하중은 저주파 진동을 지배하는 피칭운동의 진폭을 크게 증가시키고, 국부적인 유정압 패드의 이상상태는 전주파수에 걸쳐 진동진폭을 증가시킨다.

참 고 문 헌

1. G. M. Brown, "The Dynamic Characteristics of a Hydrostatic Thrust Bearing", Int. J. MTDR Res., Vol.1, pp157-171, 1961.
2. 青山藤詞郎 外, "靜壓スラスト軸受の振動特性", 精密機械, 43-3, pp439-444, 1977.

3. W. B. Rowe, "Hydrostatic And Hybrid Bearing Design", Butterworths, 1983.
4. M. Weck, H. B. Bring, "Handbook of Machine Tools Volume 2 Construction and Mathematical Analysis", John Wiley & Sons, 1984.
5. S. S. Rao, "Mechanical Vibrations", Addison Wesley, 1990.
6. M. Takahashi, J. Otsuka, "Study of Precision Positioning Using a Friction Drive", Bull. Japan Soc. of Eng., Vol.24, pp21-26, 1996.
7. D. J. Hatter, "Matrix Computer Methods of Vibration Analysis", John Wiley & Sons, 1973.
8. O. Frith, R. H. Y. Hancock, "The Advantages of Hydrostatic Drive for Machine Tools", Int. Jr. MTDR Vol.1, 1961.
9. W. B. Rowe, K. J. Stout, "Design of Hydrostatic Bearings for Exacting Applications", Proc. 13th Int. MTDR Conf., 1972.
10. 井澤實 外, "精密位置決め技術", 工業調査會, 1989.