

# 천음속 날개꼴의 Multi-point 수치최적화 설계에 관한 연구

A Study of Multi-point Numerical Optimization Design  
for Transonic Airfoils

손명환\* · 권성재\*\*  
\*공군사관학교 · \*\*대우중공업

## 초 록

천음속 날개꼴의 수치최적화 설계에 있어서, 하나의 흐름조건에 의해 설계된 날개꼴의 공력특성은 다른 흐름 조건에서 나쁜 특성을 나타낼 수 있다. 따라서, 실용적인 날개꼴의 설계를 위해서 multi-point 수치최적화 설계 능력은 필수적인 요소이다. 본 논문에서는 Navier-Stokes 방정식 흐름해석 코드와 feasible direction 최적화 알고리즘을 이용하여 two-point 수치최적화 설계를 수행하였으며, 가중치가 수치최적화 설계에 주는 영향을 분석하고 비교하였다. 그 결과로서 two-point 수치최적화 설계된 날개꼴이 두 흐름조건의 주변영역에서 동시에 요구 공력특성을 만족시키며, 가중치가 큰 방향으로 최적화 설계됨을 확인하였다.

## ABSTRACT

In the direct numerical optimization method, the aerodynamic coefficients of the airfoil designed by one-point design can be deteriorated at other operating points. Therefore, the capacity of the multi-point design is indispensable for actual airfoil design. In this paper, the two-point design of transonic airfoils is studied based on the Navier-Stokes equations flow solver and the feasible direction optimization algorithm, and the effects of weighting parameter were analyzed and compared. The results show that the airfoils designed by two-point design satisfy the performances at the peripheral regions of two operating points concurrently and have the favorable aerodynamic characteristics at the point which has larger weighting parameter than the other point.

## 1. 서론

과거 항공기 설계자들은 일련의 날개꼴에 대한 실험과 data의 축적을 통하여 구성된 airfoil library를 통하여 항공기 성능요구에 적합한 날개꼴을 선택하여 사용하여 왔다. 그러나, 전산장비와 프로그램의 비약적인 발전으로 인해 새로운

형태의 최적화된 날개꼴을 찾는 수치도구 개발에 대한 연구와 노력이 1970년대 후반 이후 활발히 이루어지고 있다. 최적화된 날개 또는 날개꼴의 선택을 위한 수치 설계방법은 inverse design 방법과 direct numerical optimization 방법의 두 종류를 주축으로 발전하여 왔다.

특히, direct numerical optimization 방법은

흐름해석 알고리즘과 수치최적화 알고리즘을 결합하여, 주어진 목적함수 (예; 양력계수 등)를 최소 또는 최대화하기 위해 반복적으로 직접 형상을 제어하는 방법으로서, 설계 제약조건과 목적함수를 자유로이 설정할 수 있고, 동일한 목적함수에 다양한 설계요구조건을 포함시키기가 용이하며, 설계 능력의 자동화 환경 등 강력한 장점을 가지고 있다.

Vanderplaats는 상용프로그램인 최적화 코드 DOT (design optimization tool) [1]를 개발하였으며, Sohn, M. H. 는 DOT를 flow solver를 결합하여 OPTRAN-A (full-potential flow solver) [2], OPTRAN-NA (Navier-Stokes flow solver) [3]를 개발하였다. 본 연구는 OPTRAN-NA를 이용하여 two-point design을 수행하였고, 가중치가 최적화 설계에 미치는 영향 및 설계 능력을 검증하였다.

## 2. 최적화 설계 프로그램의 구성

### 2.1 목적함수 및 제약조건

목적함수는 수치최적화 방법에 의해 최대화 (또는 최소화)하고자 하는 명백한 공력성능으로서, 본 수치최적화 설계에서는 비중화된 항력계수를 목적함수로 선택하였다. 선택된 목적함수와 제약조건의 조합은 다음과 같은 수학적식으로 표현되고,  $\theta$ 는 각 흐름조건에 대한 가중치이다.

- 동일한 Clmin 값을 갖는 경우

$$\text{minimize:OBJ} = \theta \text{Cd}(M1, \alpha 1) + (1 - \theta) \text{Cd}(M2, \alpha 2)$$

$$\text{subject to : Cl}(M1, \alpha 1) \geq \text{Clmin}$$

$$A \geq \text{Amin}$$

$$(t/c) \leq (t/c)\text{max}$$

- 다른 Clmin 값을 갖는 경우

$$\text{minimize:OBJ} = \theta \text{Cd}(M1, \alpha 1) + (1 - \theta) \text{Cd}(M2, \alpha 2)$$

$$\text{subject to : Cl}(M1, \alpha 1) \geq \text{Clmin1}$$

$$\text{Cl}(M2, \alpha 2) \geq \text{Clmin2}$$

$$A \geq \text{Amin}$$

$$(t/c) \leq (t/c)\text{max}$$

### 2.2 형태함수(Shape Function)

형태함수는 물체 형상을 수학적으로 기술한 다항식이며, 설계변수는 물체의 형태를 나타내는 parameter이다. 본 연구에서는 다음과 같은 sinusoidal shape function을 형태함수로 사용하여 기본 날개꼴에 수학적식을 더하여 변화하는 날개꼴의 좌표  $y(x)$ 를 정의하였다.

$$y(x) = y(x)_{\text{기본 날개꼴}} + \sum_{k=1}^N X_k f_k(x)$$

( $X_k$ : 설계변수,  $f_k(x)$ : 형태함수,  $N$ : 형태함수의 갯수 또는 설계변수의 수)

$$f_{k(x)} = 0.01 \sin \pi(1-x)^{e(k)}, \quad k = 1, 2$$

$$f_{k(x)} = 0.01 \sin^3 \pi x^{e(k)}, \quad k = 3, 4, 5, 6$$

$$f_{k(x)} = 0.01 \sin \pi x^{e(k)}, \quad k = 7, 8$$

$$e(1) = \log(0.5) / \log(1 - 0.06)$$

$$e(2) = \log(0.5) / \log(1 - 0.13)$$

$$e(3) = \log(0.5) / \log(1 - 0.2)$$

$$e(4) = \log(0.5) / \log(1 - 0.4)$$

$$e(5) = \log(0.5) / \log(1 - 0.6)$$

$$e(6) = \log(0.5) / \log(1 - 0.8)$$

$$e(7) = \log(0.5) / \log(1 - 0.87)$$

$$e(8) = \log(0.5) / \log(1 - 0.94)$$

### 2.3 최적화 알고리즘

본 연구에서는 최적화 코드 DOT에서 feasible direction method를 사용하여 수행하였

으며, 최적화는 제어조건  $G_j(\vec{X})$ 를 만족하면서 목적함수  $F(\vec{X})$ 를 최소화(또는 최대화) 하는 설계변수 벡터  $\vec{X}$ 를 아래와 같은 수학적 과정을 따라 찾아가는 과정이다.  $X^L$ 과  $X^U$ 는 side constraints로서 비합리적인 날개꼴 형태 생성을 배제하는 역할을 한다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize} : F(\vec{X}) \\ &\text{subject to} : G_j(\vec{X}) \leq 0, \quad j=1, M \\ &X^L_i \leq X_i \leq X^U_i, \quad i=1, N \end{aligned}$$

2.4 흐름해석 코드

흐름의 지배방정식은 2차원 Navier-Stokes 방정식을 사용하였으며, 직교좌표계에서 자유류 기준값으로 무차원화된 Reynolds average

d 꼴의 보존형 식과 보존량  $Q$ , 플럭스 벡터  $E, F, E_v, F_v$ 를 수치적인 정확도와 효율성을 증가시키기 위해 물체에 부착된  $(\xi, \eta)$  좌표계로 변환하였다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \eta} = \frac{1}{Re_a} \left[ \frac{\partial \hat{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{F}_v}{\partial \eta} \right]$$

$$\hat{Q} = Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix}$$

$$\hat{E} = \frac{1}{J} [\xi_x E + \xi_y F] = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho u U + p \xi_x \\ \rho v U + p \xi_y \\ (e + p) U \end{bmatrix}$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} [\eta_x E + \eta_y F] = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p \eta_x \\ \rho v V + p \eta_y \\ (e + p) V \end{bmatrix}$$

$$\hat{E}_v = \frac{1}{J} [\xi_x E_v + \xi_y F_v]$$

$$\hat{F}_v = \frac{1}{J} [\eta_x E_v + \eta_y F_v]$$

$$U = \xi_x u + \xi_y v \quad V = \eta_x u + \eta_y v$$

수치해법으로 지배방정식의 좌변항을 Van Leer의 FVS (flux vector splitting) 방법을 이용하여 차분화 하였고, 우변항은 Roe의 FDS(flux difference splitting) 방법을 사용하였다. 이렇게 차분화된 지배 방정식에 내재적 시간 적분법인 Beam & Warming의 AF (approximate factorization) 기법을 사용함으로써 근사해를 구하였다.<sup>[4]</sup>

정상 유동해를 구하기 위한 초기조건은 전 유동장에서 자유류조건을 주었으며, 물체표면의 경계조건으로 non-slip condition을 적용하여 모든 방향의 속도성분이 0이 되도록 하였다. 원방 경계조건으로 inflow boundary에는 Riemann invariant 조건, outflow boundary에는 extrapolation 조건이 각각 사용되었다.

난류 점성효과를 고려한 Reynolds averaged equation에서 분자점성계수는 Sutherland 식에 의하여 구하였고, 난류점성계수는 Baldwin & Lomax의 난류모델을 사용하였다.

2.5 최적화 설계 프로그램 구성

수치최적화 방법에 의한 천음속 날개꼴의 외형설계에서 원하는 최적화 형태를 얻기까지는 보통 수십회의 반복과정이 필요하며, 이 반복과정에서 목적함수 및 제약조건과 이들의 sensitivity derivative 값 계산을 위하여 수십회에서 수백회의 흐름해석이 필요하게 된다.

OPTRAN-NA에서는 모듈화 개념 및 interactive design 개념을 적극 도입하여, 추후의 흐름해석코드 향상작업의 용이성, 컴퓨터 사용 환경의 변화에 대한 적응성, 최적화 및 흐름해석

알고리즘에 경험이 많지 않은 공력설계자의 사용 적합성이 있도록 하였다. OPTRAN-A의 구성 및 계산흐름과정이 그림 1에 도시되어 있으며, 각 구성 모듈의 기능 및 관계가 참고문헌 2에 기술되어 있다.

### 3. Multi-point 수치최적화 설계 결과

One-point 수치최적화 날개꼴 설계는 해당 흐름조건에 대한 최적화만을 수행하여 다른 흐름 조건에서는 오히려 날개꼴의 공력특성을

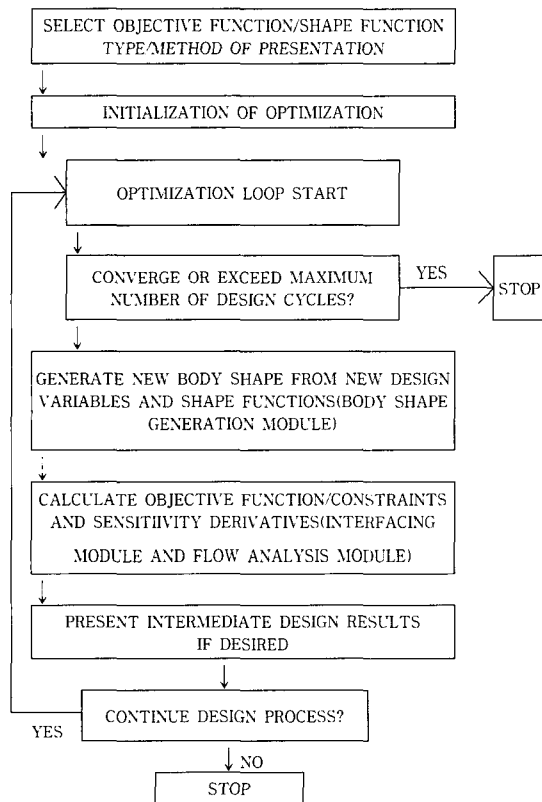


그림 1. OPTRAN-NA 최적화 설계 프로그램 흐름도

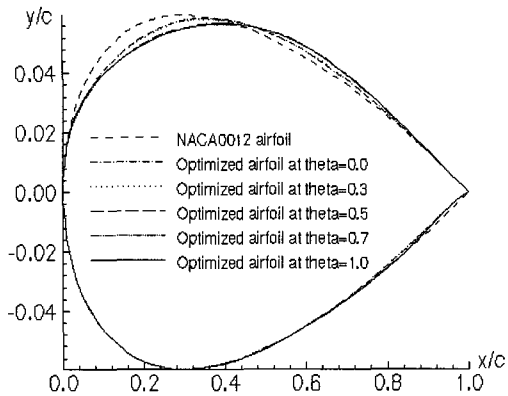
악화시킬 수 있다. 따라서, 설계방법에 관계없이 많은 개발자에 의해 multi-point design이 활발히 연구되고 있다. Vicini<sup>[5]</sup> 등은 generic algorithm, Gopalarmthnam & Selig<sup>[6]</sup>는 conformal mapping에 기초를 둔 inverse design method를 통해 multi-point design code 를 개발하였다.

본 논문에서는 two-point design시 천음속 날개꼴의 가중치( $\theta$ ) 변화에 따른 수치최적화 설계 경향을 관찰하였고, 기본 날개꼴과 설계 날개꼴의 흐름조건(받음각, 마하수)을 변화시키면서 Navier-Stokes flow solver로 공력특성을 해석하여 의미있는 최적화 설계를 수행하는 지 검증하였다.

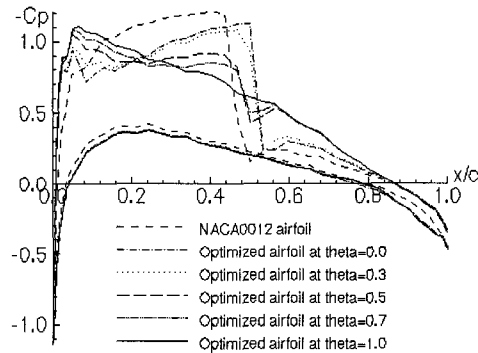
#### 3.1 두 흐름조건의 Clmin 값이 같은 경우의 two-point design

그림 2는 두 흐름조건의 Clmin값이 같은 경우의 two-point 수치최적화 설계에 미치는 가중치의 영향을 분석하기 위해 수행한 디자인의 결과로서, 표 1과 같은 설계조건하에서, 가중치( $\theta$ )를 변수로 하여,  $\theta=0.0, 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.0$ 의 7가지 경우에 대하여 수치최적화 설계를 수행하였다. 여기에서,  $OBJ = \theta Cd(M1, \alpha 1) + (1 - \theta)Cd(M2, \alpha 2)$  로 정의되므로,  $\theta=1.0$  인 경우는 흐름조건 1에서의 one-point 설계와 같으며,  $\theta=0.0$  인 경우는 흐름조건 2에서의 one-point 설계와 같은 경우가 된다. 설계변수  $X1 \sim X8 = 0.0$  이고, side constraints는  $X_i^L = -2.0, X_i^U = 2.0$  ( $i=1,8$ ) 이다.

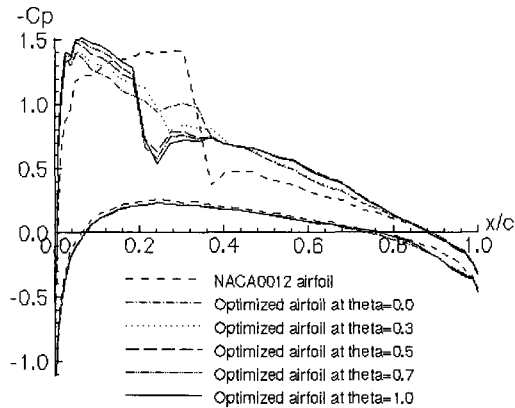
그림 2-(a)는 기본 날개꼴과 각 가중치에 따라 설계된 날개꼴들의 형상을 비교한 것이다. 그림에서 가중치 0.0 ~ 0.3, 그리고 0.5 ~ 1.0에서 설계된 날개꼴의 형태가 거의 같은 결과를 보여주었다.



(a) comparison of airfoil shape



(b) Cp distribution at  $M_1, \alpha_1$



(c) Cp distribution at  $M_2, \alpha_2$

그림 2. 가중치에 따른 최적화설계 결과  
(두 흐름조건의  $C_{imin}$ 값이 같은 경우)

표 1. 최적화설계 초기조건

| Initial airfoil |      | NACA0012            |                   |
|-----------------|------|---------------------|-------------------|
| Shape function  |      | Sinusoidal function |                   |
| $M_1$           | 0.75 | $M_2$               | 0.70              |
| $\alpha_1$      | 1.50 | $\alpha_2$          | 2.44              |
| $C_{imin}$      | 0.4  | $A_{min}$           | 0.08              |
| $(t/c)_{max}$   | 0.2  | Re                  | $6.5 \times 10^6$ |

그림 2-(b), (c)는 각 흐름조건에서 기본 날개꼴과 설계된 날개꼴들의 압력분포를 비교한 것으로서, 모든 경우에 대하여 충격파강도가 감소하였으므로, 항력감소의 주원인이 조파항력의 감소에 의한 것임을 알 수 있다.

그림 3은 각각의 흐름조건에서 가중치의 변화에 따른 항력감소량(%)을 정리한 것으로서, 가중치 비중이 큰 흐름조건에서 항력감소량이 큰 결과를 보여주므로, 최적화 설계가 가중치의 비중이 큰 방향으로 이루어졌음을 확인할 수 있다. 각 흐름조건의 항력감소량(%)이 가중치 0.4 부근에서 동일하나, 평균 항력감소량(%)은 가중치 0.5에서 66.7%로 가장 높은 값을 가졌다.

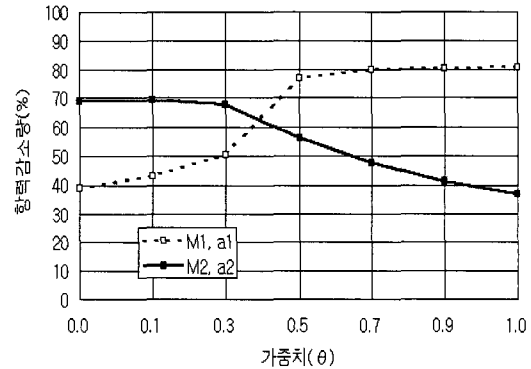
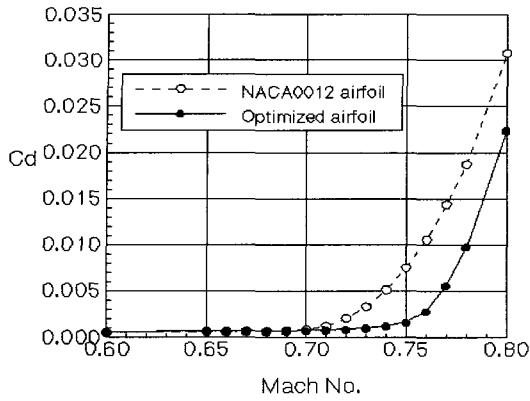
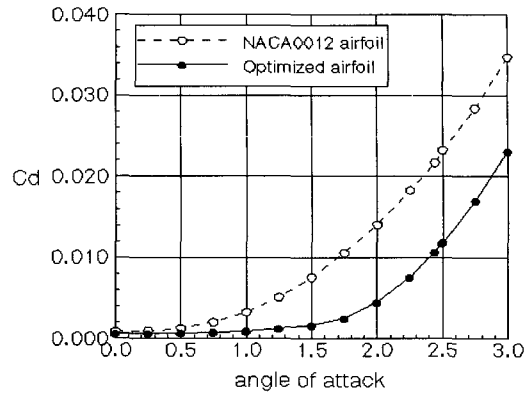


그림 3. 가중치( $\theta$ )에 따른 항력감소량(%) 비교  
(두 흐름조건의  $C_{imin}$ 값이 같은 경우)

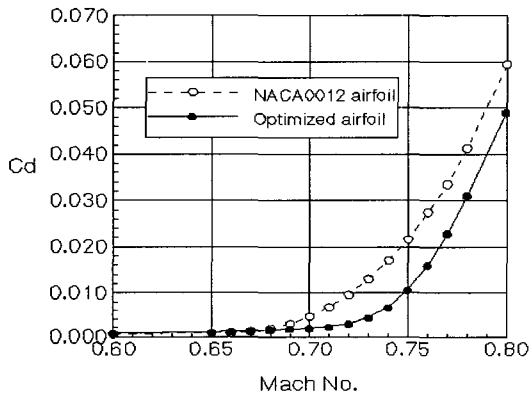
그림 4는 가중치 0.5인 경우의 기본 날개꼴과 수치최적화 설계한 날개꼴을  $\alpha_1, \alpha_2$ 의 조건하에서 마하수를 0.6 ~ 0.8 까지 변화시키며, 항력계수를 Navier-Stokes flow solver로 계산한 것



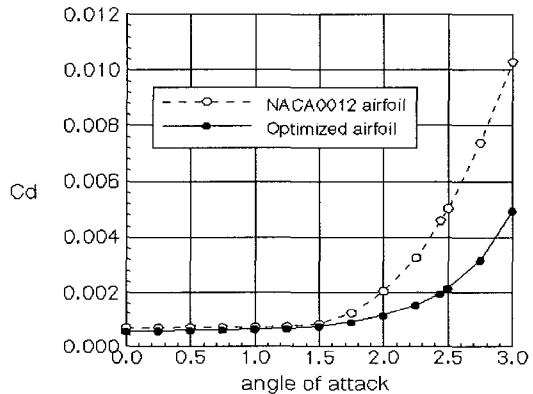
(a)  $C_d$  at  $\alpha=1.5$



(a)  $C_d$  at  $M=0.75$



(b)  $C_d$  at  $\alpha=2.44$



(b)  $C_d$  at  $M=0.70$

그림 4. 마하수 변화에 따른  $C_d$ 의 변화  
(두 흐름조건에의  $C_{lmin}$ 값이 같은 경우)

그림 5. 받음각 변화에 따른  $C_d$ 의 변화  
(두 흐름조건에의  $C_{lmin}$ 값이 같은 경우)

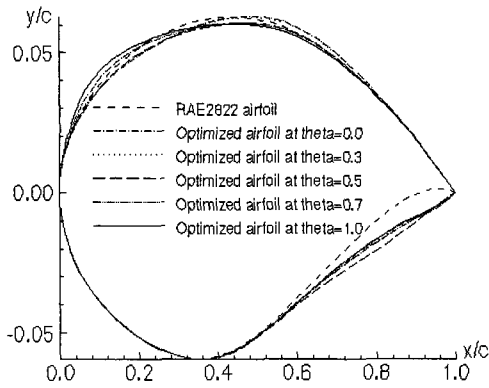
으로서,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  모두에서 수치최적화 설계한 날개꼴이 기본 날개꼴에 비하여 항력이 감소하였고, 항력발산 마하수도 증가됨을 보여주고 있다.

그림 5는 기본 날개꼴과 수치최적화 설계한 날개꼴을  $M_1$ ,  $M_2$ 의 조건하에서 받음각을  $0.0^\circ \sim 3.0^\circ$  까지 변화시키면서, 항력계수의 변화 형태를 Navier-Stokes flow solver로 계산한 것으로서  $M_1$ ,  $M_2$  모두에서 수치최적화 설계한 날개꼴이 기본날개꼴에 비하여 전구간에 걸쳐 항력이 감소하였으며, 항력발산 마하수도 증가됨을 보여주고 있다.

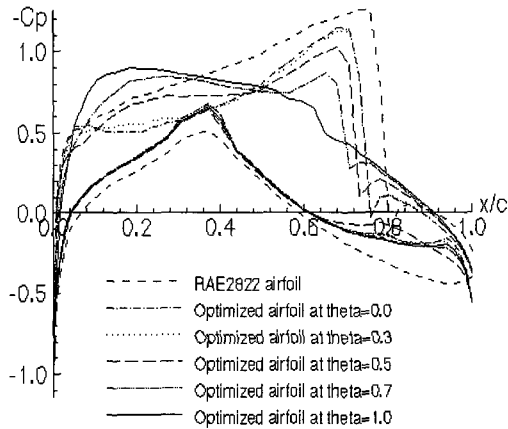
그림 4와 5의 결과, 계산영역 전반에 걸쳐 항력이 감소하였으므로,  $C_{lmin}$  값이 같은 경우에 대한 two-point 수치 최적화 설계가 타당하게 수행되었음을 확인할 수 있다.

### 3.2 두 흐름조건에의 $C_{lmin}$ 값이 다른 경우의 two-point design

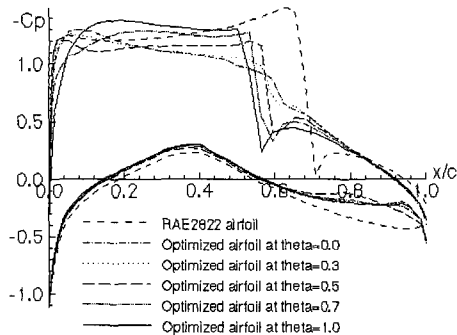
그림 6은 두 흐름조건에의  $C_{lmin}$  값이 다른 경우의 two-point 수치최적화 설계에 미치는 가중치의 영향을 분석하기 위해 수행한 디자인의 결과로서, 표2와 같은 설계조건하에서 가중치를 변



(a) comparison of airfoil shapes



(b) Cp distribution at  $M_1, \alpha_1$



(c) Cp distribution at  $M_2, \alpha_2$

그림 6. 가중치에 따른 최적화설계 결과  
(두 흐름조건의  $C_{lmin}$  값이 다른 경우)

화시키며 수치최적화 설계를 수행하였다. Side constraint, 가중치의 변화 및 설계변수는  $C_{lmin}$  값이 같은 경우와 동일하게 적용하였다.

표 2. 최적화설계 초기조건

| Initial airfoil |                   | RAE2822             |       |
|-----------------|-------------------|---------------------|-------|
| Shape function  |                   | Sinusoidal function |       |
| $M_1$           | 0.77              | $M_2$               | 0.726 |
| $\alpha_1$      | 0.50              | $\alpha_2$          | 2.44  |
| $C_{lmin1}$     | 0.30              | $C_{lmin2}$         | 0.80  |
| $A_{min}$       | 0.08              | $(t/c)_{max}$       | 0.2   |
| Re              | $6.5 \times 10^6$ | $\theta$            | 0.5   |

그림6-(a)는 가중치에 따른 날개꼴의 형상을 비교한 것으로서, 날개꼴의 아랫면 뒷 부분의 변화가 큰 결과를 보여주었다. 그림6-(b),(c)의 압력분포에서  $C_{lmin}$  값이 같은 경우와 동일하게, 항력감소의 주원인이 조파항력의 감소에 의한 것임을 알 수 있다.

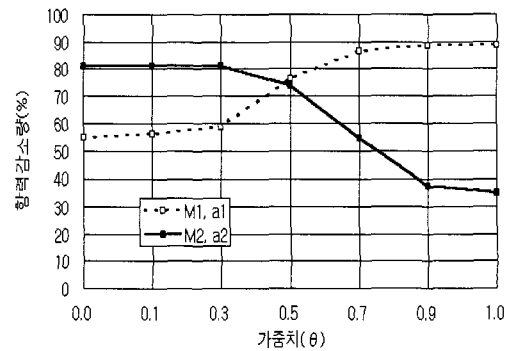


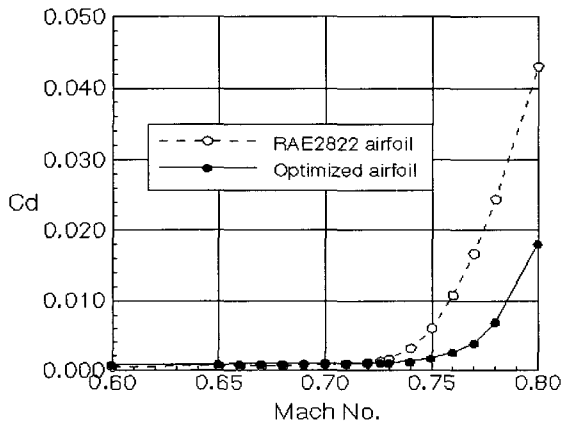
그림 7. 가중치( $\theta$ )에 따른 항력감소량(%) 비교  
(두 흐름조건의  $C_{lmin}$  값이 다른 경우)

그림 7은 흐름조건 1과 2에서 가중치의 변화에 따른 항력 감소량을 정리한 것으로서, 두 흐름조건의  $C_{lmin}$ 이 같은 경우의 최적화 설계와 동일하게 가중치가 큰 방향으로 최적화되었으며, 가중치 0.5에서 평균 항력감소량(%)이 가장 큰 결과

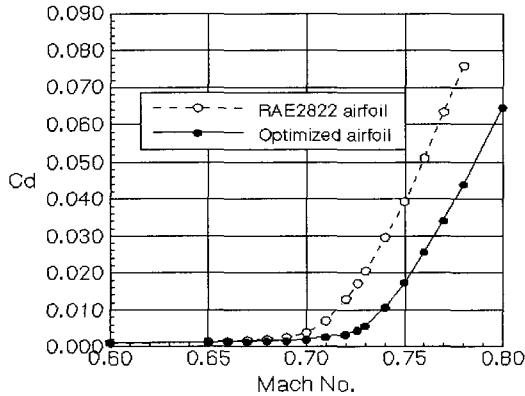
를 보여주었다.

그림 8은 기본 날개꼴과 가중치 0.5에서 수치 최적화 설계한 날개꼴을  $\alpha_1, \alpha_2$ 의 조건하에서 마하수를 0.6 ~ 0.8 까지 변화시키며, 항력계수의 변화 형태를 Navier-Stokes flow solver로 계산한 것으로서,  $C_{lmin}$ 이 같은 경우의 최적화 설계와 동일한 결과를 보여주고 있다.

그림 9는 기본 날개꼴과 수치최적화 설계한 날개꼴을  $M_1, M_2$ 의 조건하에서 받음각을  $0.0^\circ \sim 3.0^\circ$  까지 변화시키면서, 항력계수의 변화 형태를

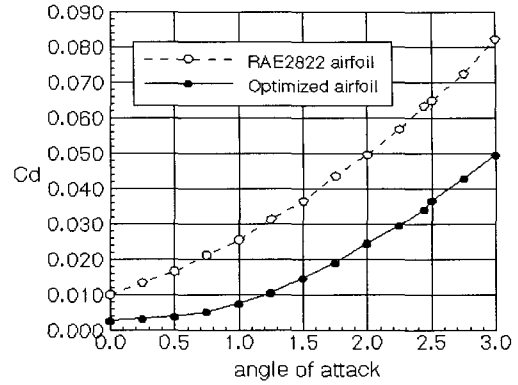


(a)  $C_d$  at  $\alpha=0.5$

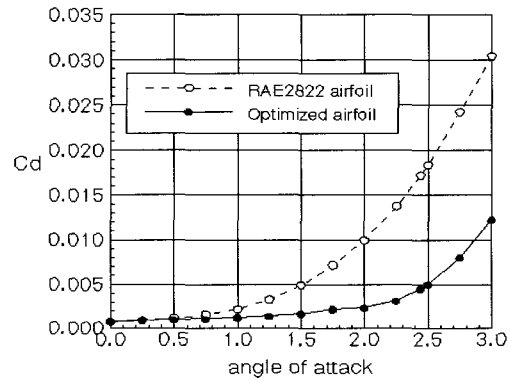


(b)  $C_d$  at  $\alpha=2.44$

그림 8. 마하수 변화에 따른  $C_d$ 의 변화  
(두 흐름조건  $C_{lmin}$ 값이 다른 경우)



(a)  $C_d$  at  $M=0.77$



(b)  $C_d$  at  $M=0.726$

그림 9. 받음각 변화에 따른  $C_d$ 의 변화  
(두 흐름조건  $C_{lmin}$ 값이 다른 경우)

Navier-Stokes flow solver로 계산한 것으로서,  $C_{lmin}$ 이 같은 경우의 최적화 설계와 동일한 결과를 보여주고 있다.

그림 8과 9의 결과, two-point 수치 최적화 설계가 타당하게 수행되었음을 확인할 수 있다.

#### 4. 결 론

천음속 날개꼴의 two-point 최적화 설계시 가중치가 two-point 수치최적화 설계에 미치는 영향을 분석하기 위해 기본 날개꼴에 대하여 각



각 가중치를 변화시키며 수치최적화 설계를 수행하였다. 최적화 설계 결과, 가중치가 큰 방향으로의 최적화 설계가 수행되었으며, 항력감소의 주원인은 조파항력의 감소임을 보여주었다.

two-point 최적화 설계능력을 검증하기 위하여, two-point 수치최적화 설계된 날개꼴을 마하수와 받음각을 변화시키면서, Navier-Stokes flow solver를 사용하여 흐름해석을 수행하였다. 흐름해석 결과, 항력계수가 두 흐름조건인 주변 영역 전반에 걸쳐 감소되므로서, two-point 수치최적화 설계가 타당하게 진행되었음을 검증하였다.

본 연구를 통하여, OPTRAN-NA의 two-point 수치최적화 설계 능력 및 가중치가 최적화 설계에 미치는 영향을 확인하였으며, 앞으로 다양한 초기 날개꼴, 형태함수, 흐름형태에 대한 two-point 수치최적화 설계를 수행함으로써, 보편성(universality)을 가진 설계점을 찾는 연구가 수행될 것이다.

## 참 고 문 헌

1. Vanderplaats, G. N. & Hansen, S. R., "DOT User Manual", VMA Engineering, 1989.
2. 손명환, 조창열, "천음속 날개꼴의 수치최적화 설계 프로그램 개발", 한국항공우주학회지, 제 23권 제3호, pp. 1-13.
3. 손명환, "수치최적화와 Navier-Stokes 방정식에 기초한 천음속 날개꼴의 형태설계 코드의 개발", 한국과학재단, KOSEF 951-1003-021-1, 1996.
4. 정형석, "박층 Navier-Stokes 방정식을 이용한 후퇴익 주위의 천음속 유동장 해석", 서울대학교 석사학위논문, 1994.
5. Alessandro Vincini & Domenico Quagliarella, "Inverse and Direct Airfoil Design using a Multiobjective Generic Algorithm", AIAA journal, Vol. 35, No. 9, 1997, pp. 1499-1505.
6. Ashok Gopalarathnam & Micheal S. Selig, "A Multi-point Inverse Method for Multi-Element Airfoil Design", AIAA 96-2396, 1996.
7. Vanderplaats, G. N., "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design", McGraw-Hill, 1984.