

폐루프 구조를 가지는 6 자유도 머니플레이터의 개발 및 기구학적 해석

김경찬*, 우춘규*, 김수현*, 곽윤근*

Development of 6 DOF Positioning Manipulator Using Closed Loop Structure and Its Kinematic Analysis

Kyung-Chan Kim*, Chun-Kyu Woo*, Soo-Hyun Kim*, Yoon Keun Kwak*

ABSTRACT

Parallel link manipulators have an ability of more precise positioning than serial open-loop manipulators. However, general parallel link manipulators have been restricted to the real applications since they have limited workspace due to interference among actuators. In this study, we suggest a closed-loop manipulator with 6 degrees-of-freedom and with enlarged workspace. It consists of two parts for minimizing the interference among actuators. One part is lower structure with planar 3 degrees-of-freedom and the other is upper one with spatial 3 degrees-of-freedom. Forward kinematics and inverse kinematics are solved, research about singularity points are carried out, and workspace is evaluated. The comparison of workspace between Stewart platform, which is the typical parallel link manipulator, and the suggested manipulator shows that the workspace of the latter is wider than that of the former. Especially, simulation results also show that the suggested manipulator is more suitable when there needs rotation in the end-effector.

Key Words : Closed Loop Structure(폐루프 구조), Parallel Link Mechanism(병렬 링크 구조), Kinematic Analysis(기구학적 해석), Workspace(작업 영역), Positioning Manipulator(위치 결정 머니플레이터)

1. 서론

지금까지 자동화에 있어 개회로 구조(Open Loop Structure)를 지닌 머니플레이터(Manipulator)가 많이 이용되어 왔으나, 낮은 강성으로 인하여 큰 동적 하중을 필요로 하는 작업에 적용할 수 없다는 단점을 지니고 있다. 특히, 각 링크에서 발생한 오차가 말단효과장치

(End-Effector)에 누적되어 정밀한 위치 결정을 하는데 한계가 있다. 이에 비해 폐회로 구조(Closed Loop Structure)의 머니플레이터는 강성이 높고, 하중용량(Load Capacity)이 크며, 좋은 위치 정밀도 갖고 있어 고정밀 작업에 적합하다. 대표적인 폐회로 구조를 지닌 머니플레이터로는 Stewart가 항공기 시물레이터(Simulator)로 고안한 스튜어트 플랫폼(Stewart Platform)이

* 한국과학기술원 기계공학과

있으며 폐회로 구조 설계의 표준이 되고 있다⁽¹⁾. 그러나 스튜어트 플랫폼은 구조를 구성하는 선형 액추에이터 (Actuator)들 간의 간섭으로 인해 작업 영역이 작은 단점을 지니고 있다.

본 연구에서는 이러한 스튜어트 플랫폼의 문제점을 해결하고, 각 링크들 간의 간섭을 줄인, 작업 영역을 크게 할 수 있는 새로운 구조의 6자유도 머니플레이터를 제안한다. 본 연구에서 제안한 머니플레이터는 각각 3자유도를 갖는 상부이동평판(Upper Platform)과 하부이동평판(Base Platform)이 결합된 형태이다. 상부이동평판은 3개의 선형 액추에이터를 사용하여 하부이동평판에 대해 공간 운동을 하며, 하부이동평판 역시 3개의 선형 액추에이터로 3자유도의 평면 운동을 한다. 본 논문에서는 고안된 머니플레이터에 대한 역기구학(Inverse Kinematics), 정기구학(Forward Kinematics), 자코비안(Jacobian), 특이점(Singularity)에 관한 해석을 통해 기구학적 특징을 분석한다. 또한 작업 영역을 스튜어트 플랫폼과 비교한다.

2. 머니플레이터 구조 및 좌표계

2.1. 기구학적 구조 및 자유도

본 연구에서 고안한 6자유도의 머니플레이터는 Fig.1과 같다.

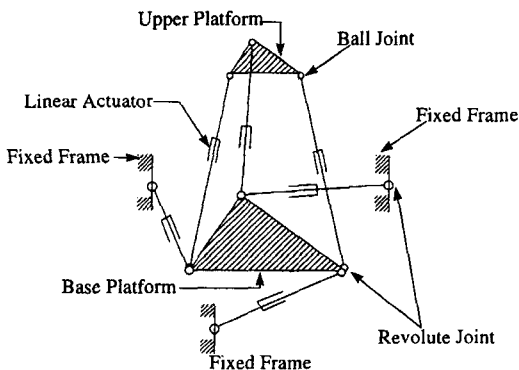


Fig. 16 Degrees-of-Freedom Positioning Manipulator

상부이동평판은 하부이동평판과 3개의 링크로 연결되어 하부이동평판에 대해 2방향의 회전운동과 1방향의 병진운동이 가능하다. 하부이동평판은 동일 평면상의 기준 좌표계에 고정되어 있는 정삼각형의 꼭지점과 3개의 링

크로 연결되어 평면 운동을 한다. 머니플레이터에 대한 일반적인 자유도 방정식은 아래와 같다⁽²⁾.

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i \quad (1)$$

여기서 M 은 시스템의 자유도, d 는 나사 시스템(Screw System)의 차수가 되며, n, g, f_i 는 링크의 개수, 조인트(Joint)의 개수, i 번째 조인트의 자유도를 각각 나타낸다. 하부이동평판과 상부이동평판에 대해 식 (1)을 적용하면 각각의 자유도는 3이 되어 전체 시스템의 자유도는 6이 된다. 하지만 능동 변위를 가지지 않으면 자유도는 0이 되어 정적인 구조를 이루게 된다.

2.2. 좌표계의 선정 및 변환 행렬의 정의

하부이동평판의 좌표계와 기준 좌표계는 Fig.2와 같다. {A}는 기준 좌표계(Fixed Frame)를, {B}는 하부이동평판을 이루는 삼각형의 꼭지점 B_1 에 고정된 좌표계를 나타내며, {B}좌표계의 x 축 방향은 변 B_2B_3 와 수직한 방향이다.

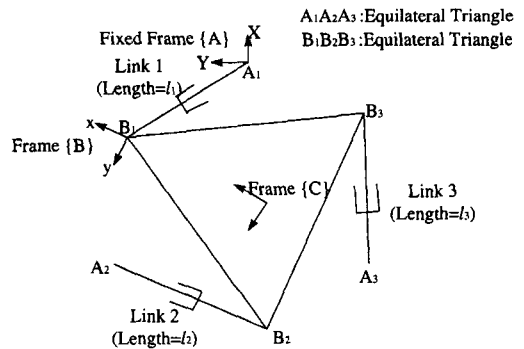


Fig. 2 Coordinate system of the base platform

Fig.2에서 정삼각형 $A_1A_2A_3$ 의 한 변의 길이를 A , 정삼각형 $B_1B_2B_3$ 의 한 변의 길이를 B 라 정의한다. 고정되어 있는 정삼각형의 세 꼭지점의 좌표를 {A}에 대해 나타낸 것을 각각 $^A A_1, ^A A_2, ^A A_3$ 라 하고, 하부이동평판을 이루고 있는 정삼각형의 세 꼭지점의 좌표를 {B}에 대해 나타낸 것을 $^B B_1, ^B B_2, ^B B_3$ 라 한다. 상부이동평판과 하부이동평판에 고정된 좌표계는 Fig.3과 같다. {C}는 하부이동평판의 삼각형의 중심에 고정된 좌표계를 나타내고, {C}의 방향은 {B}와 같이 선택한다. 상부이동평판의 중심에 고정된 좌표계는 {P}로 한다.

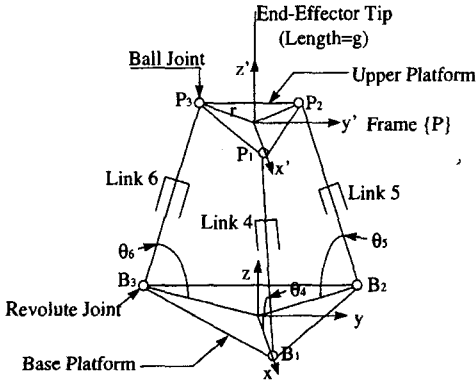


Fig. 3 Coordinate system of the upper platform

상부이동평판의 세 꼭지점의 좌표를 $\{P\}$ 에 대해 나타낸 것을 각각 ${}^P P_1, {}^P P_2, {}^P P_3$ 라 하고, 하부이동평판의 정삼각형의 세 꼭지점의 좌표를 $\{C\}$ 에 대해 나타낸 것을 ${}^C B_1, {}^C B_2, {}^C B_3$ 라 한다. $\{B\}$ 좌표계의 $\{A\}$ 좌표계로의 동차변환행렬 (Homogeneous Transformation Matrix)을 ${}^B_A T, \{C\}$ 좌표계의 $\{B\}$ 좌표계로의 동차변환행렬을 ${}^C_B T, \{P\}$ 좌표계의 $\{C\}$ 좌표계로의 동차변환행렬을 ${}^P_C T$ 라 정의한다. $\{B\}$ 가 $\{A\}$ 와 이루는 각이 θ , B_1 점의 $\{A\}$ 대한 좌표가 $[m_1 \ m_2 \ 0]^T$ 일 경우 ${}^B_A T$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다⁽³⁾.

$${}^B_A T = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & m_1 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & m_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

상부이동평판의 하부이동평판에 대한 회전을 $(k, h, -k)$ 의 Z-Y-Z 오일러각(Euler Angle)으로, 높이를 Z_c 로 정의하면 ${}^C_P T$ 는 아래와 같이 나타낼 수 있다⁽⁴⁾.

$${}^C_P T = \begin{bmatrix} c_h c_k^2 + s_k^2 & s_k c_k (c_h - 1) & c_k s_h & \frac{r}{2}(c_h - 1)(c_k^2 - s_k^2) \\ c_k s_k (c_h - 1) & s_k^2 c_h + c_k^2 & s_k s_h & -r(c_h - 1)s_k c_k \\ -s_k c_k & -s_h s_k & c_h & Z_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ u_{21} & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ u_{31} & u_{32} & u_{33} & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

여기서 c_x 는 각(angle) x 의 코사인(cosine) 값, s_x 는 각 x 의 사인(sine) 값을 각각 나타낸다. 좌표계 $\{C\}$ 의 $\{B\}$ 에 대한 변환은 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$${}^B_C T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad d = -\frac{\sqrt{3}}{3}B \quad (4)$$

3. 머니플레이터 역기구학

머니플레이터의 말단효과장치를 공간상에서 원하는 좌표로 이동하기 위해서 각 링크가 어떤 입력값을 가져야 하는지를 알아야 하며, 이를 위해 머니플레이터 역기구학의 해를 구해야 한다. 본 연구에서 제안한 머니플레이터에서 하부이동평판은 3자유도의 평면 운동을, 상부이동평판은 3자유도의 공간 운동을 할 수 있는 분리된 구조이므로 각각의 이동 평판에 대한 역기구학의 해를 구하면 전체 구조의 역기구학을 풀 수 있다.

하부이동평판이 고정 좌표계에 대해 움직이는 경우 2장에서 정의한 동차변환행렬을 이용하면 점 $B_k (k=1,2,3)$ 의 $\{A\}$ 에 대한 좌표값 ${}^A B_k$ 는 ${}^A B_k = {}^A_B T {}^B B_k$ 를 이용하여 나타낼 수 있다. 각 링크의 길이는 벡터 ${}^A A_k {}^A B_k$ 의 크기이므로 각 링크의 길이를 $l_i (i=1 \dots 3)$ 라 할 때 아래와 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$m_1^2 + m_2^2 - l_1^2 = 0 \quad (5)$$

$$B^2 + A^2 + l_1^2 - l_2^2 + m_1 \sqrt{3}A - m_2 A - \sqrt{3}B m_1 c_\theta \quad (6)$$

$$-B m_1 s_\theta + B m_2 c_\theta - \sqrt{3}B m_2 s_\theta - 2A B c_\theta = 0$$

$$B^2 + A^2 + l_1^2 - l_3^2 + m_1 \sqrt{3}A + m_2 A - \sqrt{3}B m_1 c_\theta \quad (7)$$

$$+B m_1 s_\theta - B m_2 c_\theta - \sqrt{3}B m_2 s_\theta - 2A B c_\theta = 0$$

상부이동평판이 하부이동평판에 대해 상대운동을 하는 경우 식 (5)~(7)을 유도한 방법과 동일한 방법으로 아래와 같은 3개의 식을 구할 수 있다.

$$l_4^2 = (r u_{11} + u_{14} - R)^2 + (r u_{21} + u_{24})^2 + (r u_{31} + u_{34})^2 \quad (8)$$

$$l_5^2 = \left(-\frac{r}{2}(u_{31} - \sqrt{3}u_{32}) + u_{34}\right)^2 + \left(-\frac{r}{2}(u_{21} - \sqrt{3}u_{22}) + u_{24} - \frac{\sqrt{3}}{2}R\right)^2 + \left(-\frac{r}{2}(u_{11} - \sqrt{3}u_{12}) + u_{14} + \frac{R}{2}\right)^2 \quad (9)$$

$$l_6^2 = \left(-\frac{r}{2}(u_{31} + \sqrt{3}u_{32}) + u_{34}\right)^2 + \left(-\frac{r}{2}(u_{21} + \sqrt{3}u_{22}) + u_{24}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2}R^2 + \left(-\frac{r}{2}(u_{11} + \sqrt{3}u_{12}) + u_{14} + \frac{R}{2}\right)^2 \quad (10)$$

여기서 R 과 r 은 각각 정삼각형 $B_1B_2B_3$ 와 정삼각형 $F_1F_2F_3$ 의 외접원의 반지름을 나타낸다. 말단효과장치의 고정 좌표계에 대한 좌표값이 주어졌을 때 각 링크의 변위량을 구하기 위해서는 말단효과장치에 고정된 좌표계 {P}를 정의해야 한다. 이를 위해 {P}의 {A}에 대한 변환을 식 (11)과 같이 정의한다.

$${}^A T = {}^A T_C {}^C T_P = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (11)에서 회전에 관한 항인 $t_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ 는 좌표계 {P}의 좌표계 {A}에 대한 $(k, h, \theta - k)$ 의 Z-Y-Z 순회로 각으로 표현 가능하다. 말단효과장치 E는 {P}의 z축상에 위치하며, 그 길이를 g 로 두면 E의 {A}에 대한 좌표값은 아래와 같다.

$${}^A E = [gt_{13} + t_{14} \quad gt_{23} + t_{24} \quad gt_{33} + t_{34}]^T \quad (12)$$

말단효과장치의 좌표와 회전각이 주어지면 ${}^A T$ 의 회전에 관한 성분인 $t_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ 를 구할 수 있고, 식 (12)를 이용하면 m_1, m_2, θ 값을 구할 수 있다. 이로부터 식 (5)~(7)을 이용하여 하부이동평판을 이루는 세 링크의 길이를 구할 수 있고, 동일한 방법으로 상부이동평판을 이루는 세 링크의 길이를 식 (8)~(10)을 이용하면 구할 수 있다.

4. 머니플레이터의 정기구학에 대한 폐형식의 해

4.1. 하부이동평판의 정기구학

각 링크의 입력 오차가 말단효과장치의 위치 오차에 끼치는 영향을 알기 위해 정기구학의 해를 폐형식(Closed Form)으로 구할 필요성이 생긴다. 일반적인 스튜어트 플랫폼은 각 링크가 이동 평판의 위치 결정에 있어 서로의 변위에 많은 간섭을 가하기 때문에 정기구학을 나타내는 식이 복잡하며, 해를 폐형식으로 나타내기 어렵다. 그러

나 본 연구에서 개발한 머니플레이터는 2개의 등차변환 행렬을 통해 말단효과장치의 좌표값이 결정되므로, 하부 이동평판에 대한 정기구학의 해를 구하고, 상부이동평판의 정기구학의 해를 구하는 순차적인 방법으로 정기구학을 쉽게 풀 수 있다. 식 (6), (7)에서 m_1, m_2 를 소거하면

$$m_1 = B\zeta_2 c_\theta - A\zeta_2 - \zeta_3 \zeta_1, \quad m_2 = \zeta_2 / \zeta_1 \quad (13)$$

가 되고, 여기서 $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ 는 θ 의 함수이며 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \sqrt{3}(B^2 + A^2 - 2ABc_\theta) \\ \zeta_2 &= \sqrt{3}(Bc_\theta - A)\zeta_3 - Bs_\theta(\zeta_4 + 2ABc_\theta) \\ \zeta_3 &= (l_2^2 - l_3^2)/2 \\ \zeta_4 &= (l_2^2 + l_3^2 - 2B^2 - 2A^2 - 2l_1^2)/2 \end{aligned}$$

$\tan(\theta/2) = t$ 라 하면 $\sin\theta = 2t/(1+t^2)$, $\cos\theta = (1-t^2)/(1+t^2)$ 가 되므로 식 (13)을 식 (5)에 대입하면 아래의 형태를 가지는 t 에 관한 8차 다항식을 얻는다.

$$at^8 + bt^6 + ct^4 + dt^2 + e = 0 \quad (14)$$

각 항의 계수 a, b, c, d 는 부록 1에 나타나 있다. 식 (14)는 t^2 에 관한 4차 다항식 이므로 해를 구할 수 있다. 이를 이용하면 링크의 길이가 주어질 때 하부이동평판의 위치와 방위를 구할 수 있다.

4.2. 하부이동평판의 정기구학

링크 l_4, l_5, l_6 가 하부이동평판과 이루는 각을 $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ 라 하면 l_4, l_5, l_6 와 $\theta_4, \theta_5, \theta_6$ 의 관계는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다⁽⁵⁾.

$$\begin{aligned} A_1 + B_1x_1 + B_2x_2 + D_1x_1x_2 - 2D_1y_1y_2 &= 0 \\ A_2 + B_2x_2 + B_3x_3 + D_2x_2x_3 - 2D_2y_2y_3 &= 0 \\ A_3 + B_3x_3 + B_1x_1 + D_3x_3x_1 - 2D_3y_3y_1 &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ 는 각각 $\cos\theta_4, \cos\theta_5, \cos\theta_6, \sin\theta_4, \sin\theta_5, \sin\theta_6$ 를 나타내며, 상수 $A_i, B_i, D_i(i = 1, 2, 3)$ 는 다음과 같다.

$$A_1 = 3R^2 - 3r^2 + l_4^2 + l_5^2, \quad B_1 = -3Rl_4, \quad D_1 = l_4l_5$$

$$A_2 = 3R^2 - 3r^2 + l_5^2 + l_6^2, \quad B_2 = -3Rl_5, \quad D_2 = l_5l_6$$

$$A_3 = 3R^2 - 3r^2 + l_6^2 + l_4^2, \quad B_3 = -3Rl_6, \quad D_3 = l_6l_4$$

$x_i^2 + y_i^2 = 1 (i=1,2,3)$ 이므로 식 (15)에서 x_2, x_3, y_2, y_3 를 소거하면

$$\det \begin{Bmatrix} A_5 & B_5 & C_5 & 0 \\ 0 & A_5 & B_5 & C_5 \\ A_6 & B_6 & C_6 & 0 \\ 0 & A_6 & B_6 & C_6 \end{Bmatrix} = 0 \quad (16)$$

의 형태로 정리가 가능하고, $A_i, B_i, D_i (i=5,6)$ 는 부록 2에, 이들을 정의하는데 쓰인 변수 $A_4, B_4, C_4, D_4, E_4, F_4$ 는 부록 3에 각각 나타나 있다. 식 (16)은, x_1, y_1 에 관한 12차 다항식이 되며, 이 식의 해를 이용하면 링크 길이 l_4, l_5, l_6 가 주어졌을 때 상부이동평판의 하부이동평판에 대한 위치와 방위를 구할 수 있다.

4.3. 정기구학에 대한 수치 예제

실제 머니플레이터를 제어할 경우, 정기구학이 몇 개의 해를 가지는가를 알아보기 위해 수치 예제의 해를 구한다. 각 기하학적 매개 변수를 다음과 같이 가정하자(단위 mm).

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36.056760 \\ 36.685190 \\ 36.935856 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} l_4 \\ l_5 \\ l_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 41.240186 \\ 41.564494 \\ 41.572514 \end{bmatrix}, \quad A = 30\sqrt{3}, \quad B = 40\sqrt{3}$$

이 경우 식 (14)의 해는 $t = \pm 0.589041$ 이므로 가능한 형상 (possible configuration)은 2개임을 알 수 있다. 상부 구조에 대해 식 (16)을 적용하면 x_1, y_1 에 관한 12차 다항식은 아래와 같은 x_1 에 관한 12차 다항식이 된다.

$$\sum_{j=0}^4 \left(\sum_{k=0}^{12-2j} a_{jk} x_1^k (1-x_1^2)^j \right) = 0 \quad (17)$$

식 (17)을 풀어 $-1 \leq x_1 \leq 1$ 의 범위에 들어가지 않는 해는 무시하고 나머지 x_1 값들에 대해 $y_i = \pm \sqrt{1-x_i^2}$ 인 관계를 이용, $x_i, y_i (i=2,3)$ 를 구할 수 있다. $i=1$ 인 경

우 가능한 (x_i, y_i) 의 짝은 모두 8개가 $i=2,3$ 되며 인 경우까지 고려하면 전체 경우의 수는 상부 이동 평판에 대해 $8 \times 8 \times 8 = 512$ 가 되고, 하부 이동 평판의 가능한 형상까지 고려하면 하나의 입력값의 집합에 대해 존재 가능한 형상은 $8 \times 8 \times 8 \times 2 = 1024$ 개가 됨을 알 수 있다.

5. 머니플레이터 자코비안

5.1 자코비안의 정의와 유도

병렬 구조를 가지는 머니플레이터에서의 자코비안 $J_{6 \times 6}$ 의 정의는 다음과 같다^{(6),(7)}.

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = J_{6 \times 6} \frac{d\vec{x}}{dt} \quad (18)$$

여기서 \vec{l} 은 링크 길이로 이루어진 벡터이며 \vec{x} 는 말단효과장치의 위치를 나타내는 벡터이다. 본 연구에서 제안한 머니플레이터에서 \vec{l} 과 \vec{x} 의 정의는 각각 다음과 같다.

$$\vec{l} = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T, \quad \vec{x} = [x_e \ y_e \ z_e \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (19)$$

x_e, y_e, z_e 는 Fig.3에 나타나 있는 말단효과장치의 끝부분 (End-Effector Tip)의 {A}에 대한 위치 나타내며, α, β, γ 는 각각 {A}에 대한 Z-Y-Z 오일러 각을 나타낸다. 식 (5)-(7)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$L \frac{d\vec{l}}{dt} = H \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (20)$$

여기서 정의된 행렬 L, H 와 벡터 \vec{v} 는 아래와 같으며, 계수 $a_i (i=1 \dots 8), q_i (i=1, \dots, 6), p_i (i=1, \dots, 12)$ 는 부록 4와 같다.

$$L = \text{diag}(l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6), \quad \vec{v} = [m_1 \ m_2 \ \theta \ k \ h \ z]^T$$

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_4 & a_5 & 0 & 0 & 0 \\ a_6 & a_7 & a_8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_1 p_2 + q_2 p_4 & q_1 p_1 + q_2 p_3 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 4q_3 p_6 + q_4 p_8 & 4q_3 p_5 + q_4 p_7 & q_5 \\ 0 & 0 & 0 & 4q_5 p_{10} + q_6 p_{12} & 4q_5 p_9 + q_6 p_{11} & q_6 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} H_{1(3 \times 3)} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & H_{2(3 \times 3)} \end{bmatrix}$$

자코비안을 구하기 위해서는 $d\bar{v}/dt$ 와 $d\bar{x}/dt$ 의 관계를 규명해야 한다. 이 두 벡터 사이의 관계는 식 (12) 를 고려하면 구할 수 있다. 말단효과장치의 방향은 {P} 좌표계와 동일하므로 α, β, γ 는 각각 $k, h, \theta - k$ 가 되며 위치는 식 (12)에서 정의된 바와 같다. 이를 바탕으로 $d\bar{v}/dt$ 와 $d\bar{x}/dt$ 의 관계는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = Q \frac{d\bar{v}}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_1 & d_2 & d_3 & 0 \\ 0 & 1 & d_4 & d_5 & d_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d\bar{v}}{dt} \quad (21)$$

여기서 $d_i (i=1, \dots, 7)$ 은 부록 5에 나타나 있다. 행렬 Q 의 행렬식(Determinant)은 -1이 되므로 Q^{-1} 는 항상 존재하게 되고 L^{-1} 는 링크의 길이가 모두 0 이 아니면 항상 존재하므로 자코비안은 식 (20), (21)에 의해 아래와 같이 표현된다.

$$J_{i \times 6} = L^{-1} H Q^{-1} \quad (22)$$

5.2 특이점 해석

작업 영역상의 특이점(Singularity)이 되는 곳에서 머니플레이터는 1개 이상의 자유도를 잃어 버리며 또한 입력 변수인 링크 길이와 출력 변수인 말단효과장치 사이에 1대 1 대응 관계가 성립하지 않으므로 제어가 불가능한 점이 된다. 이러한 특이점에 대한 특성을 살펴보기 위해 식(20)과 식(21)을 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$L \frac{d\bar{l}}{dt} - H Q^{-1} \frac{d\bar{x}}{dt} = \bar{0} \quad (23)$$

병렬 구조 머니플레이터에서의 특이점(Singularity)의 정의⁽⁶⁾에 의하면 식 (23)의 형태로 기구학을 나타내었을 때 행렬 L 과 H 의 행렬식의 값이 0이 되는 곳에서 특이점

이 존재한다. 각 링크의 길이는 물리적으로 0이 되지 않으므로 행렬 L 에 의한 특이점은 존재하지 않는다. 본 연구에서 고안한 머니플레이터에서 행렬 H 는 2개의 3×3 행렬 H_1 과 H_2 로 이루어져 있으므로 H_1 의 행렬식은 아래와 같이 분리 가능하다.

$$\det(H) = \det(H_1) \det(H_2) \quad (24)$$

H_1 행렬은 하부이동평판의 변수들로만, H_2 행렬은 상부이동평판에 대한 변수들로만 이루어져 있다. 즉 본 연구에서 고안한 머니플레이터의 특이점은 상부이동평판에 대한 특이점과 하부이동평판에 대한 특이점으로 나뉘어지며, 이를 고려하여 설계하면 머니플레이터에서 특이점이 발생하는 것을 방지할 수 있다.

6. 머니플레이터 작업 영역

4장에서 말단효과장치의 고정 좌표계에 대한 운동은 두 개의 동차변환행렬로 정의할 수 있음을 기술하였다. 이러한 점에 근거하여 하부이동평판의 중심에 위치한 좌표계 {C}의 {A}에 대한 작업 영역을 구한 뒤, 하부이동평판은 고정된 채 상부이동평판만 움직인다고 가정하여 상부이동평판의 작업 영역을 구하면 전체 작업 영역이 구해진다. 머니플레이터의 모든 링크는 선형 액추에이터에 의해 구동 되므로 작업 영역은 액추에이터의 최대 변위량에 의해 결정된다.

6.1 하부 이동 평판의 작업 영역

좌표계 {C}의 원점 x, y 를 좌표계 {A}에 대해 표현하면 아래와 같다.

$$l_i^2 = (x - c_{i1})^2 + (y - c_{i2})^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (25)$$

여기서, c_{i1}, c_{i2} 는 θ 의 함수로서 {A} 좌표계에 대한 회전을 나타낸다. 링크가 $l_{\min} \leq l \leq l_{\max}$ 의 범위에 있고, $l_{\min} = 35mm, l_{\max} = 40mm$ 라 가정할 경우, x, y 평면을 격자점(Grid)으로 분할한 뒤 각 격자점에 대해 식 (25)를 이용하여 하부이동평판의 전체 작업 영역을 구할 수 있다. 시뮬레이션 수행시 머니플레이터의 매개 변수는 4장에서 쓰인 값들과 같다. 구해진 하부이동평판의 작업 영역은 Fig. 4에 나타나 있다.

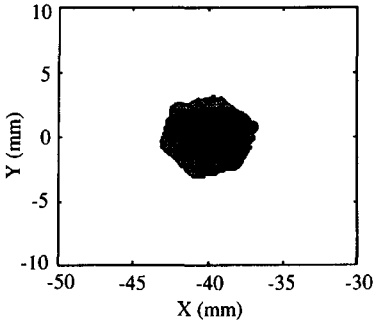


Fig. 4 Workspace of the base platform

6.2. 상부이동평판의 작업 영역

식 (8) ~ (12) 로 부터 다음과 같은 식이 표현 가능하다.

$$l_i^2 = (x - c_{i1})^2 + (y - c_{i2})^2 + (z - c_{i3})^2, \quad i = 4, 5, 6 \quad (26)$$

여기서 c_{i1}, c_{i2}, c_{i3} 는 k 와 h 의 함수로서 상부이동평판의 하부이동평판에 대한 회전을 나타낸다. 회전이 주어지고, 각 링크의 구동범위가 6.1절과 같이 주어지면, 상부이동평판 중심의 높이 변화에 따른 작업 영역을 구할 수 있으며⁹⁾ 그 결과는 Fig.5 에 나타나 있다.

머니플레이터의 전체 작업 영역은 6.1 절에서 구해진 하부이동평판의 각 격자점에 대해 6.2 절에서 구해진 상부이동평판의 작업 영역을 동시에 고려하면 구할 수 있다.

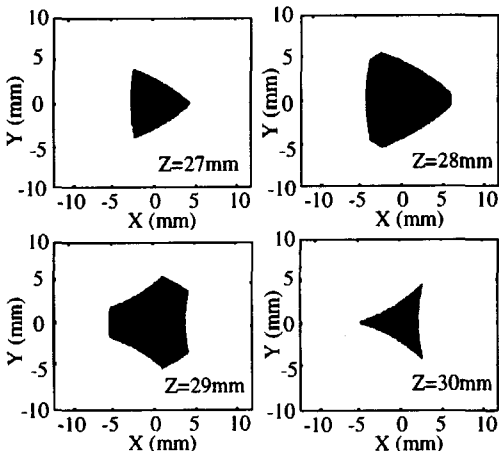


Fig. 5 Planar (X-Y) workspace of the upper platform for variable heights

6.3. 스튜어트 플랫폼과 작업 영역의 비교

본 연구에서 고안한 머니플레이터의 작업 영역과 기존의 스튜어트 플랫폼의 작업 영역의 크기를 비교한다. 비교 대상은 스튜어트 플랫폼으로 하며, 동일한 액추에이터를 이용한다고 가정한다. 스튜어트 플랫폼의 이동 평판의 크기는 본 연구에서 제안한 머니플레이터의 상부이동평판의 크기와 같다고 가정하며, 동일한 체적을 지니고 있다고 가정한다. 6.2절에서와 같은 방법으로 구한 3-3 스튜어트 플랫폼의 작업 영역은 Fig.6과 같다.

Fig.5와 Fig.6을 비교하면, 본 연구에서 제안한 머니플레이터는 상부이동평판의 작업 영역만을 고려 함에도 불구하고 작업 영역이 스튜어트 플랫폼보다 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 또한, 하부이동평판의 작업 영역까지 고려한다면 작업 영역은 스튜어트 플랫폼보다 매우 크게 나타날 수 있다. Fig.7은 운동 초기에 상부이동평판의 위치

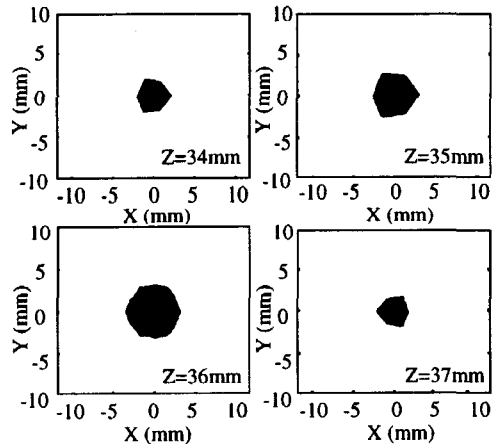


Fig. 6 Planar (X-Y) workspace of the Stewart Platform for variable heights

가 하부이동평판과 평행하지 않고 기울어져 있는 경우, 작업 영역을 비교한 결과를 보여준다.

스튜어트 플랫폼의 경우 이동 평판의 초기 위치가 고정 좌표축에 대해 기울어져 있는 경우, 작업 영역이 전반적으로 매우 작아짐을 살펴볼 수 있다. 이는 기존의 스튜어트 플랫폼을 위치 결정과 회전이 동시에 필요한 경우에 적용하기는 적합하지 못하다는 사실을 의미한다. 하지만 본 연구에서 고안한 머니플레이터는 초기 위치에 관계없이 큰 작업 영역을 보여주고 있다. 이는 정확한 위치 결정을 넓은 영역에서 필요로 하는 복잡한 형상의 부품 조립 등에 매우 적절한 머니플레이터가 될 수 있음을 나타낸다.

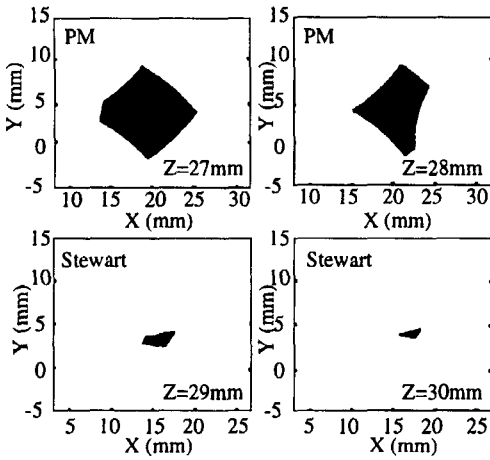


Fig. 7 Planar workspace of Positioning Manipulator and that of Stewart Platform when the upper platform is inclined to (12°, 15°, -15°) Euler Angle

7. 결론

본 연구에서는 기존의 병렬 링크 구조를 지니는 머니플레이터의 단점인 작업 영역의 제한을 개선할 수 있는 새로운 구조의 병렬 구조 6자유도 위치 결정 머니플레이터를 제안하였다. 본 머니플레이터는 평면 운동을 하는 하부 구조와 공간 운동을 하는 상부 구조로 나뉘어져 있어 기구학을 나타내는 각 독립 변수에 영향을 주는 액추에이터의 수가 줄었다. 이러한 기구학적 구조는 기존의 스투어트 플랫폼과 같은 전형적인 병렬 링크 구조에 비해 강성과 조작성은 줄어들지만 링크들간의 간섭을 작게 할 수 있으므로 작업 영역을 크게 할 수 있는 장점이 있었다. 제안한 머니플레이터에 대해 역기구학과 정기구학의 해를 구하였다. 기존의 병렬 구조 머니플레이터에서는 정기구학의 해를 폐형식으로 구하기 어려우나, 본 연구에서 제안한 머니플레이터는 그 기구학적 특성으로 인해 폐형식으로 해를 구할 수 있다는 장점이 있었다. 정기구학의 해로부터 주어진 링크 길이의 집합에 대해 1024개의 형상이 가능함을 알 수 있었다. 또한 자코비안을 통해 말단효과장치에서 임의의 병진 속도와 회전 속도가 주어졌을 때 필요한 링크 속도는 얼마가 되어야 하는지 알 수 있었다. 머니플레이터의 자유도가 6이 되지 않는 특이점을 구하여 설계시 고려해야 할 사항을 고찰하였으며, 마지막으로 실제 3-3 스투어트 플랫폼과 비교하여 작업 영역에 어떤

차이가 있는지를 알아보았다. 본 연구에서 개발한 머니플레이터는 작업 영역이 매우 큼을 확인할 수 있었고, 말단효과장치에서의 회전이 요구되는 경우에 있어서도 매우 효율적으로 적용될 수 있음을 확인하였다.

8. 참고 문헌

1. Stewart, D., "A Platform with six degrees of freedom", *Proc. Inst. Mech. Eng.*, Vol.180, pp.371-386, 1965.
2. Hunt, K.H., "Structural Kinematics of In-Parallel-Actuated Robot-Arms", *Trans. of the ASME, J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 105, pp.705-712, 1983.
3. Craig, J.J., "Introduction to Robotics, Mechanism and Control", Addison-Wesley Publishing, pp.19-67, 1989.
4. Lee, K. M. and Shah, D. K., "Kinematic Analysis of a Three-Degrees-of-Freedom In-Parallel Actuated Manipulator", *IEEE J. of Robotics and Automation*, Vol.4, pp.354-360, 1988.
5. Waldron, K. J., Raghavan, M., and Roth, B., "Kinematics of Hybrid Series-Parallel Manipulation System", *Trans. of the ASME J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.111, pp.211-221, 1989.
6. Lee, K. M. and Arjunan, S., "A Three-Degrees-of-Freedom Micromotion In-Parallel Actuated Manipulator", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol.7, pp.634-641, 1991.
7. Shoughton, R. and Arai, T., "Kinematic Optimization of a Chopsticks-Type Micro-manipulator", *Proc. of the Japan U. S. A. Symposium on Flexible Automation*, pp.151-157, 1992.
8. Gosselin, C. and Angeles, J., "Singularity Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains", *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, Vol.6, pp.281-290, 1990.

9. Gosselin, C., "Determination of the Work-space of 6-DOF Parallel Manipulators", *Trans. of the ASME, J. of Mechanical Design*, Vol.112, pp.331-336, 1990.

부 록 1.

$$\begin{aligned}
 a &= 4B^2(A+B)^2(4A^2B^2 - 3l_1^2(A+B)^2 + 3\zeta_3^2 - 4AB\zeta_4 + \zeta_4^2) \\
 b &= 16B^2(A^2 + AB + B^2)(4\zeta_3^2 + \zeta_4^2) - 16B^2(A^2 + B^2) \times (3l_1^2(A+B)^2 + 2B\zeta_3) - 64A^3B^3 \\
 c &= 8B^2(A^2 + B^2)(3\zeta_3^2 - 4A^2B^2 + 9\zeta_4^2) - 24B^2l_1^2(3A^4 + 2A^2B^2 + 3B^4) + 72B^2\zeta_3^2(A^2 + B^2) \\
 d &= 16B^2(A^2 - AB + B^2)(3\zeta_3^2 + \zeta_4^2) + 16B^2(A^2 + B^2)(AB\zeta_4 - 3l_1^2(A-B)^2) + 64A^3B^3 \\
 e &= 4B^2(A-B)^2(4A^2 - 3l_1^2(A-B)^2 + 3\zeta_3^2 + 4AB\zeta_4 - \zeta_4^2)
 \end{aligned}$$

부 록 2.

$$\begin{aligned}
 A_3 &= A_4(2D_3y)^2 + 2D_3B_4y(B_3 + D_3x) + C_4(B_3 + D_3x)^2 \\
 B_3 &= -4A_4D_3y(A_3 + B_3x) - B_4(A_3 + B_3x)(B_3 + D_3x) \\
 &\quad + 2D_3D_4y(B_3 + D_3x) + E_4(B_3 + D_3x)^2 \\
 C_3 &= A_4(A_3 + B_3x)^2 - D_4(A_3 + B_3x)(B_3 + D_3x) + F_4(B_3 + D_3x)^2 \\
 A_4 &= (B_3 + D_3x)^2 + (2D_3y)^2 \\
 B_4 &= -4D_3y(A_3 + B_3x) \\
 C_4 &= (A_3 + B_3x)^2 - (B_3 + D_3x)^2
 \end{aligned}$$

부 록 3.

$$\begin{aligned}
 A_4 &= 4(B_3D_3y)^2 + ((B_3D_3 - B_3D_3)x_1 + A_1D_2 - B_2B_3)^2 - 4(D_1D_2y)^2 \\
 B_4 &= -8(A_1D_2 + B_1D_2x_1)B_3D_3y + 8(D_1D_2x_1 + D_2B_3)D_1D_2y_1 \\
 C_4 &= 4(A_1D_2 + B_1D_2x_1)^2 - 4(D_1D_2x_1 + D_2B_3)^2 \\
 D_4 &= 8(A_2B_3D_3y_1^2) + 2((B_3D_3 - B_3D_3)x_1 + A_1D_2 - B_2B_3) \\
 &\quad \times ((B_3D_3 - A_2D_1)x_1 + B_2A_1 - B_2A_2) - 8D_1^2B_2D_2y_1^2 \\
 E_4 &= -8(A_1D_2 + B_1D_2x_1)A_2D_3y_1 + 8(D_1D_2x_1 + D_2B_3)D_1D_2y_1 \\
 F_4 &= 4(A_2D_3y_1)^2 + ((B_3D_3 - A_2D_1)x_1 + B_2A_1 - B_2A_2)^2 - 4(D_1B_2y_1)^2
 \end{aligned}$$

부 록 4.

$$\begin{aligned}
 a_1 &= m_1, \quad a_2 = m_2 \\
 a_3 &= \frac{1}{2}(2m_1 + \sqrt{3}A - \sqrt{3}Bc_9 - B_5), \quad a_4 = \frac{1}{2}(2m_2 - A + Bc_9 - \sqrt{3}B_5) \\
 a_5 &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}Bm_1s_9 - Bm_1c_9 - Bm_2s_9 - \sqrt{3}Bm_2c_9 + 2AB_5) \\
 a_6 &= \frac{1}{2}(2m_1 + \sqrt{3}A - \sqrt{3}Bc_9 + B_5), \quad a_7 = \frac{1}{2}(2m_2 + A - Bc_9 - \sqrt{3}B_5) \\
 a_8 &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}Bm_1s_9 + Bm_1c_9 + Bm_2s_9 - \sqrt{3}Bm_2c_9 + 2AB_5) \\
 q_1 &= rc_4c_4^2 + rs_4^2 + \frac{r}{2}(c_4 - 1)(c_4^2 - s_4^2) - R, \quad q_2 = -rs_4c_4 + Z_C \\
 q_3 &= \frac{r}{2}(\sqrt{3}s_4c_4(c_4 - 1) - c_4s_4^2 - c_4^2) + \frac{R}{2}, \quad q_4 = \frac{r}{2}s_4(c_4 - \sqrt{3}s_4) + Z_C \\
 q_5 &= \frac{r}{2}(-\sqrt{3}s_4c_4(c_4 - 1) - c_4s_4^2 - c_4^2) + \frac{R}{2}, \quad q_6 = \frac{r}{2}s_4(c_4 + \sqrt{3}s_4) + Z_C \\
 p_1 &= \frac{r}{2}s_4(s_4^2 - 3c_4^2), \quad p_2 = 4rc_4s_4(1 - c_4) \\
 p_3 &= -rc_4c_4, \quad p_4 = s_4s_4 \\
 p_5 &= \frac{r}{2}s_4s_4(s_4 - \sqrt{3}c_4), \quad p_6 = \frac{r}{2}(c_4 - 1)(\sqrt{3}(c_4^2 - s_4^2) - 2c_4s_4) \\
 p_7 &= \frac{r}{2}c_4(c_4 - \sqrt{3}s_4), \quad p_8 = -\frac{r}{2}s_4(\sqrt{3}c_4 + s_4) \\
 p_9 &= \frac{r}{2}s_4s_4(s_4 + \sqrt{3}c_4), \quad p_{10} = -\frac{r}{2}(c_4 - 1)(\sqrt{3}(c_4^2 - s_4^2) + 2s_4c_4) \\
 p_{11} &= \frac{r}{2}c_4(c_4 + \sqrt{3}s_4), \quad p_{12} = \frac{r}{2}s_4(-s_4 + \sqrt{3}c_4)
 \end{aligned}$$

부 록 5.

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \frac{r}{2}(c_4 - 1)(-s_9(c_4^2 - s_4^2) + 2s_4c_4c_9) + \frac{\sqrt{3}}{3}B_5, \\
 d_2 &= r(c_4 - 1)(-2c_9s_4c_4 + c_4^2s_9 - s_4^2s_9) - 8s_4s_9, \\
 d_3 &= 8c_4c_4 - \frac{r}{2}s_4c_9(c_4^2 - s_4^2) - rs_4s_4c_9, \\
 d_4 &= \frac{r}{2}(c_4 - 1)(c_9(c_4^2 - s_4^2) + 2s_4s_9) - \frac{\sqrt{3}}{3}Bc_9 \\
 d_5 &= -r(c_4 - 1)(c_9(c_4^2 - s_4^2) + 2s_4s_9) + 8c_4s_4 \\
 d_6 &= 8s_4c_4 - \frac{r}{2}s_4s_9(c_4^2 - s_4^2) + rs_4s_4c_9, \quad d_7 = -8s_4
 \end{aligned}$$