

L-모멘트 및 LH-모멘트 기법에 의한 적정 설계홍수량의 유도 (I)

- L-모멘트법을 중심으로 -

Derivation of Optimal Design Flood by L-Moments and LH-Moments (I)

- On the method of L-Moments -

이 순 혁* · 박 명 근** · 맹 승 진***
Lee, Soon Hyuk · Park, Myeong Keun · Maeng, Sung Jin
정 연 수*** · 김 동 주*** · 류 경 식***
Jong, Youn Su · Kim, Dong Joo · Ryoo, Kyong Sik

Abstract

This study was conducted to derive optimal design floods by Generalized Extreme Value (GEV) distribution for the annual maximum series at ten watersheds along Han, Nagdong, Geum, Yeongsan and Seomjin river systems. Adequacy for the analysis of flood data used in this study was established by the tests of Independence, Homogeneity, detection of Outliers. L-coefficient of variation, L-skewness and L-kurtosis were calculated by L-moment ratio respectively. Parameters were estimated by the Methods of Moments and L-Moments. Design floods obtained by Methods of Moments and L-Moments using different methods for plotting positions in GEV distribution were compared by the Relative Mean Errors(RME) and Relative Absolute Errors(RAE).

The results were analyzed and summarized as follows.

1. Adequacy for the analysis of flood data was acknowledged by the tests of Independence, Homogeneity and detection of Outliers.
2. GEV distribution used in this study was found to be more suitable one than Pearson type 3 distribution by the goodness of fit test using Kolmogorov-Smirnov test and L-Moment ratios diagram in the applied watersheds.
3. Parameters for GEV distribution were estimated using Methods of Moments and L-Moments.
4. Design floods were calculated by Methods of Moments and L-Moments in GEV distribution.
5. It was found that design floods derived by the method of L-Moments using Weibull plotting position formula in GEV distribution are much closer to those of the observed data in comparison with those obtained by method of moments using different formulas for plotting positions from the viewpoint of Relative Mean Errors and Relative Absolute Errors.

* 충북대학교 농과대학
** 충북대학교 농업과학연구소
*** 충북대학교 대학원

키워드 : L-모멘트, W-W Test, M-W Test, 모의발생, GEV 분포, L-모멘트비도, 설계홍수량, 확률도시법.

I. 서 론

수문자료의 설계홍수량 산정은 크게 두 가지 방법으로 분류 할 수 있다. 한 방법은 수문자료의 확률 분포에 가장 이상적인 새로운 확률 밀도 함수를 개발하여 적절한 설계홍수량을 추정하는 방법이며, 다른 한 방법은 기존에 발표된 확률 밀도함수의 매개변수를 유도하는데 있어서 그 방법을 달리하여 매개변수를 구한 후 확률밀도함수에 의해 적절한 설계홍수량을 추정하는 방법이다. 현재 국내·외에서는 수문자료에 대한 설계홍수량의 추정을 상기의 방법 중 후자의 방법에 대한 경향이 우세한 추세이다.

과거 국내·외에서 확률밀도함수의 매개변수 유도방법으로 많이 사용되어 왔던 방법으로는 모멘트법(method of moments), 최우법(method of maximum likelihood) 등이 있으나 모멘트법은 왜곡된 분포의 경우 불확실한 매개변수 추정치를 갖게되며 고차모멘트로 갈수록 더욱 부정확하게 되며 최우법은 수치적으로 해를 구하는 과정이 복잡하고 매개변수 추정치를 얻을 수 없는 경우가 많은 단점이 있다. 그래서 최근에는 모멘트법과 최우법의 단점을 보완할 수 있는 대안으로 Greenwood⁵⁾ 등은 매개변수 추정법으로 확률가중모멘트법을 제시하였다. 또한, Hosking^{8,10)}은 확률가중모멘트의 선형조합(linear combination)으로 이루어진 L-모멘트법을 제시하므로써 정확성이 높은 확률밀도함수의 매개변수 유도를 가능하게 하였다.

따라서, 본 연구에서는 홍수유출빈도분석을 위해 홍수자료의 동질성, 독립성 및 Outlier 검정과 K-S 검정 및 L-모멘트비도에 의한 Generalized Extreme Value 분포 모형의 적합성을 판정하고 이 분포 모형에 관한 특성의 고찰과 함께 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 매개변수 유도방법과 플로팅 포지션법을 달리했을 때의 빈도별 설계홍수량의 유도와 함께 비교 분석을 수행하므로써 적절한 매개변수 유도방법과 설계홍수량을 제시

하고자 하며 이로서 우리 나라 수자원개발 및 수방대책을 수립하는데 필수적인 설계기준을 제공하는데 기여하고자 한다.

II. 이론적 특성분석

1. 확률가중 모멘트 및 L-모멘트

누가분포함수 $F(X)$ 를 갖는 확률변수 X 에 대한 확률가중모멘트(probability weighted moments, PWM)의 일반식은 식 (1)과 같이 주어진다.⁸⁾

$$M_{p,r,s} = E[X^p \{F(X)\}^r \{1-F(X)\}^s] \\ = \int x^p \{F(x)\}^r \{1-F(x)\}^s dF(x) \quad \dots (1)$$

여기서 p, r, s 는 정수이고, $r=s=0$ 인 $M_{p,0,0}$ 이면 p 는 비부성정수(非負性定數)가 되고 $M_{p,0,0}$ 은 원점에 대한 기존의 p 차 모멘트와 동일한 값을 나타낸다. 특히, $p=1$ 이고 r 또는 s 가 0이 되는 경우에 $M_{1,r,0}$ 와 $M_{1,0,s}$ 는 X 에 선형이 되며 매개변수 추정을 위해 사용된다. 모집단의 확률가중모멘트(population PWM)는 식 (2), (3)과 같이 두 가지 형태로 나타낼 수 있으며, 식 (2)와 $M_{1,r,0}$ 는 Greenwood 및 Hosking 등에 의해 EV1, Kappa 및 GEV 분포형의 매개변수추정에 그리고 식 (3)의 $M_{1,0,s}$ 는 Weibull, Generalized Lambda 및 Wakeby 분포형의 매개변수추정에 사용되었다. 이에 대한 표본자료의 불편 확률가중 모멘트(unbiased sample PWM)는 식 (4), (5)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M_{1,r,0} = E[X \{F(X)\}^r] \equiv \beta_r, \\ p=1, r, s=0 \dots \dots \dots (2)$$

$$M_{1,0,s} = E[X \{1-F(X)\}^s] \equiv \beta'_s, \\ p=1, r=0, s \dots \dots \dots (3)$$

$$\hat{\beta}_r = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \frac{(j-1)(j-2)\cdots(j-r)}{(N-1)(N-2)\cdots(N-r)}, \quad r \geq 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\hat{\beta}'_s = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j \frac{(N-j)!(N-s-1)!}{(N-j-s)!(N-1)!}, \quad s \geq 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$M_{1,r,0}$ 와 $M_{1,0,s}$ 는 다음과 같이 상호의존적인 관계를 갖고 있다.

$$M_{1,r,0} = \sum_{s=0}^r \binom{r}{s} (-1)^s M_{1,0,s} \equiv \beta'_r \quad \dots\dots (6)$$

$$M_{1,0,s} = \sum_{r=0}^s \binom{s}{r} (-1)^r M_{1,r,0} \equiv \beta'_s \quad \dots\dots (7)$$

여기서 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N$, $\hat{\beta}_0 = \hat{\beta}'_0 = \bar{X}$ 이며, \bar{X} 는 표본자료의 평균을 나타낸다. 추정량 β_r 과 β'_s 간의 관계는 식 (6)~식 (7)의 관계식으로부터 식 (8)~식 (11)과 같이 주어지며, β_r 과 β'_s 중 한가지를 알고 있는 경우에도 다른 추정량을 이용하여 확률가중 모멘트법에 의한 매개변수 추정치를 구할 수 있다.

$$\beta_0' = \beta_0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\beta_1' = \beta_0 - \beta_1 \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\beta_2' = \beta_0 - 2\beta_1 + \beta_2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\beta_3' = \beta_0 - 3\beta_1 + 3\beta_2 - \beta_3 \quad \dots\dots\dots (11)$$

또한 L-모멘트 방법에 의한 모집단의 추정량 (population L-moment)은 다음 식과 같이 주어진다.

$$\lambda_{N+1} = \sum_{k=0}^N p^*_{N,k} \beta_k = (-1)^N \sum_{k=0}^N p^*_{N,k} \beta'_k \quad \dots\dots\dots (12)$$

여기서 $p^*_{N,k} = (-1)^{N-k} \binom{N}{k} \binom{N+k}{k}$ 이다. 따라

서 모집단의 L-모멘트는 확률가중 모멘트와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\lambda_1 = \beta_0' = \beta_0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\lambda_2 = \beta_0' - 2\beta_1' = 2\beta_1 - \beta_0' \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\lambda_3 = \beta_0' - 6\beta_1' + 6\beta_2' = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0' \quad \dots\dots (15)$$

$$\lambda_4 = \beta_0' - 12\beta_1' + 30\beta_2' - 20\beta_3' = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0' \quad \dots\dots\dots (16)$$

위 관계식에서 보는 바와 같이 L-모멘트는 확률가중 모멘트의 선형조합이며, 확률가중 모멘트법에 의한 매개변수 추정치와 L-모멘트법에 의한 추정치는 동일한 값을 갖는다.⁸⁾

식 (13)~식 (16)에 표시된 L-모멘트의 경우에도 일반 모멘트법에서의 변동계수, 왜곡도 및 첨예도에 해당하는 L-모멘트비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 가지며, 각각 다음의 식과 같이 정의된다.

$$\tau_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \equiv \text{L-변동계수} \quad \text{(L-coefficient of variation)} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\tau_3 = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} \equiv \text{L-왜곡도(L-skewness)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\tau_4 = \frac{\lambda_4}{\lambda_2} \equiv \text{L-첨예도(L-kurtosis)} \quad \dots\dots\dots (19)$$

III. 기본수문자료와 분석방법

1. 기본수문자료와 유역특성

본 분석에 사용된 대상유역은 한강수계의 여주, 낙동강수계의 산양, 월포, 왜관, 금강수계의 공주, 영산강수계의 남평, 나주, 마륙 및 섬진강수계의 압록, 송정의 10개유역을 선정 하였으며 설계홍수량 유도를 위해 각 유역의 연최고치 자료¹³⁻²⁰⁾를 사용하였고, 각 유역에 대한 유역 특

Table 1. Gauging stations and physical characteristics of watersheds

River	Station	Area (km ²)	Length of main stream (km)	Average basin width (km)	Shape factor	Observed duration (yrs)	Location
Han	Yeoju	11,036.0	347.10	31.79	0.092	42	Long. 127° 39' Lati. 37° 17'
Nagdong	Sanyang	215.0	36.70	5.86	0.160	27	Long. 128° 15' Lati. 36° 36'
	Wolpo	1,134.5	79.90	14.20	0.178	27	Long. 128° 29' Lati. 36° 37'
	Waegwan	11,074.4	321.70	34.42	0.107	40	Long. 128° 23' Lati. 35° 59'
Geum	Kongju	7,531.2	305.20	24.68	0.081	41	Long. 127° 07' Lati. 36° 27'
Yeongsan	Nampyeong	576.2	41.10	14.02	0.341	31	Long. 126° 50' Lati. 35° 02'
	Mareuk	684.0	56.00	12.21	0.218	37	Long. 126° 49' Lati. 35° 08'
	Naju	2,058.7	75.10	27.41	0.365	38	Long. 126° 44' Lati. 35° 01'
Seomjin	Abrog	2,447.5	162.30	15.08	0.093	36	Long. 127° 22' Lati. 35° 11'
	Songjung	4,255.7	185.70	22.92	0.123	31	Long. 127° 33' Lati. 35° 11'

성의 결과는 Table 1과 같으며 여기에서 유역면적은 215.0~11,074.4km²의 범위를 나타내고 있고 주하천장은 36.70~347.10km에 이르며 평균 폭은 5.86~34.42km이고 형상계수는 0.081~0.365의 범위를 나타내고 있다.

2. 분석방법

1) 대상유역별 연최고치자료의 기본통계치 분석
모멘트 및 L-모멘트법에 의해 유도된 매개변수를 사용하여 설계홍수량을 산정하는데 기본적으로 필요한 통계치로서 평균치, 표준편차, 왜곡도계수 및 변동계수를 각 유역별로 구한다.

2) 연최고치자료의 독립성 및 동질성 검정
대상유역별 연최고치자료의 독립성 및 동질성 검정을 위해 각각 Wald-Wolfowitz(W-W) Test와 Mann-Whitney(M-W) Test에 의해 각 유역별로 실시한다.

3) 연최고치자료의 Outlier 검정

연최고치자료의 일반적인 균형분포상태에서 벗어나는 Outlier의 유무를 위해 Grubbs-Beck 검정법⁴⁾을 각 유역별로 시행한다.

4) 확률가중모멘트의 선형조합인 L-모멘트의 비로서 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한다.

5) 적용 확률 분포모형의 적합도 검정

본 분석에서는 연최고치계열에 일반적으로 많이 사용되고있는 GEV 분포모형을 일차적으로 선정하고, 유역별로 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV 분포모형에 대한 적합도 검정을 위해 비매개변수 방법인 K-S(Kolmogorov-Smirnov) test에 의해 적합도를 판정한다.

또한, 대상유역의 연최고치자료에 의한 L-모멘트비도를 작성하고, 난수발생에 의해 모의발생된 표본들의 L-모멘트비도를 작성하여 GEV분

포모형의 적합성 여부를 판별한다.

한다.

6) 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV분포 모형의 매개변수 산정

GEV 분포 모형의 매개변수를 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 각 유역별로 구한다.

7) 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV 분포 모형에 의해 유도된 설계홍수량의 비교

모멘트 및 L-모멘트법에 의해 유도된 매개변수를 사용한 GEV 분포 모형의 빈도별 설계홍수량을 구하고 이들을 실측치의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton 플로팅 포지션법에 의한 것과 비교 분석하기 위하여 상대평균오차 (Relative Mean Error, RME)와 상대절대오차 (Relative Absolute Error, RAE) 방법을 사용

IV. 결과 및 고찰

1. 사용수문자료의 기본통계치 분석

여주, 산양, 월포, 왜관, 공주, 남평, 마륵, 나주, 압록 및 송정유역에 대한 평균치, 표준편차, 왜곡도계수, 변동계수 및 첨예도의 기본통계치를 각 유역별로 구한 결과는 Table 2와 같으며 전 유역에 걸쳐 평균치와 표준편차는 각각 170.656~4,261.024 및 84.805~3,235.191의 범위를, 왜곡도계수와 변동계수는 각각 0.355~1.741 및 0.350~0.759의 범위를 그리고 첨예도는 2.101~6.119의 범위를 나타내었다.

Table 2. Basic statistic

River	Station	Mean (\bar{x}) (m ³ /s)	Standard deviation (S)	Coefficient of skewness (C_s)	Coefficient of variation (C_v)	Coefficient of kurtosis (C_k)
Han	Yeoju	4,261.024	3,235.191	1.648	0.759	5.143
Nagdong	Sanyang	170.656	84.805	0.689	0.497	2.238
	Wolpo	569.834	364.206	1.741	0.639	6.119
	Waegwan	3,790.652	1,627.915	0.982	0.429	3.880
Geum	Kongju	2,781.786	1,687.594	1.000	0.607	3.089
Yeongsan	Nampyeong	362.905	127.176	1.039	0.350	3.538
	Mareuk	372.005	192.781	1.002	0.518	3.977
	Naju	1,492.705	780.529	0.355	0.523	2.101
Seomjin	Abrog	2,322.451	1,380.832	0.713	0.595	2.470
	Songjung	2,869.374	1,004.043	1.321	0.350	4.944

Table 3. Test for independence and homogeneity of observed flows

River	Station	Wald-Wolfowitz's test for Independence			Mann-Whitney's test for Homogeneity		
		$ u _1$	$u_{\alpha/2}$	Test	$ u _2$	$u_{\alpha/2}$	Test
Han	Yeoju	0.277	1.96	○	1.79	1.96	○
Nagdong	Sanyang	0.722	1.96	○	1.06	1.96	○
	Wolpo	0.644	1.96	○	0.07	1.96	○
	Waegwan	1.447	1.96	○	1.46	1.96	○
Geum	Kongju	1.914	1.96	○	1.15	1.96	○
Yeongsan	Nampyeong	0.918	1.96	○	0.04	1.96	○
	Mareuk	1.318	1.96	○	0.40	1.96	○
	Naju	0.319	1.96	○	1.07	1.96	○
Seomjin	Abrog	1.882	1.96	○	1.58	1.96	○
	Songjung	1.119	1.96	○	1.42	1.96	○

$|u|_1, |u|_2$: W-W and M-W test statistic ○ : Accept at a 5% level of significance
 $u_{\alpha/2}$: Standardized normal deviate corresponding to a probability of exceedance $\alpha/2$

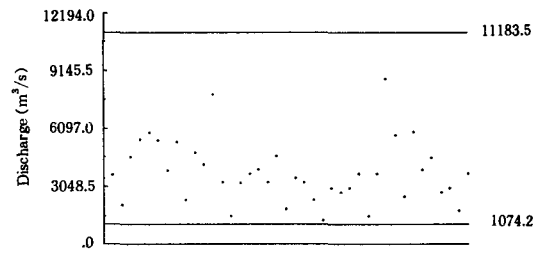
2. 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier 검정

대상유역별 연최대홍수량의 독립성, 동질성 및 Outlier검정을 각각 Wald-Wolfowitz Test, Mann-Whitney Test 및 Grubbs-Beck검정법에 의해 실시 하였으며, 본 분석에서 적용된 각 유역의 연최대홍수량자료에 대한 독립성 및 동질성 검정에 대한 결과는 Table 3과 같다.

3. 연최고치자료의 Outlier 검정

일련의 수문자료계열에서 자료의 일반적인 균형분포의 상태에서 훨씬 위나 또는 아래로 격리되는 Data Point를 나타내는 Outlier의 유발로 인해 부적절한 통계학적 매개변수의 유도로서 설계수문량의 제시에 불확실성을 초래하게 된다. 이에 본 분석에서는 Grubbs-Beck에 의한 검정법을 사용하여 Outlier의 유무를 검정하였다.

본 분석에 적용된 유역의 연최대홍수량자료에 대한 검정결과를 보면 Table 4 및 표본 예로 Fig. 1에서 보는 바와 같이 전 유역에 걸쳐 High



Kn statistic : 2.6810 (10% confidence level)

Fig. 1. G-B test for detection of high and low outliers at Waegan watershed of Nag-dong river

Outlier 및 Low Outlier가 없음이 확인되었다.

이상의 결과에서 보건데 독립성, 동질성 및 Outlier 검정 결과 대상유역의 연최고치 자료에 관한 독립성과 동질성이 인정됨과 동시에 연최고치 자료의 균형분포에서 상, 하로 격리되는 Outlier가 없음이 검정되므로서 수문자료로서 분석 타당성이 인정되었다.

4. L-모멘트비에 의한 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도 계산

확률가중모멘트의 선형조합으로서 L-모멘트값을 각 유역별로 구하고 L-모멘트값의 비인 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한 결과는 Table 5와 같다. 전 유역에 걸쳐 L-모멘트비인 L-

Table 4. Grubbs and Beck test for detection of outliers

River	Station	Grubbs and Beck test			Test
		K_N	X_H	X_L	
Han	Yeoju	2.7000	24159.5	451.3	○
Nag-dong	Sanyang	2.3840	5092.4	274.7	○
	Wolpo	2.5180	2323.3	97.1	○
	Waegwan	2.6810	11183.5	1074.2	○
Geum	Kongju	2.6910	12229.5	442.4	○
Yeon-gsan	Nampyeong	2.5770	812.5	145.2	○
	Mareuk	2.6500	1372.5	77.0	○
	Naju	2.6610	6726.1	238.4	○
Seom-jin	Abrog	2.6390	11022.1	332.7	○
	Songjung	2.5770	6360.1	1162.5	○

K_N : G-B statistic tabulated for various sample size and 10% significance level

X_H : Critical quantity of high outliers

X_L : Critical quantity of low outliers

○ : Accept at a level of 10% significance level

Table 5. Results of L-coefficient of variation (L-CV), L-skewness and L-kurtosis

River	Station	L-moment ratios		
		L-CV	L-skewness	L-kurtosis
Han	Yeoju	0.3883	0.3149	0.1961
Nag-dong	Sanyang	0.2837	0.1931	0.0988
	Wolpo	0.3318	0.2537	0.2154
	Waegwan	0.2377	0.1662	0.1866
Geum	Kongju	0.3343	0.2444	0.1125
Yeon-gsan	Nampyeong	0.1971	0.2039	0.1619
	Mareuk	0.2866	0.1677	0.1508
	Naju	0.3017	0.0990	0.0734
Seom-jin	Abrog	0.3362	0.1833	0.0993
	Songjung	0.1915	0.1775	0.2073

변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도는 각각 0.1915~0.3883, 0.0990~0.3149 및 0.0734~0.2154의 범위를 나타내고 있다.

5. 적합도 검정

가. K-S 검정에 의한 적합도 검정

모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV 분포형에 대한 적합도 판정은 K-S 검정을 이용하였으

며 각 유역에 대한 결과는 Table 6과 같다.

이상의 결과를 보건데 대상유역 전반에 걸쳐 모멘트법의 K-S한계치가 L-모멘트법의 K-S한계치보다는 크게 나타났지만 5% 유의 수준치 보다는 작기 때문에 L-모멘트법은 물론 모멘트법에 따른 GEV분포모형의 적합도가 역시 인정되었다.

Table 6. Kolmogorov-Smirnov test for the generalized extreme-value distribution using methods of moments and L-moments

River	Station	Method of moments			Method of L-moments		
		D_n	$D_{0.05}$	Test	D_n	$D_{0.05}$	Test
Han	Yeoju	0.1007	0.2099	○	0.0705	0.2099	○
	Sanyang	0.1121	0.2617	○	0.0854	0.2617	○
Nagdong	Wolpo	0.0865	0.2617	○	0.0939	0.2617	○
	Waegwan	0.0739	0.2150	○	0.0688	0.2150	○
Geum	Kongju	0.1277	0.2124	○	0.0989	0.2124	○
Yeongsan	Nampyeong	0.1055	0.2443	○	0.0859	0.2443	○
	Mareuk	0.0802	0.2236	○	0.0783	0.2236	○
	Naju	0.0715	0.2206	○	0.0718	0.2206	○
Seomjin	Abrog	0.0821	0.2267	○	0.0732	0.2267	○
	Songjung	0.0908	0.2443	○	0.0968	0.2443	○

○ : Significance level can't be acknowledged

× : Significance level can be acknowledged

나. L-모멘트비도에 의한 GEV분포모형의 적합성 판별

본 분석에 사용된 GEV분포모형과 타 분포모형과의 구별을 시도하고 GEV분포모형의 적합성 여부를 판별하기 위하여 L-모멘트법에 따른 GEV분포모형의 L-왜곡도 계수와 L-첨예도 계수의 무차원 L-모멘트법 관계인 L-모멘트비도를 이용하였다.

대상유역별로 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 GEV 분포 모형과 연최고치자료계열의 분석에 사용되고 있는 분포모형중 Pearson type 3 분포모형을 난수발생 기법에 의해 모의발생을 실시하여 모멘트비도 및 L-모멘트비도를 구하였으며 표본 예로서 낙동강 수계의 왜관유역에 대하여

도시한 결과는 Fig. 2 및 Fig. 3과 같다.

Fig. 2에서 보면 두 개 분포모형의 왜곡도계수와 첨예도계수의 관계를 도시한 모멘트비도에서는 모의발생된 왜곡도계수와 첨예도계수들이 분포형 별로 구분이 되지 않고 거의 직선상으로 중첩되므로서 확률분포형간에 구별이 어려움을 나타내었다. 반면에, L-왜곡도계수와 L-첨예도계수의 관계를 도시한 Fig. 3의 L-모멘트비도에서는 모멘트비도와는 달리 모의발생된 L-왜곡도계수와 L-첨예도계수들이 분포형 별로 구분된 2개의 군으로 분리되었으며 이러한 경향은 전 대상유역에 대하여 동일하게 나타났다. 따라서 L-모멘트비도는 2개 분포모형간의 구분을 명확히 하는 특성을 보여주었다.

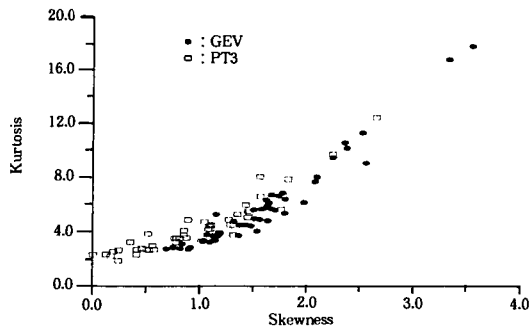


Fig. 2. Sample skewness versus sample kurtosis for 50 random samples simulated from GEV and Pearson type 3 distribution at Waegwan watershed of Nagdong river

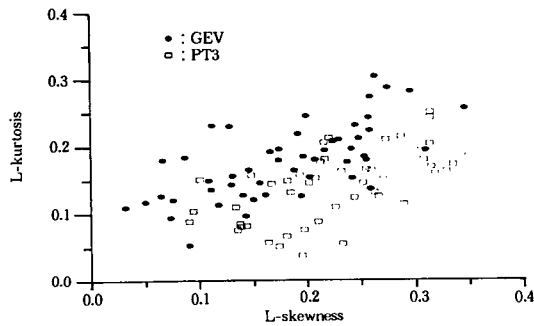


Fig. 3. Sample L-skewness versus sample L-kurtosis for 50 random samples simulated from GEV and Pearson type 3 distribution at Waegwan watershed of Nagdong river

또한, 대상유역에 적용된 GEV분포모형의 적합성여부의 판별을 위해 대상유역에 대한 연최고치자료의 L-왜곡도계수와 L-첨예도계수의 관계를 구하고 도시한 결과는 Fig. 4와 같다. Fig. 4에서 나타난 바와 같이 대상유역, 10개 지점의 L-첨예도계수와 L-왜곡도계수의 무차원 L-모멘트 플로팅 위치선점이 GEV곡선에 고루 산재해 있고 또한 L-왜곡도계수를 평균한 값($\tau_3=0.20$)이 Pearson type 3 곡선 보다 GEV 곡선에 보다 더 근접되어 있음을 볼 수 있다. 그리고 L-왜곡도계수의 평균값을 $\tau_3=20$ 로 하는 GEV 및 Pearson type 3 분포 모형을 난수발생에 의해,

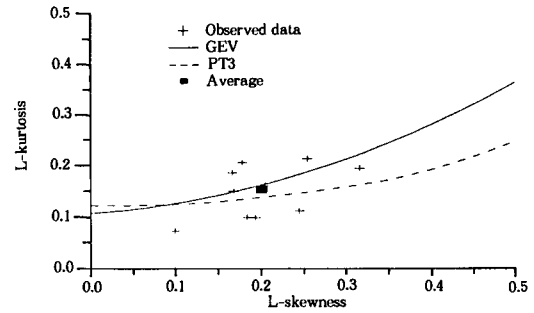


Fig. 4. L-skewness versus L-kurtosis for 10 sites in GEV and Pearson type 3 distribution

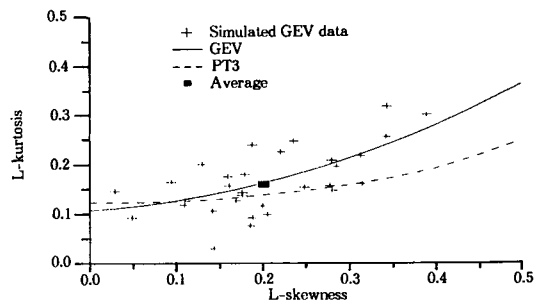


Fig. 5. L-skewness versus L-kurtosis for 30 samples simulated from GEV distribution with $\tau_3=0.20$

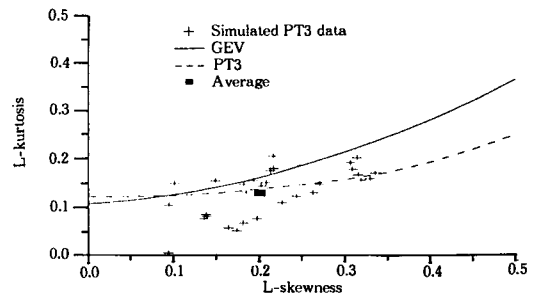


Fig. 6. L-skewness versus L-kurtosis for 30 samples simulated from Pearson type 3 distribution with $\tau_3=0.20$

각각 모의발생시켜 분포 모형별로 L-모멘트비도를 작성한 결과는 Fig. 5 및 Fig. 6과 같다. 먼저 Fig. 5의 결과에서 보면 플로팅 위치선점이 Pearson type 3에 비해 GEV곡선 주위에 주로

산재해 있으며 L-왜곡도계수의 평균치 역시 GEV선상에 위치하고 있다. 이에 반해 Fig. 6의 결과를 보면 GEV곡선 위로 작은 플로팅 포지션 점을 Pearson type 3분포 선 아래에는 다소 많은 플로팅 포지션점을 나타내므로서 결론적으로 적용된 10개 유역의 년최고치 자료는 Pearson type 3 분포 모형에 비해 GEV분포모형에 더욱 적합한 것으로 나타났다.

6. 모멘트법 및 L-모멘트법에 의한 GEV 분포 모형의 매개변수 산정

모멘트법(MM) 및 L-모멘트법(LM)에 따른 GEV 분포의 위치매개변수, ξ 척도매개변수, α 및 형상매개변수, k 를 각 유역별로 구한 결과는 Table 7과 같다.

7. GEV분포 모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량의 유도

GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 재현기간별 홍수량을 유역별로 구한 결과는 Table 8과 같고 GEV 분포 모형의 적합도 검정을 위하여 모멘트법과 L-모멘트법에 의해 유도된 각각의 설계홍수량을 플로팅 포지션법인 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton식에 의해 비초과확률을 각각 식 (20)~식 (23)에 의해 구하고 이를 정규확률지상에 도시하였다.

$$P = 1 - m / (N + 1) \dots\dots\dots (20)$$

$$P = 1 - (m - 0.5) / N \dots\dots\dots (21)$$

Table 7. Parameters calculated by Generalized extreme value distribution using methods of moments and L-moments

Method	River	Station	ξ	α	k
MM	Han	Yeoju	2776.1240	2273.1277	-0.0717
	Nagdong	Sanyang	134.3080	73.2313	0.0883
		Wolpo	402.4682	251.5040	-0.0824
		Waegwan	3067.2250	1314.6553	0.0279
	Geum	Kongju	2030.6000	1357.3457	0.0246
	Yeongsan	Nampyeong	306.1022	101.3987	0.0175
		Mareuk	286.1739	154.9651	0.0241
		Naju	1180.3690	726.5821	0.1717
	Seomjin	Abrog	1728.4190	1185.8121	0.0829
		Songjung	2412.8940	752.9293	-0.0286
LM	Han	Yeoju	2680.2468	1876.9049	-0.2137
	Nagdong	Sanyang	129.2254	67.5063	-0.0357
		Wolpo	397.8398	239.2314	-0.1264
		Waegwan	3043.7038	1307.1387	0.0059
	Geum	Kongju	1942.9361	1195.5068	-0.1126
	Yeongsan	Nampyeong	300.9603	98.0918	-0.0522
		Mareuk	283.4597	154.3328	0.0035
		Naju	1153.2218	714.2199	0.1135
	Seomjin	Abrog	1661.7627	1104.6227	-0.0207
		Songjung	2407.4714	784.2374	-0.0118

MM : Method of moments

LM : Method of L-moments

Table 8. Comparison of design floods calculated by different methods

(Unit : m³/s)

Method	River	Station	Return period(yrs)					
			5	10	20	50	100	200
MM	Han	Yeoju	6375.91	8327.61	10301.11	13011.74	15165.10	17420.62
	Nagdong	Sanyang	237.19	283.77	325.64	376.03	411.17	444.08
		Wolpo	804.01	1024.31	1248.82	1559.91	1809.20	2072.25
		Waegwan	4998.40	5934.63	6814.43	7927.29	8742.45	9538.97
	Geum	Kongju	4029.44	5002.13	5918.43	7080.66	7934.29	8770.35
	Yeongsan	Nampyeong	456.21	529.85	599.58	688.54	754.27	818.95
		Mareuk	514.46	625.61	730.35	863.26	960.91	1056.59
		Naju	2141.14	2536.53	2870.70	3246.42	3491.02	3707.23
	Seomjin	Abrog	3400.94	4162.82	4850.43	5681.66	6263.80	6811.26
		Songjung	3566.82	4162.98	4746.98	5520.99	6114.68	6718.10
LM	Han	Yeoju	5999.04	8104.05	10466.52	14117.14	17370.87	21133.37
	Nagdong	Sanyang	233.24	287.41	340.75	411.86	466.72	522.75
		Wolpo	792.93	1020.54	1260.11	1604.40	1890.30	2201.39
		Waegwan	4995.72	5965.89	6892.49	8086.07	8976.22	9859.50
	Geum	Kongju	3896.45	5004.83	6159.73	7800.61	9148.12	10600.32
	Yeongsan	Nampyeong	454.01	535.19	616.12	725.49	811.00	899.36
		Mareuk	514.34	629.39	739.46	881.52	987.67	1093.17
		Naju	2138.25	2571.56	2953.91	3404.61	3712.43	3995.79
	Seomjin	Abrog	3344.65	4206.45	5045.79	6151.00	6993.30	7844.73
		Songjung	3594.22	4195.87	4778.00	5538.86	6114.51	6692.79

$$P = 1 - (m - 0.4) / (N + 0.2) \dots\dots\dots (22)$$

$$P = 1 - (m - 0.44) / (N + 0.12) \dots\dots\dots (23)$$

여기에서 N 은 표본크기이며 m 은 가장 큰 값부터 나열한 순서이다.

이상의 Weibull, Hazen, Cunnane 및 Gringorton 플로팅 포지션법과 GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 유도된 빈도별 설계홍수량의 비교 분석을 위해 상대평균오차 (Relative Mean Error, RME) 및 상대절대오차 (Relative Absolute Error, RAE)^{28,30}를 각각 식 (24)~식 (25)에 의해 대상유역별로 구한 결과는 Table 9와 같다.

$$RME = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \left(\frac{Q_o - Q_c}{Q_o} \right)^2 \right]^{0.5} \dots\dots\dots (24)$$

$$RAE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{Q_o - Q_c}{Q_o} \right| \dots\dots\dots (25)$$

여기에서 Q_o 및 Q_c 는 각각 유역의 연최고치자료 및 GEV분포모형의 모멘트법과 L-모멘트법에 의해 산정된 설계홍수량이다.

이상의 결과에서 보건데 GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 유도된 설계홍수량과 실측치의 플로팅 포지션법들에 의해 유도된 설계홍수량과의 상대평균오차 및 상대절대오차의 비교에서 전 유역에 걸쳐 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 것보다 작게 나타나는 좋은 결과를 가져왔다.

Weibull 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량과 GEV분포모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량의 결과를 표본 예로 영산강 수

Table 9. Relative Mean Errors and Relative Absolute Errors calculated by generalized extreme-value distribution using different plotting position formulas and Methods of moments and L-moments

Method	River	Station	Weibull		Hazen		Cunnane		Gringorton	
			RME	RAE	RME	RAE	RME	RAE	RME	RAE
MM	Han	Yeoju	3.79	15.13	5.20	17.36	4.85	16.85	4.98	17.05
		Sanyang	1.70	7.60	2.42	8.55	2.20	8.20	2.28	8.34
	Nagdong	Wolpo	2.14	8.32	2.42	9.39	2.25	9.04	2.31	9.17
		Waegwan	0.90	4.18	0.83	4.00	0.80	3.92	0.81	3.95
		Kongju	2.40	9.88	3.21	11.00	3.00	10.63	3.08	10.77
	Yeongsan	Nampyeong	0.85	3.84	0.86	3.63	0.83	3.64	0.84	3.64
		Mareuk	1.70	7.09	1.96	7.28	1.86	7.14	1.89	7.18
		Naju	2.00	8.60	3.37	9.84	2.98	9.41	3.13	9.57
	Seomjin	Abrog	2.68	5.90	3.84	10.28	3.53	9.87	3.65	10.02
		Songjung	1.05	4.60	0.97	4.21	0.97	4.29	0.97	4.26
LM	Han	Yeoju	1.47	7.92	2.28	11.33	2.18	11.11	2.22	11.20
		Sanyang	1.17	5.01	1.58	6.15	1.19	4.29	1.49	5.95
	Nagdong	Wolpo	2.05	8.16	2.21	8.87	2.12	8.56	2.15	8.68
		Waegwan	0.84	4.02	0.83	4.21	0.80	4.12	0.81	4.15
		Kongju	1.36	6.72	1.73	7.52	1.62	7.23	1.66	7.34
	Yeongsan	Nampyeong	0.99	4.32	1.18	4.82	1.12	4.70	1.14	4.75
		Mareuk	1.47	6.66	1.56	6.73	1.51	6.69	1.53	6.70
		Naju	1.95	7.90	1.54	6.59	1.59	6.76	1.57	6.69
	Seomjin	Abrog	1.39	6.02	1.60	6.15	1.50	5.98	1.54	6.04
		Songjung	1.11	4.19	1.24	4.33	1.19	4.29	1.21	4.30

RME : Relative Mean Errors RAE : Relative Absolute Errors

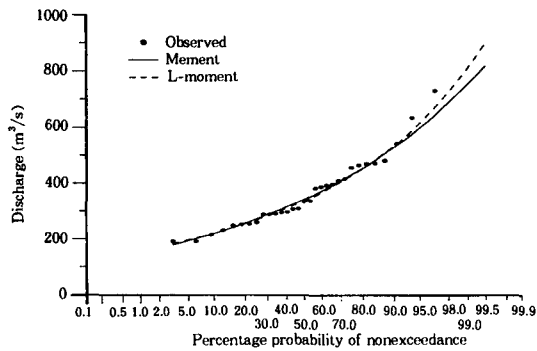


Fig. 7. Comparison of design floods estimated using methods of moments and L-moments with Weibull plotting position at Nampyeong watershed of Yeongsan river

계의 남평유역에 대해 정규확률지에 도시한 결과는 Fig. 7과 같다.

표본예인 Fig. 7의 결과와 타 대상유역을 종합

해 보건데 GEV분포모형의 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법에 의해 유도된 설계홍수량이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 것 보다 좋은 결과를 보여 주었다.

IV. 결 론

본 연구는 한강, 낙동강, 금강, 영산강 및 섬진강 수계의 10개 유역에 대한 연최대홍수량을 사용하여 이들 자료에 대한 신뢰도를 판정하고, L-모멘트비도에 의한 L-변동계수, L-왜곡도 및 L-첨예도를 구한후 L-모멘트비도와 K-S검정에 의해 GEV 분포 모형의 적합도를 검정하였으며 모멘트법 및 L-모멘트법에 의해 GEV 분포모형의 매개변수를 구하였고, 모멘트법과 L-모멘트법에 따른 설계홍수량을 유도하였다. 또한, GEV 분포

모형에서 모멘트 및 L-모멘트법에 의한 설계홍수량과 플로팅 포지션법을 달리한 설계홍수량과의 비교분석을 수행하였으며 이에 대한 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 본 연구에 사용된 홍수량 자료에 관한 Wald-Wolfowitz의 독립성검정과 Mann-Whitney의 동질성 검정 및 Grubbs-Beck의 Outlier검정을 수행한 결과 이의 분석타당성이 인정되었다.

2. GEV 분포 모형의 적합성을 판별하기 위해 K-S 검정 및 L-모멘트비도의 분석을 도기한 결과 이의 적정성이 인정되었다.

3. GEV 분포 모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 매개변수와 설계홍수량을 각각 유도하였다.

4. GEV 분포 모형의 모멘트법 및 L-모멘트법에 따른 설계홍수량과 플로팅 포지션법을 달리하여 구한 설계홍수량간의 상대평균오차 및 상대절대오차를 비교한 결과 L-모멘트법과 Weibull 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량이 모멘트법과 타 플로팅 포지션법에 의한 설계홍수량 보다 일반적으로 적정한 것으로 나타났다.

이 논문은 1997년 한국학술진흥재단의 공과과제 연구비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

1. Aitchison, J. and J. A. C. Brown, The Lognormal Distribution, Cambridge University Press, pp. 1~176, 1957.
2. Beard, L. R., Flood Flow Frequency Techniques, Technical Report, University of Texas at Austin, Texas, 1974.
3. Benjamin, J. R. and C. A. Cornell, Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill, New York, pp. 370~500, 1970.
4. Bobee B. and F. Ashkar, The Gamma Family and Derived Distributions applied in

- Hydrology, Water Resources Publications, 1991.
5. Greenwood, J. A., Landwehr, J. M., Matalas, N. C. and J. R. Wallis, Probability Weighted Moments : Definition and Relation to Parameters of Several Distributions Expressible in Inverse Form, Water Resources Research, Vol 15, No. 5, pp. 1049~1054, 1979.
6. 한국수자원학회, '95 분과위원회 연구과업 보고서, 확률가중 모멘트법을 이용한 매개변수 추정과 적용, 1996.
7. Hazen, A., Flood Flows, A Study of Frequencies and Magnitudes, (John Wiley & Sons Inc.) New York, 1930.
8. Hosking, J. R. M., The Theory of Probability Weighted Moments, Research Report RC12210, IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, 1986.
9. Hosking, J. R. M., L-Moments : Analysis and Estimation of Distributions using Linear Combinations of Order Statistics, Journal of Royal Statistical Society, Vol. 52 No. 1, pp. 105~124, 1990.
10. Hosking, J. R. M., Fortran Routines for Use with the Method of L-Moments Version 2, Research Report RC17079, IBM T. J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, 1991.
11. 김양수, 허준행, 류희정, 모멘트법과 PWM의 비교분석(강우빈도해석을 중심으로), 수공학 연구발표회 논문집, pp. 251~257, 1994.
12. Kite, G. W., Frequency and Risk Analysis in Hydrology, Water Resources Publication, pp. 69~127, 1977.
13. 건설부, 한국수문조사서(우량,수위편), 1962~1978.

14. 건설부, 한국수문조사년보, 1964.
15. 건설부, 한국수문조사년보, 1979~1990.
16. 건설부, 홍수수문자료집, 1991.
17. 건설부, 한국하천조사서, 1974.
18. 건설부, 한국의 홍수, 1967~1969.
19. 건설부, 홍수량측정조사보고서, 1983.
20. 건설기술연구원, 수위유량관계곡선, 1994.
21. 이순혁, 홍성표, 박명근, Low Outliers 를 고려한 홍수빈도분석에 관한 연구, 한국농공학회지, Vol. 30, No. 4, pp. 62~70, 1988.
22. 이순혁 외, 응용수문학, 향문사, pp. 66~301, 1984.
23. 이순혁 외, Gamma 및 Generalized Gamma 분포 모형에 의한 적정 설계홍수량의 유도 (I), 한국농공학회지, Vol. 39, No. 3, pp. 65~77, 1997.
24. National Environment Research Council, Flood Studies Report, Volume No. 1 Hydrological Studies, Whitefriars Press Ltd., London.
25. Pearson, C. P., New Zealand Regional Flood Frequency Analysis using L-Moments, Journal of Hydrology, Vol 30, No. 2, New Zealand, 1991.
26. Reich, B. M. and D. J. Jackson, Flood Prediction Methods for Pennsylvania Highway Crossings, Final Report to Penn. Dot, The Civil Engineering Dept., The Pennsylvania State University, pp. 1~197, 1971.
27. Salas, J. D., Smith, R. A., Tabios, G. and Heo, Jun-Haeng, Statistical Computer Techniques in Hydrology and Water Resources, Department of Civil Engineering Colorado State University, 1993.
28. Singh, V. P., Distribution by POME, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 114, No. 1, 1988.
29. Tefaruk Haktanir, Comparison of Various Flood Frequency Distributions using Annual Flood Peaks Data of Rivers in Anatolia, Journal of Hydrology, Vol. 136, pp. 1~31, 1992.
30. World Meteorological Organization, Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis, Operational Hydrology Report No. 33, Secretariat of the World Meteorological Organization, Geneva Switzerland, 1989.
31. Yevjevich, V., Probability and Statistics in Hydrology, W. R. P., Colorado, pp. 118~167, 1972.