

전방향 운동용 메카넘 바퀴의 기하학적 설계

신 동 현*, 이 인 태**

Geometry Design of Omni-directional Mecanum Wheel

Dong Hun Shin*, In-Tae Lee**

ABSTRACT

The mecanum wheel was originally developed in sweden to realize the omni-directional motion of the cart. The circumference of each wheel is lined with rollers set at 45 degrees relative to the main wheel. This paper proves that the roller of the mecanum wheel shapes the ellipsoid, derives the kinematic relationships between the parameters of the wheel and rollers, and proposes the procedure to determine the parameters of the wheel. The result was implemented into the computer program for the design of the mecanum wheel.

Key Words : Mecanum Wheel(메카넘바퀴), Geometry Design(기하학적설계), Omni-directional Motion(전방향 운동) Rollers, Ellipsoid(타원체).

I. 서 론

산업 현장에서 사용되고 있는 이동로봇은 공장내부와 같은 좁은 면적의 기계와 기계 사이 등에서 운행되어야 하므로 일반 자동차와 같은 바퀴 구조로는 부족한 점이 많다. 이와 같은 환경에서는 보다 다양하고 복잡한 자세의 기민한 운동이 요구되므로 전 방향으로 움직일 수 있는 이동로봇이 필요하다. 전방향 이동로봇은 어느 자세에서든지 항상 어느 방향으로든지 움직일 수 있고 또 자세를 바꿀 수 있는 것을 말한다. 즉, 2차원 평면에서 (x, y, θ) 의 3DOF 운동을 완벽히 구현할 수 있다. 이러한 전방향 로봇을 구현하기 위해서는 별도의 특별히 제작된 바퀴가 많이 나와 있지만 그 중에서 보다 안정감 있고 정밀한 제어가 가능한 것으로 Mecanum Wheel이 있다.^(1,2)

이 바퀴는 Fig. 1과 같이 바퀴의 원주면을 따라서 롤러가 회전축과 경사지게(보통 45°) 부착되어 있다. 바퀴와 지면과의 접촉은 롤러를 통하여 이루어지며, 피동의 롤러는 배가 볼록한 형상으로서 바퀴의 회전에 따라서 롤러의 중앙으로부터 바깥쪽으로 지면과의 접촉점이 이동하다가 다음 롤러의 중앙으로 매끄럽게 넘어간다.

바퀴는 구동이지만 롤러는 피동이므로 지면으로부터의 마찰력 중 롤러 축에 평행한 힘만이 바퀴로 전달된다. Mecanum Wheel은 Fig. 2와 같이 롤러가 서로 반대 방향으로 된 것을 한 쌍으로 사용되며 4개의 바퀴를 각각 따로 구동하여 로봇을 어느 자세에서든지 모든 방향으로 운행 가능하고 회전도 가능하게 한다.^(3,4,5)

본 논문은 이러한 Mecanum Wheel의 설계를 목적으로, 첫째, 롤러의 형상을 유도하고, 둘째, 설계변수인

* 서울시립대학교 정밀기계공학과.

** 유진 로보틱스

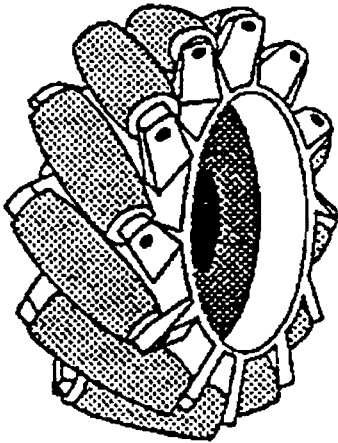


Fig. 1 Mecanum wheel

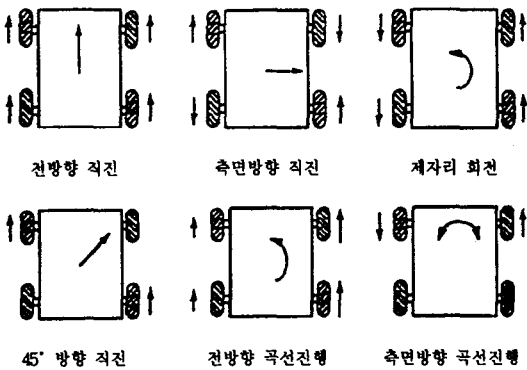


Fig. 2 Basic Motions with Mecanum Wheels

Wheel과 Rim의 반경 및 폭, 롤러의 길이, 개수, 경사각, 곡률등 사이의 상관 관계를 유도하고, 셋째, 실제 설계로서 주어진 변수에 따라 나머지 변수를 결정하기 위한 방법을 제시하였다. 또한, 제시된 방법에 의하여 설계를 좀더 효율적이고 쉽게 행할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 작성하였으며, 그 유용성을 보였다.

II. Mecanum Wheel의 설계변수 결정

II.1. 롤러의 형상 곡면

Mecanum wheel의 주행은 구동되는 Rim의 둘레에 경사지게 부착되어 있는 배가 볼록한 롤러가 지면과 접촉하여 이루어진다. 이때 접촉점은 바퀴의 회전에 따라서

롤러의 중앙으로부터 바깥쪽으로 혹은 안쪽으로 이동하다가 다음 롤러의 중앙 점으로 넘어간다. 그러므로 Mecanum wheel이 부드럽게 회전을 하기 위해서는 Fig. 3-(A)과 같이 경사지게 부착된 롤러의 연속된 곡면은 Fig. 3-(B)와 같이 wheel의 회전축 방향에서 본 바깥쪽 곡면은 원호를 이루고 이러한 롤러들의 연속된 바깥쪽 곡면은 완전한 원을 이루어야 한다.

Fig. 3-(A)는 바퀴를 위에서(z축) 본 것으로 롤러가 그림과 같이 바퀴의 축과 η 의 각도로 기울어져 배열되어 있다. Fig. 3-(B)는 바퀴를 옆에서(x축) 본 것으로 롤러는 y축에 대하여 $(90^\circ - \eta)$ 의 각도로 기울어진 상태로 보이며 여기서 보이는 롤러의 바깥 곡면은 원의 일부가 된다.

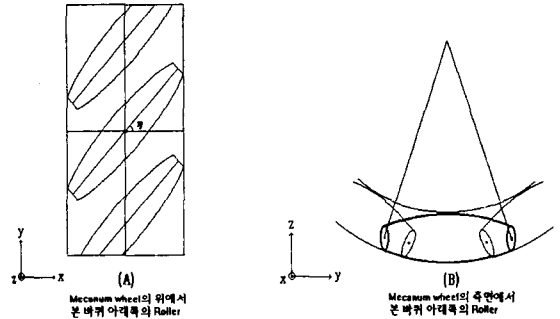


Fig. 3 Rollers under the Wheel

이와 같이 빗겨 보아서 원으로 보이는 롤러의 실제 곡면은 어떤 형상인가를 살펴보기로 한다.

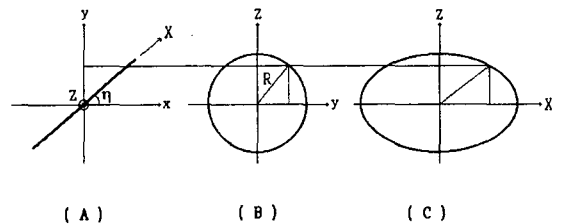


Fig. 4 Ellipsoid on the Oblique Plane

Fig. 4-(B)와 같이 x축에서 보아 원으로 보이는 실제 곡면은 Fig. 4-(A)의 X축에 있을 때, 그 실제 곡면은 Fig. 4-(C)와 같다. 실제로 x축은 Mecanum Wheel의 축에 해당하고 각 η 는 롤러가 Wheel 축과 이루는 각에 해당된다.

Fig. 4-(A)에서

$$y = X \sin \eta \quad (1)$$

이며, Fig. 4-(B)로부터

$$z^2 = R^2 - y^2 \quad (2)$$

이며, (1)식을 (2)식에 대입하면,

$$z^2 = R^2 - X^2 \sin^2 \eta \quad (3)$$

이므로,

$$X^2 \sin^2 \eta + z^2 = R^2$$

$$\frac{X^2}{\left(\frac{R}{\sin \eta}\right)^2} + \frac{z^2}{R^2} = 1$$

와 같이 된다. 따라서 임의의 어떤 각도(여기서는 $90^\circ - \eta$)로 돌려서 보았을 때 원으로 보이는 곡면은 원래의 형상이 타원임을 알 수 있다. 즉, 롤러의 바깥곡면은 타원의 일부가 됨을 알 수 있다.

2. Mecanum wheel의 설계 변수 사이의 관계식

다음에는 바퀴의 각부분에 대한 변수의 정의와 wheel, rim, 롤러의 반경 그리고 롤러의 길이 및 기울어진 각도 등의 상관 관계를 유도한다.

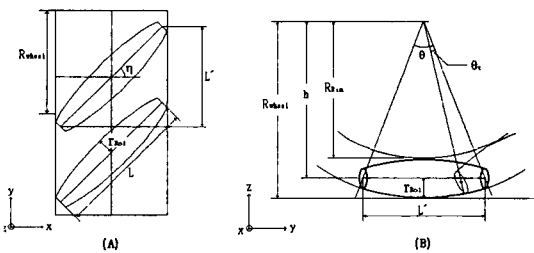


Fig. 5 Parameters of the Wheel

Fig. 5와 같이 다음과 같은 8개의 설계 변수가 있다.

- R_{wheel} : Rim과 롤러를 합한 바퀴 전체의 반경.
- R_{Rim} : Rim의 반경.
- L : 롤러의 길이.
- r_{Rol} : 롤러의 중심부 반경.
- n : 롤러의 개수

η : 바퀴의 축과 롤러의 축이 이루는 각.

θ : x축에서 볼 때 하나의 롤러가 이루는 각.

θ_1 : x축에서 볼 때 인접한 두 롤러의 겹쳐 있는 부분이 이루는 각

이 8개의 설계변수들은 Mecanum Wheel의 기본치수를 결정함은 물론 다음과 같이 롤러의 실제 곡면의 반경도 결정한다.

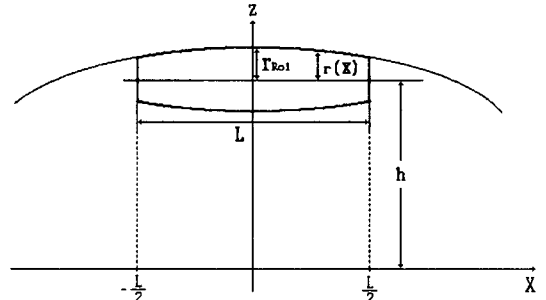


Fig. 6 Ellipsoidal Roller

Fig. 6은 롤러를 X-z 평면에 놓고 본 것이다. 즉, 롤러의 수직인 옆 방향에서 본 그림으로 Fig. 4에서 보였듯이 타원의 일부가 된다.

식 (3)에서 R 대신 R_{wheel} 을 대입하면,

$$z(X) = \sqrt{R_{wheel}^2 - X^2 \sin^2 \eta}$$

이므로, X축에 따라서 z값이 결정되며 $r(X)$ 를 롤러의 축에서 외곽까지의 거리, 즉 X에 따른 롤러의 반경이라고 하면 다음과 같이 구해지는데

$$r(X) = z(X) - h = \sqrt{R_{wheel}^2 - X^2 \sin^2 \eta} - h \quad (4)$$

여기서 h 는 바퀴의 중심에서 롤러의 축까지의 거리이며 다음과 같이 표현된다.

$$h = R_{Rim} + r_{Rol} = R_{wheel} - r_{Rol} = \frac{R_{wheel} + R_{Rol}}{2} \quad (5)$$

그러므로 만약 설계변수가 주어지는 경우, 식 (4)와 식 (5)로부터 롤러의 곡면을 완전히 결정할 수 있다.

그러나, 설계변수 8개가 모두 독립적인 것은 아니므로, 변수사이의 상관관계를 구하여 보자. 우선, 롤러의 바깥

곡면은 하나의 원을 이루므로, Fig. 5-(B)에서, n, θ, θ_i 는 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$n(\theta - \theta_i) = 2\pi \quad \text{혹은} \quad \theta = \frac{2\pi}{n} + \theta_i \quad (6)$$

그리고, Fig. 5-(B)의 바퀴의 반경으로부터 $R_{wheel}, R_{Rim}, r_{Rol}$ 사이에는 다음과 같은 관계가 구해지며.

$$R_{wheel} = R_{Rim} + 2r_{Rol} \quad (7)$$

또한, Fig. 5-(B)의 롤러의 길이로부터

$$L' = 2(R_{Rim} + r_{Rol}) \tan \frac{\theta}{2}$$

인데, Fig. 5-(A)에서 롤러의 실제길이는

$$L \sin \eta = L'$$

와 같은 관계식이 있으므로 다음과 같이 L 이 구하여진다.

$$L = \frac{2(R_{Rim} + r_{Rol}) \tan \frac{\theta}{2}}{\sin \eta} \quad (8)$$

지금까지는 Mecanum Wheel의 Rim과 한 롤러의 크기, 형상 사이의 상관 관계로부터 8개의 설계변수사이의 3개의 등식조건을 구하였다. 그러나 실제 Mecanum wheel 설계에서는 고려되어야 할 조건들이 더 있다. 여기서는 다음의 두 가지 조건을 고려해 본다. 먼저 롤러 여러 개가 한 Wheel에 있으므로 다음과 같은 조건이 성립된다.

조건 1: 인접한 두개의 롤러가 서로 닿거나 겹치는 일이 생기면 안된다.

즉, 바퀴 각 부의 치수를 결정함에 있어서 인접한 두개의 롤러가 서로 겹치지 않는 범위 내에서 각각 알맞은 치수를 정해야 한다.

Fig. 7-(B)는 7-(A)의 A-A'단면을 나타낸 것이다. 여기서 두 롤러의 중심이 이루는 각은 $(\theta - \theta_i)$ 가 되며 θ_i 의 값에 따라 두 롤러간의 거리가 멀어지거나 가까워진다. 여기서 d 의 값은 아래와 같이 구해진다. Fig. 7-(A)에서의 $d \sin(90 - \eta)$ 는 식 (4)의 X가 $d \cos(90 - \eta)$ 일 때의 롤러반경 r 이므로

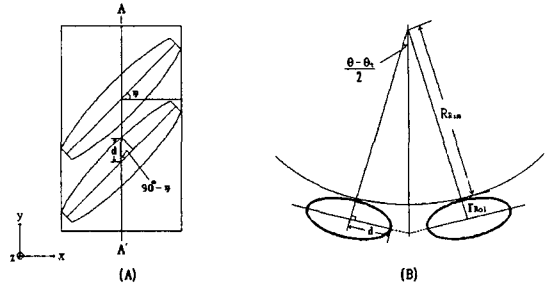


Fig. 7 Adjacent Rollers

$$\begin{aligned} d \sin(90^\circ - \eta) &= r(d \cos(90^\circ - \eta)) \\ &= r(d \sin \eta) \\ &= \sqrt{R_{wheel}^2 - (d \sin \eta)^2} \sin^2 \eta - (R_{wheel} - r_{Rol}) \end{aligned}$$

한편, $d \sin(90^\circ - \eta) = d \cos \eta$ 이므로

$$d \cos \eta + R_{wheel} - r_{Rol} = \sqrt{R_{wheel}^2 - d^2 \sin^4 \eta}$$

이 된다. 양변을 제곱하면,

$$\begin{aligned} d^2 \cos^2 \eta + R_{wheel}^2 + r_{Rol}^2 + 2dR_{wheel} \cos \eta - 2R_{wheel}r_{Rol} \\ - 2dr_{Rol} \cos \eta = R_{wheel}^2 - d^2 \sin^4 \eta \\ (\cos^2 \eta + \sin^4 \eta)d^2 + 2d(R_{wheel} - r_{Rol}) \cos \eta + (r_{Rol} - 2R_{wheel})r_{Rol} = 0 \end{aligned}$$

이므로 d 에 관하여 2차 방정식을 풀고, d 는 양수이므로,

$$d = \frac{-(R_{wheel} - r_{Rol}) \cos \eta + \sqrt{(R_{wheel} - r_{Rol})^2 \cos^2 \eta + (\cos^2 \eta + \sin^4 \eta)(2R_{wheel} - r_{Rol})r_{Rol}}}{(\cos^2 \eta + \sin^4 \eta)}$$

가 된다. 그런데, Fig. 7-(B)에서 보듯이 두 롤러가 닿지 않으려면 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$(R_{Rim} + r_{Rol}) \tan \left(\frac{\theta - \theta_i}{2} \right) > d$$

이 조건에 d 를 대입하고 식 (5), (6)을 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$h \tan \left(\frac{\theta - \theta_i}{2} \right) > \frac{-h \cos \eta + \sqrt{h^2 \cos^2 \eta + A(R_{wheel}^2 - h^2)}}{A} \quad (9)$$

여기서, $A = \cos^2 \eta + \sin^4 \eta$ 이다.

조건 2: 롤러의 끝부분 반경은 롤러의 축이 들어가야
하므로 어느 정도(축의 반경) 이상의 값을 가
져야 한다.

두 번째 조건은 롤러를 Rim에 부착하여 자유롭게 회전할
수 있게 하기 위해서는 Fig. 1과 같이 롤러 중심을 축으로
고정해야 한다. 이러한 경우 축의 굵기를 고려하여 아래와
같은 조건을 만족하는 롤러의 반경을 정해야 한다⁽¹⁾:

롤러 끝부분의 반경은 식 (4)의 $r(X)$ 에서 $x = \frac{L}{2}$ 일 때이
고, 롤러 축의 반경이 α 로 주어지면,

$$r\left(\frac{L}{2}\right) = \sqrt{(R_{Rim} + 2r_{Rol})^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2 \sin^2 \eta} - (R_{Rim} + r_{Rol}) > \alpha$$

이며

$$\sqrt{(R_{Rim} + 2r_{Rol})^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2 \sin^2 \eta} > \alpha + (R_{Rim} + r_{Rol})$$

이므로, 양변을 제곱하면,

$$(R_{Rim} + 2r_{Rol})^2 - \left(\frac{L}{2}\right)^2 \sin^2 \eta > (\alpha + R_{Rim} + r_{Rol})^2$$

이므로

$$L < 2 \sqrt{\frac{(R_{Rim} + 2r_{Rol})^2 - (\alpha + R_{Rim} + r_{Rol})^2}{\sin^2 \eta}} \quad (10)$$

이 되며, L 값은 위식 (18)을 만족하는 범위 내에서 선
택하여야 한다.

결과적으로 주어진 8개의 Mecanum Wheel의 설계변
수에 대하여 3개의 등식조건으로서 식 (6), (7), (8)과 2
개의 부등식 조건으로 식 (9), (10)을 가지게 되었다. 그
러므로, 실제 설계를 행하는 순서는 다음과 같다.

- ① 먼저 바퀴의 크기로서 R_{wheel} 혹은 R_{Rim} 중의 한
값을 선정한다.
(만약 R_{wheel} 선정한다고 가정하자)
- ② 롤러를 선정한다: 롤러의 개수 n 을 선정한다.

(1) 축의 굵기는 설계의 요구 파라미터로서 주어진다.

롤러의 겹침 각도 θ , 를 선정한다.

롤러의 경사각 η 를 선정한다 (보통 45°).

- ③ 등식조건 (6)을 사용하여 롤러 한 개의 원주각도
 θ 를 구한다.
- ④ 부등식조건 (9), (10)을 만족하는 R_{Rim} 을 선정한다.
- ⑤ 등식조건 (7), (8)을 사용하여 r_{Rol} 과 L 을 구한다.
- ⑥ 식 (4)를 이용하여 롤러의 실제형상을 구한다.

우선 바퀴의 크기와 롤러의 4개의 독립적인 설계변수를
선정한 뒤 위에서 구한 등식과 부등식 조건을 만족하는
나머지 4개의 변수를 결정하고, 변수에 따른 롤러의 형상
을 결정하는 것이다.

Ⅲ. 컴퓨터 프로그램을 이용한 응용 예

Ⅱ장에서 구한 방법과 같이 Mecanum Wheel의 설계
변수를 결정할 수 있겠으나, 과정 ①, ②, ③에서 구한 설
계변수에 대하여 과정 ④의 부등식 (9),(10)을 동시에 만
족하는 R_{Rim} 이 존재하지 않을 수 있다. 이러한 경우, 다시
과정 ①, ②, ③을 다시 수행하여 새로운 변수들을 선정하
여야 한다. 즉 수많은 값을 각각 반복하여 대입하여 보는
시행착오를 거쳐 적당한 값을 찾아야 하므로 이러한 계산을
쉽게 행하여 주는 컴퓨터 프로그램을 작성하였다.
Fig. 8은 이 프로그램의 수행 과정을 나타낸 순서도를 나
타낸 것인데, 먼저 프로그램을 실행시키면 다음과 같이
초기에 치수를 지정 할 변수를 물어 온다.

***** Design of Mecanum wheel *****

Choose what you want to decide the value initially

1. Wheel radius
2. Rim radius
3. Roller radius

Select number : _

여기서 세 가지 경우중 하나를 선택할 수 있는 데 만약
2번을 선택한다면 다음과 같이 지정할 Rim의 값을 물어
오고 롤러의 기울기 각도, 롤러의 개수, 인접한 롤러가 겹
치는 각 등을 차례로 물어 온다.

Input radius of Rim : 200
 Input angle of roller : 45
 Input number of roller : 12
 Input roller overlap angle : 15

위의 범위 내에서 r_{Roll} 의 값을 선택하면 나머지 하나의 설계변수인 R_{wheel} 과 롤러의 길이를 계산하여 최종 결과를 출력한다.

***** Final result *****

Angle of roller θ : 45
 Number of roller n : 12
 Roller overlap angle θ_1 : 15
 Radius of wheel R_{wheel} : 260.000
 Radius of rim R_{rim} : 200.000
 Radius of roller R_{Roll} : 30.000
 Length of roller L : 269.462

위와 같이 설계변수가 모두 결정되면 식(14)로부터 롤러의 형상계수인 타원의 두 반경이 결정된다.

IV. 결 론

본 논문에서는 AGV의 전방향 운동을 구현하기 위하여 Rim과 롤러의 복잡한 형상으로 이루어진 Mecanum Wheel의 설계에 목적을 두었다. 먼저 Rim의 둘레에 부착되어 있는 롤러의 곡면이 타원이 됨을 발견했으며, 다음으로 Rim과 롤러사이의 설계변수(Wheel, Rim, 롤러의 반경, 롤러의 길이, 각도, 개수 등)간의 관계식을 찾아냈다. 그리고 실제 설계에 있어서 고려하여야 할 사항인 롤러가 서로 부딪치지 않을 조건과 롤러가 Wheel의 폭 안에 있을 조건을 이용하여 설계 방법을 최종 제시하였다.

또한, Wheel을 구성하는 각 설계변수 값을 결정함에 있어서 하나가 결정되면 나머지도 종속적으로 결정되어지는 것이 아니라 몇 가지 제한 조건을 만족하는 범위 내에서 적절한 값을 선택하여야 하고 이에 많은 시행착오가 요구된다. 따라서 이러한 계산을 쉽게 할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 만들어 실제 응용하는 예를 보였다.

본 논문은 한 Mecanum Wheel의 치수와 롤러의 부착 형태에 따른 상관 관계등 기구학적인 적합성만을 고려하여 설계 하였는데 앞으로 여러개의 Mecanum Wheel이 구동되어 Robot의 운동을 결정하는 것에 대한 연구에 기초가 될 수 있다고 본다.

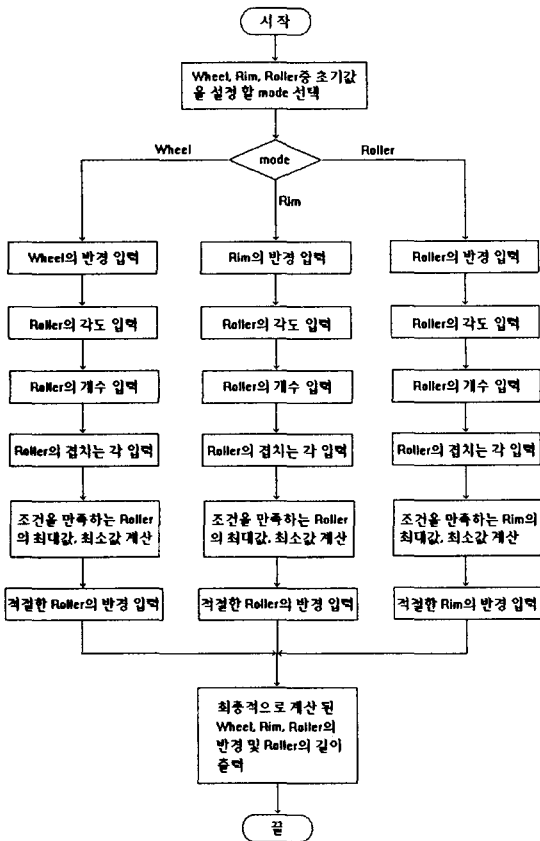


Fig. 8 Flow Chart

여기까지 입력을 끝내면 프로그램은 식 (6)과 (7)을 이용하여 이를 만족하는 r_{Roll} 의 범위를 표시 해 주고 사용자가 적당한 값을 선택하도록 입력을 기다린다.

You can choose the radius of roller from 24.000 to 49.000
 Decide the value : 30

참 고 문 헌

1. Ilon, B., Wheels for a Course Stable Selfpropelling Vehicle Movable in Any Desired Direction on the Ground or Some Other Base, United States Patent 3876255, April 8, 1975.
2. Blumrich, J., Omnidirectional Wheels, United States Patent 3789947, Feb. 5, 1974.
3. Blackwell, Mike, The Uranus Mobile Robots, Tech. Report CMU-RI-TR-91-06, Field Robotics Center, Carnegie-Mellon University.
4. 신동현 등, 전방향 AGV개발 및 물류시스템 핵심 기술 개발, G7 첨단생산 시스템 개발사업보고서, PKD92080, 생산기술연구원, 1994.
5. Muir, P. F., Modeling and Control of Wheeled Mobile Robots, Ph.D. Thesis, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, Pennsylvania, 1988.